

1 JOHDANTO

Tutkimus on pro gradu -tutkielma, jonka tarkoituksena on tarkastella koulutulokkaiden matemaattisia taitoja ja niiden kehitystä ensimmäisen kouluvuoden syksyllä. Matemaattisista taidoista keskitytään erityisesti oppilaiden aritmeettisiin taitoihin. Lisäksi selvitetään matemaattiseen osaamiseen ja kehitykseen mahdollisesti yhteydessä olevia tekijöitä, kuten oppilaan lähtötasoa, kiinnostusta matematiikkaa kohtaan, matematiikan opiskelun mielekkyyttä, koettua minäpystyvyyttä ja sukupuolta.

Suomi nähdään PISA-tutkimusten mukaan koulutuksen kärkimaana (Vettenranta ym. 2016b, 10). Suomen sijoitus matematiikan osaamisessa oli seitsemäs OECD-maiden joukossa vuonna 2015 ja kolmastoista kaikkien tutkimukseen osallistuneiden maiden ja alueiden joukossa. PISA-tutkimukset osoittavat, että Suomen osalta jo kymmenen vuotta jatkunut oppimistulosten lasku on taittunut lukutaidossa ja hidastunut matematiikassa. Tutkimus herättää kuitenkin myös huolta. Esimerkiksi koulujen välisten erojen ollessa Suomessa edelleen osallistujamaiden pienimpiä nousevat kuitenkin alueelliset erot esille entistä vahvemmin. Viimeisimmässä tutkimuksessa varsinkin pääkaupunkiseudun tulokset olivat huomattavasti muita parempia, erityisesti Länsi- ja Itä-Suomeen verrattuna. Lisäksi tyttöjen ja poikien tasoerot kasvoivat ja piste-erot olivat Suomessa OECD:n suurimmat luonnontieteiden kohdalla. Eroja löytyi myös matematiikan osaamisessa. (Opetus- ja kulttuuriministeriö 2016.)

Matematiikan osaaminen on määritelty kansainvälisessä PISA-tutkimuksessa seuraavasti: “Matematiikan osaaminen tarkoittaa yksilön kykyä muotoilla, käyttää ja tulkita matematiikkaa erilaisissa tilanteissa. Se pitää sisällään matemaattisen päättelyn sekä matemaattisten käsitteiden, menetelmien, tietojen ja välineiden käyttämisen ilmiöiden kuvaamisessa, selittämisessä ja ennustamisessa. Se auttaa yksilöitä tunnistamaan matematiikan merkityksen ympäröivässä maailmassa ja tekemään tarvittavia perusteltuja päätöksiä osallistuvina, rakentavina ja ajattelevina kansalaisina”. (OECD 2017; Vettenranta ym. 2016b.)

Vuonna 2015 tehdyssä kansainvälisessä TIMMS-tutkimuksessa suomalaisten 4.-luokkalaisten oppilaiden tiedolliset ja taidolliset oppimistulokset matematiikassa nähdään hyvinä. Suorituspistemäärä on kuitenkin laskenut vuoden 2011 pistemääristä, ja Suomi ei enää mahtunut kymmenen parhaan maan joukkoon. Positiivista tutkimuksessa oli, että pistemäärien keskihajonta Suomessa oli yksi osallistujamaiden pienimmistä. Lisäksi yli

80 prosenttia neljäsluokkalaisista osasi matematiikkaa vähintään tyydyttävästi ja korkealle suoritustasolle ylsi 43 prosenttia suomalaisista oppilaista. Silti parhaiten menestyneiden oppilaiden osuus on Suomessa pienentynyt merkittävästi ja Suomi oli tutkimukseen osallistuneista maista ainoa, jossa erinomaisen tason saavuttaneiden oppilaiden prosenttiosuus matematiikassa laski. Myös sukupuolten välillä löytyi eroja ja tyttöjen matemaattinen osaaminen oli poikia parempaa. PISA-tutkimuksesta eroten TIMMS-tutkimuksessa maantieteellisillä eroilla ei ollut merkitsevää eroa matemaattiseen osaamiseen. (Vettenranta, Hiltunen, Nissinen, Puhakka & Rautopuro 2016a, 26–36, 43, 48.)

Lasten ja nuorten matemaattis-luonnontieteellisen osaamisen vahvistamiseksi on käynnistetty opetus- ja kulttuuriministeriön rahoittama valtakunnallinen Luma Suomi -kehittämishjelma. Ohjelmassa tuetaan luonnontieteiden, matematiikan ja teknologiakasvatuksen tutkivaa oppimista varhaiskasvatuksesta yläkoulun viimeisille luokille saakka. (Luma Suomi -ohjelma 2018.)

Matemaattisen osaamisen tarkkailu ja mittaaminen ovat tärkeitä erityisesti varhaisen tuen kohdentamisen kannalta. Erilaisilla kartoituksilla on mahdollista tunnistaa lapset, jotka mahdollisesti tarvitsevat yksilöllistä lisäarviointia tai -tukea. Pelkät yksittäiset testit eivät silti riitä kertomaan koko totuutta lapsen osaamistasosta, vaan mukaan tulisi ottaa monipuolisesti myös opettajan arkihavaintoja, oppilaan päivittäin tekemiä tehtäviä sekä varsinaiseen arviointiin tarkoitettuja tehtäviä. (Lerikkanen, Poikkeus & Ketonen 2007, 22; Opetushallitus 2016a, 47–48.) Kouluarvioinneissa tulisi huomioida myös lapsen motivaatio. Oppilaan käsitys itsestään oppijana on yhteydessä motivaatioon, joka voi innostaa lasta taitojen harjoitteluun ja sitä kautta niiden kehitykseen sekä oppimistuloksiin. (Deci & Ryan 2008, 182; Lerikkanen ym. 2007, 24; Ulstad, Halvari, Sørebo & Deci 2016, 35.) Oppilaan arviointi ja kannustava palaute tukevat parhaimmillaan oppilaan luottamusta omaan oppimiskykyynsä sekä lisäävät sinnikkyyttä oppilaan kohdatessa haasteita. Oman osaamisen ja vahvuuksien tunnistaminen vahvistaa oppilaan myönteistä oppijaminäkuva ja vaikuttaa sitä kautta myös oppimistuloksiin. (Lerikkanen ym. 2007, 24; Ulstad ym. 2016, 35.)

Tässä tutkimuksessa keskitytään nimenomaan ensimmäisen luokan matemaattisten taitojen osaamiseen, sillä varhaisten matemaattisten taitojen on todettu olevan vahvassa yhteydessä siihen, miten hyvin matematiikkaa opitaan jatkossa. Lapsella on todennäköisemmin haasteita matematiikan oppimisessa, mikäli hänellä on esikouluikässä ja koulun

alkaessa heikot matemaattiset taidot. Lisäksi matematiikkaa hyvin ja matematiikkaa heikosti osaavien lasten välisten tasoerojen on huomattu kasvavan mitä pidemmälle koulussa opiskellaan. (Aunio 2008, 63; Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004, 704.)

1.1 Matemaattiset perustaidot ja niiden kehittyminen

Matemaattisten taitojen kehitys alkaa jo ennen syntymää, kun aivojen kehittyessä keskushermosto erikoistuu käsittelemään numeerista tietoa (Aunio, Korhonen, Mononen, Tapolta & Väisänen 2017, 17). Matematiikka nähdään kuitenkin ihmisen ajattelun tuloksena. Matematiikassa käytettävä oma kieli sekä symbolit pohjautuvat yleiseen sopimukseen tietyn käsitteen käytöstä, ja näin käsite tulee havaittavaksi. Matemaattisia käsitteitä on abstraktiutensa takia vaikea ymmärtää sellaisenaan. Tästä huolimatta matematiikan oppiminen on yleensä lapsille helppoa ja mieluista. (Yrjönsuuri 2004, 112–113.)

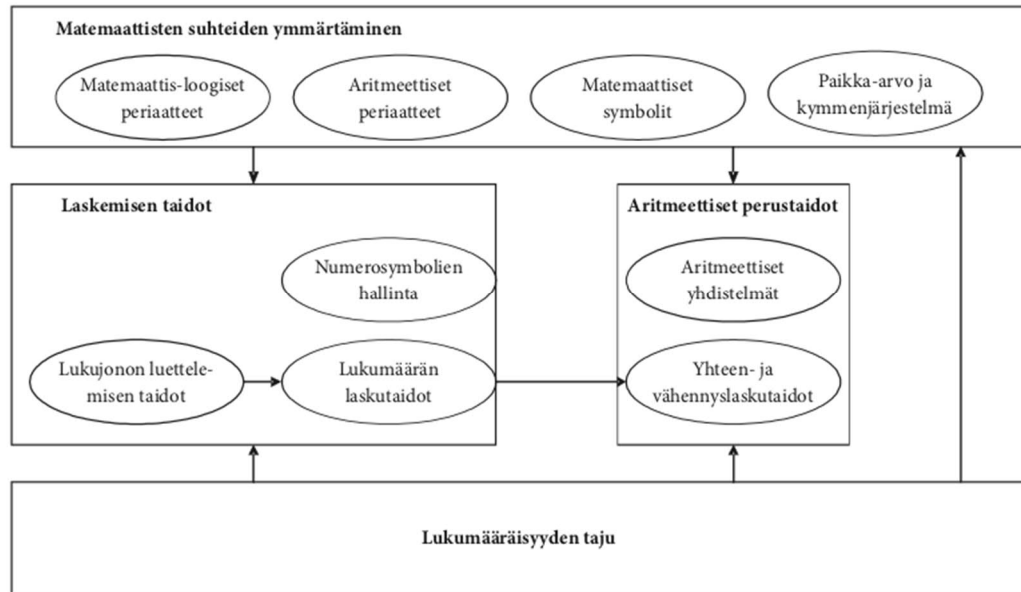
Lasta voidaankin pitää luonnostaan matemaattisen olentona. Jo puolivuotiailla lapsilla on kyky erottaa toisistaan pieniä lukumääriä riippumatta näiden muodosta, värityksestä, koosta, sijainnista tai liikkeestä. Vauvojen on osoitettu onnistuvan myös vähennys- ja lisäystehtävissä pienillä lukumäärillä. Lukumäärien välisten erojen ollessa tarpeeksi suuria ja näiden ylittäessä tarkan havaintojärjestelmän rajan, pystyvät puolivuotiaat vauvat hahmottamaan lukumäärien suhteellisia eroja. (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 201.) Lukumääräisyydentajun eli lukumäärien erojen havaitsemisen on todettu olevan synnynäinen ja ei-kielellinen kyky, joka toimii tärkeänä pohjana myöhempien matemaattisten taitojen kehitykselle (Aunio ym. 2017, 18; Dehaene 1997, 41).

Kielen käyttäminen ja ymmärtäminen ovat edellytyksenä monen matemaattisen taidon oppimiselle. Esimerkiksi lukujen luetteloiminen ja esineiden lukumäärän laskeminen edellyttävät lapselta lukusanojen osaamista. (Cowan, Donlan, Newton & Lloyd 2005, 738.) Kielellisten taitojen kehityksen onkin todettu olevan yhteydessä lapsen laskemisen taitojen kehitykseen. (Duncan ym. 2007, 1429). Taitojen opetteluun aikana tulee kiinnittää huomiota myös matemaattisiin käsitteisiin ja siihen, että kaikkien matemaattisia käsitteitä käyttävien tulisi ymmärtää ne samalla tavalla. Tämän oppiminen on tavoitteena muun muassa harjoitusten, havaintojen sekä ohjatun opiskelun aikana. Mitä nuorempana pyritään oppimaan tietty käsite, sitä monipuolisemmin ja useammin se tulee havainnollistaa. (Yrjönsuuri 2004, 112–113.)

Ahosen, Lamminmäen, Närhen ja Räsänen (1995, 184) mukaan matemaattiset taidot kehittyvät neljän peräkkäisen vaiheen kautta. Ensimmäinen vaihe kestää lapsen kaksi ensimmäistä ikävuotta, joiden aikana lapsi elää esikielellisten kykyjen vaihetta. Tämän vaiheen aikana lapsi oppii erottelemaan pieniä lukumääriä. Toisessa vaiheessa, 2–4 vuoden iässä, lapsi oppii lukusanat sekä havaitsemaan muutoksia pienissä lukumäärissä. Tätä vaihetta kutsutaan varhaisten numeeristen taitojen vaiheeksi. Luonnollisten aritmeettisten taitojen vaiheessa, 3–7 ikävuoden aikana, lapsi sisäistää yksi yhteen -vastaavuuden, perus- ja järjestyslukujen periaatteet, lukumäärän säilyvyyden sekä laskuoperaatioiden perusperiaatteet. Viimeinen ja neljäs vaihe on formaalien matemaattisten taitojen vaihe. Tämä vaihe on kuudennen ja seitsemännen ikävuoden aikana. Tällöin lapsen lukujen luetelutaito automatisoituu sekä sisäistyy muistirakenteiksi ja lapsi oppii algoritmit.

Kilpatrick & Findell (2001, 5) kuvaavat matemaattisen taidon ja pätevyyden syntyvän prosessina viiden yhteen nivoutuvan alueen kautta. Ensimmäinen osa-alue on käsitteellinen ymmärtäminen, jolla tarkoitetaan matemaattisten käsitteiden, operaatioiden ja suhteiden ymmärtämistä. Toinen alue on sujuvien menettelytapojen valitseminen, joka on taito valita ja käyttää menettelytapoja joustavasti, täsmällisesti, tehokkaasti sekä tarkoituksenmukaisesti. Kolmanneksi alueeksi tutkijat nimeävät strategisen osaamisen, joka merkitsee kykyä muodostaa, havainnollistaa ja ratkaista matemaattisia ongelmia. Neljännen alueen muodostaa joustava päättelykyky, joka tarkoittaa kyvykkyyttä loogiseen ajatteluun, reflektointiin, selittämiseen ja perusteluun. Viimeinen alue on yritteliäisyys, eli matematiikan kokeminen järkevänä, hyödyllisenä ja vaivan arvoisena yhdistettynä käsitykseen ahkeruudesta sekä uskoon omasta kyvykkyydestä.

Aunio (2008, 65) jakaa keskeiset matemaattiset perustaidot neljään päätaitoalueeseen: laskemisen taidot, aritmeettiset perustaidot, lukumääräisyydentaju sekä matemaattisten suhteiden ymmärtäminen (Kuvio 1). Taitoalueet koostuvat useammasta osaryypästä. Ennen koulun alkua kehitystä tapahtuu laskemisen taidoissa, matemaattis-loogisissa periaatteissa, lukumääräisyyden tajussa ja aritmeettisten perustaitojen harjoittelun aloittamisessa. Tässä tutkimuksessa keskitytään lukujonotaitoihin, matemaattis-loogisiin taitoihin sekä erityisesti aritmeettisiin perustaitoihin, joiden saavuttamista pidetään keskeisenä tavoitteena alkuopetuksessa (Aunio ym. 2004, 203).



Kuvio 1. Keskeiset matemaattiset taitoryypit lapsilla esikouluikässä ja ensimmäisten kouluvuosien aikana. (Aunio 2008, 66.)

Lukujonotaidot ovat lukujen luettelomisen taitoja ja ne toimivat pohjana lukujen laske- miselle. Yhteen- ja vähennyslaskutaidon kehittymisen alkuvaiheessa lapselle on tyypil- listä ratkaista laskuja luettelemalla lukuja ääneen ja käyttämällä sormia. Aluksi lapsi aloit- taa luvusta yksi ja luettelee lukuja siitä eteenpäin. Ajan kanssa lapsi pystyy ottamaan aloi- tusluvun suoraan, aloittaen luettelon ensin esitetystä luvusta eteenpäin. Myös lukusanojen luettelu takaperin ja hyppäyksittäin sujuu. Lukusanojen luettelomisen sujuvuus lukualu- eella 0–20 korreloi useimmiten hyvien yhteen- ja vähennyslaskutaitojen kanssa. (Aunio ym. 2004, 202; Aunio ym. 2017, 22.)

Matemaattis-loogiset taidot ovat lapsille tärkeä osa-alue matemaattisista suhdetai- doista. Ne nousevat keskeisiksi harjoiteltaviksi taidoiksi erityisesti esikouluikässä. Mate- maattis-loogisia taitoja ovat muun muassa sarjoittaminen, vertailu, luokittelu ja yksi yh- teen -suhde. Sarjoittamisen taitoja harjoitellaan asettamalla esineitä tai asioita järjestyk- seen tietyn kriteerin mukaisesti. Vertailussa harjoitellaan varsinaisen taidon lisäksi myös erilaisia vertailukäsitteitä, kuten enemmän ja vähemmän. Luokittelussa kriteerit ja niiden määrät nousevat tärkeiksi; mitä enemmän kriteereitä lapsen tulee muistaa, sitä enemmän se kuormittaa hänen työmuistiaan. Yksi yhteen -suhde havainnollistuu muun muassa lap- sen jakaessa jokaiselle osanottajalle yhtä monta esinettä. (Ikäheimo & Risku 2004, 223; Aunio ym. 2017, 24.)

Aritmeettisiä perustaitoja ovat yhteen- ja vähennyslaskut sekä kerto- ja jakolaskut, joista tässä tutkimuksessa keskitytään yhteen- ja vähennyslaskuihin. Ensimmäisten kouluvuosien aikana keskeisenä matematiikan tavoitteena pidetään sujuvan peruslaskutaidon saavuttamista. Aritmeettiset taidot kehittyvät yleensä erilaisten strategioiden kautta. Aluksi lapsi harjoittelee pienillä luvuilla ja käyttää lukujen luettelemista ja sormia apunaan. Kehittyessään lapsi alkaa muistaa vastauksia ulkoa ja yksinkertaiset sekä toistuvat yhdistelmät automatisoituvat, mikä nopeuttaa laskemista. Laskutehtäviä laskevaa lasta havainnoimalla voidaan selvittää, missä kehityksen vaiheessa lapsi on laskutaidoissaan: luetteleeko lapsi lukusanoja, käyttääkö hän sormia muistitukena vai sanotaanko vastaus suoraan. Yhteen- ja vähennyslaskutaitojen oletetaan olevan yksinumeroisilla luvuilla suhteellisen sujuvaa toisen vuosiluokan kevääseen mennessä tai viimeistään kolmannen kouluvuoden aikana. (Aunio ym. 2004, 203; Aunio ym. 2017, 27–29; Fuson 1988.)

1.2 Matematiikka esi- ja alkukasvatuksen opetussuunnitelmissa

Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet on perusopetuslain mukainen Opetushallituksen antama valtakunnallinen määräys, jonka mukaan esiopetus tulee toteuttaa. Sen tehtävänä on edistää laadukkaan ja yhtenäisen esiopetuksen yhdenvertaista toteutumista koko maassa ja se sisältää päätökset esiopetuksen keskeisistä sisällöistä ja tavoitteista. Esiopetus tulee suunnitella ja toteuttaa siten, että lapsilla on mahdollisuus innostua, kokeilla ja oppia uutta. Keskeisenä tehtävänä on edistää lapsen kasvu-, kehitys- ja oppimis-edellytyksiä. Esiopetus on tavoitteellista toimintaa, mutta lasten osaamistasolle ei ole asetettu opetussuunnitelmassa yhteisiä tavoitteita. Jokaisen lapsen yksilölliset tavoitteet luodaan yhdessä opettajan, lapsen ja tämän huoltajan kanssa. (Opetushallitus 2016b, 8,14.)

Esiopetus tukee lapsen matemaattisen ajattelun kehittymistä ja luo pohjan matemaattiselle kiinnostukselle. Monipuolisesti leikkeihin ja eri aisteihin perustuva opetus pyritään liittämään lapsen kokemusmaailmaan ja toimintaympäristöön. Matematiikkaan ja sen osa-alueisiin tutustutaan havainnollisesti. Lapsille tarjotaan mahdollisuuksia luokitteluun, vertailuun, järjestyksen asettamiseen ja säännönmukaisuuksien löytämiseen ja tuottamiseen. Lukukäsitteen kehittymistä tuetaan monipuolisen leikin ja työskentelyn avulla. Lapsia innostetaan havainnoimaan lukumääriä ympäristössään ja liittämään ne lukusanoihin sekä numeromerkkeihin. Lukumäärillä harjoitellaan myös vertailua ja niiden muu-
tosta tutkitaan käytännön esimerkkien avulla. Opetuksessa kiinnitetään huomiota erityi-

sesti lasten lukujonotaitojen ja nimeämisen kehittämiseen. Lisäksi lapset tutustuvat ympäristössä oleviin muotoihin ja harjoittelevat niiden nimeämistä. (Opetushallitus 2016b, 36.)

Esiopetuksen ja perusopetuksen tulisi muodostaa lapsen kasvun ja oppimisen kannalta johdonmukaisesti etenevä kokonaisuus (Opetushallitus 2016b, 36). Tämän tutkimuksen oppilaat ovat siirtyneet juuri esiopetuksen piiristä perusopetukseen. Esiopetuksen jälkeisellä perusopetuksen ohjausjärjestelmällä pyritään varmistamaan koulutuksen tasa-arvo ja laatu sekä luomaan hyvät edellytykset oppilaiden kasvulle, kehitykselle ja oppimiselle. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden tehtävänä on tukea ja ohjata opetuksen järjestämistä ja koulutyötä sekä edistää yhtenäisen perusopetuksen yhdenvertaista toteutumista. Perusopetus nähdään opetuksen ja kasvatuksen kokonaisuutena, jossa eri osa-alueiden tavoitteet ja sisällöt muodostavat yhdessä opetuksen ja toimintakulttuurin perustan. (Opetushallitus 2016a, 9.)

Vuosiluokilla 1–2 pyritään perusopetuksen opetussuunnitelman mukaan erityisesti luomaan perusta oppilaiden myönteiselle käsitykselle itsestä oppijana ja koululaisena sekä kehittämään valmiuksia myöhempää työskentelyä ja oppimista varten. Työskentelyn lähtökohtana toimivat oppilaiden omat kokemukset, havainnot ja kysymykset. Matematiikan opetuksella kehitetään oppilaiden loogista, täsmällistä ja luovaa matemaattista ajattelua. Systemaattisella opetuksella pyritään luomaan pohja matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden ymmärtämiselle sekä kehitetään oppilaiden kykyä käsitellä tietoa ja ratkaista ongelmia. (Opetushallitus 2016a, 99, 128.)

Keskeistä matematiikan opetuksessa ja opiskelussa ovat konkretia ja toiminnallisuus. Perinteisen opetuksen lisäksi oppimista tuetaan hyödyntämällä tieto- ja viestintäteknologiaa. Matematiikan opetuksen tulisi tukea oppilaiden myönteistä asennetta matematiikkaa kohtaan sekä positiivista minäkuvaa matematiikan oppijoina. Erilaisilla työtavoilla kehitetään myös oppilaan viestintä-, vuorovaikutus- ja yhteistyötaitoja. Matematiikan opiskelun tulisi olla tavoitteellista ja pitkäjänteistä toimintaa, jossa oppilaat ottavat vastuuta omasta oppimisestaan. (Opetushallitus 2016a, 128.) Matematiikan alkuopetuksessa tulisi käyttää oppimis- ja opetusmenetelmiä, jotka mahdollistavat lasten yksilöllisen etenemisen. Tavoitteena on, että heikommin suoriutuvien oppilaiden itsetunto ei kärsi eivätkä hyvin suoriutuvat oppilaat turhaudu. Ulkoisen materiaalin ja ääneen ajattelemisen on todettu tehostavan kaikkien oppilaiden, erityisesti heikosti suoriutuvien oppimista. Kaikki oppilaat voivat käyttää samoja välineitä ja niiden avulla oppilaat voivat kehittää ajatteluaan omaan tahtiinsa. (Ikäheimo & Risku 2004, 277.)

Vuosiluokkien 1–2 matematiikan opetuksessa oppilaille tulisikin tarjota monipuolisia kokemuksia matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden muodostumisen perustaksi. Tämä onnistuu esimerkiksi hyödyntämällä eri aisteja opetuksessa. Opetuksen tulisi kehittää oppilaiden kykyä ilmaista matemaattista ajatteluaan konkreettisin välinein, suullisesti, kirjallisesti ja piirtäen sekä tulkiten kuvia. (Opetushallitus 2016a, 128.) Alkukasvatuksen matematiikassa uusien matemaattisten käsitteiden opetus voidaan esimerkiksi aloittaa käsitteenmuodostusvälineillä ilman oppikirjaa. Erilaisia käsitteenmuodostusvälineitä ovat palikat, lukusuora, värisauvat, loogiset palat, mittaamisen välineet ja geometrian käsitteitä havainnollistavat välineet. Oppilaita kannustetaan selittämään omaa toimintaansa suullisesti toisille, jolloin käsitteet selkiytyvät. Myöhemmin toiminta, puhe sekä symbolikielellä merkitseminen liitetään toisiinsa. Laskulausekkeista voidaan myös tehdä kiinnostavampia esimerkiksi keksimällä tarinoita, näyttelemällä tai tekemällä piirroksia, jotka helpottavat sanallisten tehtävien ymmärtämistä ja ratkaisemista. (Ikäheimo & Risku 2004, 228.)

Alkukasvatuksen matematiikan opetuksen tulisi luoda pohja lukukäsitteen ja kymmenjärjestelmän ymmärtämiselle sekä laskutaidolle. Opetuksen tavoitteena on muun muassa tukea oppilasta lukukäsitteen kehittämisessä ja kymmenjärjestelmän periaatteen ymmärtämisessä, perehdyttää oppilasta peruslaskutoimitusten periaatteisiin ja tutustuttaa niiden ominaisuuksiin, ohjata oppilasta kehittämään sujuvaa peruslaskutaitoa luonnollisilla luvuilla sekä käyttämään erilaisia päässälaskustrategioita. Lisäksi oppilas tutustuu geometrisiin muotoihin ja häntä ohjataan havainnoimaan niiden ominaisuuksia. Alkukasvatuksessa varmistetaan, että oppilas hallitsee lukumäärän, lukusanan sekä numeromerkinnän välisen yhteyden. Lisäksi harjoitellaan lukujonotaitoja sekä taitoa vertailla ja asettaa lukuja järjestykseen. Oppilaiden yhteen- ja vähennyslaskutaitoja kehitetään ensin lukualueella 0–20 ensimmäisen vuoden syksyllä ja vasta myöhemmin lukualueella 0–100. (Opetushallitus 2016a, 128–129.)

Haasteita alkuopetuksen matematiikassa tuovat usein lukujonot, lukujen hajottaminen ja kokoaminen, yhteen- ja vähennyslaskut, 10-järjestelmän periaate sekä kertolaskun käsite. Näitä voidaan harjoitella esimerkiksi erilaisilla välineillä ja oppikirjan eriyttävällä käytöllä. (Ikäheimo & Risku 2004, 229.) Matematiikan perusasioiden hallinta on välttämätön edellytys uusien sisältöjen oppimiselle ja oppilaille tulee tarjota tukea puutteellisten, aiemmin opittujen tietojen ja taitojen täydentämiseen sekä uusien sisältöjen oppimiseen. Matematiikan oppimisen valmiuksien kehittämiseksi ja matematiikan oppimiselle pitääkin varata riittävästi aikaa ja sen arvioinnin tulee olla kannustavaa. Oppimisprosessin

kannalta keskeisiä arvioinnin ja palautteen antamisen kohteita matematiikassa ovat edistyminen lukukäsitteen ymmärtämisessä ja lukujonotaidoissa, edistyminen laskutaidon sujuvuudessa sekä edistyminen kappaleiden ja kuvioiden luokittelun taidoissa, joita myös tässä tutkimuksessa mitataan. (Opetushallitus 2016a, 130.)

1.3 Varhaisten matemaattisten taitojen merkitys myöhemmälle oppimiselle

Alkuopetuksella tarkoitetaan opetussuunnitelman mukaista 1. ja 2. luokan opetusta kouluopetuksen kokonaisuuden osana. Alkuopetuksen aikana lapsi hankkii valmiudet koulussa tapahtuvaa työtä ja oppimista varten. Keskeistä on perustietojen ja -taitojen sekä oppimaan oppimisen ja työskentelyn taitojen edistäminen. (Brothereus, Hytönen & Krokfors 1999, 39, 155.) Ensimmäisillä luokilla akateeminen menestyminen on erityisen tärkeää opetussuunnitelman kumulatiivisen luonteen vuoksi. Oppilaalla saattaa olla haasteita pärjätä myöhemmissä opinnoissa, mikäli hän ei menesty hyvin ensimmäisinä vuosina. (Downer & Pianta 2006, 28.)

Lapsen siirtymisen päivähoidosta alkukasvatuksen piiriin on todettu olevan tärkeä vaihe lapsen yleiselle sekä akateemiselle kehitykselle. Alkukasvatuksen aikana lapsen kognitiiviset ja kielelliset taidot kehittyvät huomattavasti ja lisäksi lapsen elinympäristö muuttuu merkittävästi. (Entwisle & Alexander 1998, 353–354.) Taitojen kehitykseen vaikuttavat muun muassa lapsen luonne, perhe, päivähoito sekä kokemukset koulusta. (National Institute of Child Health and Human Development [NICHD] Early Child Care Research Network [ECCRN] 2002, 132).

Tutkimusten mukaan alle kouluikäisten matemaattiset taidot ovat yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen ensimmäisten kouluvuosien aikana (Aunola ym. 2004, 706; Hannula, Kuikka, Lepola & Niemi 2005, 265). Matemaattisten käsitteiden muodostuminen saa ominaispiirteensä jo hyvin varhain lapsuudessa ja myöhemmällä iällä sen mukaan, millaisia apuvälineitä käytetään sekä millaista matematiikan sisältöä opiskellaan (Yrjönsuuri 2004, 116). Se, millaiseksi alkuperäinen osaamistaso muodostuu, vaikuttaa matemaattisten taitojen kehitykseen. Matematiikan suoriutumisessa yksilölliset erot kasvavat ajan myötä, joten varhaisten taitojen osaamisella on merkitystä myöhemminkin. (Aubrey, Dahl & Godfrey 2006, 27; Aunola ym. 2004; Muthén & Khoo 1998; Williamson, Appelbaum & Epanchin 1991.)

Varhaisten matemaattisten taitojen on todettu olevan yksi parhaista koulukypsyyden ja myöhemmän koulumenestyksen ennustajista, lukemiseen ja tarkkaavaisuuteen liittyvien taitojen lisäksi (Duncan ym. 2007). Lapset, jotka hallitsevat hyvin keskeiset matemaattiset taidot, osaavat useimmiten hyvin matematiikkaa myös myöhemmin koulussa. Sen sijaan oppilaat, joilla on jo varhaisten matemaattisten taitojen oppimisessa vaikeuksia, tarvitsevat lisätukea, jotta ne eivät vaikuttaisi myös myöhemmin opeteltaviin taitoihin. (Aunio ym. 2017, 16.)

Yksittäisistä matemaattisista taidoista lukumäärän laskemisen taitojen (Krajewski & Schneider 2009, 522), yksinkertaisten yhteen- ja vähennyslaskutaitojen (Aunola ym. 2004, 699), lukusuoran ja lukumäärien erojen ymmärtämisen ja järjestämisen (Ansari & Merkley 2016, 14) sekä matemaattis-loogisten suhdekäsitteiden ymmärtämisen (Purpura & Reid 2015, 259) on havaittu ennustavan hyvin myöhempää matemaattista osaamista alaluokilla. (Aunio ym. 2017, 38.) Tästä syystä matemaattista osaamista mitataan tässä tutkimuksessa yllä olevien osa-alueiden kautta. Erityisesti yhteen- ja vähennyslaskujen osaaminen ensimmäisellä luokalla on todettu olevan selkeässä yhteydessä viidennen luokan matemaattiseen osaamiseen, varsinkin analyttiseen päättelyyn. (Casey ym. 2015, 90). Aritmeettisiin taitoihin kiinnitetäänkin erityisesti huomiota tässä tutkimuksessa muun matemaattisen osaamisen ohella. Tärkeää olisi, että oppilaat saavat riittävästi harjoittelua kaikissa varhaisissa matemaattisissa taidoissa ja luovat siten vahvan pohjan myöhemmälle oppimiselle (Aunola ym. 2017, 11).

Aunolan ym. (2004, 87) tutkimuksessa seurattiin lasten matemaattisten taitojen kehitystä esikouluikästä toiselle luokalle. Tulosten mukaan matemaattisen osaamisen taso oli pysyvää. Matemaattisen kompetenssin kasvun todettiin olevan nopeampaa niillä oppilailla, joilla oli hyvät matemaattiset taidot jo esikouluun tultaessa. Oppilaiden kyky laskea ennusti parhaiten varhaisia matemaattisia suorituksia ja niiden parantumista. Lukutaidon oppimisessa vastaavanlaista erottelua ei tapahdu (Aunola ym. 2004, 87). Tästä voidaan päätellä, että esi- ja alkuopetus tukee lähtökohdiltaan heikompien lasten lukemaan oppimista, mutta se ei tue matemaattisten taitojen kehitystä (Hannula & Lepola 2006, 130).

Aunolan ym. (2004) tutkimuksen tulosten mukaan matemaattisten taitojen kehittyminen esikoulusta toiselle luokalle noudatti kumulatiivista kaavaa: yksilölliset erot matemaattisessa suoriutumisessa olivat tasaiset koko tutkimuksen ajan. Erot kuitenkin kasvoivat ajan myötä siten, että alun perin hyvin suoriutuneet lapset osoittivat suurempaa kasvua matemaattisissa suorituksissa kuin ne lapset, jotka aloittivat matalammalta tasolta.

Matemaattisten taitojen kehittämisessä yleisesti on havaittu kaksi erilaista vaihtoehtoa. Lapset, joilla on koulun alussa hyvät taidot ja tiedot matematiikasta, kasvattavat taitojaan enemmän verrattuna niihin, jotka aloittavat heikommilla taidoilla. Toinen vaihtoehto on, että yksilölliset erot kapenevat ajan kuluessa: heikoilla tiedoilla aloittavat lapset kehittyvät nopeasti ja kurovat kiinni lapset, jotka ovat aloittaneet hyvillä taidoilla. Tämä voi onnistua esimerkiksi koulusta saatavan systemaattisen opastuksen avulla. (Aunola ym. 2004.)

Matemaattisen osaamisen tason eriytyminen tapahtuu jo varhaisina kouluvuosina. Osaaminen lisääntyy selkeimmin kahden ensimmäisen vuosiluokan aikana, minkä jälkeen se tasoittuu. Matemaattisen osaamisen lähtötasolla on todettu olevan yhteys siihen, miten paljon osaaminen lisääntyy. Yläkoulussa heikoimmat oppilaat eivät kykene saavuttamaan keskitasoisia eivätkä parhaita oppilaita, sillä huonoimmat sekä parhaimmat kehittyvät yhtä paljon. Alakoulun puolella ero ei ole yhtä selvä. Tätä voidaan perustella tuki- ja lisäopetuksen runsaalla käytöllä. (Metsämuuronen 2013, 84; 2017, 4.) Matemaattisten taitojen hallitsemisen tärkeys ei kuitenkaan rajoitu vain myöhempään matemaattisten taitojen pohjaan, vaan se vaikuttaa myös lukemisen taitoihin ja toisinpäin (Clements & Sarama 2014, 2). Lisäksi matemaattisten taitojen on todettu olevan yhteydessä koulutuksessa pysymiseen tai siitä putoamiseen peruskoulussa ja sen jälkeen (Hakkarainen, Holopainen & Savolainen 2015, 408).

Matemaattisen osaamisen kehittymisen taustalla vaikuttavia tekijöitä on useita. Muun muassa lapsen biologisesti primaarit taidot, kognitiivinen kykyrakenne, oma suuntautuneisuus, perheen lähiympäristö sekä yleiset kulttuuriset tekijät ja arvostukset kuuluvat oppimisen taustatekijöihin. (Aunio ym. 2004, 217.) Yksittäisistä tekijöistä esimerkiksi vanhempien koulutustausta ja kodin tarjoama tuki selittävät matemaattista suoriutumista (Metsämuuronen 2010; 2017; Vettenranta 2016a, 49). Lapsen viihtyminen koulussa heijastaa yleistä asennoitumista koulunkäyntiin ja onkin todettu, että heikompi kouluviihtyvyys ja runsaammat poissaolot ovat yhteydessä matalampaan osaamisen tasoon matematiikassa. Lisäksi on todettu, että koulukiusaaminen on yhteydessä matemaattisen osaamisen taitotasoon. (Metsämuuronen 2010; 2017.) Varhaisten kouluvuosien äidinkielen taitojen on myös tutkittu ennustavan matemaattisen osaamisen muutosta. Matematiikassa menestymiseen vaikuttaa myös oppilaan oma aktiivisuus koulunkäynnissä ja läksyjen teossa, mitkä ennustavat osaamisen muutosta selvästi. (Metsämuuronen 2013, 92, 102).

1.4 Oppiaineen kiinnostuksen, opiskelun mielekkyyden ja koetun minäpystyvyyden yhteys oppimiseen

Lasten itseensä ja suoriutumiseensa liittämät uskomukset, arvot ja päämäärät vaikuttavat lasten toimintaan oppimis- ja suoriutumistilanteissa sekä heijastuvat heidän koulumenestykseensä (Aunola 2002, 105; Wigfield & Eccels 2000). Tutkimusten mukaan myös vanhempien kiinnostus ja osallistuminen oppimista kohtaan ovat yhteydessä lasten koulu-suoriutumiseen; vanhempien osallisuus näkyy oppimistuloksissa sekä lasten asenteissa ja käytöksessä (Aro ym. 2014, 20). Oppilaiden akateemisen minäkuvan taas on todettu olevan epäsuorasti yhteydessä akateemiseen suoriutumiseen esimerkiksi osallistumisen tai vertaissuhteiden kautta (Connell & Wellborn, 1991). Luokassa osallistumisella ensimmäisellä luokalla on myös tutkittu olevan merkittäviä positiivisia vaikutuksia suoriutumiseen ensimmäisen vuoden lopulla. (Bossaert, Buyse, Doumen & Verschueren 2011, 54).

Oppilaan asenteet matematiikan opiskelua sekä yleisesti oppiainetta kohtaan vaikuttavat oppilaan matematiikan osaamiseen ja oppimistuloksiin (Lipnevich, Preckel & Krumm 2016, 76; Metsämuuronen 2017, 99). Vaikka yleisesti oppilaat kokevat matematiikan hyödyllisenä oppiaineena, siitä ei silti kovin paljon pidetä (Hirvonen 2012, 6). TIMMS-tutkimuksen mukaan suomalaisista neljäsluokkalaisista vain 28 prosenttia kertoi pitävänsä paljon matematiikan opiskelusta ja 31 prosenttia ei pitänyt matematiikasta (Vettenranta 2016a, 59). On todettu, että oppilaan asenteet matematiikkaa kohtaan ovat suoraan yhteydessä matematiikan kokeissa menestymiseen. Mitä positiivisempi asenne oppilaalla on, sitä paremmat tulokset hän saa kokeesta. (Metsämuuronen 2010, 62.)

Oppilaan luottamuksella itseensä ja käsityksellä siitä, miten hyvä hän on ja mitä hän kykenee oppimaan, on erittäin voimakas yhteys koulumenestykseen (Keltikangas-Järvinen 2010, 40). Oppilaan minäkäsityksen ja itsetunnon kannalta on keskeistä, että lapsi pitää koulussa oppimista tärkeänä. Minäkäsityksellä tarkoitetaan ihmisen käsitystä itsestä liittyvistä asioista, kuten arvoista, asenteista ja ominaisuuksista. Minäkäsitys muovautuu kokemusten ja kehityksen myötä, ja siihen vaikuttaa vahvasti myös ympäristöltä saatu palaute. Varhaisina vuosina lapsi tarvitsee paljon aikuisten apua muodostaessaan minäkäsitystään kokemusten ja palautteen pohjalta. Kouluiässä taas minäkäsitys liittyy vahvemmin arvioon itsestä suhteessa muihin lapsen elämänpiiriin laajentuessa. Vanhempien, opettajien ja vertaisten asenteet, arvostukset ja odotukset ovat suuressa roolissa minäkäsityksen ja itsetunnon kehitykseen. Kouluvuosien aikana oppilas kehittää itselleen myös erillisen oppija-minäkäsityksen, jolla tarkoitetaan oppijan havaintoja ja käsityksiä kyvystään oppia. (Aro ym. 2014, 10–11.)

Itsetunto tarkoittaa kokonaisarviota itsestä. Itsetuntoa määritellään itseluottamukseksi ja itsensä arvostamiseksi, ja sitä on muun muassa se, kuinka paljon hyviä ominaisuuksia ihminen itsessään näkee. (Keltikangas-Järvinen 2010, 17, 19.) Lapsi muodostaa itsetuntoaan yhdistelemällä erilaisia itsen liittyviä arviointeja ja siihen vaikuttaa myös se, mitä asioita lapset arvostavat. Lapsi arvioi itseään eri elämänalueilla ja eri taidoilla voi olla erisuuruinen vaikutus itsetuntoon. Lapsen arvostamien ominaisuuksien saavutettavuus ja onnistumisen tunteet lisäävät tunnetta omasta pystyvyydestä ja motivoivat kohti uusia tehtäviä. Iän lisääntyessä, pelkät onnistumisen kokemukset eivät kuitenkaan aina riitä, vaan lapsi vertailee itseään enemmän vertaisiinsa. (Aro ym. 2014, 12; Dijkstra, Kuyber, van der Werf, Buunk & van der Zee 2008, 828.) Itsetunto on Suomessa tärkeä koulumenestyksen taustatekijä ja se selittää koulumenestystä enemmän kuin esimerkiksi älykkyys. Vaikutus kulkee kuitenkin myös toiseen suuntaan ja Suomessa koulumenestyksellä on suurempi vaikutus lapsen itsetuntoon kuin muissa maissa. (Keltikangas-Järvinen 2010, 40–41.)

Itsearviointi kuuluu minäkäsityksen ja itsetunnon kehitykseen osana oppimisprosessia; oppilas tulee tietoisemmaksi itsestään eritellessään ajatteluaan ja tunnistaessaan omia vahvuuksiaan ja puutteitaan. (Rauste-von Wright, von Wright & Soini 2003, 67–68.) Itseään arvioimalla lapsella on mahdollisuus huomata omat vahvuutensa ja asettaa tavoitteensa tasolle, joka hänen on mahdollista saavuttaa. Omien tavoitteiden saavuttaminen innostaa lasta oppimaan ja pyrkimään aina parempiin saavutuksiin. (Korpinen, Jokiahho & Tikkanen 2003, 67–68.) Lapsen arviot omista onnistumisistaan ja epäonnistumisistaan vaikuttavat lapsen kehitykseen. (Piaget 1988, 58.) 6–7-vuotias lapsi alkaa liittämään muiden käsityksiä itsestään omaan itsearvostukseensa. Lapsi arvioi itse itseään suhteessa muiden arvioihin ja muihin lapsiin, ja pohtii täyttääkö hän muiden odotukset. Lapsi oppii tässä iässä arvioimaan itseään suhteessa omaan käyttäytymiseensä ja muiden palautteeseen. (Korpinen ym. 2003, 72.)

Jo alkuopetusikäisillä lapsilla on eriytynyt käsitys omista hyvistä ja heikommista puolistaan, joita lapsi on rakentanut muiden ihmisten kautta. Myös lapsen oma havainto-, arviointi- ja päättelykyky kehittyvät siten, että lapsi pystyy arvioimaan itseään realistisesti. (Aho 1996, 28; Korpinen ym. 2003, 72.) Oppilaan itsearvioinnin edellytysten kehittämisen on lisäksi yksi opetussuunnitelman arvioinnin tavoitteista (Opetushallitus 2016a, 49). Näin voidaan olettaa, että tämän tutkimuksen oppilaat kykenevät luotettavaan itsearviointiin.

Minäkäsitys ja itsetunto kuvaavat lapsen käsitystä itsestään melko yleisellä tasolla. Kun pyritään ymmärtämään sitä, mikä ohjaa lapsen toimintaa tietyissä tilanteissa, käyte-tään minäpystyvyyden käsitettä. (Aro ym. 2014, 16.) Minäpystyvyyden avulla voidaan määrittää henkilön tekemiä valintoja, vaivan määrää, jota ollaan valmiit näkemään tulosten saavuttamiseksi, sekä sinnikkyyttä ja pitkäjänteisyyttä vaikeuksia kohdattaessa (Bandura 1986, 391; Pajares & Usher 2008, 751).

Minäpystyvyyden on todettu myös ennustavan oppilaan akateemista suoriutumista. Yleisesti minäpystyvyydellä tarkoitetaan ihmisen arvioita omasta kyvystään toimia ja suoriutua erilaisissa tilanteissa, esimerkiksi käsityksiä siitä, osaanko ja pystynkö. Lisäksi onnistumisen tai epäonnistumisen ennakointi voidaan ymmärtää pystyvyyksikäsitteeksi. Pystyvyys vaikuttaa motivaatioon, toimintaan, tunteisiin, ajatusmalleihin ja päätöksente-koon. Se vaikuttaa siihen, miten paljon vaivaa ihminen on valmis näkemään ja miten pit-kään jaksaa yrittää haasteita kohdatessa. Käsitys minäpystyvyydestä ennustaakin tulevaa toimintaa aiempia saavutuksia paremmin. (Aro ym. 2014, 16; Bandura 1982.)

Pystyvyydenkokemusten muotoutumiseen oppilailla vaikuttavat aikaisemmat onnistu-misen kokemukset, ympäristön antama tuki ja palaute sekä eri tilanteista syntyvät tunteet ja niiden tulkinnat. Erityisen altis muutoksille pystyvyydenkokemus on silloin, kun se on vasta muotoutumassa. Tästä syystä ensimmäiset kouluvuodet ovat merkityksellisiä siinä, millainen kuva oppilaalla syntyy itsestään oppijana. Pystyvyydenkokemus voi vaihdella suoritusten aikana. Mikäli oppilas huomaa tehtävää tehdessään viitteitä siihen, ettei hän ole kykenevä selviytymään tehtävästä, hänen käsityksensä omasta pystyvyydestä heikke-nee riippumatta tehtävän todellisesta haastavuudesta tai siitä osaako oppilas ratkaista teh-tävän. Käytännössä oppilaan pystyvyydenkokemus ei siis määräydy sen mukaan, millai-sia lopputuloksia oppilas saa, vaan mitä hän kokee tehtävää tehdessään. Lisäksi pysty-vyydenkokemukseen vaikuttaa se, miten oppilas tulkitsee lopputuloksen ja kokemuk-sensa. (Aro ym. 2014, 16–17; Bandura 1982.)

Koulussa viihtymisen on todettu olevan yhteydessä oppilaan osaamisen lisääntymi-seen. Erään tutkimuksen mukaan 75 prosenttia niistä 6.- ja 9.-luokkalaisista oppilaista, jotka viihtyvät erittäin hyvin koulussa, sijoittuvat osaamistasoltaan ryhmään, jossa osaa-minen on lähtötasoon suhteutettuna suurta. Voidaankin päätellä, että kahdesta lähtötasol-taan heikosta oppilaasta menestyy todennäköisesti jatkossa paremmin se, joka viihtyy koulussa erittäin hyvin. Kouluviihtyvyydestä puhuttaessa on kuitenkin pohdittava, seu-raako osaamisen muutos koulussa viihtymisestä vai onko kouluviihtyminen seurausta osaamisen lisääntymisestä. (Metsämuuronen 2013, 98.)

Lasten itseensä ja suoriutumiseen liittämät uskomukset, arvot ja päämäärät vaikuttavat lasten toimintaan oppimis- ja suoriutumistilanteissa sekä heijastuvat heidän koulumenestykseensä (Aunola 2002, 105; Wigfield & Eccels 2000). Suomalaisten neljäsluokkalaisten luottamus omaan matematiikan osaamiseensa on todettu olevan kohtalaista. TIMMS-tutkimukseen osallistuneista oppilaista viidesosa luotti heikosti matematiikan osaamiseensa ja 28 prosenttia luotti osaamiseensa paljon. Oppilaan luottamuksella omaan matematiikan osaamiseen näyttäisi olevan vahva yhteys suoriutumiseen matematiikan tehtävissä. (Vettenranta ym. 2016a, 61.) Akateemisen minäkuvan on myös todettu olevan epäsuorasti yhteydessä akateemiseen suoriutumiseen esimerkiksi osallistumisen tai vertais-suhteiden kautta (Connell & Wellborn, 1991). Lisäksi luokassa osallistumisella ensimmäisellä luokalla on tutkittu olevan merkittäviä positiivisia vaikutuksia suoriutumiseen ensimmäisen vuoden lopulla. (Bossaert ym. 2011, 54).

Wigfieldin ja Eccelsin (2000) odotusarvoteorian mukaan yksilöiden sinnikkyys ja suoriutuminen tehtävissä pohjautuu siihen, miten hyvin hän uskoo tehtävästä suoriutuvansa ja millaiset ovat hänen tehtävään liittämänsä arvot. Lapsen ennakkoinnit ja odotukset vaihtelevat kohteena olevan tehtäväalueen mukaan jo ensimmäisiltä koululuokilta lähtien, ja ne voivat olla erilaisia esimerkiksi matematiikan ja äidinkielen kohdalla. Lapsi, joka luottaa kykyihinsä jatkaa yrittämistä kohdatessaan vaikeuksia, tulkitsee epäonnistumisen johduttavan yrittämisen puutteesta. Omia kykyjään epäilevät lapset taas ennakoivat epäonnistuvansa ja voivat luovuttaa helposti vaikeuksien edessä. (Aunola 2002, 106–107.)

Kiinnostuneisuus oppiainetta kohtaan tekee yleensä sen parissa työskentelystä mieluuisaa ja innostavaa. Kiinnostuneisuuden nähdään olevan kehittyvä ominaisuus ja se määritellään usein tietyn kontekstin tai tehtävän piirteiden kautta. Kiinnostuneisuus auttaa oppilaan motivoinnissa ja se on yhteydessä myös oppilaan tarkkaavaisuuteen, sinnikkyYTEEN ja positiivisiin tuntemuksiin, jotka edesauttavat oppimista. Kiinnostuneisuudesta siirrytään oppilaiden ja opetuksen kannalta oleellisempiin henkilökohtaisiin tavoitteisiin ja pysyvämpiin motiiveihin ja arvoihin. (Veermans & Tapola 2006, 69.)

Ensimmäisten kouluvuosien aikana oppilaan motivaatiossa tapahtuu tehtäväkohtaista eriytymistä ja motivaatio muuttuu pysyvämmäksi. Tehtäväalakohtaiset kykyuskomukset kehittyvät pitkälti sen palautteen pohjalta, jota suorituksista saadaan ja vakiintuvat kolmen ensimmäisen kouluvuoden aikana. Hyvä menestys lisää myönteistä suhtautumista ja heijastuu positiivisesti taitojen kehitykseen. Heikko menestys taas vaikuttaa kielteisesti minäkuvaan ja asenteiden kehitykseen sekä edelleen myöhempään menestykseen. (Aunola 2002, 111, 113). Gottfriedin (1990) tutkimuksessa todettiin, että tietyn tehtäväalueen

7–8 vuoden iässä syntynyt motivaatio ennustaa saman tehtäväalueen motivoituneisuutta vielä kahden vuoden jälkeen. Aikainen kiinnostus ennusti erityisesti matematiikan kiinnostuneisuutta myös myöhemmin. (Aunola 2002, 111.)

Matematiikassa oppilaan käsitykset omista kyvyistään kuvaavat oppijan arviota omista taidoistaan ja ne muovautuvat todellisten taitojen lisäksi myös sosiaalisen palautteen ja vertailun pohjalta. Käsitys omasta matemaattisesta kyvykkyydestä ennustaa myöhempiä taitoja sekä kiinnostusta. Tämä taas tukee sinnikkyyttä ja lisää oma-aloitteisuutta sellaisten tehtävien ja sisältöjen pariin, jotka edistävät matemaattisten taitojen kehitystä edelleen. (Aunio ym. 2017, 110.)

Oppilaat, jotka olettavat onnistuvansa tehtävissä ovat motivoituneita, keskittyvät käsillä olevaan tehtävään, jaksavat yrittää ja aktiivisesti ajattelevat erilaisia ratkaisutapoja. Nämä oppilaat yleensä menestyvät hyvin. Vastaavasti taas oppilaat, jotka pelkäävät epäonnistumista, eivät ole motivoituneita, kokevat ahdistuneisuutta eivätkä näe vaivaa tehtävän ratkaisemiseksi, todennäköisemmin myös epäonnistuvat tehtävässä. Tämänäyttöiset suoritusstrategiat ja motivaatioiden eroavaisuudet voivat myös olla yhteydessä akateemisten perustaitojen kehitykseen, kuten matematiikkaan, erityisesti ensimmäisten kouluvuosien aikana. (Onatsu-Arviolommi & Nurmi 2000, 478.)

Tässä tutkimuksessa tutkitaan ensimmäisen luokan oppilaiden omien arvioiden perusteella mitattua kiinnostusta matematiikkaa kohtaan, matematiikan opiskelun mielekkyyttä ja minäpystyvyyttä matematiikassa, joihin viitataan tässä tutkimuksessa itsearvioituina kokemuksina. Selvitämme myös, onko näillä tekijöillä yhteyttä oppilaan matemaattiseen kehitykseen. Matemaattinen kiinnostuneisuus pitää sisällään myös motivaation, johon kiinnostus usein johtaa. Mielekkyys matematiikan opiskelua kohtaan taas koostuu oppilaan asenteista ja viihtymisestä koulussa. Koettu minäpystyvyys rakentuu minäkäsityksestä ja itsetunnosta, ja siihen kuuluu myös oppilaan käsitys itsestään oppijana.

1.5 Sukupuolen yhteys matemaattiseen osaamiseen

Vuoden 2015 PISA-tutkimuksessa suomalaiset tytöt menestyivät tilastollisesti merkittävästi poikia paremmin matematiikan osaamisessa. Vertailtavien maiden joukossa ainoastaan yhdeksällä maalla tai alueella tytöt olivat poikia parempia, kun tutkimuksessa oli yhteensä 73 maata. Aiempien PISA-tutkimusten mukaan poikien ja tyttöjen välisessä ma-

temaattisessa osaamisessa Suomessa ei ole ollut eroja tai poikien menestys on ollut hieman tyttöjä parempaa. Vuoden 2015 tutkimuksessa havaittiin, että matemaattisesti heikosti menestyneistä oppilaista poikien osuus oli suurempi kuin tyttöjen osuus. Pojista 16 prosenttia kuului matematiikassa heikosti menestyneisiin, kun taas tytöistä vastaava osuus oli 11 prosenttia. Huippuosajien ja erinomaisesti menestyneiden nuorten osuuksissa ei havaittu merkitsevää eroa sukupuolten välillä. (Vettenranta ym. 2016b, 51.)

Myös vuonna 2015 toteutetussa kansainvälisessä 4.-luokkalaisten matemaattisia taitoja mittaavassa TIMMS-tutkimuksessa sukupuolten välillä havaittiin tilastollisesti merkitsevää eroa. Suomessa tytöt menestyivät poikia paremmin kaikilla matematiikan sisältöalueilla. Tilanne on muuttunut selkeästi vuodesta 2011, jolloin poikien matemaattiset taidot olivat tilastollisesti merkitsevästi tyttöjen taitoja parempia. Poikien pistemäärässä tapahtui selkeää laskua vuodesta 2011, kun taas tyttöjen keskimääräinen suoritustaso pysyi ennallaan. (Vettenranta ym. 2016a 43–47.)

Opetushallituksen Suomessa toteuttaman pitkittäistutkimuksen tulokset eroavat PISA- ja TIMMS-tutkimusten tuloksista. Opetushallituksen tutkimuksen mukaan tyttöjen määrä parhaiten matematiikassa menestyvien oppilaiden joukosta putoaa selkeästi 3. vuosiluokan jälkeen. Koulun alusta kolmannelle luokalle asti parhaiten suoriutuvien oppilaiden joukossa tyttöjen ja poikien määrät ovat samat, mutta kuudennella luokalla tyttöjen osuus parhaiten menestyneestä viidenneksestä on enää 46 prosenttia ja yhdeksännellä luokalla 42 prosenttia. Erityisen suuret erot sukupuolella ovat parhaan kymmenesosan joukossa, jossa yhdeksännellä luokalla tyttöjä on vain 37 prosenttia. Oppilaiden asenteet eivät näytä selittävän tyttöjen matalaa osuutta parhaiten oppilaiden joukossa, mutta poikien on todettu olevan hieman varmempia omasta osaamisestaan. (Metsämuuronen 2013, 89–90.)

Valtakunnallisessa perusopetuksen kuudennen vuosiluokan matematiikan oppimistulosarvioinnissa vuonna 2008 tytöt ja pojat menestyivät lähes yhtä hyvin. Pojat olivat hieman parempia, mutta ero ei ollut tilastollisesti merkitsevää. Samoin poikia oli hieman enemmän parhaiten kokeessa menestyneiden oppilaiden joukossa. Eroja tyttöjen ja poikien välillä löydettiin luvuissa, laskutoimituksissa ja algebrassa sekä tietojen käsittelyssä, joissa pojat menestyivät paremmin. Vastaavasti taas geometria oli tytöillä poikia vahvempi sisältöalue. Aikaisempaan vuonna tehdyssä vastaavassa arvioinnissa pojat olivat jonkin verran parempia, vaikka tilastollisessa mielessä eroa ei ollut. Kuitenkin ennen vuotta 2007 opetushallituksen tekemissä vastaavissa arvioinneissa kuudennella vuosiluokalla tytöt ovat menestyneet poikia paremmin. (Niemi 2010, 56.)

Metsämuurosen (2010, 120) tutkimuksessa suomalaisten kuudesluokkalaisten tyttöjen ja poikien välillä ei ollut merkittävää eroa matemaattisessa osaamisessa. Tyttöjen asenteet kuitenkin muuttuivat kolmen vuoden seurantajakson aikana poikiin nähden hieman negatiivisemmiksi ja erityisesti tyttöjen kokemus itsestään matematiikan osaajana heikkeni enemmän. Pääasiallisesti oppilaat kuitenkin pitävät matematiikkaa hyödyllisenä oppiaineena (Niemi 2010, 68).

Toisen asteen koulutuksen lopulla tehdyssä tutkimuksessa pojat osasivat matematiikkaa merkittävästi tyttöjä paremmin. Tyttöjen osaaminen lukioikäisillä oli noin vuoden jäljessä poikien osaamista, ja ammatillisessa koulutuksessa tytöt olivat noin kaksi vuotta poikia jäljessä. Toisen asteen koulutuksen lopussa niistä oppilaista, jotka osasivat parhaiten matematiikkaa, vain 27 prosenttia oli tyttöjä. Tytöt kokivat myös kaikissa taitotasoryhmissä merkittävästi enemmän negatiivisia tuntemuksia poikiin verrattuna. (Metsämuuronen 2017, 193.)

Yksi peruste sille, miksi tyttöjen pienempi määrä parhaiden matematiikan osaajien keskuudessa on vähäisempi, saattaa olla se, että tytöt suuntautuvat herkemmin muihin oppiaineisiin kuin matematiikkaan. Perusteita tälle suuntautumiselle ei ole vielä kattavasti tutkittu. (Metsämuuronen 2017, 193.) Tyttöjen asenteet matematiikkaa kohtaan ovat ylipäätään negatiivisemmat kuin pojilla, vaikka opetuksen seurauksena ei pitäisi olla eroja matematiikan osaamisessa tai asenteissa. Erityisesti tyttöjen käsitys omasta osaamisestaan ja heidän itseluottamuksensa poikkeavat selvästi poikien käsityksestä, vaikka suorituksissa ei olisikaan eroja. Peruskoulun päättyessä tytöt ja pojat ovat myös oppineet eri asioita matematiikasta. (Hannula, Kupari, Pehkonen, Räsänen & Soro 2004, 170; Hirvonen 2012, 6; Metsämuuronen 2010, 63.)

On myös todettu, että sukupuolella on merkitystä siinä, millaisia ongelmanratkaisustrategioita oppilas käyttää tehtäviä tehdessään. Tytöt ratkaisevat tehtäviä käyttämällä enemmän konkreettisia strategioita, kuten laskemista ja mallintamista, kun taas pojilla on tapana käyttää abstrakteja strategioita, kuten aikaisemmista strategioista johdettuja teorioita tai itsekeksittyjä algoritmeja. (Fennema, Carpenter, Jacobs, Franke & Levi 1998, 11.)

Selkeitä sukupuolittuneita eroja suomalaisten lasten matemaattisissa taidoissa ei voida esittää. Havaitut erot tyttöjen ja poikien välillä ovat usein pieniä, ja ne ovat suosineet sekä tyttöjä ja poikia. Tämä on herättänyt pohdintaa siitä, onko sukupuolten välinen osaamisen vertailu muuttunut tarpeettomaksi. Kuitenkin matematiikkaan liittyvissä valinnoissa, ku-

ten suuntautumisessa ja asenteissa, pojat suhtautuvat oppiaineeseen tyttöjä positiivisemmin. (Hannula ym. 2004, 170–171.) Tässä tutkimuksessa tutkitaan sukupuolen yhteyttä matemaattiseen osaamiseen sekä itsearvioituihin kokemuksiin matematiikkaa kohtaan.

2 TUTKIMUSONGELMAT

Tutkimuksen tavoitteena on selvittää oppilaiden matemaattisten taitojen yleistä tasoa ja niiden kehitystä ensimmäisen luokan syksyn aikana. Matemaattisista taidoista keskitytään erityisesti oppilaiden aritmeettisten taitojen kehitykseen. Lisäksi selvitetään oppilaan matemaattisen osaamisen lähtötason sekä oppilaan kokeman minäpystyvyyden, kiinnostuksen oppiainetta kohtaan, opiskelun mielekkyyden ja sukupuolen välisiä yhteyksiä matemaattisiin taitoihin ja niiden kehitykseen.

1. Millaisia ovat oppilaiden matemaattiset sekä aritmeettiset taidot ja niiden kehitys ensimmäisen syyslukukauden aikana?

Oppilaat ovat olleet esiopetuksessa, jossa on tuettu matemaattisen ajattelun kehittymistä ja tutustuttu matematiikan osa-alueisiin. Erityisesti lukukäsitteen kehittymistä, lukumäärän havainnoimista ja lukujonotaitoja on harjoiteltu ennen koulun alkua. (Opetushallitus 2016b.) Ennen koulun alkua matemaattisen ajattelun kehitystä tapahtuu muun muassa lukumääräisyydentajussa, matemaattis-loogisissa periaatteissa ja laskemisen taidoissa (Aunio 2008). Ensimmäisen opiskeluvuoden aikana oppilaiden tulisi olla matemaattisessa kehityksessään formaalien matemaattisten taitojen vaiheessa, jolloin lukujen luettelointi automatisoituu ja lapsi oppii algoritmit (Ahonen ym. 1995). Ensimmäisten kouluvuosien aikana keskeisenä matematiikan tavoitteena pidetään sujuvaa peruslaskutaitoa, joka saavutetaan yleensä toisen vuosiluokan kevääseen mennessä. Aritmeettiset taidot kehittyvät yleensä erilaisten strategioiden kautta, joissa edetään lukujen luettelomisesta ja sormien käytöstä automatisoituneeseen laskemiseen. (Aunio ym. 2004; Aunio ym. 2017). Olettamuksena on, että oppilaat kehittyvät matemaattisissa taidoissaan syyslukukauden aikana ja että eniten haasteita tuottaa aritmeettisten taitojen oppiminen.

2. Millainen yhteys oppilaiden lähtötasolla matematiikassa on matemaattisten taitojen kehitykseen?

Aikaisempien tutkimusten mukaan jo alle kouluikäisten matemaattiset taidot ovat yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen ensimmäisen kouluvuoden aikana (Aunola ym. 2004; Hannula ym. 2005). Matematiikan alkuperäisellä osaamistasolla on todettu olevan

merkitystä myöhempään matemaattisten taitojen osaamiseen (Aubrey ym. 2006; Aunola ym. 2004; Muthén & Khoo 1998; Williamson ym. 1991). Oppilaat, jotka hallitsevat keskeiset matemaattiset taidot jo varhain, osaavat useimmiten hyvin matematiikkaa myös myöhemmin koulussa (Aunio ym. 2017). Olettamuksena on, että syyslukukauden alussa todettu osaamistaso olisi yhteydessä oppilaan matemaattisten taitojen kehitykseen.

3. Millaisia ovat oppilaiden itsearvioidut kokemukset ja niiden yhteys matemaattiseen osaamiseen sekä kehitykseen?

Aikaisemmissa tutkimuksissa on osoitettu, että lapsen itseensä ja suoriutumiseensa liittämät arvot, uskomukset ja päämäärät ovat yhteydessä heidän koulumenestykseensä (Aunola 2002; Wigfield & Eccels 2000). Oppilaan asenne matematiikan oppiainetta kohtaan vaikuttaa matematiikan osaamiseen ja oppimistuloksiin (Lipnevich ym. 2016; Metsämuuronen 2017). Lisäksi oppilaan itseluottamuksella ja käsityksellä siitä, miten hyvä hän on ja mitä hän kykenee oppimaan, on todettu olevan erittäin voimakas yhteys koulumenestykseen (Keltikangas-Järvinen 2010, 40). Myös minäpystyvyys ennustaa oppilaan akateemista suoriutumista (Aro ym. 2014, 16; Bandura 1982). Gottfriedin (1990) tutkimuksen mukaisesti 7–8 vuoden iässä syntynyt tietyn tehtäväalueen motivaatio ennusti samaan alueen motivoituneisuutta vielä myöhemminkin. Olettamuksena on, että oppilaiden itsearvioidut kokemukset olisivat yhteydessä matemaattiseen kehitykseen syyslukukauden aikana.

4. Millainen yhteys sukupuolella on matemaattiseen osaamiseen sekä itsearviointeihin kokemuksiin ja näiden muutoksiin syyslukukauden aikana?

Sukupuolen yhteydestä matemaattiseen osaamiseen on ristiriitaista tutkimustietoa. Aikaisemmissa tutkimuksissa tytöt ja pojat ovat olleet vuorotellen parempia, mutta pienillä eroilla tai vaihtoehtoisesti eroja ei ole löytynyt ollenkaan. (Metsämuuronen 2013; 2017; Niemi 2010; Vettenranta ym. 2016b.) Tyttöjen kohdalla kuitenkin käsitys omasta osaamisestaan poikkeaa negatiivisempaan suuntaan poikien käsityksestä (Hannula ym. 2004; Hirvonen 2012; Metsämuuronen 2010). Erityisesti tyttöjen asenteiden matematiikkaa kohtaan on ajan kuluessa todettu muuttuvan poikien asenteita negatiivisemmiksi (Niemi 2010, 68). Olettamuksena on, että oppilaiden matemaattisessa osaamisessa ei ole eroja, mutta tyttöjen itsearvioidut kokemukset ovat poikien itsearviointeja negatiivisempia.

3 TUTKIMUSMENETELMÄT

3.1 Tutkittavat

Tutkittavat olivat alakoulun ensimmäisen luokan aloittavia oppilaita. Osallistuvat oppilaat olivat kolmesta varsinaissuomalaisesta koulusta, joista tutkimukseen osallistui yhteensä neljä luokkaa. Alkumittaukseen osallistuneita oppilaita oli 61. Molempiin mittauskertoihin osallistuneita oli 56 oppilasta, joiden vastauksista muodostui tutkimuksen lopullinen aineisto.

Oppilaiden vanhemmilta pyydettiin suostumus oppilaiden osallistumisesta tutkimukseen. Oppilailla olisi myös ollut mahdollisuus itse kieltäytyä tutkimukseen osallistumisesta, mutta yksikään oppilas ei tätä oikeutta käyttänyt. (Cohen, Manion & Morrison 2007, 64.) Lisäksi koulujen rehtorit sekä luokanopettajat antoivat suostumuksensa tutkimuksen tekoon kyseisissä luokissa.

Tutkimus toteutettiin oppilaiden koulupäivien aikana. Tutkimustilana toimi tyhjä luokahuone, opettajainhuone, koulun käytävä tai muu tyhjä tila. Näin saatiin mahdollisimman hyvin turvattua tutkittavien yksityisyyden ja tutkimuksen luotettavuuden vaatimukset. (Cohen ym. 2007, 63–65.) Lisäksi erillinen ja mahdollisimman rauhallinen tila vähentää virheitä, joita taustamelu ja muut yleisen tilan häiriötekijät aiheuttavat. Oppilaat pyydettiin oppituntien aikana yksi kerrallaan suorittamaan matemaattinen testi. Testiä suorittaessa oppilaat olivat tutkijan kanssa kahden kesken. Testi suoritettiin lomakehaastattelunomaisesti siten, että tutkija esitti kysymykset ja tehtävät suullisesti valmiin lomakkeen pohjalta (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2009, 208).

Oppilaiden suorittaessa testiä tutkija havainnoi samalla oppilasta, jotta saatiin välitöntä ja suoraa tietoa oppilaiden toiminnasta ja käyttäytymisestä (Hirsjärvi ym. 2009, 213). Havainnoinnin tarkoituksena oli erityisesti selvittää, missä kehityksen vaiheessa lapsi laskutaidoissaan oli, eli käyttikö hän tehtävän ratkaisua helpottavia apukeinoja, kuten sormia tai ääneen luettelua (Aunio ym. 2004, 203; Aunio ym. 2017, 27–29).

Koska kyseessä olivat juuri koulunsa aloittaneet oppilaat, kaikki eivät vielä osanneet lukea, minkä vuoksi päädyttiin ratkaisuun, jossa tutkija esitti matemaattisen testin tehtävät lapsille suullisesti. Oppilaan vastattua tutkija merkitsi lomakkeeseen oppilaan vastauksen ja pisteytti sen. Tutkijan läsnäolo myös lisää tutkimuksen luotettavuutta, sillä se voi poistaa yleisiä kyselylomakkeiden ongelmia, kuten väärinymmärryksiä, ja antaa mahdollisuuden lisäkysymyksille (Hirsjärvi ym. 2009, 195).

3.2 Tutkimusaineiston kerääminen

Tutkimusaineisto kerättiin kyselylomakkeen avulla (Liite 1) alkusyksyllä ja loppuvuonna saman syyslukukauden aikana. Kyselytutkimusten etuna pidetään sitä, että sen avulla voidaan kerätä laaja aineisto useammilta henkilöiltä ja sillä voidaan kysyä useita eri asioita yhdellä kerralla. (Hirsjärvi ym. 2009, 193–195). Tässä tutkimuksessa aineisto kerättiin toistomittauksella siten, että oppilaat tekivät matemaattisia taitoja mittaavan testin alku- ja loppusyksystä. Testien välissä oppilaat opiskelivat matematiikkaa normaalisti opetus suunnitelman mukaisesti. Toistomittauksia käytetään yleensä silloin, kun vertailun kohteena on saman koehenkilöjoukon suoriutuminen kahdessa tilanteessa, jotka poikkeavat toisistaan (Aunio ym. 2017, 38; Nummenmaa 2011, 178).

Kyselylomakkeen eli matemaattisten testin kaikki kysymykset, lukuun ottamatta kysymyksiä A–E, esitettiin oppilaille sekä alku- että loppumittauksessa ja näin voitiin verrata osaamisen kehittymistä. Kysymykset 1–5 mittaavat lukujonotaitojen osaamista, kysymykset 6–10 aritmeettisiä perustaitoja ja kysymykset 11–14 matemaattis-logisten taitojen osaamista. Kysymys 15A, “Miten paljon pidät matematiikasta?”, mittaa oppilaan kiinnostusta matematiikkaa kohtaan. Kysymys 15B, “Millaisella mielellä osallistut matematiikan tunneille?”, mittaa matematiikan opiskelun mielekkyyttä ja kysymys 15C, “Miten helppoa matematiikka on sinulle?”, mittaa oppilaan koettua minäpystyvyyttä matematiikassa. Kysymyksen 15 kaikkiin kohtiin oppilaat vastasivat osoittamalla viiden vaihtoehdon hymynaama-asteikosta omaa vastausta parhaiten kuvaavaa vaihtoehtoa (Liite 1).

Matemaattisen testin kysymykset 1–14 on muodostettu syyslukukauden oppimistavoitteiden pohjalta. Testissä olevat tehtävät ovat mukautettuja versioita ensimmäisen luokan matematiikan oppikirjojen tehtävistä. Tehtävien tukena oppilaille näytettiin erilaisia kuvia, numeroita tai kuvioita. Kuvioiden tarkoituksena oli lisätä motivaatiota tutkimuksen suorittamiseen, saada tehtävistä mahdollisimman tuttuja ja samankaltaisia kuin oppikirjoissa sekä ottaa tehtäviin osaksi myös matemaattista hahmottamista. Kuviot ovat nähtävissä kyselylomakkeessa kysymyksiä yhteydessä (Liite 1).

Matemaattisen testin kysymykset A–E olivat muita kysymyksiä haastavampia ja ne olivat loppumittauksessa mukana. Kysymysten sisältö liittyi suoraan ensimmäisen vuosiluokan kevään matematiikan oppimateriaaliin ja oli muodostettu kevään oppimistavoitteiden pohjalta. Niiden tarkoitus oli motivoida taitavimpia oppilaita sekä luoda mahdollisuus tarkastella oppilaiden osaamista yli syyslukukauden tavoitteiden.

Testin tehtävät 1–10 pisteytettiin liukuvilla pisteillä 0–2 ja tehtävät 11–14 pisteillä 0 tai 2 sen mukaan, osasiko tehtävän oikein vai ei. Tehtävien 1–10 pisteytys perustui siihen, missä kehityksenvaiheessa oppilas on laskutaidoissaan eli miten hyvin ja automatisoituneesti oppilas osasi vastata tehtävään. Väärästä vastauksesta oppilas sai nolla pistettä. Mikäli oppilas osasi tehtävän, mutta käytti ratkaisun saamisen tukena joitain apukeinoja, kuten ääneen luettelua tai sormia, sai oppilas yhden pisteen tehtävästä. Kaksi pistettä sai, jos osasi vastata tehtävään oikein ja ilman apukeinoja.

Valmis kyselylomake esitettiin kahden lapsen kanssa, joista toinen oli esiopetuksessa ja toinen toisella luokalla. Esitestaus toteutettiin varsinaiseen tutkimukseen osallistuvia tutkittavia nuoremmalle ja vanhemmalle lapselle, millä pyrittiin varmistamaan tutkimuksen riittävä haasteellisuus sekä onnistumisen kokemukset. Esitestauksen perusteella lomaketta on mahdollista tarkistaa ja kysymysten muotoilua korjata varsinaista tutkimusta varten (Hirsjärvi ym. 2009, 204).

Matemaattisen testin lisäksi molemmilla aineistonkeruukerroilla luokanopettajilta kysyttiin muutamia avoimia haastattelukysymyksiä. Haastattelun kysymykset koskivat heidän käyttämiään opetusmetodeja, näkemyksiään oppilaiden yleisestä lähtötasosta syksyn alussa, oppilaiden menestymistä matematiikassa syksyn aikana sekä oppilaiden innostuneisuutta matematiikasta ja näiden muutoksista. Avoimet haastattelut käytiin vapaana keskusteluna oppilaiden testaamisen jälkeen.

3.3 Aineiston käsittely ja analyysi

Tutkimuksen aineistoa käsiteltiin luottamuksellisesti sekä nimettömästi (Cohen ym. 2007, 64). Kerätty aineisto muokattiin tilastolliseen muotoon, jotta sitä voitiin käsitellä ja analysoida tilastonkäsittelyohjelmalla. Aineiston avulla pyrittiin selvittämään lapsen matemaattisten taitojen osaaminen syyslukukauden alussa ja lopussa. Tilastollisen analysoinnin avulla etsittiin yhteyksiä oppilaan lähtötason ja matemaattisen kiinnostuneisuuden sekä taitojen kehityksen väliltä. (Hirsjärvi ym. 2009, 140.) Alkumittauksen jälkeen lapset jaettiin kolmeen tasoryhