TURUN YLIOPISTO

# Ongelmanratkaisun opetus matematiikassa peruskoulun 4.–9. luokilla

Opettajien näkemyksiä ja kokemuksia

Kasvatustieteen
pro gradu -tutkielma

Laatija:
Katariina Nurmo

Ohjaaja:
Professori Janne Lepola

15.12.2023
Rauma

Pro gradu -tutkielma

**Oppiaine**: Kasvatustiede
**Tekijä**: Katariina Nurmo
**Otsikko**: Ongelmanratkaisun opetus matematiikassa peruskoulun 4.–9. luokilla
**Ohjaaja**: Professori Janne Lepola
**Sivumäärä**: 55 sivua, 7 liitesivua
**Päivämäärä**: 15.12.2023

Ongelmanratkaisun osaamisen merkitys on korostunut yhteiskunnassamme viimeisten vuosikymmenten teknologisen kehityksen johdosta. Koska ongelmanratkaisun osaamisen merkitys on kasvanut, se on otettu huomioon myös kansainvälisissä osaamismittauksissa ja koulutusjärjestelmäämme ohjaavaa opetussuunnitelmaa laadittaessa. Matemaattisten ongelmanratkaisutaitojen kehittäminen on yksi opetussuunnitelmassa asetetuista ongelmanratkaisua käsittelevistä tavoitteista. Ongelmanratkaisuun liittyvien teorioiden osalta, tässä tutkimuksessa esiteltiin Pólyan ongelmanratkaisumalli, jonka avulla ongelmanratkaisua voidaan opettaa ja toteuttaa koulussa. Myös ongelmalähtöisen oppimisen hyödyntämiseen opetusmenetelmänä syvennyttiin tarkemmin ja sen käyttöä opetuksessa tutkittiin.

Tämän opinnäytetyön tavoitteena oli selvittää, missä määrin ongelmanratkaisun opetusta toteutetaan matematiikan oppitunneilla ja millaisin opetusmenetelmin ja välinein sitä opetetaan. Opinnäytetyön aineisto kerättiin internetissä täytettävällä kyselylomakkeella. Lomakkeeseen saatiin vastaukset 48 opettajalta, jotka olivat lukuvuonna 2022–23 opettaneet matematiikkaa jollekin 4.-9. luokista. Pääosin monivalintakysymyksistä koostuneen lomakkeen vastauksia analysoitiin tilastollisin testein SPSS-tilasto-ohjelmalla. Tilastollisessa analyysissa sovellettiin pääosin epäparametrisia testejä.

Suurin osa tutkimukseen vastanneista opettajista raportoi opettavansa ongelmanratkaisua matematiikan oppitunneilla vähintään joskus. Opetuksessa hyödynnettiin eniten oppikirjan valmista materiaalia ja tehtäviä. Ongelmanratkaisussa opettajat korostivat tehtävänannon ymmärtämistä, kun taas tehtävän ratkaisusta ja siihen johtaneista päättelyketjuista ja strategioista keskusteleminen jäi vähemmälle huomiolle. Opetuksessa oli havaittavissa jonkin verran ongelmalähtöisen opetuksen piirteitä, vaikka menetelmän kokonaisvaltainen hyödyntäminen oli vähäistä. Ongelmanratkaisun henkilökohtainen mieluisuus opettajalle oli yhteydessä siihen, kuinka usein opettaja opetti ongelmanratkaisua, mutta myös siihen, millaisia menetelmiä opettaja käytti ongelmanratkaisun opetuksessa.

Tutkimus osoittaa, että ongelmanratkaisua toteutetaan matematiikan opetuksessa kiitettävästi. Myös Pólyan mallin vaiheet olivat opettajilla melko laajasti käytössä. Jatkossa olisi syytä paneutua tarkemmin ongelmanratkaisun opetuksessa käytettäviin opetusmenetelmiin ja tukea opettajia jo käytössä olevien toimintatapojen ja menetelmien kehittämisessä. Lisäksi laadukkaan valmiin ongelmanratkaisun opetusmateriaalin saatavuuteen tulee kiinnittää huomiota.

**Avainsanat:** ongelmanratkaisun opettaminen, matematiikka, Pólyan ongelmanratkaisumalli, ongelmalähtöinen oppiminen, ongelma, ongelmanratkaisu, peruskoulu, alakoulu, yläkoulu

## Sisällys

# 1 Johdanto

Ongelmanratkaisun opettaminen ja oppiminen on yksi perusopetuksen valtakunnallisen opetussuunnitelman asettaman oppimiskäsityksen osa-alueista. Oppimiskäsityksen mukaan oppilaan tulisi oppia aktiiviseksi toimijaksi, joka osaa ratkaista ongelmia sekä yksin että yhteistyössä muiden kanssa. Ongelmanratkaisu kietoutuu opetussuunnitelmassa laaja-alaisiin ja oppiainekohtaisiin tavoitteisiin esimerkiksi matematiikassa, luonnontieteissä, suomen kielen ja kirjallisuuden opetuksessa sekä käsitöissä. Matematiikan tavoitteissa ja arviointikriteereissä ongelmanratkaisu on tuotu esille omana arvioitavana osa-alueenaan. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet [POPS], 2014.) Koska opetussuunnitelman perusteet on vahvasti opettajien työtä ohjaava asiakirja, onkin aiheellista tutkia, missä määrin ja miten opettajat arvioivat ongelmanratkaisun opetuksen toteutuvan matematiikan oppitunneilla.

Suomalaisen opetussuunnitelman lisäksi ongelmanratkaisutaitojen tärkeys on tunnustettu myös kansainvälisesti. Vuonna 2012 toteutettiin matematiikkaan keskittyneen PISA-tutkimuksen (Programme for International Student Assessment) ohessa ongelmanratkaisutaitojen arviointia. Ongelmanratkaisun tärkeyttä perusteltiin tutkimuksessa muun muassa kiihtyvällä automaatiolla, joka luo työmarkkinoilla lisääntyvissä määrin tarvetta ongelmanratkaisun osaajille mekaanista työtä tekevien tehdastyöläisten sijaan. (Kyllönen & Nissinen, 2014.) Myös Pehkonen (2019) toteaa artikkelissaan, että korostamalla matemaattista ajattelua laskutaitojen sijaan, opettaja voi vastata paremmin jokaisen oppilaan yksilöllisiin tarpeisiin ja näin kehittää yhteiskunnan kaikilla alueilla tärkeitä loogisen ja luovan ajattelun taitoja.

PISA 2012 -kyselyn yhteydessä oppilaat arvioivat opettajiensa käyttämiä työtapoja opetuksessa. Eniten käytettiin opettajajohtoisia niin sanotusti perinteisiä menetelmiä. Ongelmanratkaisua pienryhmissä harjoitti oppilaiden arvion mukaan vain noin viidennes opettajista. TALIS (Teaching and Learning International Survey) 2013 -tutkimuksessa todettiin, että opetustaidoistaan itsevarmat ja opetettavan aiheen hyvin hallitsevat opettajat käyttävät enemmän oppilaita aktivoivia opetusmenetelmiä opetettavasta aineesta riippumatta. Ongelmanratkaisussa käytettävien strategioiden osalta oman ratkaisuprosessin ääneen selittäminen oli kaikkein käytetyin PISA 2012 -tutkimuksen yhteydessä raportoitu strategia. (OECD, 2016.)

Ongelmanratkaisua voidaan opettaa monilla tavoilla ja yksi niistä on opetussuunnitelman mainitsema ongelmalähtöinen oppiminen (POPS, 2014). Useissa tutkimuksissa ongelmalähtöisen opetuksen on todettu tuottavan parempia oppimistuloksia kuin perinteisen luentomuotoisen opetuksen, jossa opettajajohtoisesti käydään läpi uusi aihe ja sen jälkeen oppilaat laskevat itsenäisesti tehtäviä oppikirjasta (Akhte ym., 2015; Araz & Sungur 2007; Demirel & Turan, 2010; Lee ym., 2017; Uygun & Tertemiz, 2014). Yleisesti ongelmalähtöisen oppimisen voidaan katsoa pohjautuvan Pólyan (1954) kehittämään nelivaiheiseen ongelmanratkaisumalliin, jota on sovellettu ongelmanratkaisun opetuksessa.

Yksinkertaisimmillaan ongelmanratkaisu voidaan määritellä ajatteluprosessiksi (Leppäaho, 2018). Kuitenkin erityisesti kouluympäristössä ongelmanratkaisu on luontevinta määritellä erilaisten ongelmien ja ongelmatehtävien kautta. Esimerkkinä tällaisesta ongelmanratkaisutehtävästä toimivat sanalliset tehtävät, joiden tarkoitus on yleensä nimenomaan kehittää oppilaiden ongelmanratkaisutaitoja (Verschaffel & Corte, 1997).

Alakoulun oppilailla suurin osa matematiikan tehtävissä tehdyistä virheistä tapahtuu juuri sanallisissa tehtävissä. Heikon ongelmanratkaisutaidon lisäksi syynä voi olla myös heikko lukutaito tai vaikeus ymmärtää tehtävä. (Wulandari ym., 2018.) Alakoulun matematiikan opetuksen yhdeksi haasteeksi on Nurjamaludinin ym. (2021) tutkimuksessa nimetty juuri oppilaiden heikko ongelmanratkaisutaito. Heikkojen ongelmanratkaisutaitojen syyksi tarjotaan opetuksen keskittymistä laskukaavojen ulkoa opetteluun ongelmanratkaisutaitojen kehittämisen sijaan. Viisi yleisintä haastetta viidennen luokan matematiikan oppitunnilla olivat oppilaiden vaikeudet vastata sanallisiin tehtäviin, ymmärtää kysytty kysymys, päättää ratkaisussa käytettävä kaava, laskujen mekaaninen suorittaminen ja vastauksen järkevyyden arviointi. (Nurjamaludin ym., 2021.) Nämä haasteet vastaavat lähes suoraan Pólyan ongelmanratkaisumallin vaiheita.

Koska erityisesti ongelmalähtöinen oppiminen voi osoittautua haasteelliseksi toteuttaa pienten oppilaiden kanssa (Westwood, 2011), keskittyy tämä tutkimus peruskoulun 4.–9. luokkiin. Myös Riyadi ym. (2021) päätyivät tutkimuksessaan siihen tulokseen, että vasta viidesluokkalaiset indonesialaiset oppilaat pystyivät vähintään tyydyttävästi suorittamaan kaikki Pólyan ongelmanratkaisumallin vaiheet sanallisia tehtäviä ratkaistessaan. Yli neljäsluokkalaisten taitotason tulisi kuitenkin olla matematiikassa sellainen, että esimerkiksi yksinkertaisia yhteenlaskuja ei enää luokitella ongelmatehtäviksi, vaan ongelmatehtävillä tarkoitetaan tällä taitotasolla hieman mutkikkaampia ja monipuolisempia tehtäviä. Näin ollen

4.–9. luokkalaisten tapauksessa ongelmanratkaisu vastaakin paremmin ongelmanratkaisulle aiemmasta kirjallisuudesta johdettua määritelmää, joka esitellään tarkemmin jäljempänä tässä tutkimuksessa, jolloin myös ongelmanratkaisun teorioiden soveltaminen aineistoon on mielekkäämpää.

Tässä tutkimuksessa paneudutaan ensin ongelmanratkaisun ja sen opetuksen teoriaan; sen vahvuuksiin, heikkouksiin ja erilaisiin hyödyntämismahdollisuuksiin kouluympäristössä. Teorian jälkeen on vuorossa tutkimusosio, jossa selvitettiin opettajakyselyn avulla opettajien näkemyksiä ongelmanratkaisun opettamisen toteutumisesta luokkahuoneessa, ja tutkitaan tilastollisten analyysien avulla ongelmanratkaisun opetukseen vaikuttavia tekijöitä. Tarkasteluun otetaan myös erilaisia ongelmanratkaisun opettamisen käytäntöjä ja Pólyan ongelmanratkaisumalli.

# 2 Ongelmanratkaisusta

Tutkimuksen keskeisiin käsitteisiin kuuluvat niin ongelma, ongelmanratkaisu kuin ongelmanratkaisun opettaminenkin. Keskeisiä teorioita ovat Pólyan (1954) ongelmanratkaisumalli ja ongelmanratkaisun opettamiseen liittyvät luokittelut. Näiden osalta perehdytään myös peruskouluikäisillä lapsilla toteutettujen tutkimusten tuloksiin. Tarkastelussa on lisäksi Pólyan teoriaan ja ongelmanratkaisun kautta tapahtuvaan opettamiseen pohjautuva ongelmalähtöisen oppimisen menetelmä, jota hyödyntämällä on saatu paljon positiivisia oppimistuloksia.

## 2.1 Ongelma ja ongelmanratkaisu

### 2.1.1 Ongelma

Ongelma (*engl. problem*) muodostuu sellaisesta tilanteesta, jossa on ratkaistavana tehtävä, johon ratkaisijalla ei ole heti tiedossa ratkaisua, ja joka edellyttää ratkaisijalta tiedon yhdistelemistä uudella tavalla. Jos kaikki tehtävässä tarvittavat tiedot ja taidot voidaan kuitenkin tunnistaa heti tai valmis ratkaisukaava on ratkaisijan tiedossa, on kyseessä harjoitustehtävä eli rutiiniongelma, ei varsinainen ongelma. (Pehkonen, 2007.) Vaikka arjessa ongelma-sanalla saatetaan usein viitata myös rutiinitehtäviin, tässä tutkielmassa sillä tarkoitetaan nimenomaan ei-rutiinitehtäviä. Westwood (2011) esittää, että ongelman esitysmuotoja on monia ja sanallisen ilmaisun lisäksi ongelmatehtävä voi perustua todelliseen esineeseen, tilanteeseen, kuvaan, kuvaajaan tai taulukkoon.

Sen lisäksi, että ongelmat voidaan luokitella sen mukaan, onko niiden ratkaisijalla olemassa niihin valmista rutiinia tai kaavaa, ongelmat voidaan luokitella avoimiin ja suljettuihin. Suljetussa tehtävässä alku- ja lopputilanne ovat yksiselitteiset, mikä jättää ratkaisijalle luonnollisesti vähemmän valinnanvapautta ja soveltamismahdollisuuksia ratkaisuvaiheessa. Avoimessa tehtävässä ratkaisijalle on tarjolla useita vaihtoehtoja, eivätkä alku- ja lopputilanne ole niin selkeästi määriteltyjä kuin suljetussa. (Leppäaho, 2018.) Tämä antaa ratkaisijalle tilaa monipuolisempaan ongelmanratkaisuun, mielikuvituksen käyttöön ja omien tietojen soveltamiseen (Leppäaho, 2018; Pehkonen, 2007). Avoimissa tehtävissä onkin usein monia mahdollisia ratkaisuja (Pehkonen, 2007). Esimerkkejä avoimista ongelmista ovat projektityöt, erilaiset tutkimukset sekä monet arkipäivän ongelmat. Avoimiin ongelmiin ei välttämättä liity suoranaista kysymystä. (Leppäaho, 2018.)

Hyvässä ongelmanratkaisutehtävässä oleellisinta on, että ratkaisija joutuu tekemään ajatustyötä ratkaistakseen tehtävän. Mikäli tehtävä avaa lisäksi uuden näkökulman johonkin oppilaalle tuttuun aiheeseen, se kehittää ajattelua ja tukee oppimista. (Leppäaho, 2018.) Todellisen maailman ongelmat asettavat matematiikan taidot oppilaalle merkitykselliseen kontekstiin (Westwood, 2011). Tehtävän tulee motivoida oppilasta ja olla kiinnostava, sillä muuten oppilas ei ala ratkaista tehtävää (Leppäaho, 2018). Pehkosen (2019) mukaan avointen tehtävien hyödyntäminen matematiikan opetuksessa antaa useammille oppilaille mahdollisuuden onnistumisen kokemukseen ja matematiikasta nauttimiseen kuin perinteiset suljetut laskutehtävät.

### 2.1.2 Ongelmanratkaisu

Edellä määritelty ongelman käsite on keskeinen tekijä myös ongelmanratkaisun (*engl. problem solving*) käsitteen määrittelyssä (Leppäaho, 2018). Ongelmanratkaisuprosessi on jokaisella kerralla erilainen (Andreescu ym., 2019; Leppäaho, 2018). Leppäahon (2018) mukaan pohjimmiltaan kyse on syklistä, jossa kokeillaan ratkaistavana olevaan ongelmaan mahdollista ratkaisuideaa ja palataan takaisin lähtöpisteeseen, jos kyseinen ratkaisuidea ei johtanut ratkaisuun. Hän kiteyttää ongelmanratkaisun seuraavasti: ”Matemaattinen ongelmanratkaisu on siis ajatteluprosessi, jonka oppilas suorittaa yrittäessään ymmärtää tai ratkaista annettua ongelmaa.” (Leppäaho, 2018. s. 372.) Samassa linjassa edellisten kanssa on myös opetusministeriön määritelmä, jonka mukaan ongelmanratkaisutaito on kyky toimia ja käyttää jo olemassa olevia taitojaan ja tietojaan ratkaistakseen uuden ongelman, johon ratkaisijalla ei ole tiedossa ilmeistä ratkaisua (Opetus- ja kulttuuriministeriö, 2013).

Ongelmanratkaisuprosessin aikana ratkaisijalle muodostuu vahvasti menetelmiin ja käsitteisiin nojaava pohja, jonka päälle on mahdollista rakentaa taas uutta tietoa (Haapasalo, 2004). Ratkaisijan tukena ovat aiemmin opitut tiedot ja taidot sekä strategiat (Westwood, 2011). Nämä aiemmat tiedot ovat itse asiassa avain ongelmanratkaisuprosessin onnistumiseksi. Koska ongelman ratkaisu tai ratkaisun tapa ei ole ratkaisijalla etukäteen tiedossa, tarvitsee hän riittävät pohjatiedot ongelmaan liittyvästä matemaattisesta kielestä ja teorioista ratkaisun saavuttamiseksi (Foster, 2019; Polya, 1954). Niiden lisäksi tärkeitä ovat riittävät kielelliset taidot ongelman ymmärtämiseksi (Wulandari ym., 2018).

Akhter ym. (2015) pitävät ongelmanratkaisua jopa matematiikan tärkeimpänä osa-alueena. Asia voidaan kääntää niinkin, että matematiikan oppiminen ja päättely olisivat ongelmanratkaisun osia (Andreescu ym., 2019). Koulussa tätä tärkeää osa-aluetta on pyritty jo pitkään kehittämään esimerkiksi sanallisia tehtäviä tekemällä. Sanalliset ongelmanratkaisutehtävät on nähty tapana motivoida oppilaita matematiikan opiskeluun. (Verschaffel & Corte, 1997.) Merkitykselliset ongelmanratkaisutehtävät edistävät oppilaiden joustavaa ajattelua ja innovointia (Andreescu ym., 2019). Ongelma tulisi kuitenkin nähdä ennen kaikkea mahdollisuutena oppia ongelmanratkaisua, vaikka sitä usein käytetäänkin lähinnä keinona päästä johonkin toiseen tavoitteeseen. Koulumatematiikassa näitä tavoitteita ovat esimerkiksi oppilaiden kiinnostuksen herättäminen tai uuden matematiikan aiheen esitteleminen tai kaavan löytäminen. (Schoenfeld, 2016.)

Ongelmanratkaisutaitoja on vertailtu kansainvälisissä osaamismittauksissa, kuten PISA:ssa ja TIMSS:ssä (Trends in International Mathematics and Science Study). PISA-kokeessa ongelmanratkaisua arvioitiin omana osa-alueenaan vuonna 2012, jolloin esimerkiksi Suomen osalta tytöt suoriutuivat poikia paremmin ongelmanratkaisussa (Opetus- ja kulttuuriministeriö 2013). PISA:ssa ongelmanratkaisuprosessi oli jaettu neljään osa-alueeseen: tiedon hankkiminen, tiedon esittäminen, ratkaisun löytäminen ja vastauksen kriittinen tarkastelu. Suomalaislapsilla havaittiin eniten vaikeuksia tiedon esittämisen (esimerkiksi tehtävänannon muuntaminen matemaattiseksi lausekkeeksi, hypoteesin tekeminen tai kuvion laatiminen) ja vastauksen kriittisen tarkastelun osa-alueilla. (Opetus- ja kulttuuriministeriö 2013.) Ongelmanratkaisun osaamiseen vaikuttivat eniten oppilaan taidot matematiikassa, sinnikkyys ja avoimuus ongelmanratkaisua kohtaan (suhtautuuko oppilas ongelmaratkaisuun positiivisesti, neutraalisti vai negatiivisesti ja kokeeko hän, että hänellä on ongelmanratkaisuun tarvittavia kykyjä). Vaikka suomalaiset lapset pärjäsivät ongelmanratkaisussa keskimäärin paremmin, kuin muiden OECD-maiden lapset, jäi suomessakin 14 % kokeeseen osallistuneista alle yhteiskunnassa pärjäämiseen vaadittavan taitotason. (Kyllönen & Nissinen, 2014.)

## 2.2 Ongelmanratkaisun opetus

Ongelmanratkaisun opetusta matematiikan oppitunneilla on Pehkosen (2007) mukaan suomessa yritetty lisätä aina 1980-luvulta asti. Kehitys on kuitenkin ollut hidasta, eivätkä opettajat ole juurikaan omaksuneet ongelmanratkaisua osaksi opetustaan. Ongelmatehtävien määrä on säilynyt vähäisenä myös useimmissa oppikirjoissa. (Pehkonen, 2007.) Pehkonen (2007) toteaa, että opettajien asenteet ongelmanratkaisua kohtaan ovat kaikesta huolimatta muuttuneet positiivisemmiksi. Asennemuutos on tärkeää erityisesti siksi, että mikään opetusmenetelmä ei ole toimiva tai hyvä, mikäli opettaja ei ole siitä innostunut (Pehkonen, 2019).

### 2.2.1 Ongelmanratkaisun opetuksen lähestymistavat

Ongelmanratkaisun opetus voidaan Schroederin ja Lesterin (1989) mukaan jakaa kolmeen lähestymistapaan sen mukaan, miten ongelmanratkaisua opetuksessa lähestytään. Lähestymistavat ovat 1) ongelman ratkaisusta opettaminen (*engl. teaching about problem solving*), 2) ongelmanratkaisua varten opettaminen (*engl. teaching for problem solving)* ja 3) ongelmanratkaisun kautta opettaminen (*engl. teaching via problem solving*). Jaottelusta huolimatta opetuksessa on usein käytössä elementtejä kaikista kolmesta tavasta, jolloin saadaan käyttöön kunkin lähestymistavan parhaat puolet. (Schroeder & Lester, 1989.)

Ensimmäinen lähestymistapa, ongelmanratkaisusta opettaminen, sisältää ongelmanratkaisustrategioiden opettamista ja keskustelua niiden käytöstä. Oppilaita voidaan opettaa myös seuraamaan Pólyan ongelmanratkaisumallin vaiheita. Opittuja ratkaisustrategioita voidaan harjoitella tehtävien avulla. Tässä lähestymistavassa on oltava erityisen tarkkana, että ongelmanratkaisusta ei muodostuisi oppilaiden mielissä erillistä muusta matematiikasta irrallista osa-aluetta. (Schroeder & Lester, 1989.)

Toinen lähestymistapa, ongelmanratkaisua varten opettaminen, on matematiikan perustaitojen, laskutoimitusten ja operaatioiden tai esimerkiksi yhtälönratkaisun, harjoittelemista sitä varten, että näiden taitojen avulla on mahdollista myöhemmin ratkaista ongelmia ja ongelmatehtäviä. Heikkoutena on kuitenkin se, että tällä tavalla toteutettuna matemaattista ongelmanratkaisua harjoitellaan aina vasta, kun uusi taito on jo opittu. Oppilaat osaavat siis aina ongelmanratkaisussa tarvittavat taidot etukäteen sen sijaan, että tehtävä ohjaisi ja motivoisi opettelemaan uusia taitoja. Tämä ongelmanratkaisua varten opettamisen lähestymistapa on paljon käytetty juuri oppimateriaaleissa. (Schroeder & Lester, 1989.)

Kolmatta tapaa, ongelmanratkaisun kautta opettamista, Schroeder ja Lester (1989) pitävät kaikkein parhaana. Metodin käyttö on kuitenkin vähäistä, mitä opettajat perustelevat sen vaatimalla suurella työmäärällä (Pehkonen, 2007). Ongelmanratkaisun kautta opettamisessa uuden aiheen opetus alkaa aina ongelmasta, jonka tehokkaaseen ratkaisemiseen tarvitaan jotakin oppilaalle uutta matematiikan taitoa. Ongelman kautta tutustutaan uuteen aiheeseen ja jäsennellään se matematiikan kielelle symboleiksi ja merkeiksi. Tavoitteena on, että alkuongelmasta muodostuisi aiheen käsittelyn kautta niin sanottu rutiiniongelma, ja oppilas voisi nyt käyttää oppimaansa taitoa uusissa ongelmatehtävissä. (Schroeder & Lester, 1989.) Esimerkiksi ongelmalähtöinen oppiminen perustuu metodina tähän lähestymistapaan.

Vaikka Schroeder ja Lester (1989) pitävätkin ongelmanratkaisun kautta opettamista parhaana tapana opettaa ja oppia ongelmanratkaisua, on siinäkin lähestymistavassa ongelmansa. Pressley ym. (1995) toteavat artikkelissaan, että ongelmaratkaisutaitojen kehittyminen vaatii ennen kaikkea pitkäjänteistä opetusta erilaisista ongelmanratkaisutavoista, joita ongelmanratkaisun kautta opettaminen ei suoraan tarjoa. Heidän tutkimuksessaan alakoululaiset oppivat ongelmanratkaisua parhaiten, kun se oli toteutettu Pólyan (1954) ongelmanratkaisumallin (käsitellään luvussa 2.4) kaikkia neljää askelta seuraten. Toisaalta tutkimuksessa selvisi, että vaikka ongelmanratkaisun kautta opettamiseen pohjautuva ongelmalähtöinen opetus oli toteutettu Pólyan mallin mukaan, ongelmana oli, että oppilaat tekivät ratkottavista ongelmista virheellisiä päätelmiä ja muodostivat siten virheellisiä ja tehottomia teorioita opittavasta aiheesta. (Pressley ym., 1995.)

### 2.2.2 Ongelmanratkaisun opetuksen hyötyjä ja haasteita

Uusien matemaattisten taitojen oppiminen edellyttää oppilaalta aktiivista toimintaa ja osallistumista tavalla, jota perinteinen luentomuotoinen opetus ei mahdollista. Sen sijaan tähän tarkoitukseen voidaan käyttää juuri ongelmanratkaisua ja ongelmanratkaisutaitojen harjoittelua. (Pehkonen, 2007.) Nurlaily ym. (2019) esittävät, että matematiikan opetuksen tulisi aina alkaa jostakin lähellä oppilaan arkea olevasta ongelmasta. Arkinen ongelma helpottaa oppilaan ymmärtämistä ja muistamista sekä mahdollisuuksia soveltaa ongelmaa käytännössä. (Nurlaily ym., 2019.) Arkinen mielekäs ongelma voi myös motivoida oppilaita matematiikan opiskeluun, ja motivaatiotekijät vaikuttavat siihen, millä asenteella oppilas lähestyy ongelmaa ja kuinka sinnikkäästi hän toimii. Erityisesti Suomessa olisi tärkeää kiinnittää huomiota oppilaiden parempaan motivoimiseen matematiikan tunneilla. Vuoden 2012 PISA-tutkimuksen arvioinnissa huomattiin motivaation tai sen puutteen olevan yksi tärkeimmistä ongelmanratkaisutaitojen vaihtelua Suomessa selittävistä tekijöistä. Lisäksi motivaatioon liittyvä sinnikkyys oli suomalaisoppilailla voimakkain yksittäisen oppilaan ongelmanratkaisun osaamiseen vaikuttava tekijä. (Kyllönen & Nissinen, 2014.)

Alakouluikäisillä suurimmat haasteet matematiikassa aiheuttaa nimenomaan oppilaiden heikko ongelmanratkaisutaito (Nurjamaludin ym., 2021). Ongelmatilanteissa pärjäävät tutkitusti parhaiten oppilaat, joilla on käytössään laajasti käsitteitä, runsaasti erilaisia strategioita ja tilanteen kannalta olennaisia faktoja (Vettenranta ym., 2020b). Matematiikan opetuksessa olisi tärkeää, että oppilaat saavat onnistumisen kokemuksia ja sellaiset tiedot ja taidot, että pystyvät niiden avulla ratkaisemaan myöhemmin esimerkiksi arjessa kohtaamiaan ongelmia. Jotta oppilas osaa soveltaa tietojaan ongelmanratkaisussa, on sitä harjoiteltava oppitunneilla. (Cotič & Zuljan, 2009.) Opettamalla ongelmanratkaisua peruskoulun matematiikassa voidaan kehittää oppilaiden tietoja ja tietoisuutta strategioista, menetelmistä ja käsitteistä, joita ongelmanratkaisussa tarvitaan. Ongelmanratkaisutehtävät mahdollistavat lisäksi luovuuden käyttämisen ja kehittämisen (Rahayuningsih ym., 2020; Wewe, 2017).

Pehkonen (2019) toteaa, että ongelmanratkaisun opetuksen ei tulisi kokonaan korvata perinteistä opetusta vaan monipuolistaa sitä. Tällainen lähestymistapa rajoittaa kuitenkin väistämättä myös ongelmanratkaisun opetukseen käytettävissä olevaa aikaa, jonka vähyys on useissa tutkimuksissa todettu ongelmanratkaisun opetuksen haasteeksi tai jopa käytön esteeksi (ks. Akhter ym., 2015; Hoffman & Ritchie, 1997; Nurlaily ym., 2019; Pólya, 1954). Ongelmaa voidaan yrittää ratkaista mahdollistamalla opiskelu ja sen tuki myös oppituntien ulkopuolella esimerkiksi erilaisia opetusvideoita apuna käyttäen (Hoffman & Ritchie, 1997). Pehkonen (2019) ehdottaa, että ongelmatehtävät voitaisiin aloittaa tunnilla, mutta niiden ratkaiseminen loppuun voitaisiin antaa kotitehtäväksi, jolloin jokainen voisi käyttää ratkaisuun tarvitsemansa ajan ilman oppitunnilla syntyvää aikapainetta.

### 2.2.3 Opettajan rooli ongelmanratkaisussa

Ongelmanratkaisun opetuksella tavoitellaan monenlaisia hyötyjä, mutta aivan helppoa tai ongelmatonta sen opettaminen ei ole. Koska ongelmanratkaisu on pohjimmiltaan ajatteluprosessi, kohtaavat opettajat sitä opettaessaan haasteen, sillä heidän ei ole mahdollista nähdä oppilaiden pään sisään (Leppäaho, 2018). Opettajan rooli erityisesti ongelmanratkaisun kautta opettamisessa on jopa vaativampi, kuin perinteisessä opetuksessa (Van de Walle ym., 2019). Opettajan tulee kiinnittää oppilaiden ongelmanratkaisutyöskentelyssä huomiota erityisesti siihen, ymmärtääkö oppilas annetun ongelman, osaako oppilas rakentaa matemaattisen mallin ongelmasta ja kuinka oppilas lopulta tulkitsee saamaansa ratkaisua (Kusumadewi & Retnawati, 2020). Tämä voi kuitenkin tuntua monista opettajista hankalalta, sillä kansainvälisen TIMSS-tutkimuksen yhteydessä selvisi, että yli puolet tutkimukseen osallistuneiden suomalaisoppilaiden opettajista koki tarvitsevansa lisäkoulutusta ongelmanratkaisutaitojen opettamiseen (Vettenranta ym., 2020a).

Ongelmanratkaisun opetuksessa valmiit oppikirjan materiaalit eivät useinkaan riitä, vaan opettajan on laadittava osa materiaalista itse tai etsittävä se muista lähteistä (Pehkonen, 2019). Turkkilaiseen tutkimukseen osallistuneista 56 matematiikan opettajasta 55 % ei kuitenkaan laatinut ongelmia itse, sillä he eivät kokeneet osaavansa tarpeeksi laatiakseen tehtäviä. Sen sijaan loput 45 %, jotka tekivät itse ongelmatehtäviä, painottivat mahdollisuutta laatia juuri oppilaiden taitotasolle sopivia tehtäviä. (Erdik, 2019.) Ongelmatehtävien suunnittelussa opettajan on erityisesti muistettava, että oppilas voi ratkaista tehtävän onnistuneesti vain, jos hänellä on riittävät pohjatiedot ja osaaminen tehtävän ratkaisemiseksi. Opettajan on siis tarkoin mietittävä tehtävän ratkaisuun vaadittavia taitoja laatiessaan sitä. Lisäksi voisi olla hyvä, että ongelmatehtävien ratkaisemiseksi ei aina käytettäisikään viimeisintä opittua asiaa, vaan ongelmatehtävien avulla voitaisiin kerrata jo jonkin aikaa sitten opittuja aiheita. Tällainen menettely vähentää ongelmanratkaisutehtävien irrallisuutta muusta matematiikasta ja samalla varmistetaan, että tehtävät eivät toimi vain rutiininomaisina harjoitustehtävinä juuri opitulle taidolle. (Foster, 2019.)

Opettaessaan ongelmanratkaisun kautta opettajien olisi hyvä huomioida seuraavat asiat ennen ongelmanratkaisua, sen aikana ja sen jälkeen. Ennen varsinaisen ongelmanratkaisun aloittamista opettajan olisi hyvä aktivoida oppilaiden aiempi tieto ja virittää heidät aiheeseen. Opettajan on myös annettava työskentelylle ohjeet, kuten jaettava oppilaat ryhmiin, annettava työskentelyyn käytettävä aika ja asetettava odotukset sille, mitä oppilaiden tulisi ratkaisuprosessin aikana saavuttaa. Lisäksi opettajan olisi hyvä jollakin tavalla varmistaa, että oppilaat ovat ymmärtäneet tehtävänannon ennen varsinaisen työskentelyn aloittamista. (Van de Walle ym., 2019.)

Ongelmanratkaisuprosessin aikana opettajan rooli luokassa muuttuu varsinaisesta luokan toimintaa johtavasta opettajasta aktiiviseksi ohjaajaksi. Ohjaajana opettaja kiertelee luokassa ja avustaa oppilaita ongelmien ratkaisussa hyvin muodostetuin vihjein ja kysymyksin (Pólya, 1954). Tällöin on tärkeää, että opettaja ei anna oppilaille tehtävän vastausta valmiina. Ohjenuorana voi käyttää esimerkiksi ajatusta siitä, että luokassa kierrellessään opettajan ei niinkään tulisi auttaa oppilaita tietyn ongelman ratkaisemisessa vaan pikemminkin tukea heidän ongelmanratkaisutaitojensa kehittymistä.  (Foster, 2019.) Mikäli joku oppilaista ratkaisee tehtävän nopeasti, opettajalla on hyvä olla mietittynä tehtävään luontevia laajennuksia, joilla tehtävää voidaan eriyttää ylöspäin niin, että lisätehtävä kuitenkin tuntuu oppilaasta mielekkäältä (Van de Walle ym., 2019). Tehtävissä annettavan tuen lisäksi opettajan on pidettävä yllä työrauhaa luokassa ja tuettava toimintaa pienryhmissä yleisellä tasolla. Varsinkin pienten oppilaiden kanssa opettajan tuki ryhmätyöskentelyssä korostuu. Ryhmätyöskentelyn odotusten ja sääntöjen käyminen läpi ennen varsinaisen työskentelyn aloittamista voi helpottaa opettajaan tältä suunnalta kohdistuvaa taakkaa itse työskentelyn aikana. (Palmér & van Bommel, 2015.)

Ongelmanratkaisun kautta opettamiseen kuuluu varsinaisen työskentelyn päätyttyä arviointivaihe, jossa pääpaino on tehtävään liittyvässä keskustelussa. Tässä vaiheessa opettajan tärkein tehtävä on viedä keskustelua eteenpäin kuitenkaan hoputtamatta oppilaiden matemaattista ajattelua liiaksi. Opettaja toimii aktiivisena kuuntelijana, mutta ei arvostele oppilaiden vastauksia. Lopuksi opettajan on hyvä tiivistää keskustelun anti, kerrata opitut matemaattiset käsitteet ja yhdistää juuri opittu asia johonkin jo aiemmin opittuun. (Van de Walle ym., 2019.)

### 2.2.4 Ongelmanratkaisun opettamisen apuvälineitä

Ryhmätyöskentelyn hyöty erityisesti ongelmanratkaisun oppimiselle perustuu siihen, että ryhmässä oppilaiden on opittava selittämään ja perustelemaan ratkaisujaan ja niihin johtaneita vaiheita, ja samalla he altistuvat erilaisille ratkaisustrategioille (Pressley & McCormick, 1995). Russo ja Minas (2020) havaitsivat tutkimuksessaan, että oppilaat nauttivat mahdollisuudesta työskennellä luokkatoverin kanssa ja pitivät vertaiseltaan saamaa selitystä johonkin ongelmaan usein jopa helpommin ymmärrettävänä kuin opettajan tarjoamaa ratkaisua. Ryhmässä keskustelu voi myös parantaa oppilaiden motivaatiota, sillä keskustelu vertaisten kanssa sitouttaa oppilaat tehtävään ja herättää samalla luontaista kiinnostusta sitä kohtaan. Mikäli ryhmään kehittyy hyvä yhteishenki, oppilaat alkavat välittää ryhmästään ja työskennellä sen menestyksen eteen. Ryhmätyöskentely ei kuitenkaan aina onnistu toivotusti. Jotta työskentely onnistuisi, jokaisen ryhmän jäsenen on osallistuttava toimintaan aktiivisesti. (Dolmans ym., 2001.)

Myös teknologiaa voidaan hyödyntää ongelmanratkaisun opetuksen apuvälineenä. Sen hyödyntämisen kannalta oleellisinta ei kuitenkaan ole se, mitä teknologiaa käytetään, vaan se, miten sitä käytetään (Carreira ym., 2016). Digitaaliset sovellukset tuovat mukanaan mahdollisuuden esittää ja mallintaa erilaisia ongelmanratkaisutehtäviä, mutta yhtä lailla digitaalista teknologiaa voidaan hyödyntää tehtävistä keskusteluun ja tiedon jakamiseen. Digitaalisen työkalun avulla toteutettava matemaattisen ongelman mallinnus on itsessään jo jonkinlainen ongelmanratkaisutehtävä. Oppilaan on selvitettävä, miten tehtävän voi mallintaa kuvana, millaisia parametreja siihen liittyy ja toisaalta, voidaanko parametrien muutosta mallintaa jotenkin ohjelmiston avulla. (Santos-Trigo, 2019.) Laskinten tai laskinohjelmistojen hyödyntäminen ongelmanratkaisussa perustuu siihen, että ne vapauttavat oppilaiden ajattelukapasiteettia laskutoimitusten kaavamaisesta ratkaisemisesta itse ongelmanratkaisuajatteluun (Pressley & McCormick, 1995). Teknologia mahdollistaa pääsyn internettiin ja sitä kautta lukuisiin materiaaleihin, joita voidaan hyödyntää ongelmanratkaisussa. Näitä ovat esimerkiksi erilaiset tietopankit, opetusvideot ja valmiit ongelmatehtävät. (Santos-Trigo, 2019.) Teknologiaa voidaan käyttää myös oppimisen tukemiseen, jolloin tietokoneohjelmisto voi esimerkiksi muokata tehtävät kunkin oppilaan taitotasoon sopiviksi (Kim & Hannafin, 2011).

## 2.3 Ongelmalähtöinen oppiminen

Jos opettaja opettaa uuden aiheen aina ennen harjoitustehtäviä, pääsevätkö oppilaat koskaan ratkaisemaan ongelmia? Tämä kysymys herää, mikäli ongelmanratkaisutehtävät määritellään kuten edellä, sellaisiksi tehtäviksi, joissa ratkaisija ei tiedä ennalta, miten ongelma tulisi ratkaista. (Foster, 2019.) Ongelmalähtöisen oppimisen (*engl. problem-based learning*) metodissa ajatuksena on, että matematiikan opiskelu lähtee oppilaiden taitotasoon mukautetusta ongelmasta (Andreescu ym., 2019; Westwood, 2011), jonka avulla esitellään uusi matemaattinen aihe tai käsite (Schroeder & Lester, 1989). Annetun ongelman luonne riippuu oleellisesti oppilaiden iästä, ja nuorilla oppilailla ongelma on yleensä strukturoidumpi ja siitä annetaan enemmän tietoa, kun taas vanhempien ja taitavampien oppilaiden tehtävät ovat avoimempia (Lee ym., 2017). Menetelmässä oppilaiden matematiikan oppiminen tapahtuu pääasiassa ongelmanratkaisun kautta (Schroeder & Lester, 1989).

Ongelmalähtöinen oppiminen korostaa oppilaan aktiivista roolia ja osallistumista erilaisiin projekteihin ja ongelmanratkaisuun luokassa (Araz & Sungur, 2007; O'Brien ym., 2011). Metodi perustuu Deweyn ajatukseen tekemällä oppimisesta (*engl. learning by doing*) (Demirel & Turan, 2010). Opiskeltavan asian ulkoa opettelun sijaan keskiössä on oppimisprosessi (Araz & Sungur, 2007). Menetelmän pohjalla olevista teorioista ei vallitse kirjallisuudessa täyttä yksimielisyyttä. Yhdistävänä tekijänä on kuitenkin aina oppimisen alkaminen ongelmasta, jota ennen ei annettu opetusta aiheesta. (Lee ym., 2017.)

Ongelmalähtöisen oppimisen on tutkimuksesta riippuen katsottu koostuvan noin 3–6 vaiheesta (Drake & Long, 2009; Masitoh & Fitriyani, 2018; Nurlaily ym., 2019; Wewe, 2017). Kootusti ongelmalähtöinen oppiminen voidaan tiivistää seuraavaan kolmeen vaiheeseen. Ensimmäisessä vaiheessa opettaja esittelee luokalle ongelman, jota oppilaat alkavat ratkaista. Esittelyvaiheeseen voi liittyä oppilaiden motivointia ongelmanratkaisuun (Drake & Long, 2009) ja ongelman muodostamista tehtävänannosta (Wewe, 2017). Ongelman ratkaisemista varten oppilaat voidaan jakaa ryhmiin (Nurlaily ym., 2019). Opettaja on suunnitellut ongelmanratkaisutehtävän mahdollisimman hyvin niin, että se vastaa oppilaiden taitotasoa. Tehtävän tulee olla riittävän haastava, mutta kuitenkin sellainen, johon oppilailla on tarvittavat pohjatiedot (Westwood, 2011). Usein ratkaistavat ongelmat pohjautuvat lisäksi oppilaiden arkielämän ongelmiin, jotta niiden ratkaiseminen olisi oppilaille mielekästä (Demirel & Turan, 2010). Sopivan ongelman suunnittelu voi viedä opettajalta paljonkin aikaa (Nurlaily ym., 2019).

Toinen vaihe on ongelman ratkaiseminen. Tähän vaiheeseen kuuluu esimerkiksi tiedonhakua ratkaisun aikaansaamiseksi ja se voi vaatia oppilailta jopa pienen tutkimuksen tekemistä (Drake & Long, 2009; Wewe, 2017). Keräämiensä tietojen pohjalta oppilaat tekevät suunnitelman ongelman ratkaisemiseksi ja suorittavat laskun, jonka lopputuloksena on vastaus ongelmaan (Wewe, 2017). Toisen vaiheen ongelmanratkaisuprosessin aikana opettajan rooli on toimia ohjaajana ja antaa oppilaille riittävästi tilaa ratkaista ongelmaa itsenäisesti. Toisaalta opettajan tulee myös tarjota riittävää tukea, jotta oppilaat pääsevät etenemään kohti tehtävän ratkaisua. (Nurlaily ym., 2019.)

Kolmas vaihe, joka monesti unohdetaan tai jätetään välistä ajan puutteen takia (Nurlaily ym., 2019), on ratkaisujen analysointi ja arviointi. Tätä vaihetta varten jokainen ryhmä kokoaa ratkaisunsa (Masitoh & Fitriyani, 2018). Kolmas vaihe voi olla selkeästi toista opettajajohtoisempi, mutta siinäkin oppilaiden pitäisi aktiivisesti osallistua keskusteluun (Drake & Long, 2009). Kolmannessa vaiheessa olisi tärkeää rakentaa ymmärrystä siitä, että ratkaisuun voidaan päästä useilla tavoilla, joista osa voi olla toisia tehokkaampia (Nurlaily ym., 2019; Pressley & McCormick, 1995). Lisäksi joillakin ongelmilla voi olla useita mahdollisia ratkaisuja (Cotič & Zuljan, 2009; Nurlaily ym., 2019) ja näin ollen oppilaat pääsevät keskustelemaan ratkaisuistaan ja niihin johtaneista prosesseista (Drake & Long, 2009) saaden lisäksi palautetta ratkaisuistaan (Nurlaily ym., 2019). Luokassa voidaan käydä keskustelua tehtävän kautta opitusta uudesta aiheesta ja sen muista sovelluksista (Drake & Long, 2009).

### 2.3.1 Ongelmalähtöisen oppimisen etuja

Ongelmalähtöisen oppimisen metodilla opiskelleet oppilaat ovat useissa tutkimuksissa menestyneet perinteisin menetelmin opetettua verrokkiryhmää paremmin esimerkiksi matematiikassa ja luonnontieteissä (Araz & Sungur, 2007; Cotič & Zuljan, 2009; Demirel & Turan, 2010; Uygun & Tertemiz, 2014; Wewe, 2017). Näissä tutkimuksissa perinteisillä menetelmillä on tarkoitetta opetusta, jossa oppilaat saavat ensin opettajajohtoista opetusta aiheesta ja tekevät sitten siihen liittyviä harjoitustehtäviä. Joissakin tutkimuksissa havaittiin, että oppimistulokset olivat sitä parempia, mitä pidemmälle ongelmalähtöisen oppimisen kokeilujakso oli edennyt (Masitoh & Fitriyani, 2018; Royani & Agustina, 2019). Lee ym. (2017) havaitsivat kirjallisuuskatsauksessaan, että lähes 90 prosentissa tutkimuksista, jotka vertailivat ongelmalähtöistä oppimista perinteiseen opetukseen, ongelmalähtöisen oppimisen menetelmällä opiskelleiden oppilaiden akateeminen suoriutuminen oli parempaa kuin kontrolliryhmällä. Kolmessa neljästä tutkimuksesta oppilaat vielä muistivat oppimansa tiedot ja taidot kontrolliryhmää paremmin. Lisäksi on huomionarvoista, että myös niissä tutkimuksissa, joissa ei havaittu positiivista eroa ongelmalähtöisellä oppimisella opiskelleiden oppilaiden hyväksi, oppilaat suoriutuivat vähintään samalla tasolla kuin perinteisin menetelmin opiskelleet.

Ongelmalähtöisellä oppimisella on todettu olevan oppilaiden osaamista mittaavissa testeissä näkyvän osaamisen parantumisen lisäksi lukuisia muitakin hyötyjä. Ongelmalähtöisen oppimisen on havaittu kehittävän oppilaiden kriittisen arvioinnin ja tiedonhankinnan taitoja (Araz ja Sungur, 2007). Menetelmällä opiskelleilla oppilailla oli korkeampi motivaatio ja positiivisempi asenne jakson aihetta kohtaan (Demirel & Turan, 2010; Lee ym., 2017) ja oppilaiden minäpystyvyyden kokemuksen onkin todettu parantuneet metodin soveltamisen myötä (Masitoh & Fitriyani, 2018). Menetelmä edisti uusien käsitteiden ymmärtämistä ja oppilaat osasivat soveltaa niitä verrokkiryhmää paremmin käytännössä (Lee ym., 2017). Laforce ym. (2017) selvittivät, että yli 14-vuotiailla ongelmalähtöinen oppiminen lisäsi kiinnostusta tieteen, tekniikan ja matematiikan aloja kohtaan jatko-opiskelua ajatellen. Tutkimuksessa kehotettiin kuitenkin kiinnittämään huomiota opetuksen laatuun, sillä hyötyjä ei saavuteta laaduttomalla opetuksella.

Australialainen 3.–6. luokkalaisilla tehty tutkimus selvitti oppilaiden ajatuksia ongelmalähtöisestä oppimisesta. Kaikilla tutkimukseen osallistuneilla oppilailla oli kokemusta ongelmalähtöisestä oppimisestä vähintään 65 oppitunnin ajalta. Tutkimuksessa selvisi, että 70

% oppilaista suhtautui menetelmään positiivisesti, 16 % vastasi ristiriitaisesti ja 9 % antoi negatiivisen arvion. Tyttöjen ja poikien välillä ei mielipiteissä ollut eroa, mutta nuoremmat oppilaat pitivät menetelmästä vanhempia enemmän. Useimmat menetelmästä pitäneet oppilaat kertoivat vastauksissaan, että he pitivät sen tarjoamasta haasteesta. Joistakin oppilaista menetelmä oli myös hauska, toi matematiikan oppimisen lähemmäs arkea ja mahdollisti työskentelyn omassa tahdissa. Negatiivisetkin vastaukset liittyivät usein menetelmän haastavuuteen, mutta sen sijaan, että vastaaja olisi nauttinut haasteesta, hän koki sitä olevan liikaa. (Russo ym., 2021.) Saman suuntaisia tuloksia saivat myös Russo ja Minas (2020) tutkimuksessaan, jossa tutkittiin australialaisoppilaiden mielipiteitä ongelmanratkaisua kohtaan matematiikassa. Kolme neljästä oppilaasta suhtautui ongelmanratkaisuun positiivisesti. Suurta suosiota oppilaiden keskuudessa voidaan pitää ongelmalähtöisen oppimisen soveltamisen kannalta hyvänä asiana. Ünal (2017) toteaa tutkimuksessaan, että mikäli oppilaat pitivät käytetystä opetusmenetelmästä, oli havaittavissa parempia asenteita, materiaalin parempaa tuntemusta ja lopulta parempaa akateemista suoriutumista sen oppiaineen osalta, jossa oppilaiden suosima menetelmä oli käytössä. Vastaavasti oppilaille epämieluisat opetusmenetelmät aiheuttivat pelkoja ja epämukavuutta.

### 2.3.2 Ongelmalähtöisen oppimisen haasteita

Ongelmalähtöisen oppimisen hyödyntämisen suurimpana haasteena opettajat pitivät menetelmän vaatiman suunnittelun ja sen mukaisen opetuksen vaatimaa aikaa (Akhter ym., 2015; Nurlaily ym., 2019). Osa opettajista koki myös kaikkien oppilaiden tarpeiden huomioimisen ja eriyttämisen hankalammaksi, kuin perinteisessä luentomuotoisemmassa opetuksessa (Akhter ym., 2015). Tämä saattoi johtua siitä, että opettajat kokivat, että eivät ehtineet auttaa kaikkia oppilaita tai ryhmiä, jos kyseessä oli ryhmätyö, riittävästi. Kaikkea materiaalia ei välttämättä edes ehditty käydä kaikissa ryhmissä läpi. (Nurlaily ym., 2019.) Lisäksi menetelmää hyödynnettäessä on harvinaista, että saman tyyppisiä tehtäviä ehdittäisiin harjoitella useaan kertaan, jolloin ne automatisoituisivat (Hoffman & Ritchie, 1997). Ünal (2017) kuitenkin havaitsi tutkimuksessaan, että opettajat eivät yleisesti pitäneet ryhmäkokoa, tiloja tai materiaaleja esteenä jonkin matematiikan opetusmenetelmän käytölle.

Ongelmalähtöisen oppimisen vaiheista erityisesti arviointivaihe toteutetaan toisinaan varsin suppeasti. Syynä tähän oli usein kiire päästä oppitunnilla eteenpäin. (Cumhur, 2022.) Opettajan on kuitenkin järkevää miettiä tarkkaan, onko arviointivaiheessa tarkoituksenmukaista käydä läpi kaikki mahdolliset lopputulokseen johtaneet ratkaisutavat. Turhan pitkäksi venyvä arviointi voi saada erityisesti heikommat oppilaat menettämään kiinnostuksensa. (Arikan, 2016.)

Pelkästään ongelmalähtöiseen oppimiseen perustuvaa opetusta voidaan pitää ongelmallisena, mikäli oppilailla on heikot matemaattiset taidot tai vasta vähän osaamista matematiikassa. Tällaisia ryhmiä ovat esimerkiksi koulun ensimmäisten luokkien oppilaat ja oppilaat, joilla on oppimisvaikeuksia matematiikassa. (Cotič & Zuljan, 2009; Westwood, 2011.) Ongelmalähtöistä oppimista on lisäksi tutkittu vähiten ensimmäisten luokkien oppilailla (Lee ym., 2017). Westwood (2011) esittää, että riittävä peruslaskutaitojen osaaminen ongelmalähtöisen oppimisen hyödyntämiseksi saavutettaisiin pääosin vasta yläkouluun siirryttäessä. Toisaalta ongelmalähtöisen oppimisen tutkimusta on tehty jonkin verran alakoulun 3.–6. luokilla, ja näiden tutkimusten tulokset ovat olleet positiivisia (ks. Cotič & Zuljan, 2009; Uygun & Tertemiz 2014; Wewe, 2017).

Mitä korkeampi matemaattislooginen älykkyys oppilailla oli, sitä paremmin ongelmalähtöinen oppiminen sopi heille. Matalampi matemaattislooginen älykkyys ei kuitenkaan ollut este metodin käytölle, vaikka oppilaat olisivat itse opiskelleet mieluummin perinteisillä menetelmillä, vaan sen käyttöönotto vaati vain enemmän aikaa ja vaivaa. (Wewe, 2017.) Westwood (2011) pitääkin ongelmanratkaisua erittäin pätevänä keinona juuri ylöspäin eriyttämiseen.

Riittämättömien peruslaskutaitojen lisäksi Westwood (2011) listaa ongelmalähtöisen oppimisen ongelmina ongelmatehtävien ratkaisemisen vaatiman suuren kognitiivisen kapasiteetin ja sen, että matematiikan kumulatiivinen luonne on haastavaa huomioida ongelmalähtöiseen oppimiseen pohjautuvassa opetuksessa. Jotta näiltä ongelmilta vältyttäisiin, vaaditaan opettajalta hänen mukaansa syvää ymmärrystä matematiikasta ja riittävää asiantuntijuutta menetelmän toteuttamiseen. Westwood (2011) ei kuitenkaan vastusta ongelmanratkaisun opetusta alakoulussa, vaan vierastaa ajatusta siitä, että matematiikkaa opetettaisiin ainoastaan ongelmalähtöisen oppimisen metodein. Hänestä olisi tärkeää löytää tasapaino erilaisten opetusmenetelmien välille niin, että ne muodostaisivat yhtenäisen kokonaisuuden.

Osa ongelmalähtöistä oppimista käsittelevissä tutkimuksissa havaituista ongelmista voi johtua siitä, että menetelmä oli oppilaille ja opettajalle tutkimusjakson alkaessa uusi, jolloin oppilaat eivät olleet vielä tottuneet sen käyttöön. Tämä saattoi johtaa hitaampaan etenemiseen ja hankaluuksiin menetelmän soveltamisessa sekä perinteiselle opetukselle suunnitelluissa tehtävissä. (Bostic ym., 2016; Nurlaily ym., 2019). Uusi menetelmä olisikin hyvä ottaa käyttöön vähitellen, jotta oppilailla on mahdollisuus tottua siihen (Cotič & Zuljan, 2009). Bostic ym. (2016) huomasivat tutkimuksessaan, että ongelmalähtöisessä opetuksessa opitut taidot eivät välttämättä näy samalla tavalla osaamisena, jos sitä testataan perinteisellä tiettyjen taitojen osaamisen keskittyvällä kokeella. Tutkijat suosittelevatkin käyttämään ongelmalähtöisen opetuksen rinnalla selkeää ja johdonmukaista opettajajohtoista opetusta.

## 2.4 Pólyan ongelmanratkaisumalli

Pólya (1954) jakaa teoriassaan ongelmanratkaisuprosessin neljään vaiheeseen, jotka seuraavat toisiaan ja jotka tulisi kaikki suorittaa mahdollisimman onnistuneen ongelmanratkaisuprosessin saavuttamiseksi. Nämä neljä vaihetta voidaan nimetä seuraavasti: 1. Ongelman ymmärtäminen, 2. Suunnitelman laatiminen ongelman ratkaisemiseksi, 3. Suunnitelman toteuttaminen eli laskeminen ja 4. Saadun tuloksen arviointi ja tarkastelu.

Prosessin ensimmäisessä vaiheessa oppilas tutustuu annettuun ongelmaan ja selvittää, mitä tehtävässä oikeastaan kysytään. Lisäksi oppilaan tulee selvittää tehtävänannosta, mitä ongelman ratkaisemisessa tarvittavia tietoja on annettu ja millaisesta tilanteesta tehtävässä ylipäätään on kyse. Kun oppilas on selvillä tilanteesta, pitää vielä selvittää, onko se mahdollista ratkaista. Joissakin tapauksissa voi jopa ilmetä, että tilanne on ristiriitainen tai puutteellinen, jolloin koko tehtävä muuttuu merkityksettömäksi. (Pólya, 1954.)

Suunnitelman laatiminen ongelman ratkaisemiseksi on Pólyan ongelmanratkaisumallin toinen vaihe. Toisessa vaiheessa, oppilaan tulee pohtia muun muassa seuraavia seikkoja: Onko ongelma tuttu, onko se ratkaistu ennen hieman erilaisessa muodossa, tiedetäänkö ennalta aiheeseen liittyvä ongelma tai hyödyllinen teoria. Tuttujen samankaltaisten ongelmien ja teorioiden pohjalta oppilas alkaa muodostaa suunnitelmaa ongelman ratkaisemiseksi. Prosessia voi helpottaa pilkkomalla ongelman osiin tai miettimällä, miten voisi hyödyntää jotakin tunnettua samankaltaista ongelmaa. Mikäli suunnitelmaa ei synny täytyy toisinaan palata takaisin tehtävänantoon, ja tarkistaa, puuttuuko joitakin oleellisia tietoja, tai onko koko tilanne huomioitu. (Pólya, 1954.)

Kolmannessa vaiheessa oppilas toteuttaa laatimansa suunnitelman eli käytännössä suorittaa vaadittavat laskutoimitukset. Lisäksi on tärkeää tarkistaa, että kaikki suunnitelman vaiheet on toteutettu, ja mikäli mahdollista, todistaa, että ne ovat oikein tai vaikuttavat järkeviltä. (Pólya, 1954.)

Neljäs ja viimeinen vaihe koostuu saadun tuloksen arvioinnista ja kriittisestä tarkastelusta. Vastaus tarkistetaan ja ratkaisusta voidaan keskustella. Lisäksi voidaan pohtia, onko ratkaisun saavuttamiseksi olemassa useampia tapoja ja voidaanko kehitettyä ratkaisumenetelmää hyödyntää jossakin toisessa tehtävässä. (Pólya, 1954.)

Mallia soveltaessaan opettajan on otettava huomioon, että toisinaan oppilaat tarvitsevat ratkaisun keksiäkseen paljon apua. Siksi opettajan tulisikin valmistautua vihjein ja esimerkein ongelmanratkaisua käsittelevään oppituntiin. Vihjeiden tulee olla sellaisia, joiden avulla oppilas voi itse keksiä vastauksen, eikä niiden tule olla liian helppoja tai tehdä tehtävästä ilmiselvää. Toinen seikka, joka opettajan tulee huomioida, on, että vaikka pelkkä tieto ei riitä ongelmanratkaisuun, ilman tietoa ongelmanratkaisusta tulee mahdotonta. Opettajan tulee siis tehtäviä valitessaan huomioida oppilaan aiempi tieto tehtävän ratkaisemiseen tarvittavista tiedoista ja strategioista. Lopuksi Pólya vielä korostaa, että metodin käyttöönotto vie aikaa, ja sen eteen tulee nähdä vaivaa. Jokaisen oppilaan ohjeistaminen henkilökohtaisesti vie opettajalta valtavasti aikaa, mikä saattaa muodostua ongelmaksi, jos metodi otetaan käyttöön suuressa opetusryhmässä. (Pólya, 1954.)

Tutkimusten mukaan Pólyan neljän askeleen ongelmanratkaisumallin noudattaminen johti oppilailla onnistuneeseen ongelmanratkaisuprosessiin (O’Shea & Leavy, 2013; Pressley ym., 1995). Neljän askeleen toteutumisen lisäksi tärkeää oli sopivan tasoinen ongelma. Opettajan rooli tällaisessa oppimistilanteessa oli yleensä toimia ohjaajana, joka antoi vihjeitä ja kyseli sopivia kysymyksiä, jotta oppilaat pääsisivät ratkaisuprosessissaan eteenpäin. (O’Shea & Leavy, 2013.) Simpol ym. (2017) havaitsi tutkimuksessaan, että oppilaat pitivät Pólyan ongelmanratkaisumallia hyvänä työkaluna, sillä se antaa vaihe vaiheelta ohjeita ongelmatehtävän ratkaisemiseksi.

# 3 Tutkimuskysymykset

Tutkimuksen tavoitteena on selvittää, missä määrin ongelmanratkaisun opettaminen toteutuu luokkahuoneessa, ja miten opettajan koulutustausta, koulu, luokka-aste, opetusryhmä ja opettajan asenne ongelmanratkaisua kohtaan vaikuttavat ongelmanratkaisun opetuksen toteutumiseen. Kiinnostuksen kohteena ovat myös opettajien lähestymistavat ongelmanratkaisun opetukseen ja ongelmanratkaisun opetuksessa käytetty materiaali. Lisäksi selvitetään Pólyan ongelmanratkaisumallin vaiheiden hyödyntämistä matematiikan opetuksessa 4.–9. luokilla.

Tutkimukselle on asetettu seuraavat tutkimusongelmat:

1. Missä määrin matematiikkaa 4.–9. luokilla opettavat opettajat opettavat ongelmanratkaisua matematiikan oppitunneilla ja mitkä asiat vaikuttavat siihen?
2. Millä tavoilla opettajat toteuttavat ongelmanratkaisun opetusta matematiikan oppitunneilla 4.–9. luokilla?
3. Miten Pólyan neljän askeleen ongelmanratkaisumalli näkyy ongelmanratkaisun opetuksessa matematiikan oppitunneilla?

# 4 Tutkimuksen toteuttaminen

## 4.1 Tutkittavat

Kriteerinä tutkimukseen osallistumiselle oli, että opettaja oli opettanut matematiikkaa lukuvuonna 2022–2023 vähintään yhdelle luokista 4.–9. Luokkarajausta on perusteltu edellä tässä tutkielmassa erityisesti ongelman määritelmän kautta. Lisäksi vaadittiin, että opetus oli tapahtunut kuluvana lukuvuonna, sillä opettajilta haluttiin kerätä mahdollisimman ajantasaista tietoa. Tutkittavat saivat tiedon tutkimuksesta Facebook-sovelluksen opettajille suunnatuista ryhmistä. Ryhmät olivat suljettuja, ja niihin on erikseen pyydettävä liittymislupaa. Osassa ryhmistä tämä lupa sisältää selvityksen siitä, miksi henkilön tulisi kuulua kyseiseen opettajille suunnattuun ryhmään. Muutamat opettajat saivat kyselyn myös suoraan sähköpostiinsa tutkijalta. Tiedossa ei kuitenkaan ole, ovatko tätä kautta tutkimuksen vastaanottaneet opettajat vastanneet kyselyyn. Opettajat ovat voineet jakaa tutkimuskyselyn linkkiä eteenpäin kollegoilleen, ja tieto tutkimuksesta on voinut saavuttaa vastaajan myös tätä kautta.

Kyselyyn vastasi yhteensä 48 opettajaa, joista 27 oli opettanut kuluvana lukuvuonna alakoulussa vähintään yhtä luokista 4.–6. ja loput 21 oli opettanut yläkoulussa vähintään yhtä 7.–9. luokista. Vastaajat jakaantuivat melko tasaisesti työuran kaikkiin eri vaiheisiin. Alle 5 vuotta opettajana työskennelleitä (n=13) oli kuitenkin huomattavasti enemmän kuin erittäin kokeneita 30–40 vuotta opettajan uraa tehneitä (n=2). 25 vastaajan ainoa koulutus matematiikan opettamiseen oli luokanopettajaopinnoista. Osalla vastaajista oli luokanopettajaopintojen lisäksi lisäkoulutusta matematiikasta. Koulukoon suhteen opettajat voitiin jakaa karkeasti niihin, jotka opettivat alle 300 oppilaan koulussa ja niihin, jotka opettivat yli 300 oppilaan koulussa. Osassa analyyseista on kuitenkin käytetty tarkempaa luokittelua koulukoon suhteen. Käytetty luokittelu selviää tutkimuskyselystä (liite 1).

| Tutkittavien jakauma taustamuuttujien kouluaste, koulutustausta ja koulukoko suhteen (N=48) | |
|---|---|
| yläkoulu | 21 |
| alakoulu | 27 |
| luokanopettajan koulutus | 33 |
| aineenopettajan koulutus | 15 |
| alle 300 oppilasta | 20 |
| yli 300 oppilasta | 28 |

Taulukko 1. Opettajien jakautuminen eri taustamuuttujien suhteen.

Taulukosta 1 käy tarkemmin ilmi opettajien jakautuminen tärkeimpien taustamuuttujien suhteen. Suurimmalla osalla kyselyyn vastanneista oli luokanopettajan koulutus ja alakoulussa opettavat vastasivat jonkin verran enemmän, kuin yläkoulussa opettavat. Alustat, joissa kyselyä jaettiin, ovat voineet vaikuttaa tähän jakaumaan.

## 4.2 Tiedonkeruumenetelmä

Tutkimuksen aineisto kerättiin Webropol-kyselylomakkeella maaliskuussa 2023. Kyselyä levitettiin opettajille suunnatuissa Facebook-ryhmissä. Yhteensä kysely julkaistiin kolmessa eri ryhmässä: Alakoulun aarreaitta – Ideoita ja oivalluksia opetuksen tueksi, LUMA-opetus (luonnontieteet, ympäristöoppi, matematiikka ja teknologia), Toiminnallista ja mielekästä matematiikkaa. Lisäksi muutama opettaja sai sähköpostitse pyynnön vastata tutkimukseen ja kaikkien osallistujien oli halutessaan mahdollista jakaa linkkiä kyselyyn vapaasti eteenpäin.

Tutkimusmenetelmän valintaan vaikutti pyrkimys kerätä tietoa ongelmanratkaisun opetuksesta mahdollisimman laajasti, suurelta joukolta opettajia ja useista eri kouluista. Koska tutkimuksen tarkoituksena on saada tarkempaa kuvaa siitä, missä määrin ja millä tavoin opetussuunnitelmassakin mainittu ongelmanratkaisu matematiikan opetuksessa toteutuu, oli mahdollisimman laaja otos tästäkin näkökulmasta perusteltu.

Cohen ym. (2018) mainitsee sähköisen kyselyn eduiksi mahdollisuuden tavoittaa useampia vastaajia, mahdollisuuden ohjata vastaamaan kaikkiin kysymyksiin ja siten saavuttaa laadukkaampaa dataa ja vahvemman anonymiteetin kuin perinteisessä paperikyselyssä. (Cohen ym., 2018. s. 362.) Tähän tutkimukseen liittyvässä kyselytutkimuksessa hyödynnettiin erityisesti mahdollisuutta saada mahdollisimman laadukasta dataa siltä osin, että jokaiseen kysymykseen oli pakko vastata, jos halusi päästä kyselyssä eteenpäin. Näin ollen saatiin aineisto, jossa ei ole lainkaan puuttuvia tietoja. Myös anonymiteetti on varsin vahva, sillä kyselyssä kerättiin taustatietoja ainoastaan yleisellä tasolla, eikä tutkijan tiedossa ole, ketkä kyselylinkin vastaanottaneista ovat vastanneet kyselyyn.

Cohen ym. (2018) lisää, että internetissä toteutettavan kyselyn tulisi olla lyhyempi kuin paperisen, sillä kyselyn keskeyttäminen on varsin helppoa, jos se tuntuu vaativan liikaa aikaa ja vaivaa. Samoista syistä myös vastausprosentti siihen nähden, kuinka moni kyselyn on saanut, voi jäädä matalaksi. (Cohen ym., 2018. s. 363.) Myös tähän tutkimukseen liittyvässä kyselyssä pyrittiin tekemään vastaaminen mahdollisimman helpoksi. Kysely sisälsi pelkkiä monivalintakysymyksiä ja kyselyn pituus pyrittiin saamaan sellaiseksi, että vastausaika olisi korkeintaan 10–15 minuuttia. Vastausprosentti jäi tässäkin kyselyssä internetkyselyille tyypilliseen tapaan varsin matalaksi. Vastauksia saatiin 48, mutta kyselyyn johtava linkki avattiin yhteensä 189 kertaa ja kysely jaettiin Facebook-ryhmiin, joissa oli yhteensä kymmeniätuhansia jäseniä. Voidaan siis olettaa jopa tuhansien kohderyhmään kuuluvien henkilöiden nähneen tutkimuspyynnön.

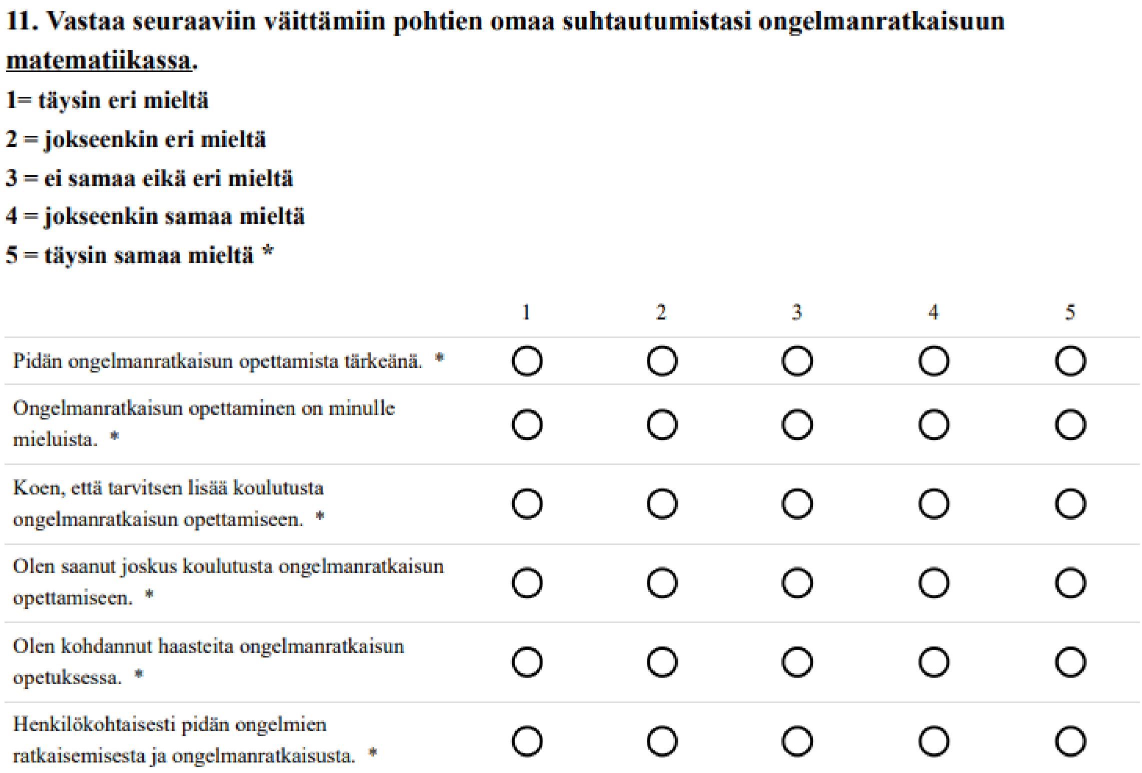
Tutkimusasetelma muodostaa poikkileikkausaineiston, koska tutkittavana on useita havaintoyksiköitä eli tutkimukseen osallistuivat opettajat ja tutkimus toteutettiin ainoastaan yhtenä mittauksena yhdellä kertaa (Laaksonen, 2018). Poikkileikkausaineisto valikoitui tutkimukseen opinnäytetyöhön liittyvien aikataulullisten syiden takia, mutta myös hyvän anonymiteetin ja matalamman osallistumiskynnyksen vuoksi.

### 4.2.1 Tutkimuskysely

Tutkimuskysely koostui opettajien taustatietoja koskevista kysymyksistä ja ongelmanratkaisuun ja sen opetukseen liittyvistä väittämistä. Yhteensä kyselyssä oli 14 kysymystä ja kysymyspatteristoa, joista 5 koski taustamuuttujia ja loput 9 ongelmanratkaisua ja sen opettamista. Suurin osa ongelmanratkaisun opettamista koskevista kysymyksistä oli laajempia kysymyspatteristoja, jotka rakentuivat useista väittämistä. Yhteensä kyselyssä oli 35 erilaista väittämää tai kysymystä ongelmanratkaisusta ja sen opettamisesta. Jokaiseen kysymykseen saatiin vastaus kaikilta osallistuneilta eli 48 opettajalta.

Tutkittavista ei kerätty varsinaisia henkilötietoja tutkimuksen yhteydessä, eikä tutkittavien henkilöllisyys ole tutkijan tiedossa. Tutkittavilta opettajilta kerättiin taustatiedot ainoastaan työkokemukseen, sen koulun kokoon, jossa he opettivat ja opetettavaan luokka-asteeseen liittyen. Nämä tiedot kerättiin anonymiteetin varmistamiseksi monivalintakysymyksillä, jossa opettaja valitsi, mihin luokkaan kuului (esim. minulla on työkokemusta 10–20 vuotta). Lisäksi kysyttiin opettajan koulutustausta monivalintakysymyksillä, joita oli halutessaan mahdollista täydentää avoimella vastauksella. Koulutuksen raportoinnissa painotettiin erityisesti matematiikan opettamiseen saatua koulutusta.

Ongelmanratkaisun opettamiseen liittyvien väittämien kohdalla vastaajat arvioivat suhdettaan niihin viisiportaisella Likert-asteikolla. Asteikon luokat oli nimetty kysymyksestä riippuen eri tavoin. Yleisesti asteikon pienet arvot kuvasivat eriävää mielipidettä tai väittämässä kuvatun metodin vähäistä hyödyntämistä. Suuret arvot kuvasivat vastaavasti vastaajan olevan samaa mieltä tai hyödyntävän metodia usein. Alla on esimerkkinä väittämistä opettajien henkilökohtaista suhdetta ongelmanratkaisuun mittaava kysymys.



**11. Vastaa seuraaviin väittämiin pohtien omaa suhtautumistasi ongelmanratkaisuun matematiikassa.**
**1= täysin eri mieltä**
**2 = jokseenkin eri mieltä**
**3 = ei samaa eikä eri mieltä**
**4 = jokseenkin samaa mieltä**
**5 = täysin samaa mieltä ***

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Pidän ongelmanratkaisun opettamista tärkeänä. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Ongelmanratkaisun opettaminen on minulle mieluista. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Koen, että tarvitsen lisää koulutusta ongelmanratkaisun opettamiseen. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Olen saanut joskus koulutusta ongelmanratkaisun opettamiseen. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Olen kohdannut haasteita ongelmanratkaisun opetuksessa. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Henkilökohtaisesti pidän ongelmien ratkaisemisesta ja ongelmanratkaisusta. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

Kuva 1. Opettajien henkilökohtaista suhdetta ongelmanratkaisuun mittaavat väittämät.

Kysymykset jakautuivat lomakkeella eri teemoihin. Varsinaisten taustatietojen työkokemuksen, koulutustaustan, koulun koon ja kouluasteen (ala- vai yläkoulu) lisäksi kartoitettiin kuudella väittämällä opettajan henkilökohtaista suhtautumista ongelmanratkaisuun ja sen opettamiseen matematiikassa. Erilaisten tekijöiden, kuten resurssien ja oppilaiden taitotason vaikutusta ongelmanratkaisun opettamiseen tutkittiin yhteensä yhdellätoista väittämällä, joiden pohjalta muodostettiin useampi summamuuttuja, jotka on kuvailtu tarkemmin aineiston käsittelyä koskevassa osiossa. Muita teemoja olivat esimerkiksi ongelmanratkaisun opetuksen lähestymistavat, käytetyt materiaalit ja opetusmenetelmät, sekä Pólyan malli. Ensimmäiseen tutkimuskysymykseen vastaamiseksi selvitettiin, **kuinka usein opettajat arvioivat opettavansa ongelmanratkaisua** matematiikan oppitunneilla ja vastaavasti, kuinka usein he arvioivat oppilaiden harjoittelevan sitä.

**Ongelmanratkaisun opetuksen toteutuksesta** (toinen tutkimuskysymys) oli kyselyssä useampia kysymyksiä. Kaksi ensimmäistä liittyivät opettajan käyttämiin opetusmateriaaleihin, menetelmiin ja tilanteisiin, joissa tämä hyödyntää ongelmanratkaisua. Ongelmanratkaisun opetustapoja selvitettiin pyytämällä opettajia merkitsemään valmiiksi kootusta ongelmanratkaisun opetuksen menetelmiä ja materiaaleja sisältävästä listasta ne menetelmät ja materiaalit, joita he itse käyttävät omassa ongelmanratkaisun opetuksessaan matematiikan oppitunneilla. Lisäksi opettajilla oli mahdollisuus lisätä kirjallisena vastauksena muita materiaaleja ja käyttämiään menetelmiä. Näiden avointen vastausten luokittelusta on kerrottu tarkemmin Aineiston käsittely -osiossa.

Toiseen tutkimuskysymykseen liittyen selvitettiin myös ongelmanratkaisun opettamisen lähestymistapojen käyttöä. Niitä arvioitiin kolmesta väittämästä koostuvalla kysymyksellä, jossa jokainen väittämä kuvasi yhtä lähestymistapaa. Opettajat vastasivat tiettyä lähestymistapaa kuvaavaan väittämään asteikolla yhdestä viiteen sen mukaan, kuinka hyvin väittämä kuvasi heidän omaa opetustaan. Lähestymistapoja kuvanneet väittämät on esitetty tarkemmin taulukossa 2.

Taulukko 2. Ongelmanratkaisun opetuksen lähestymistavat ja niitä kyselylomakkeella vastanneet väittämät.

| Ongelmanratkaisun opettamisen lähestymistapa | Väittämä |
|---|---|
| Ongelmanratkaisusta opettaminen | Opetan oppilaille ongelmanratkaisustrategioita, jonka jälkeen harjoittelemme niitä tekemällä tehtäviä. |
| Ongelmanratkaisua varten opettaminen | Opetan matematiikan perustaitoja (esim. yhtälönratkaisu, jakolasku, pinta-alan laskeminen), jotta oppilaat voisivat myöhemmin hyödyntää osaamistaan soveltavien ongelmatehtävien ratkaisemisessa |
| Ongelmanratkaisun kautta opettaminen | Aloitan uuteen aiheeseen tutustumisen ongelmasta, jonka ratkaisemiseen tarvitaan oppilaille vielä tuntematonta taitoa. Tutustumme uuteen aiheeseen ongelman avulla |

Toisen tutkimuskysymyksen osalta tutkittiin vielä muita opettajien ongelmanratkaisun opetuksessa hyödyntämiä työtapoja ja välineitä, joita mitattiin kuuden väittämän kysymyspatteristolla. Opettajat vastasivat väittämiin asteikolla yhdestä viiteen sen mukaan, kuinka usein he olivat hyödyntäneet väittämissä kuvailtuja työtapoja matematiikan opetuksessaan kuluvan lukuvuoden aikana.

Kolmas tutkimuskysymys eli **Pólyan ongelmanratkaisumallia** koskevat tiedot kerättiin viidestä väittämästä koostuneella kysymyspatteristolla. Jokaista Pólyan mallin neljää vaihetta kohti oli yksi väittämä lukuunottamatta mallin neljättä vaihetta eli arviointia ja reflektointia, johon liittyi yhteensä kaksi väittämää. Väittämien tarkemmat sanamuodot sekä myöhemmin käytettävät lyhenteet on esitetty taulukossa 3. Opettajat vastasivat väittämiin sen mukaan, kuinka paljon he kokivat huomioivansa mallin vaiheita kuvaavia asioita opetuksessaan. Vastaus annettiin asteikolla yhdestä viiteen, yhden ollessa ”en ollenkaan” ja viiden ”erittäin paljon”.

Taulukko 3. Pólyan ongelmanratkaisumallin vaihetta kyselylomakkeella kuvannut väittämä ja vaiheesta tekstissä käytettävä lyhyempi esitys.

| Väittämä | Lyhenne |
|---|---|
| Oppilaat oppivat ymmärtämään tehtävänannon. | Tehtävänannon ymmärtäminen |
| Oppilaat oppivat tekemään suunnitelman ongelmatehtävän ratkaisemiseksi. | Suunnitelman teko |
| Oppilailla on ongelmatehtävien ratkaisemiseen tarvittavat laskutaidot. | Laskutaidot |
| Oppilaat keskustelevat ongelmatehtävän ratkaisusta ja pohtivat sitä kriittisesti. | Tehtävästä keskustelu ja reflektointi |
| Oppilas osaa arvioida saamansa ratkaisun järkevyyttä. | Vastauksen arviointi |

## 4.3 Aineiston käsittely

Aineisto käsiteltiin SPSS-tilasto-ohjelmalla. Raakadata käytiin läpi mahdollisten virheiden ja puuttuvien tietojen osalta, eikä ilmeisiä virheitä tai puutteita vastauksissa löytynyt. Koulutustaustan ”jokin muu” -kohdan vastaukset koodattiin osaksi muita vastausvaihtoehtoja, sen mukaan, miten opettajan voitiin katsoa saaneen lisäkoulutusta matematiikan opettamiseen. Samoin opetusmateriaalia ja -menetelmiä koskevat avoimet vastaukset koodattiin osaksi olemassa olevia vastausvaihtoehtoja, sillä ne sopivat käytännössä samoihin kategorioihin jo valmiiden vastausvaihtoehtojen kanssa.

Aineistosta muodostettiin summamuuttujia teorian perusteella ja tutkimuksen väittämillä suoritetulla pääkomponenttianalyysillä. Pääkomponenttianalyysin perusteella muodostettiin yksi summamuuttuja. Tutkimuksen teoriaan ja aiempien tutkimusten tuloksiin perustuen muodostettiin summamuuttujat: Pólyan mallin soveltaminen, Ongelmalähtöisen oppimisen piirteet, Opetusresurssit ja Oppilaiden taitotaso.

Aineistolle suoritettiin pääkomponenttianalyysi uusien ongelmanratkaisun opetuksen taustalla vaikuttavien komponenttien löytämiseksi analyysia varten. Pääkomponenttianalyysi valikoitui menetelmäksi perinteisemmän faktorianalyysin sijaan, sillä faktorianalyysin kaikki ennakko-oletukset eivät täyttyneet. Aineiston koko jäin turhan pieneksi faktorianalyysia ajatellen, ja lisäksi kaikki muuttujat eivät olleet täysin normaalijakautuneita (Tähtinen ym., 2020).

Pääkomponenttianalyysin perusteella muodostettiin summamuuttuja ”*Ongelmanratkaisun mieluisuus opettajalle*”. Summamuuttuja muodostettiin yhteensä kolmesta väittämästä, joista laskettiin keskiarvo. Pääkomponenttianalyysissa ne pystyivät selittämään yhteensä 63 % muuttujien vaihtelusta. Reliabiliteettianalyysin perusteella summamuuttujan reliabiliteettia voidaan pitää riittävänä (α=0,704).

*Pólyan mallin soveltaminen -summamuuttuja* muodostettiin mallin vaiheita kuvanneen kysymyspatteriston avulla (ks. taulukko 3; liite 1, 13. Kuinka paljon huomioit seuraavia asioita omassa matematiikan opetuksessasi?), joka koostui Pólyan ongelmanratkaisumallin vaiheita kuvaavista viidestä väittämästä. Summamuuttujaa varten arviointivaihetta kuvaavista kahdesta väittämästä laskettiin keskiarvo, jota käytettiin arviointivaihetta kuvaavana arvona summamuuttujassa ja näin saatiin kaikkien vaiheiden huomioimiselle yhtä suuri painoarvo. Arviointivaiheelle laskettu keskiarvo laskettiin yhteen kolmen muun väittämän kanssa ja skaalattiin välille yhdestä viiteen jakamalla muuttujan arvo neljällä. Summamuuttujalle laskettiin reliabiliteetti ja Cronbachin alfaksi saatiin 0,56. Tämä on melko heikko, eikä summamuuttujaa reliabiliteettianalyysin perusteella voi pitää homogeenisena. Teorian perusteella sen sijaan voidaan katsoa väittämien mittaavan juuri Pólyan ongelmanratkaisumallin vaiheita, ja siksi summamuuttujan muodostaminen on heikosta reliabiliteetista huolimatta perusteltua. Summamuuttuja kuvaa, millä tasolla opettajat soveltavat Pólyan ongelmanratkaisumallia. Muuttujan suuri arvo kertoo kaikkien vaiheiden ahkerasta käytöstä ja huomioimisesta, kun taas muuttujan pienet arvot viittaavat siihen, että Pólyan ongelmanratkaisumalli ei ole opettajan aktiivisessa käytössä ainakaan kokonaisuudessaan.

Toinen teorian perusteella muodostettu summamuuttuja koski *Ongelmalähtöisen oppimisen piirteitä opetuksessa*. Muuttuja muodostettiin yhteensä kuudesta ongelmalähtöiselle oppimiselle tyypillistä käytäntöä kuvaavasta väittämästä. Väittämistä saadut pisteet laskettiin yhteen ja ne skaalattiin välille 1–5 ottamalla saadun yhteispistemäärän keskiarvo. Summamuuttujan suuret arvot kuvaavat opettajan hyödyntävän opetuksessaan vahvasti ongelmalähtöisiä menetelmiä, kun taas pienet arvot viittaavat siihen, että opettajan ongelmanratkaisun opetus ei ole kovin ongelmalähtöistä. Summamuuttujan samanaikaisvaliditeettia testattiin tutkimalla sen yhteyttä väittämän ”Hyödynnän ongelmalähtöistä opetusta ongelmanratkaisun opetuksessa” kanssa. Korrelaatio laaditun summamuuttujan ja kysymyksen välillä oli tilastollisesti merkitsevää ($r_s = 0{,}380$, p=0,008). Yhteys on siis voimakkuudeltaan vahvaa keskitasoa. Reliabiliteettianalyysi antoi summamuuttujalle Cronbachin alfan 0,62. Perinteisesti riittävän reliabiliteetin alarajana on pidetty Cronbachin alfan arvoa 0,70. Tähtinen ym. (2020) kuitenkin toteavat, että itselaadituissa mittareissa riittää monesti päästä arvojen 0,60 ja 0,85 välille. Ongelmalähtöistä oppimista kuvaavan summamuuttujan voidaan siis katsoa mittaavan ongelmalähtöisen oppimisen toteutumista opettajan opetuksessa melko hyvin.

Summamuuttujat muodostettiin lisäksi vielä käytössä oleville resursseille ja oppilaiden taitotasolle. *Oppilaiden taitotasoa* kuvaava muuttuja muodostettiin, koska aiemmissa tutkimuksissa on toistuvasti korostettu oppilaiden taitotason huomioimisen olevan tärkeää ongelmanratkaisutehtävien laatimisessa. Kullekin oppilaalle sopivantasoista ongelmatehtävää voidaan pitää jopa edellytyksenä ongelmanratkaisun opetuksen onnistumiselle. (Erdik, 2019; O’Shea & Leavy, 2013; Westwood, 2011.) Muuttujan avulla haluttiin tutkia, miten opettajat kokevat oppilaiden taitotason ylipäätään vaikuttavan ongelmanratkaisun opetukseen ja sen mahdollisuuksiin. Oppilaiden taitotasoa kuvaava summamuuttuja koottiin kahdesta väittämästä. Mitä suurempi muuttujan arvo on, sitä enemmän opettajat kokevat oppilaiden taidoilla olevan vaikutusta ongelmanratkaisun opetukseen.

*Opetusresursseja kuvaava väittämä* muodostettiin, koska aiemmissa tutkimuksissa on selvinnyt, että erilaiset opetuksen resurssit, kuten käytettävissä oleva aika (Akhter ym., 2015; Nurlaily ym., 2019), aikuisten määrä (Hoffman & Ritchie, 1997) ja materiaalit (Pehkonen, 2019) ovat vaikuttaneet opettajien ajatuksiin ongelmanratkaisun opetuksesta ja haluun toteuttaa sitä. Ünal (2017) sen sijaan havaitsi tutkiessaan erilaisia matematiikan opetustapoja, että ryhmäkokoja, materiaaleja ja tiloja ei nähty syyksi varsinaisesti välttää jotakin opetustapaa tai menetelmää. Opetusresursseja kuvaavaan muuttujaan otettiin mukaan yhteensä viisi väittämää. *Opetusresurssit*-summamuuttujan väittämät mittasivat esimerkiksi opettaja/aikuisresurssin riittävyyttä luokassa, ryhmäkokoa ja tuntimäärien riittävyyttä. Mitä suuremman arvon resurssimuuttuja saa, sitä enemmän resursseja tarvittaisiin ja vastaavasti mitä pienempi summamuuttujan arvo on sitä tyytyväisempiä opettajat ovat käytössään oleviin resursseihin. Summamuuttujien reliabiliteettia voidaan pitää tilastollisesti riittävänä ($\alpha > 0{,}6$). Summamuuttujien tarkempi rakenne on esitetty taulukossa 4.

Taulukko 4. Tutkimuksessa muodostetut summamuuttujat ja niiden rakenne.

| Summamuuttujan nimi | Väittämien määrä | Sisältää väittämät | Cronbachin alfa |
|---|---|---|---|
| Pólyan malli | 5 | - Oppilaat oppivat ymmärtämään tehtävänannon.<br>- Oppilaat oppivat tekemään suunnitelman ongelmatehtävän ratkaisemiseksi.<br>- Oppilailla on ongelmatehtävien ratkaisemiseen tarvittavat laskutaidot.<br>- Oppilaat keskustelevat ongelmatehtävän ratkaisusta ja pohtivat sitä kriittisesti.<br>- Oppilas osaa arvioida saamansa ratkaisun järkevyyttä. | 0,558 |
| Ongelmalähtöinen oppiminen | 6 | - Ratkaisemme tehtäviä, joihin on useita mahdollisia ratkaisuja<br>- Oppilaat työskentelevät ryhmässä ratkaistakseen ongelman<br>- Oppilaiden ratkaisemat tehtävät pohjautuvat arkisiin käytännön ongelmiin<br>- Olen eriyttänyt harjoitustehtäviä oppilaiden taitotason mukaan<br>- Oppilaat keskustelevat ongelmatehtävän ratkaisusta ja pohtivat sitä kriittisesti<br>- Aloitan uuteen aiheeseen tutustumisen ongelmasta, jonka ratkaisemiseen tarvitaan oppilaille vielä tuntematonta taitoa. Tutustumme uuteen aiheeseen ongelman avulla | 0,617 |
| Oppilaiden taitotaso | 2 | - Suuret tasoerot oppilaiden välillä heikentävät mahdollisuuksiani opettaa ongelmanratkaisua.<br>- Oppilaiden heikot taidot matematiikassa ovat este ongelmanratkaisun opettamiselle. | 0,753 |
| Opetusresurssit | 5 | - Opetan enemmän ongelmanratkaisua, jos opetusryhmän koko on pieni.<br>- Jos luokassa on heikko työrauha, opetan vähemmän ongelmanratkaisua.<br>- Jos luokassa olisi enemmän aikuisia (koulunkäynnin ohjaajia, erityisopettaja yms.) opettaisin enemmän ongelmanratkaisua.<br>- Jos matematiikan tuntien määrää lisättäisiin, opettaisin enemmän ongelmanratkaisua. | 0,700 |

| Summamuuttujan nimi | Väittämien määrä | Sisältää väittämät | Cronbachin alfa |
|---|---|---|---|
| | | - En opeta ongelmanratkaisua, koska siihen ei jää aikaa oppitunneilla. | |
| Ongelmanratkaisun mieluisuus opettajalle | 3 | - Pidän ongelmanratkaisun opettamista tärkeänä<br>- Ongelmanratkaisun opettaminen on minulle mieluista<br>- Henkilökohtaisesti pidän ongelmien ratkaisemisesta ja ongelmanratkaisusta | 0,704 |
| Kaikki summamuuttujat on skaalattu välille 1-5. N=48 kaikkien väittämien osalta. | | | |

## 4.4 Analyysimenetelmät

Tilastollisille testeille laskettiin luottamusvälit Bootstrap-estimointia käyttäen, sillä vaikka ryhmäkoko olisikin ollut riittävä perinteisen luottamusvälitarkastelun käyttämiselle, useimmissa tapauksissa ei voitu katsoa normaalijakautuneisuusoletuksen toteutuvan riittävästi, jotta luottamusvälitarkastelu näihin oletuksiin perustuen olisi mahdollista. Selkeyden vuoksi päätettiin käyttää Bootstrap-luottamusvälejä kaikkien muuttujien luottamusvälien tarkasteluun. Tässä tutkielmassa käytetty luottamusväli on aina 95 % luottamusväli, mikä tarkoittaa sitä, että mikäli otoksesta laskettu parametri laskettaisiin vastaavasti populaatiosta, tämä arvo asettuisi 95 % luotettavuudella lasketulle luottamusvälille (Tähtinen ym., 2020).

Efektikoko kertoo siitä, kuinka voimakas havaittu tilastollinen merkitsevyys on. Suuri efektikoko lisää tehdyn havainnon luotettavuutta. Useissa testeissä efektikoon mittarina käytetyn r-arvon tulkintaan käytettiin seuraavaa asteikkoa: 0,10≥pieni, 0,30≥keskisuuri ja 0,5≥suuri efektikoko. Samaa asteikkoa käytettiin Cramérin V -arvon tulkitsemiseen. (Tähtinen ym., 2020.)

Muuttujien välisten korrelaatioiden laskemiseen käytettiin Spearmanin korrelaatiokerrointa, sillä se sopii hyvin järjestysasteikollisille muuttujille. Tutkimusaineisto koostui pääasiassa viisiportaisista Likert-asteikollisista kysymyksistä. Likert-asteikko luokitellaan järjestysasteikolliseksi muuttujaksi. Aineistoa käsiteltiin kuitenkin toisinaan käytännöllisyyden vuoksi välimatka-asteikollisena. Tämä on varsin yleinen menettelytapa kasvatustieteissä (Tähtinen ym., 2020). Korrelaation tapauksessa on kuitenkin mahdollista käyttää nimenomaan järjestysasteikolliselle muuttujalle soveltuvaa menetelmää.

Keskiarvoerojen vertailuun sovellettiin epäparametrista Mann-Whitneyn U-testiä. Testi soveltuu riippumattomien ryhmien keskiarvoerojen vertailuun erityisesti silloin, kun normaalijakaumaoletus ei täyty, ja muuttujat ovat ainoastaan järjestysasteikollisia (Tähtinen ym., 2020). Tässä tutkimuksessa normaalijakaumaoletus jäikin useimpien parametrien tapauksissa täyttymättä. U-testin yhteydessä käytettiin efektikoon mittana suuretta r, joka saadaan laskemalla r = z/neliöjuuri(N) (Tähtinen ym., 2020).

Erityisesti taustamuuttujien osalta kolmen tai useamman ryhmän keskiarvoerojen vertailuun käytettiin epäparametrista Kruskal-Wallisin testiä. Testi valikoitui käytettäväksi varianssianalyysin sijasta, sillä normaalijakaumaoletus ei toteudu aineistossa riittävästi ja lisäksi muuttujan tulisi olla välimatka-asteikollinen. Kruskal-Wallisin testin yhteydessä raportoitu efektikoko laskettiin kaavalla r = z/neliöjuuri(N), jossa z saatiin normaalijakauman kertymäfunktion taulukosta (Tähtinen ym., 2020).

Luokitteluasteikollisten muuttujien keskiarvojen vertailuun käytettiin ristiintaulukointia ja sen yhteydessä khiin-neliötestiä, mikäli vaaditut kriteerit täyttyivät. Khiin-neliötesti soveltuu muuttujien välisen yhteyden tarkasteluun luokitteluasteikollisilla muuttujilla. Lisäksi teoreettisten solufrekvenssien tulee olla vähintään 1 ja vain 20 % saa olla alle 5:n. Efektikoon mitaksi laskettiin ristiintaulukoinnin yhteydessä Cramérin V -suure. (Tähtinen ym., 2020.)

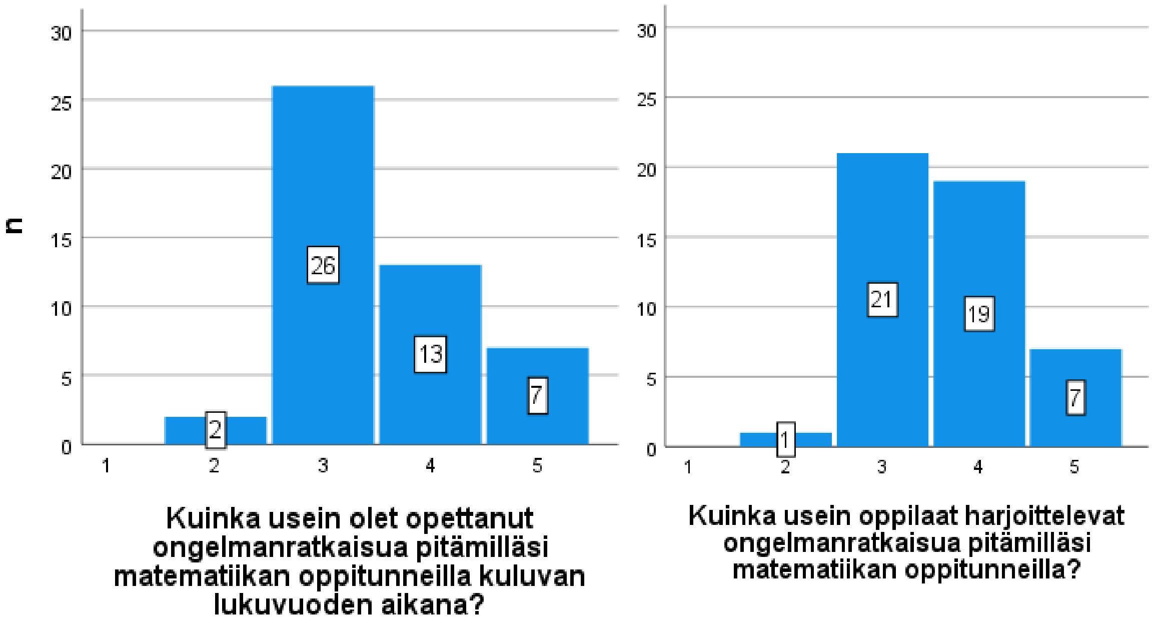
# 5 Tulokset

Tutkimuksen tulokset on jaoteltu tutkimuskysymysten mukaisesti kolmeen osaan. Ensimmäisessä osassa selvitetään, missä määrin ongelmanratkaisua opetetaan matematiikan oppitunneilla ja tutkitaan eri taustamuuttujien yhteyttä toteutuneen opetuksen määrään. Toisessa osiossa perehdytään tarkemmin ongelmanratkaisun opetuksen toteutukseen. Ensin käsitellään ongelmanratkaisun opetuksessa käytettyjä materiaaleja ja menetelmiä. Sen jälkeen tarkastellaan, millaisissa tilanteissa ongelmanratkaisun opetusta toteutetaan. Luvussa analysoidaan myös ongelmanratkaisun opetuksen eri lähestymistapojen käyttöä opetuksessa ja taustamuuttujien yhteyttä niihin. Lopuksi paneudutaan vielä yksittäisten opetustapojen käyttöön. Kolmannessa osiossa keskitytään Pólyan ongelmanratkaisumalliin ja sen toteutumiseen ja käyttöön matematiikan opetuksessa. Lisäksi yhteenvetona tarkastellaan, millaiset taustatekijät ja menetelmät ovat yhteydessä Pólyan mallin runsaampaan hyödyntämiseen.

## 5.1 Missä määrin ongelmanratkaisua opetetaan matematiikan oppitunneilla?

Kyselyssä opettajia pyydettiin arvioimaan, kuinka usein he opettavat ongelmanratkaisua pitämillään matematiikan oppitunneilla. Vastausten frekvenssijakauma selviää kuviosta 1. Kaikkien vastausten keskiarvoksi saatiin 3,52, vastausasteikon ollessa välillä 1-5. Keskiarvo sijoittuu asteikon vastausvaihtoehtojen 3=joskus ja 4=usein väliin. Kaikista kyselyyn vastanneista opettajista yli 95 % vastasi opettavansa ongelmanratkaisua vähintään joskus, eikä yksikään opettaja vastannut, että ei opettaisi ollenkaan ongelmanratkaisua. ”Opetan ongelmanratkaisua matematiikan oppitunneilla joskus” oli selvästi yleisin vastaus. Sen antoi 54 % opettajista. Vastaajista ”usein” tai ”lähes jokaisella oppitunnilla” ongelmanratkaisua opetti yhteensä 41,7 prosenttia vastaajista.

Kun opettajilta kysyttiin ”Kuinka usein oppilaat harjoittelevat ongelmanratkaisua pitämilläsi matematiikan oppitunneilla?” saatiin keskiarvoksi 3,67. Ongelmanratkaisun harjoittelua koskevan kysymyksen frekvenssijakauma on esitettynä kuviossa 1. Asteikkona oli sama 1–5, kuin ongelmanratkaisun opettamista koskevassa kysymyksessä. Vaikka yleisin vastaus oli edelleen ”joskus”, jonka valitsi 43,8 % vastanneista, vastausvaihtoehto ”Oppilaat harjoittelevat ongelmanratkaisua pitämilläni oppitunneilla usein” keräsi lähes yhtä paljon vastauksia, 39,6 %.




Kuvio 1. Missä määrin ongelmanratkaisua opetetaan ja harjoitellaan matematiikan oppitunneilla.

Ongelmanratkaisun opettamista ja harjoittelemista koskevien kysymysten välillä oli vahva positiivinen korrelaatio, $r_S$ =0,799 (p<0.001) ja Bootstrap-estimointi antoi 95 % luottamusväliksi [0,619; 0,892]. Voidaan siis todeta, että mikäli opettaja opettaa ongelmanratkaisua usein se on vahvasti yhteydessä siihen, että oppilaat harjoittelevat ongelmanratkaisua usein.

Aineistossa havaittiin suuntausta siihen, että oppilaat harjoittelivat ongelmanratkaisua useammin kuin saivat siihen varsinaista opetusta. Muuttujien jakaumien välistä eroa testattiin tarkemmin Wilcoxon testillä, joka soveltuu erityisesti kahden riippuvan muuttujan jakaumien välisen eron tutkimiseen. Testissä saatu ero voidaan tulkita tilastollisesti merkitseväksi, mutta efektikoon jäädessä pieneksi havainnolla ei ole juurikaan käytännön merkitsevyyttä. (Z=-1,941; p=0,052; r=0,22). Analyysin perusteella voidaan kuitenkin sanoa, että oppilaat harjoittelevat ongelmanratkaisua enemmän kuin saavat siihen opetusta.

Ongelmanratkaisun opettamista koskevan kysymyksen vastauksia vertailtiin ala- ja yläkoulun opettajien välillä Mann-Whitneyn U-testillä. Testin tulos (U=280,5; z= -0,069; p=0,945; r=0,14) osoittaa, että opettajan opettamalla luokka-asteella ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä siihen, kuinka usein hän opetti ongelmanratkaisua. Vastaava tulos saatiin myös koskien ongelmanratkaisun harjoittelua koskevaa kysymystä, jonka osalta Mann-Whitneyn U-testin tulos oli seuraava: U=280; z= -0,079; p=0,937; r=0,14.

Kruskal-Wallisin testillä selvitettiin, onko kyselyssä kerätyillä taustamuuttujilla (koulukoko, työkokemus tai koulutustausta) yhteyttä siihen, kuinka usein opettajat raportoivat opettavansa ongelmanratkaisua tai oppilaiden harjoittelevan sitä. Testien tuloksena saatiin, että tutkitut muuttujat eivät olleet tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä ongelmanratkaisun opetuksen tai sen harjoittelemisen määrään.

Ongelmanratkaisun opettamisen yhteyttä tarkasteltiin Kruskal-Wallisin testillä vielä ongelmanratkaisun mieluisuutta opettajalle kuvaavan summamuuttujan suhteen. Ongelmanratkaisun opettamisen mieluisuutta kuvaava summamuuttuja sai keskiarvoksi 4,42 (kh=0,61; min/maks=3/5) eli ongelmanratkaisu oli kyselyyn vastanneille opettajille pääosin melko mieluista. Ero siinä kuinka usein ongelmanratkaisua opetettiin oli eri tavalla ongelmanratkaisuun suhtautuvien opettajien välillä tilastollisesti merkitsevä: $H(2)$=7,407; p=0,025; r=0,28. Tästä voidaan päätellä, että ongelmanratkaisun mieluisuudella on positiivinen yhteys siihen, kuinka usein opettaja opettaa ongelmanratkaisua. Samanlainen yhteys saatiin myös ongelmanratkaisun mieluisuuden ja oppilaiden ongelmanratkaisun harjoittelun välillä. Kruskal-Wallisin testillä saatiin seuraavat arvot: $H(2)$=7,441; p=0,024; r=0,29. Opettajat, joille ongelmanratkaisu oli mieluista, opettivat useammin ongelmanratkaisua ja heidän oppilaansa myös harjoittelivat useammin ongelmanratkaisua.

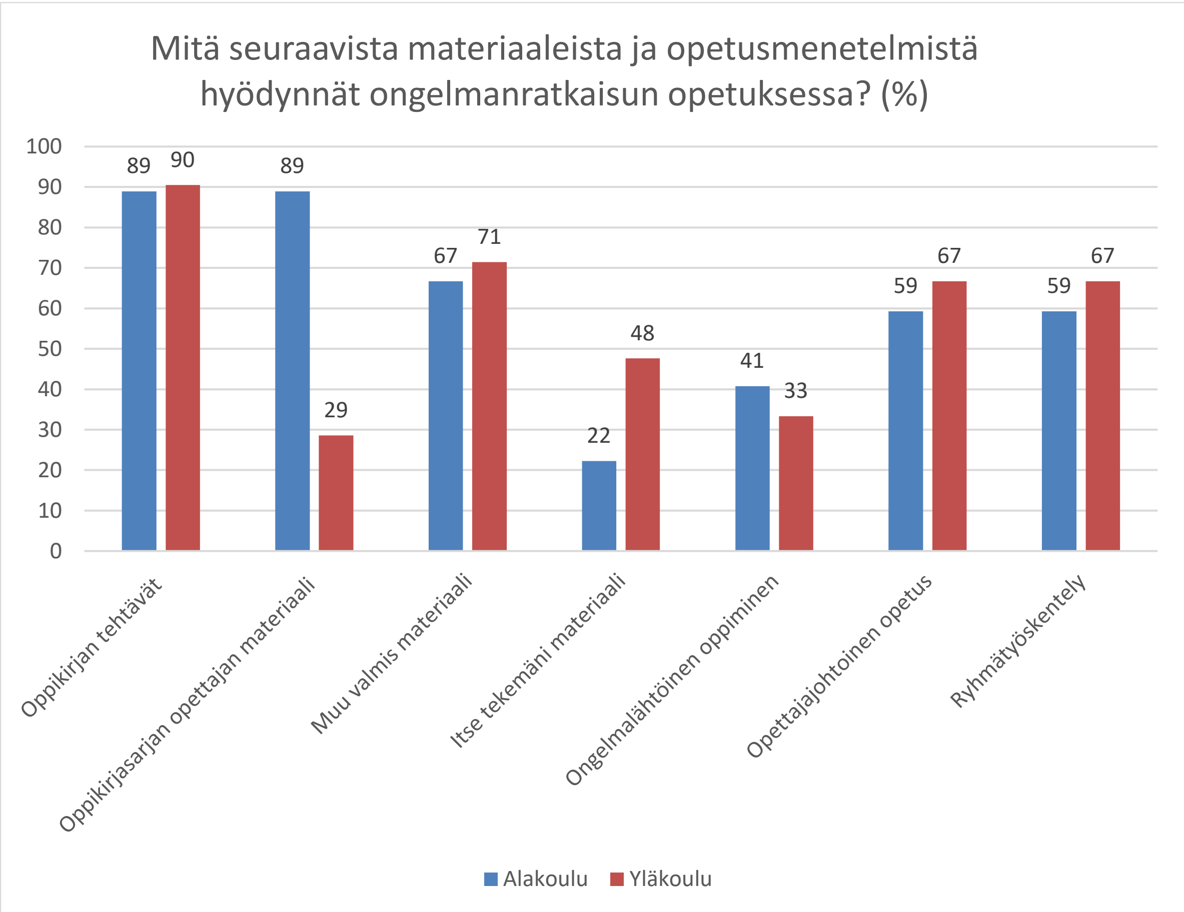
Muita mahdollisia yhteyksiä ongelmanratkaisun opetuksen määrän vaihtelulle etsittiin opetuksen resursseja kuvaavan summamuuttujan avulla. Summamuuttuja on arvoiltaan lähes normaalisti jakautunut ja keskeiset tunnusluvut ovat: ka=2,81; kh=0,86; min/max=1/5. Korrelaatioanalyysin perusteella löydettiin muuttujien väliltä positiivinen yhteys. Mitä enemmän opettaja opetti ongelmanratkaisua, sitä tyytyväisempi hän oli käytössään oleviin resursseihin ($r_s$= -0,550; p<0,001).

Oppilaiden taitotasoa mittaavan summamuuttujan avulla voitiin tutkia oppilaiden matematiikan taitojen yhteyttä ongelmanratkaisun opetukseen. Summamuuttujan arvoista nähdään, että opettajien vastaukset oppilaiden taitojen suhteen jakautuvat melko tasaisesti (ka=2,74; kh=1,13; min/max=1/5). Osa opettajista kokee, että oppilaiden heikot taidot ja tasoerot ovat esteenä ongelmanratkaisun opettamiselle, kun taas osalle ne eivät ole ongelma. Ongelmanratkaisun opettamisen ja *oppilaiden taitotaso summamuuttujan* välillä oli tilastollisesti merkitsevä negatiivinen yhteys ($r_s$ = -0,376; p = 0,009). Mitä useammin opettaja opettaa ongelmanratkaisua, sitä vähemmän hän kokee oppilaiden taitotason esteeksi ongelmanratkaisun opetukselle.

Opettajia pyydettiin vastaamaan kyselyssä väittämään ”En opeta ongelmanratkaisua, koska sen suunnitteleminen on aikaavievää.”. Väittämään saatujen vastauksien keskiarvo oli korkea 3,92. Kun laskettiin Spearmanin korrelaatiokerroin suunnittelua koskevan väittämän ja opetuksen määrän välille saatiin selville, että muuttujien välillä on juuri ja juuri tilastollisesti merkitsevää vähäistä korrelaatiota ($r_s$=-0,286; p=0,049). Opettajat, jotka pitivät suunnitteluun kuluvaa aikaa esteenä ongelmanratkaisulle, myös opettivat ongelmanratkaisua harvemmin.

## 5.2 Millä tavoilla ongelmanratkaisun opetusta toteutettiin matematiikan oppitunneilla?

Useimmat opettajat hyödynsivät useita erilaisia *materiaaleja ja menetelmiä* ongelmanratkaisun opetuksessa. Viisi seitsemästä kyselyssä listatusta vaihtoehdosta oli käytössä yli puolella kyselyyn vastanneista opettajista ja jokainen listattu materiaali oli ainakin muutaman opettajan käytössä.



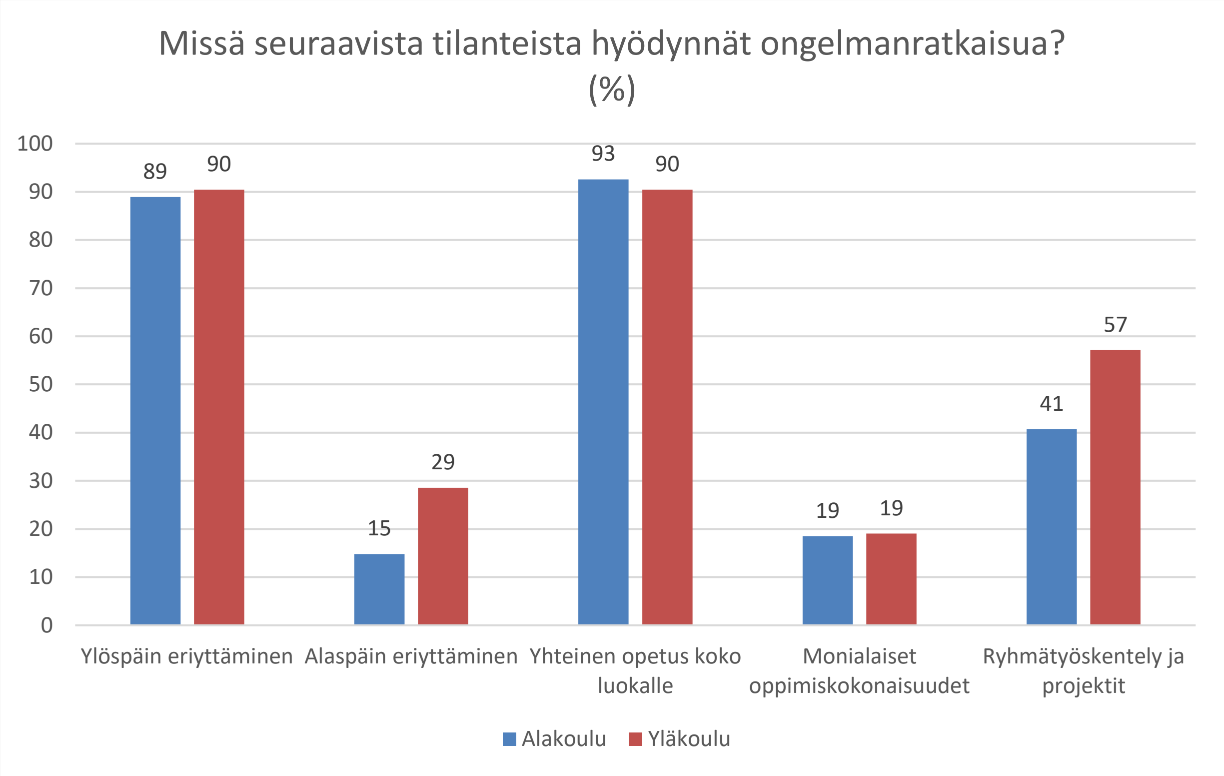

Kuvio 2. Prosentuaalinen osuus, luokiteltuna ylä- ja alakoulun opettajiin, opettajista, jotka hyödynsivät kysyttyä opetusmenetelmää.

Sekä ylä- että alakoulussa lähes kaikki opettajat olivat hyödyntäneet oppikirjan tehtäviä ja suurin osa myös muuta valmista materiaalia, kuten internetistä löytämiään tehtäviä. Vaikka oppikirjan tehtäviä hyödynnettiin ongelmanratkaisukäytössä molemmilla kouluasteilla, opettajan materiaalin osalta tilanne oli varsin erilainen. Alakoulun opettajista lähes kaikki hyödynsivät opettajan materiaalia ongelmanratkaisun opettamisessa, kun taas yläkoulun puolella opettavista alle kolmannes kertoi hyödyntävän oppikirjasarjaan kuuluvia opettajan materiaaleja.

Vähän käytettyjä materiaaleja ja menetelmiä olivat opettajien itse tekemä materiaali ja ongelmalähtöinen oppiminen. Ongelmalähtöisen oppimisen käytöstä opetuksessa saatiin tietoa myös ongelmalähtöinen oppiminen -summamuuttujan avulla (ka=3,47; kh=0,59; min/max=2,17/5,00). Summamuuttujalle lasketun keskiarvon perusteella voidaan todeta, että opettajilla on opetuksessaan keskimäärin vähintään ”jonkin verran” ongelmalähtöisen opetuksen piirteitä, vaikka suurin osa ei raportoinut käyttävänsä ongelmalähtöistä opetusta opetuksessaan ollenkaan.

Opettajan materiaalin käytön ja opetettavan luokka-asteen välillä suoritettu ristiintaulukointi ja sen yhteydessä toteutettu khiin-neliötesti ja efektikokoa mittaava Cramérin V vahvistavat opettajan materiaalin käytön erojen olevan tilastollisesti merkitseviä ja voimakkaita, kun verrataan ala- ja yläkoulun opettajia: $\chi^2(1)$ =18,337; p<0,001; Cramérin V = 0,618 (95 % luottamusväli [0,367; 0,828]). Myös opettajien itse tekemän materiaalin osalta oli havaittavissa eroa. Yläkoulun opettajista noin puolet kertoi käyttävänsä sitä ongelmanratkaisun opetuksessa, kun alakoulun opettajilla vastaava luku oli noin 20 %. Muuttujien välillä suoritetun ristiintaulukoinnin ja khiin-neliötestin perusteella ero lähestyi tilastollista merkitsevyyttä: $\chi^2(1)$ = 3,429; p=0,064; Cramérin V = 0,267).

Erilaisista *opetustilanteista* eniten ongelmanratkaisua toteutettiin ylöspäin eriyttämisen yhteydessä ja koko luokalle suunnattuna yhteisenä opetuksena. Lähes kaikki opettajat toteuttivat ongelmanratkaisua näissä tilanteissa. Vähinten ongelmanratkaisua hyödynnettiin osana alaspäin eriyttämistä. Vain 20 prosenttia kaikista opettajista oli hyödyntänyt ongelmanratkaisua eriyttäessään alaspäin. Osana monialaisia oppimiskokonaisuuksia ongelmanratkaisun opetusta hyödynsi alle viidennes kaikista opettajista.




Kuvio 3. Prosentuaalinen osuus opettajista, jotka hyödynsivät ongelmanratkaisua annetuissa tilanteissa.

Khiin neliötestin ja ristiintaulukoinnin tuloksena saatiin, että yläkoulun ja alakoulun opettajien välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevää eroa, kun vertailtiin tilanteita, joissa opettajat kertoivat hyödyntävänsä ongelmanratkaisua.

*Ongelmanratkaisun opettamisen lähestymistapojen* käyttöä kartoittavan kysymyksen osalta huomattiin, että opettajat pitivät ongelmanratkaisua varten opettamista kaikkein eniten omaa opetustaan kuvaavana ongelmanratkaisun opettamisen lähestymistapana. Ongelmanratkaisun kautta opettamista kuvaavan väittämän kohdalla opettajien vastaukset jakaantuivat melko tasaisesti. Osa opettajista piti opetustapaa hyvinkin paljon omaa opetustaan kuvaavana, mutta lähes yhtä moni ei tunnistanut omaa opetustaan väittämästä lainkaan. Ongelmanratkaisun opetuksen lähestymistapoja koskeviin väittämiin liittyvät tunnusluvut on esitelty tarkemmin taulukossa 5.

Taulukko 5. Ongelmanratkaisun opetuksen lähestymistapoihin liittyviin väittämiin liittyvät keskeisimmät tunnusluvut.

| Kuinka hyvin seuraavat lähestymistavat ongelmanratkaisun opetukseen kuvaavat omaa opetustasi? | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Väittämä | ka | 95 % luottamusväli | kh | moodi | min | max |
| Ongelmanratkaisusta opettaminen | 3,58 | [3,31; 3,85] | 0,964 | 4 | 1 | 5 |
| Ongelmanratkaisua varten opettaminen | 4,58 | [4,44; 4,73] | 0,539 | 5 | 3 | 5 |

| Kuinka hyvin seuraavat lähestymistavat ongelmanratkaisun opetukseen kuvaavat omaa opetustasi? | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ongelmanratkaisun kautta opettaminen | 2,75 | [2,42; 3,08] | 1,176 | 2&3 | 1 | 5 |

Ongelmanratkaisun opettamisen lähestymistapojen yhteyttä taustamuuttujiin testattiin Kruskal-Wallisin testillä. Kaikki kolme väittämää testattiin koulukoon, työkokemuksen, koulutustaustan, kouluasteen, ongelmanratkaisun mieluisuuden ja resurssien suhteen. Lisäksi tutkittiin lähestymistapojen yhteyttä kysymykseen ”Kuinka usein olet opettanut ongelmanratkaisua?”. Ongelmanratkaisua varten opettamista ja ongelmanratkaisusta opettamista kuvaavien väittämien osalta millään taustamuuttujalla ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä lähestymistavan käyttöön. Ongelmanratkaisun kautta opettaminen sen sijaan oli yhteydessä siihen, kuinka usein opettajat raportoivat opettavansa ongelmanratkaisua. Mitä useammin opettajat raportoivat opettavansa ongelmanratkaisua, sitä paremmin he kokivat ongelmanratkaisun kautta opettamista kuvaavan väittämän kuvaavan omaa opetustaan ($H(3)$ = 12,98; p=0,005; r=0,37). Myös ongelmanratkaisun mieluisuus opettajalle oli tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä ongelmanratkaisun kautta opettamiseen: $H(2)$=6,61; p=0,037, r=0,26. Mitä mieluisampana opettaja piti ongelmanratkaisua, sitä paremmin hän koki ongelmanratkaisun kautta opettamisen kuvaavan omaa opetustaan. Efektikoko jäi kuitenkin yhteyden osalta melko pieneksi, eli ero ei ole merkitsevyydestään huolimatta käytännössä kovin iso. Muiden testattujen muuttujien osalta yhteyttä ongelmanratkaisun kautta opettamiseen ei havaittu.

Ongelmanratkaisun opettamisen lähestymistapojen osalta suoritettiin vielä korrelaatioanalyysi väittämän ”En opeta ongelmanratkaisua, koska sen suunnitteleminen on aikaa vievää.” kanssa. Suunnittelemiseen kuluva aika ei ollut yhteydessä ongelmanratkaisua varten tai ongelmanratkaisusta opettamisen kanssa. Sen sijaan ongelmanratkaisun kautta opettaminen korreloi negatiivisesti väittämän kanssa: p=0,030; $r_s$ =-0,313. Se, että opettaja ei pidä suunnitteluun kuluvaa aikaa esteenä ongelmanratkaisulle on siis yhteydessä siihen, että opettaja kokee ongelmanratkaisun kautta opettamisen kuvaavan omaa opetustaan.

*Ongelmanratkaisussa käytettyjen työtapojen* osalta eniten opettajat olivat pyytäneet oppilasta selittämään ratkaisuprosessiaan ääneen jossakin hankalassa tehtävässä. Näin oli toiminut vähintään usein 83 prosenttia kyselyyn vastanneista opettajista. Opettajat olivat myös eriyttäneet tehtäviä melko usein, sillä tehtävien eriyttämistä oppilaiden taitotason mukaan koskevan väittämän vastausten keskiarvo oli 4,02. Alla olevassa taulukossa 6 on raportoitu tarkempia tunnuslukuja opettajien vastauksista työtapoja koskeviin väittämiin.

Taulukko 6. Kyselyssä listattuihin työtapoihin ja tehtävämuotoihin liittyvät keskeisimmät tunnusluvut.

| Kuinka usein olet hyödyntänyt seuraavia tehtävämuotoja ja työtapoja opetuksessasi kuluvan lukuvuoden aikana? | | | |
|---|---|---|---|
| Väittämä | keskiarvo | keskihajonta | min/max |
| Ääneen selittäminen | 4,23 | 0,881 | 2/5 |
| Tehtävät, joihin on useita ratkaisuja | 3,48 | 1,052 | 2/5 |
| Ryhmätyöskentely | 3,27 | 1,106 | 1/5 |
| Arkeen pohjautuvat tehtävät | 3,63 | 0,841 | 2/5 |
| Tehtävien eriyttäminen | 4,02 | 0,911 | 2/5 |
| Digitaalinen teknologia | 3,25 | 1,263 | 1/5 |

Digitaalisen teknologian hyödyntämistä ongelmanratkaisun opetuksessa tarkasteltiin vielä erikseen. Väittämään saadut vastaukset muodostivat melko tasaisen jakauman. Usein tai lähes jokaisella oppitunnilla teknologiaa hyödynsi puolet opettajista. Toisaalta oli myös opettajia, jotka eivät hyödyntäneet teknologiaa ongelmanratkaisun opetuksessa ollenkaan. Kruskal-Wallisin testissä ei havaittu tilastollisesti merkitseviä eroja teknologian käytössä minkään taustamuuttujan suhteen.

## 5.3 Miten Pólyan ongelmanratkaisumalli näkyy ongelmanratkaisun opetuksessa matematiikan oppitunneilla?

Pólyan mallin osalta selvitettiin sen käyttöä ja toteutumista opetuksessa. Mallin vaiheita koskevia väittämiä tarkasteltiin ensin yksitellen. Mallin vaiheiden käyttöä kuvaavista keskiarvoista matalin havaittiin suunnitelman tekemistä koskevassa väittämässä. Opettajat kokivat huomioivansa kaikista neljästä vaiheesta heikoiten juuri tämän väittämän. Vastausten keskiarvoksi saatiin 3,71, joka sijoittuu jonnekin vastausvaihtoehtojen ”huomioin jokin verran” ja ”huomioin melko paljon” väliin. Parhaiten väittämistä huomioitiin tehtävänannon ymmärtäminen, jonka osalta keskiarvoksi saatiin 4,48.

Mallin neljättä eli arviointivaihetta koskeva väittämä oli jaettu kahdeksi väittämäksi: ”Oppilaat keskustelevat ongelmatehtävän ratkaisusta ja pohtivat sitä kriittisesti.” ja ”Oppilas osaa arvioida saamansa ratkaisun järkevyyttä.”. Näistä kahdesta väittämästä opettajat huomioivat enemmän ratkaisun järkevyyden arviointia (ka. 4,31), kun taas tehtävän ratkaisusta keskusteleminen jäi vähemmälle huomiolle keskiarvon ollessa 3,69.

Pólyan malli -summamuuttujan keskiarvoksi saatiin 4,13, joka vastaa arviota ”huomioin melko paljon”. Pólyan ongelmanratkaisumallin vaiheet näkyvät siis opettajien mukaan opetuksessa melko paljon.

Taulukko 7. Pólyan ongelmanratkaisumallia koskeviin väittämiin liittyvät keskeisimmät tunnusluvut.

| Kuinka paljon huomioit seuraavia asioita omassa matematiikan opetuksessasi? | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Väittämä | ka | 95 % luottamusväli | kh | min/max |
| Tehtävänannon ymmärtäminen | 4,48 | [4,29; 4,65] | 0,652 | 3/5 |
| Suunnitelman teko | 3,71 | [3,46; 3,96] | 0,898 | 2/5 |
| Laskutaidot | 4,33 | [4,10; 4,52] | 0,781 | 2/5 |
| Tehtävästä keskustelu ja reflektointi | 3,69 | [3,42; 3,94] | 0,971 | 2/5 |
| Vastauksen arviointi | 4,31 | [4,13; 4,50] | 0,624 | 3/5 |
| Arviointiväittämien summamuuttuja | 4,00 | [3,81; 4,20] | 0,668 | 2,5/5,0 |
| Pólyan malli summamuuttuja | 4,13 | [3,99; 4,26] | 0,496 | 3,13/5,00 |

Kruskal-Wallisin testillä tutkittiin Pólyan malli -summamuuttujan yhteyttä taustamuuttujiin: työkokemus, koulukoko, kouluaste, koulutustausta ja ongelmanratkaisun mieluisuus. Pólyan mallin käytössä ei ollut testin perusteella tilastollisesti merkitsevää eroa minkään taustamuuttujan suhteen.

Vaikka tutkittujen taustamuuttujien ei havaittu olevan yhteydessä Pólyan mallin käyttöön, löytyi ongelmanratkaisun opettamisen ja Pólyan mallin käytön väliltä kuitenkin tilastollisesti merkitsevä korrelaatio. Spearmanin korrelaatiokertoimeksi saatiin $r_S$=0,299; p=0,039. Sillä, kuinka kokonaisvaltaisesti opettaja toteuttaa Pólyan ongelmanratkaisumallia oli yhteys siihen, kuinka usein opettaja opettaa ongelmanratkaisua.

Pólyan mallin käyttö ei korreloinut tilastollisesti merkitsevästi minkään opetusmateriaalin tai menetelmän käytön kanssa. Merkittävää korrelaatiota ei ollut havaittavissa myöskään minkään ongelmanratkaisun opetuksen lähestymistavan kanssa.

Pólyan mallin käyttö korreloi selvästi useiden kyselyssä aiemmin kartoitettujen työtapojen ja tehtävämuotojen kanssa. Pólyan mallia kokonaisvaltaisesti hyödyntävät opettajat käyttivät opetuksessaan myös tehtäviä, joissa oli useita ratkaisuja, ääneen selittämistä, ryhmätyöskentelyä ja arkeen pohjautuvia ongelmia. Tehtävien eriyttämisen ja digitaalisen teknologian hyödyntämisen osalta tilastollisesti merkitsevää korrelaatiota ei havaittu. Merkitsevät korrelaatiot on esitetty tarkemmin taulukossa 8.

Taulukko 8. Pólyan mallin käytön yhteys työtapoihin ja tehtävämuotoihin.

| Pólyan malli -summamuuttujan korrelaatio erilaisten työtapojen ja tehtävämuotojen kanssa | | |
|---|---|---|
| työtapa/tehtävämuoto | p-arvo | Spearmanin korrelaatiokerroin |
| Ääneen selittäminen | 0,013 | 0,356 |
| Tehtävät, joihin on useita ratkaisuja | 0,009 | 0,376 |
| Ryhmätyöskentely | 0,037 | 0,302 |
| Arkeen pohjautuvat tehtävät | 0,003 | 0,417 |

Kaikki korrelaatiot olivat efektikooltaan keskisuuren ja suuren välissä, joten niillä voidaan sanoa olevan käytännön merkitsevyyttä. Korreloivista työtavoista ryhmätyö, useat eri ratkaisuvaihtoehdot ja arkeen pohjautuvat tehtävät linkittyvät Pólyan ongelmanratkaisumallin kuvaukseen. Esimerkiksi tehtävät, joihin on useita mahdollisia ratkaisuja, mainitaan viimeisessä eli arviointivaiheessa. Ryhmätyöskentely ja arkeen pohjautuvat tehtävät ovat tyypillisiä myös ongelmalähtöiselle oppimiselle. Ääneen selittämisen osalta näyttää siltä, että opettajat, jotka ovat omaksuneet Pólyan mallin käyttävät myös ääneen selittämistä aktiivisesti tukeakseen oppilaan ongelmanratkaisuprosessia.

# 6 Pohdinta

Tässä tutkimuksessa analysoitiin ongelmanratkaisun opetuksen määrää peruskoulun 4.–9. luokilla matematiikan oppitunneilla, opetuksessa käytettyjä materiaaleja ja menetelmiä, sekä niiden yhteyttä opettajaan ja kouluun liittyviin taustamuuttujiin. Lopuksi tutkittiin Pólyan ongelmanratkaisumallin hyödyntämistä matematiikan oppitunneilla ja siihen yhteydessä olevia tekijöitä. Opettajakyselyyn vastasi yhteensä 48 ala- ja yläkoulun opettajaa. Tutkimuskysymyksiin vastattiin määrällisen tutkimuksen menetelmin SPSS-tilasto-ohjelmalla.

Tutkimuksen tulokset osoittavat, että ongelmanratkaisua opetetaan matematiikan oppitunneilla kiitettävästi, sillä yli 95 % kyselyyn vastanneista opettajista ilmoitti opettavansa ongelmanratkaisua vähintään joskus. Ongelmanratkaisun harjoittelun osalta tulos oli samankaltainen, mutta kiinnostavaa oli, että opettajat raportoivat oppilaiden harjoittelevan ongelmanratkaisua useammin, kuin he raportoivat opettavansa sitä. Tulosten perusteella vaikuttaa siltä, että opettajat ovat alkaneet omaksua ongelmanratkaisun yhdeksi matematiikan opetuksen osa-alueeksi ja sen opetus on lisääntynyt (vrt. Pehkonen, 2007). Tätä kehitystä on voinut tukea myös ongelmanratkaisulle opetussuunnitelmassa annettu suuri painoarvo. Tähän päätelmään on kuitenkin suhtauduttava varauksella, sillä kyseessä ei ole pitkittäistutkimus ja ongelmanratkaisun opetuksen määrä perustui opettajien omaan arvioon.

Ongelmanratkaisun opettamisen määrään oli positiivisesti yhteydessä ongelmanratkaisun mieluisuus opettajalle. Tämä on linjassa Pehkosen (2019) tutkimuksen kanssa, joka toteaa, että opettajan tulee olla innostunut opetusmenetelmästä, jotta se todella toimisi. On mahdollista, että ongelmanratkaisusta innostuneet opettajat kokevat ongelmanratkaisun opetuksen toimivammaksi menetelmäksi, kuin ongelmanratkaisusta vähemmän pitävät, ja opettavat siksi enemmän ongelmanratkaisua. Opettajaan ja kouluun liittyvien taustamuuttujien, kuten koulutustaustan, työkokemuksen, luokka-asteen tai koulukoon osalta ei havaittu yhteyttä ongelmanratkaisun opetuksen määrään. Tuloksista kuitenkin selvisi, että ongelmanratkaisua opettavat opettajat olivat muita tyytyväisempiä käytössään oleviin resursseihin. Samoin kuin aiemmissa tutkimuksissa, myös tässä tutkimuksessa havaittiin, että opettajat kokivat suunnitteluun kuluvan ajan esteeksi ongelmanratkaisun opettamiselle (ks. Akhter ym., 2015; Nurlaily ym., 2019). Tästä voidaan päätellä, että ongelmanratkaisua useammin opettaneet opettajat eivät kokeneet suunnitteluun kuluvaa aikaa tai muita nykyisiä resurssejaan rajoitteiksi ongelmanratkaisun opettamiselle. Sitä, oliko heillä mahdollisesti käytössään enemmän resursseja tai olivatko he keksineet keinon vähentää ongelmanratkaisun opetuksen suunnitteluun kuluvaa aikaa, tutkimus ei kerro.

Tuloksista nähtiin myös, että opettajat, jotka raportoivat opettavansa enemmän ongelmanratkaisua eivät pitäneet oppilaidensa heikkoa taitotasoa esteenä ongelmanratkaisun opettamiselle. Wewe (2017) esittää tutkimuksessaan, että matalampi matemaattislooginen älykkyys ei tosiaankaan ole este ongelmanratkaisun oppimiselle, mutta tällaiset oppilaat saattavat vierastaa ongelmanratkaisutehtäviä ja suosia perinteisempiä vaihtoehtoja etenkin, jos he eivät ole tottuneet ongelmanratkaisuun. Tämä tutkimus on linjassa Wewen (2017) tutkimuksen kanssa, sillä oppilaat, joiden opettaja raportoi opettavansa ongelmanratkaisua usein, ovat luonnollisesti tottuneita menetelmään, eikä heikommasta taitotasosta näin ollen ole vastaavaa haittaa, kuin menetelmään tottumattomilla oppilailla.

Toinen tutkimuskysymys koski ongelmanratkaisun opetuksen toteutustapoja. Tutkimuksessa selvisi, että opettajat suosivat ongelmanratkaisua opettaessaan valmiita materiaaleja kuten oppikirjan tehtäviä. Itse laatimiaan tehtäviä hyödynsi vain 33 % opettajista. Saman suuntaisen tuloksen raportoi myös Erdik (2019), jonka mukaan yli puolet opettajista ei laatinut ongelmatehtäviä itse. Ongelmanratkaisun opetuksessa käytetyistä opetustavoista opettajajohtoista opetusta käytti reilu 60 % vastaajista. Sen sijaan ongelmalähtöinen opetus ei ollut erityisen suosittu opetustapa ja sitä hyödynsi 37,5 % kaikista kyselyyn vastanneista opettajista. Ongelmalähtöisen oppimisen summamuuttujalle saatu keskiarvo 3,47/5 kertoo kuitenkin, että opettajilla on käytössään jonkin verran ongelmalähtöiselle oppimiselle tyypillisiä piirteitä. Toisin sanoen menetelmän kokonaisvaltainen käyttöönotto ei välttämättä olisi monellekaan opettajalle suuri muutos nykyisiin käytäntöihin. Tarkempia syitä, sille, miksi ongelmalähtöistä opetusta ei toteutettu laajemmin, kuten opettajien asenteita ongelmalähtöistä opetusta kohtaan tai heidän tietämystään ongelmalähtöisen oppimisen menetelmästä, ei kuitenkaan selvitetty tässä tutkimuksessa.

Lähes kaikki opettajat olivat hyödyntäneet ongelmanratkaisua osana ylöspäin eriyttämistä eli silloin, kun oppilaalle kaivataan lisää haastetta opiskeltavaan aiheeseen. Alaspäin eriyttämisen osalta tilanne oli toinen, ja sitä oli tehnyt vain noin 20 prosenttia vastaajista. Monikaan opettaja ei siis nähnyt ongelmanratkaisua keinona yksinkertaistaa, kerrata tai helpottaa käsiteltävää aihetta. Tämä kertoo siitä, että opettajat mieltävät ongelmanratkaisun selvästi paremmin ylöspäin eriyttämiseen sopivaksi (vrt. Westwood, 2011).

Ongelmanratkaisun opetuksen lähestymistapojen osalta ongelmanratkaisua varten opettaminen oli eniten opettajien opetusta kuvaava lähestymistapa. Tämä oli odotettu tulos, sillä opettajat raportoivat hyödyntävänsä paljon oppikirjan valmiita materiaaleja ja tehtäviä. Ongelmanratkaisua varten opettaminen onkin yleisin lähestymistapa ongelmanratkaisuun oppimateriaaleissa (Schroeder & Lester, 1989). Suurin osa opettajista piti ongelmanratkaisun kautta opettamista vähiten omaa opetustaan kuvaavana. Ongelmanratkaisun kautta opettamisen osalta vastauksissa havaittiin kuitenkin selkeää hajontaa. Pehkonen (2007) mainitsee ongelmanratkaisun kautta opettamisen käytön suurimmaksi esteeksi sen, että opettajat kokevat opetuksen suunnittelun vaatiman työmäärän liian suureksi. Tässä tutkimuksessa saatiin samankaltainen tulos, sillä suunnitteluun käytetyn ajan pitäminen ongelmanratkaisun opetuksen esteenä oli yhteydessä siihen, että opettaja hyödynsi vähemmän ongelmanratkaisun kautta tapahtuvan ongelmanratkaisun opetuksen lähestymistapaa. Tuloksista oli havaittavissa, että suurin osa opettajista piti useampaa kuvausta ongelmanratkaisun opetuksen lähestymistavoista ainakin jossain määrin omaa opetustaan kuvaavana. Oppilaiden opiskelun optimaalisen tukemisen kannalta toivottavaa on, että opettajat hyödyntäisivät opetuksessaan kunkin lähestymistavan parhaat puolet (Schroeder & Lester, 1989).

Kyselyssä listatuista työtavoista eniten käytetty oli selvästi ratkaisun selittäminen ääneen. Saman kaltaiseen tulokseen päädyttiin myös OECD:n (2016) kyselyssä oppilaille. Opettajat ovat siis selvästi havainneet oman ratkaisuprosessin selittämisen olevan hyvä työkalu ongelmanratkaisussa. Pressley ja McCormick (1995) suosittelevat ryhmätöiden tekemistä juuri siitä syystä, että oppilas joutuu tällöin selittämään ääneen omaa ratkaisuprosessiaan. Opettajat raportoivat oppilaiden ratkaisevan ongelmia ryhmissä keskimäärin ”joskus” lukuvuoden aikana, mikä heijastelee myös sitä, kuinka usein ongelmanratkaisua opetettiin. Kyselyyn vastanneista opettajista 60 % kertoi käyttävänsä ryhmätyöskentelyä opetusmenetelmänä ongelmanratkaisun yhteydessä. Tämä on huomattavasti enemmän kuin oppilaiden PISA 2012 -kyselyssä raportoima tulos, jonka mukaan ongelmanratkaisu pienryhmissä oli opetusmetodina käytössä vain viidenneksellä opettajista. Koska vaihtelu ryhmätyöskentelyn roolista ongelmanratkaisun opetuksessa oli suurta, on mahdollista, että oppilaat ovat aliarvioineet kyseisen menetelmän käyttöä PISA-kyselyssä, kun taas tämän tutkimuksen tavoittamat opettajat ovat voineet aiheeseen liittyvän kiinnostuksensa vuoksi käyttää metodia enemmän.

Kolmas tutkimuskysymys koski Pólyan ongelmanratkaisumallin käyttöä ongelmanratkaisun opetuksessa. Tulosten mukaan mallin vaiheita hyödynnettiin opetuksessa kaiken kaikkiaan melko paljon. Vähimmälle huomiolle jäivät suunnitteluvaihe sekä tehtävästä ja ratkaisusta keskusteleminen, joka on osa arviointivaihetta. Eniten opettajat korostivat ensimmäistä tehtävänannon ymmärtämiseen tähtäävää vaihetta. Tulos heijastelee vuoden 2012 PISA-kokeen ongelmanratkaisun osaamisen arviointia, jonka tulokseksi saatiin, että eniten haasteita suomalaisille oppilaille tuottivat tiedon esittäminen ja vastauksen kriittinen tarkastelu (Opetus- ja kulttuuriministeriö 2013). Tiedon esittäminen voidaan rinnastaa ratkaisun suunnitteluun, sillä suunnitelma voi sisältää esimerkiksi kuvia ja kuvaajia, jotka esittelevät ja jäsentävät tehtävää helpommin ratkaistavaan muotoon. Vastauksen kriittisen tarkastelun osalta voidaan todeta, että tutkimuksessa havaittiin opettajien pyrkivän ainakin ohjaamaan oppilaitaan tarkastelemaan saamansa ratkaisun järkevyyttä. Lopputuloksen lisäksi tulisi kuitenkin tarkastella myös koko ratkaisuprosessia, jotta Pólyan mallin neljäs vaihe toteutuisi. Opettajat, jotka hyödynsivät Pólyan mallia kokonaisvaltaisesti opettivat enemmän ongelmanratkaisua.

Tutkimuksen perusteella ongelmanratkaisun opetuksen kehittämiseksi on tärkeää panostaa opettajan materiaalien ja oppikirjan ongelmanratkaisutehtävien laatuun, sillä suurin osa opettajista perustaa ongelmanratkaisunopetuksensa juuri näiden materiaalien pohjalle. Opettajat laativat tehtäviä itse varsin vähän, mutta TIMSS-tutkimuksessa havaitusta trendistä hieman poiketen (Vettenranta ym., 2020 A). Alle puolet opettajista (44 %) kaipasi lisäkoulutusta ongelmaratkaisun opettamiseen ja erittäin paljon sitä koki tarvitsevansa vain kahdeksan prosenttia vastaajista. Voikin olla, että itse tehtyjen tehtävien vähäisyys liittyy osaamista enemmän käytettävissä olevaan suunnitteluaikaan. Tämä seikka korostaa entisestään laadukkaan valmiin materiaalin tärkeyttä.

Tutkimuksen rajoitukset liittyvät erityisesti kyselytutkimukseen vastanneeseen tutkittavien joukkoon. Otos jäi melko pieneksi, mikä voi hankaloittaa tilastollisesti merkitsevien erojen havaitsemista, vaikka ne olisivat populaatiossa. Otoskoko pyrittiin kuitenkin huomioimaan käytettyjen tilastollisten testien valinnassa. Otoksen osalta ei myöskään ole sataprosenttista taetta siitä, että kaikki kyselyyn vastanneet ovat todellisuudessa kuuluneet sen kohderyhmään. Tämä heikkous mahdollisti kuitenkin kyselyn laajemman levittämisen ja samalla täyden anonymiteetin vastaajille. Myös joidenkin summamuuttujien heikohko reliabiliteetti on syytä ottaa huomioon tuloksia yleistettäessä. Tulosten osalta todettakoon vielä, että on todennäköistä, että kyselyyn vastanneet opettajat ovat suurimmilta osin olleet kiinnostuneita kyselyn aiheesta, koska he ovat päättäneet osallistua tutkimukseen. Täten on mahdollista, että tutkimustulokset esimerkiksi opettajien kiinnostuksesta ongelmanratkaisua kohtaan ja ongelmanratkaisun käytöstä opetuksessa ovat liioiteltuja. Näihin rajoituksiin vastaamiseksi tulisi suorittaa uusi tutkimus suuremmalla otoksella ja systemaattisemmalla otantamenetelmällä.

Jatkossa olisi tärkeää tutkia tarkemmin opettajien luokassaan toteuttamaa ongelmanratkaisun opetusta ja tunnistaa sen mahdollisia ongelmakohtia. Tässä tutkimuksessa käsiteltiin hyvin rajallista määrää ongelmanratkaisun opettamisen määrään vaikuttavia tekijöitä, joten niitä olisi syytä kartoittaa laajemmin. Kiinnostavaa olisi myös tutkia tarkemmin juuri ongelmalähtöistä opetusta ja syitä sen käytölle tai käyttämättömyydelle opetuksessa. Koska opettajien oman kiinnostuksen ongelmanratkaisua kohtaan todettiin olevan varsin vahvasti yhteydessä ongelmanratkaisun opetukseen, voitaisiin jatkossa selvittää mahdollisuutta tarjota opettajille koulutusta aiheesta, ja toisaalta selvittää, mistä kiinnostus tai vastaavasti ongelmanratkaisun vierastaminen kumpuaa. Pólyan ongelmanratkaisumallin osalta olisi hyvä tutkia vaiheiden erilaisia toteutustapoja, joita opettajat käyttävät oppitunneillaan ja näin saada tietoa toimivista käytänteistä.

## Lähteet


Akhter, N., Akhtar, M. & Abaidullah, M. (2015). The Perceptions of High School Mathematics Problem Solving Teaching Methods in Mathematics Education. *Bulletin of Education and Research, 37*(1).

Andreescu, T., Cordeiro, K. & Andreescu, A. (2019). *Awesome math: Teaching mathematics with problem based learning*. John Wiley & Sons, Incorporated.

Araz, G. & Sungur, S. (2007). Effectiveness of problem-based learning on academic performance in genetics. *Biochemistry and Molecular Biology Education, 35*(6):448–451. https://doi.org/10.1002/bmb.97

Arikan, E. E. (2016). Prospective Teachers’ Beliefs about Problem Solving in Multiple Ways. *Universal Journal of Educational Research, 4*(7), 1727–1733.

Bostic, J. D., Pape, S. J. & Jacobbe, T. (2016). Encouraging Sixth-Grade Students’ Problem-Solving Performance by Teaching through Problem Solving. *Investigations in Mathematics Learning, 8*(3), 30–58. https://doi.org/10.1080/24727466.2016.11790353

Carreira, S., Jones, K., Amado, N., Jacinto, H. & Nobre, S. (2016). *Youngsters solving mathematical problems with technology: the results and implications of the Problem@Web project*. Springer. https://doi-org.ezproxy.utu.fi/10.1007/978-3-319-24910-0

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (8th ed.). Routledge.

Cotič, M. & Zuljan, M. V. (2009). Problem-based instruction in mathematics and its impact on the cognitive results of the students and on affective-motivational aspects. *Educational Studies, 35*(3), 297–310. https://doi.org/10.1080/03055690802648085

Cumhur, F. (2022). Pre-service teachers’ approaches to guiding students in problem solving process. *Problems of Education in the 21st Century, 80*(1), 144–161. https://doi.org/10.33225/pec/22.80.144

Demirel, M. & Turan, B. A. (2010). The effects of problem based learning on achievement, attitude, metacognitive awareness and motivation. *Hacettepe universitesi egitim fakultesi dergisi-Hacettepe university journal of education,* (38), 55–66.

Dolmans, D. H. J. M., Wolfhagen, I. H. A. P., Van Der Vleuten, C. P. M. & Wijnen, W. H. F. W. (2001). Solving problems with group work in problem-based learning: hold on to the philosophy. *Medical Education, 35*(9), 884–889. https://doi.org/10.1046/j.1365-2923.2001.00915.x

Drake, K. N. & Long, D. (2009). Rebecca's in the dark: A comparative study of problem-based learning and direct instruction/experiential learning in two 4th-grade classrooms. *Journal of Elementary Science Education, 21*(1), 1–16.

Erdik, C. (2019). Investigation of mathematics teachers' opinions about problem posing. *IndoMS-Journal on Mathematics Education, 10*(1), 1–19. https://doi.org/10.22342/jme.10.1.5464.1-20

Foster, C. (2019). The fundamental problem with teaching problem solving. *Mathematics Teaching,* (265), 8–10. https://www.proquest.com/trade-journals/fundamental-problem-with-teaching-solving/docview/2199824832/se-2

Haapasalo, L. (2004). Ongelmanratkaisukulttuuri konstruktivismin peruselementtinä. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), *Matematiikka - näkökulmia oppimiseen ja opettamiseen (2. uud. p.)*. (s. 84–99). Jyväskylän yliopisto.

Hoffman, B. & Ritchie, D. (1997). Using multimedia to overcome the problems with problem based learning. *Instructional Science, 25*(2), 97–115. https://doi.org/10.1023/a:1002967414942

Kim, M. C. & Hannafin, M. J. (2011). Scaffolding problem solving in technology-enhanced learning environments (TELEs): Bridging research and theory with practice. *Computers and Education, 56*(2), 403–417. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2010.08.024

Kusumadewi, C. A. & Retnawati, H. (2020). Identification of elementary school students' difficulties in mathematical problem-solving. *Journal of Physics: Conference Series*, *1511*(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1511/1/012031

Kyllönen, S.  & Nissinen, K. (2014). *PISA 12. Suomalaisnuorten ongelmanratkaisutaidot*. Opetus- ja kulttuuriministeriö. http://urn.fi/URN:ISBN:978-952-263-299-9

Laaksonen, S. (2018). *Survey Methodology and Missing Data Tools and Techniques for Practitioners* (1st ed. 2018.). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-79011-4

Laforce, M., Noble, E. & Blackwell, C. (2017). Problem-based learning (PBL) and student interest in STEM careers: The roles of motivation and ability beliefs. *Education Sciences, 7*(4). https://doi.org/10.3390/educsci7040092

Lee, M., Rillero, P., Merritt, J. & Kinach, B. M. (2017). Problem-Based Learning in K-8 Mathematics and Science Education: A Literature Review. *Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning, 11*(2). https://doi.org/10.7771/1541-5015.1674

Leppäaho, H. (2018). Ongelmanratkaisun opettamisesta. Teoksessa J. Joutsenlahti, P. Räsänen, & H. Silfverberg (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Niilo Mäki Instituutti.

Masitoh, L. F. & Fitriyani, H. (2018). Improving students' mathematics self-efficacy through problem based learning. *Malikussaleh Journal of Mathematics Learning, 1*(1), 26–30. https://doi.org/10.29103/mjml.v1i1.679

Nurjamaludin, M., Gunawan, D., Adireja, R. K. & Alani, N. (2021). Realistic Mathematics Education (RME) approach to increase student's problem solving skill in elementary school. *Journal of Physics: Conference Series*, *1987*(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1987/1/012034

Nurlaily,V.A., Soegiyanto, H. & Usodo, B. (2019). Elementary school teacher's obstacles in the implementation of problem-based learning model in mathematics learning. *IndoMS-Journal on Mathematics Education, 10*(2), 229–238. https://doi.org/10.22342/jme.10.2.5386.229-238

O'Brien, T. C., Wallach, C. & Mash-Duncan, C. (2011). Problem-Based Learning in Mathematics. *The Mathematics Enthusiast, 8*(1-2), 147–160. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1209

OECD. (2016). *Ten Questions for Mathematics Teachers… and How PISA Can Help Answer Them*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/9789264265387-en.

Opetus- ja kulttuuriministeriö. (2013). *PISA12 Ongelmanratkaisutaitojen arviointi suomalaiset oppilaat menestyivät hyvin*. https://okm.fi/documents/1410845/4085481/PISA+12+ongelmanratkaisu.pdf/e3648d19-152b-46bb-952d-50f855221e91/PISA+12+ongelmanratkaisu.pdf?t=1486390946000

O'Shea, J. & Leavy, A. M. (2013). Teaching mathematical problem-solving from an emergent constructivist perspective: the experiences of Irish primary teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*(4), 293–318. https://doi.org/10.1007/s10857-013-9235-6

Palmér, H. & van Bommel, J. (2015). How to solve it: Students' communication when problem solving in groups. Teoksessa H. Silfverberg, T. Kärki, & M. Hannula (toim.), *Nordic research in mathematics education: proceedings of NORMA14, Turku, June 3-6, 2014* (s. 329–338). University of Turku, Department of Teacher Education.

Pehkonen, E. (2007). Problem solving in mathematics education in Finland. *WG2, Topic, 8*(9).

Pehkonen, E. (2019). An Alternative Method to Promote Pupils' Mathematical Understanding via Problem Solving. Teoksessa P. Felmer, P. Liljedahl & B. Koichu (toim.), *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development. Research in Mathematics Education* (s. 111–122) Springer. https://doi-org.ezproxy.utu.fi/10.1007/978-3-030-29215-7_6

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. (2014). Opetushallitus.

Pólya, G. (1954). *How to solve it: a new aspect of mathematical method* (7. painos). Princeton University Press.

Pressley, M. & McCormick, C. B. (1995). *Cognition, teaching, and assessment*. HarperCollins.

Pressley, M., Burkell, J. & Schneider, B. (1995). Mathematical Problem Solving. Teoksessa M. Pressley & V. Woloshyn (toim.), *Cognitive strategy instruction that really improves children's academic performance* (2. ed.). Brookline Books.

Rahayuningsih, S., Sirajuddin, S. & Nasrun, N. (2020). Cognitive flexibility: exploring students' problem-solving in elementary school mathematics learning. *JRAMathEdu (Journal of Research and Advances in Mathematics Education), 6*(1), 59–70. https://doi.org/10.23917/jramathedu.v6i1.11630

Riyadi, R., Syarifah, T. J. & Nikmaturrohmah, P. (2021). Profile of students' problem-solving skills viewed from Polya's four-steps approach and elementary school students. *European Journal of Educational Research, 10*(4), 1625–1638. https://doi.org/10.12973/EU-JER.10.4.1625

Royani, M. & Agustina, W. (2019). Junior High School Students Ability to Use The Polya's Step to Solve Mathematical Problems Through Problem Based Learning. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research, 2*(2), 86–90. https://doi.org/10.33122/ijtmer.v2i2.112

Russo, J., McCosh, J. & Hewish, T. (2021). Student attitudes towards learning mathematics through problem solving: "I feel good because I make my head sore." *Australian Primary Mathematics Classroom, 26*(1), 13–19. https://doi.org/10.3316/aeipt.229025

Russo, J. & Minas, M. (2020). Student attitudes towards learning mathematics through challenging, problem solving tasks: "it's so hard– in a good way." *International Electronic Journal of Elementary Education, 13*(2), 215–225. https://doi.org/10.26822/iejee.2021.185

Santos-Trigo, M. (2019). Mathematical Problem Solving and the Use of Digital Technologies. Teoksessa P. Liljedahl & M. Santos-Trigo (toim.), *Mathematical Problem Solving* (s. 63–89). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-10472-6_4

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education, 196*(2), 1–38. https://doi.org/10.1177/002205741619600202

Schroeder, T. L. & Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. Teoksessa P. R. Trafton (toim.), *New Directions for Elementary School Mathematics*. *NCTM 1989 Yearbook.* (s. 31–42). NCTM.

Simpol, N. S. H., Shahrill, M., Li, H.-C. & Prahmana, R. C. I. (2017). Implementing thinking aloud pair and Pólya problem solving strategies in fractions. *Journal of Physics: Conference Series, 943*(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/943/1/012013

Tähtinen, J., Laakkonen, E. & Broberg, M. (2020). *Tilastollisen aineiston käsittelyn ja tulkinnan perusteita* (2. uudistettu painos.). Turun yliopiston kasvatustieteiden laitos.

Ünal, M. (2017). Preferences of Teaching Methods and Techniques in Mathematics with Reasons. *Universal Journal of Educational Research, 5*(2), 194–202. https://doi.org/10.13189/ujer.2017.050204

Uygun, N. & Tertemiz, N. (2014). Effects of problem-based learning on student attitudes, achievement and retention of learning in math course. *Education and Science, 39*(174), 75–90. https://doi.org/10.15390/EB.2014.1975

Valtioneuvosto. (20.9.2018). *Valtioneuvoston asetus perusopetuslaissa tarkoitetun opetuksen valtakunnallisista tavoitteista ja perusopetuksen tuntijaosta annetun valtioneuvoston asetuksen 6 §:n muuttamisesta*. Eduskunta. https://www.finlex.fi/fi/laki/alkup/2018/20180793

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2019). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (Tenth edition.). Pearson.

Verschaffel, L. & De Corte, E. (1997). Word Poblems: A Vehicle for Promoting Authentic Mathematical Understanding and Problem solving in the Primary School? Teoksessa T. Nunes & P. Bryant (toim.), *Learning and teaching mathematics: an international perspective* (s. 69–97). Psychology Press.

Vettenranta, J., Hiltunen, J., Kotila, J., Lehtola, P., Nissinen, K., Puhakka, E., Pulkkinen, J. & Ström, A. (2020a). *Perustaidoista vauhtia koulutielle: Neljännen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen: kansainvälinen TIMSS 2019 -tutkimus Suomessa*. Koulutuksen tutkimuslaitos. http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-8473-1

Vettenranta, J., Hiltunen, J., Kotila, J., Lehtola, P., Nissinen, K., Puhakka, E., Pulkkinen, J. & Ström, A. (2020b). *Tulevaisuuden avaintaidot puntarissa: Kahdeksannen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen: kansainvälinen TIMSS 2019 -tutkimus Suomessa*. Koulutuksen tutkimuslaitos. http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-8474-8

Westwood, P. (2011). The problem with problems: Potential difficulties in implementing problem-based learning as the core method in primary school mathematics. *Australian Journal of Learning Difficulties, 16*(1), 5–18. https://doi.org/10.1080/19404158.2011.563475

Wewe, M. (2017). The effect of problem based learning model and mathematic-logical intelligence toward mathematics learning achievement. *Journal of Education Technology, 1*(1), 13–17. https://doi.org/10.23887/jet.v1i1.10079

Wulandari, R. D., Lukito, A. & Khabibah, S. (2018). The Elementary School Students' Mathematical Problem Solving Based on Reading Abilities. *Journal of Physics. Conference Series, 947*(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/947/1/012050

# 7 Liitteet

## 7.1 Liite 1. Tutkimuskysely

### Ongelmanratkaisun opettaminen matematiikassa

ⓘ Pakolliset kysymykset merkitty tähdellä (*)

Hei!

Olen luokanopettajaopiskelija ja teen parhaillaan Pro gradu -tutkielmaani Turun yliopiston Rauman opettajankoulutuslaitoksella. Tarkoituksenani on tutkia ongelmanratkaisun opetusta matematiikassa peruskoulun vuosiluokilla 4.–9. Tutkimuksessa selvitetään esimerkiksi, missä määrin ongelmanratkaisun opetus toteutuu matematiikan oppitunneilla ja mitkä tekijät vaikuttavat sen toteutumiseen. Tarkoituksena on kartoittaa vaikuttavia tekijöitä ja toisaalta ongelmanratkaisun opetuksen käytäntöjä mahdollisimman monipuolisesti ja laajasti. Tutkimus toteutetaan Webropol-kyselylomakkeella.

Kyselyyn voi vastata kuka tahansa matematiikkaa kuluvan lukuvuoden aikana jollekin luokista 4.–9. opettanut henkilö. Kysely on täysin anonyymi ja sisältää ainoastaan monivalintakysymyksiä. Kyselyn kesto on noin 10-15 minuuttia. Kyselyyn vastaaminen on täysin vapaaehtoista ja kyselyn voi keskeyttää koska tahansa. Jos et ehdi vastaamaan koko kyselyyn kerralla, vastauksen voi tallentaa ja jatkaa myöhemmin.

Kerätty aineisto käsitellään luottamuksellisesti ja säilytetään tietoturvallisesti yliopiston tarjoamassa Seafile-pilvipalvelussa. Aineisto hävitetään asianmukaisesti viimeistään viiden vuoden kuluttua opinnäytetyön valmistumisesta. Vastaamalla kyselyyn hyväksyt, että vastauksiasi käytetään osana tässä kuvailtua Progradu-tutkimusta.

Mikäli tutkimuksesta heräsi kysyttävää voit olla minuun yhteydessä sähköpostitse matalalla kynnyksellä osoitteeseen kmnurm@utu.fi.

Vastauksista kiittäen

Katariina Nurmo

**1. Antamiani vastauksia saa käyttää aineistona opinnäytetyössä ***

◯ Kyllä

◯ Ei

Tällä sivulla kysytään tietoja koulutustaustaasi, kouluusi ja työkokemukseesi liittyen.

**2. Kuinka kauan olet toiminut opettajan työssä? ***

- ◯ alle 5 vuotta
- ◯ 5–10 vuotta
- ◯ 10–20 vuotta
- ◯ 20–30 vuotta
- ◯ 30–40 vuotta
- ◯ yli 40 vuotta

**3. Kuluvana lukuvuonna olen opettanut matematiikkaa... (mikäli olet opettanut sekä ala- että yläkoulussa valitse toinen vaihtoehto, jonka pohjalta vastaat kyselyyn. Halutessasi voit vastata kyselyyn uudelleen koskien toista vaihtoehtoa.) ***

- ◯ alakoulussa (luokat 4, 5 ja 6).
- ◯ yläkoulussa (luokat 7, 8 ja 9).

**4. Kuinka paljon koulussa, jossa opetat matematiikkaa, on oppilaita? ***

- ◯ alle 100
- ◯ 100–200
- ◯ 200–300
- ◯ yli 300

**5. Minulla on seuraava koulutus matematiikan opettamiseen ***

- ◯ Luokanopettajan koulutus
- ◯ Matematiikan aineenopettajan koulutus (matematiikka pääaineena)
- ◯ Muun aineen aineenopettajan koulutus, matematiikka sivuaineena. Pääaineeni: ____________________
- ◯ Luokanopettajan koulutus ja matematiikka sivuaineena. Sivuaineopintojen laajuus: ____________________
- ◯ Matematiikan aineenopettajan koulutus (matematiikka pääaineena) ja luokanopettajan koulutus
- ◯ Jokin muu, mikä? ____________________

Vastaa seuraaviin kysymyksiin ajatellen kuluvan lukuvuoden **matematiikan** oppitunteja.

**Ongelmanratkaisulla** viitataan tässä ei-rutiininomaisiin tehtäviin, jotka vaativat oppilailta heille ennestään tuttujen tietojen ja taitojen soveltamista.

**Ongelmanratkaisun opettamisella** tarkoitetaan tilannetta, jossa opettaja antaa yksittäiselle oppilaalle tai koko luokalle ohjausta esimerkiksi ongelmanratkaisustrategioihin liittyen tai ohjaa ongelmatehtävän ratkaisemista.

**Ongelmanratkaisun harjoittelu** voi tapahtua esimerkiksi oppikirjan tehtävien tai opettajan jakaman muun materiaalin avulla ja se voi olla esimerkiksi itsenäistä tai ryhmätyöskentelyä.

**6. Kuinka usein olet opettanut ongelmanratkaisua pitämilläsi matematiikan oppitunneilla kuluvan lukuvuoden aikana? ***

- ○ En ollenkaan
- ○ Harvoin
- ○ Joskus
- ○ Usein
- ○ Lähes jokaisella oppitunnilla

**7. Kuinka usein oppilaat harjoittelevat ongelmanratkaisua pitämilläsi matematiikan oppitunneilla? ***

- ○ Eivät juuri koskaan
- ○ Harvoin
- ○ Joskus
- ○ Usein
- ○ Lähes aina

**8. Mitä seuraavista materiaaleista ja opetusmenetelmistä hyödynnät ongelmanratkaisun opetuksessa? (voit valita useita) ***

- [ ] Oppikirjan tehtävät
- [ ] Oppikirjasarjan opettajan materiaali
- [ ] Muu valmis materiaali
- [ ] Itse tekemäni materiaali
- [ ] Ongelmalähtöinen oppiminen
- [ ] Opettajajohtoinen opetus
- [ ] Ryhmätyöskentely
- [ ] Muu, mikä? ____________________
- [ ] En mitään näistä

**9. Missä seuraavista tilanteista hyödynnät ongelmanratkaisua? (voit valita useita) ***

- [ ] Ylöspäin eriyttäminen
- [ ] Alaspäin eriyttäminen
- [ ] Yhteinen opetus koko luokalle
- [ ] Monialaiset oppimiskokonaisuudet
- [ ] Ryhmätyöskentely ja projektit
- [ ] En missään näistä

Seuraavat väittämät koskevat erilaisten tekijöiden vaikutusta ongelmanratkaisun opettamiseen **matematiikan** oppitunneilla.
**Ongelmanratkaisulla tarkoitetaan** tässä ajatteluprosessia, jossa ongelmatehtävä yritetään ratkaista ratkaisuidean avulla. Ongelmaa ratkaistessaan oppilas käyttää jo olemassa olevia taitojaan ja tietojaan ratkaistakseen uuden ongelman, johon hänellä ei ole tiedossa ilmeistä ratkaisua.

**10. Vastaa matematiikan oppitunteja koskeviin väittämiin asteikolla:**
**1= täysin eri mieltä**
**2 = jokseenkin eri mieltä**
**3 = ei samaa eikä eri mieltä**
**4 = jokseenkin samaa mieltä**
**5 = täysin samaa mieltä ***

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Suuret tasoerot oppilaiden välillä heikentävät mahdollisuuksiani opettaa ongelmanratkaisua. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Oppilaiden heikot taidot matematiikassa ovat este ongelmanratkaisun opettamiselle. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Opetan enemmän ongelmanratkaisua, jos opetusryhmän koko on pieni. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Jos luokassa on heikko työrauha, opetan vähemmän ongelmanratkaisua. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Jos luokassa olisi enemmän aikuisia (koulunkäynnin ohjaajia, erityisopettaja yms.) opettaisin enemmän ongelmanratkaisua. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Jos matematiikan tuntien määrää lisättäisiin opettaisin enemmän ongelmanratkaisua. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| En opeta ongelmanratkaisua, koska sen suunnitteleminen on aikaavievää. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| En opeta ongelmanratkaisua, koska siihen ei jää aikaa oppitunneilla. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Ongelmanratkaisun opettamista varten on saatavilla riittävästi materiaalia. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Oppilaat oppivat parhaiten ratkaistessaan ongelmia itsenäisesti. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Oppilaat oppivat parhaiten ratkaistessaan ongelmia ryhmässä. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

**11. Vastaa seuraaviin väittämiin pohtien omaa suhtautumistasi ongelmanratkaisuun matematiikassa.**
**1= täysin eri mieltä**
**2 = jokseenkin eri mieltä**
**3 = ei samaa eikä eri mieltä**
**4 = jokseenkin samaa mieltä**
**5 = täysin samaa mieltä ***

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Pidän ongelmanratkaisun opettamista tärkeänä. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Ongelmanratkaisun opettaminen on minulle mieluista. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Koen, että tarvitsen lisää koulutusta ongelmanratkaisun opettamiseen. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Olen saanut joskus koulutusta ongelmanratkaisun opettamiseen. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Olen kohdannut haasteita ongelmanratkaisun opetuksessa. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Henkilökohtaisesti pidän ongelmien ratkaisemisesta ja ongelmanratkaisusta. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

Vastaa seuraaviin kysymyksiin ajatellen ongelmanratkaisun opetusta **matematiikassa.**

**12. Kuinka hyvin seuraavat lähestymistavat ongelmanratkaisun opetukseen kuvaavat omaa opetustasi?**
**1= erittäin huonosti**
**2= melko huonosti**
**3= ei hyvin eikä huonosti**
**4= melko hyvin**
**5= erittäin hyvin ***

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Opetan oppilaille ongelmanratkaisustrategioita, jonka jälkeen harjoittelemme niitä tekemällä tehtäviä. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Opetan matematiikan perustaitoja (esim. yhtälönratkaisu, jakolasku, pinta-alan laskeminen), jotta oppilaat voisivat myöhemmin hyödyntää osaamistaan soveltavien ongelmatehtävien ratkaisemisessa. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Aloitan uuteen aiheeseen tutustumisen ongelmasta, jonka ratkaisemiseen tarvitaan oppilaille vielä tuntematonta taitoa. Tutustumme uuteen aiheeseen ongelman avulla. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

**13. Kuinka paljon huomioit seuraavia asioita omassa matematiikan opetuksessasi?**
**1= en ollenkaan**
**2= vain vähän**
**3= jonkin verran**
**4= melko paljon**
**5= erittäin paljon ***

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Oppilaat oppivat ymmärtämään tehtävänannon. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Oppilaat oppivat tekemään suunnitelman ongelmatehtävän ratkaisemiseksi. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Oppilailla on ongelmatehtävien ratkaisemiseen tarvittavat laskutaidot. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Oppilaat keskustelevat ongelmatehtävän ratkaisusta ja pohtivat sitä kriittisesti. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Oppilas osaa arvioida saamansa ratkaisun järkevyyttä. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |

**14. Kuinka usein olet hyödyntänyt seuraavia tehtävämuotoja ja työtapoja opetuksessasi kuluvan lukuvuoden aikana?**
**1= en koskaan**
**2= harvoin**
**3= joskus**
**4= usein**
**5= lähes jokaisella oppitunnilla ***

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Pyydän oppilaitani selittämään ääneen ratkaisuprosessiaan jossakin hankalassa tehtävässä. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Ratkaisemme tehtäviä, joihin on useita mahdollisia ratkaisuja. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Oppilaat työskentelevät ryhmässä ratkaistakseen ongelman. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Oppilaiden ratkaisemat tehtävät pohjautuvat arkisiin käytännön ongelmiin. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Olen eriyttänyt harjoitustehtäviä oppilaiden taitotason mukaan. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| Olen hyödyntänyt teknologiaa ja/tai digitaalisia sovelluksia ongelmanratkaisun opetuksessa. * | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |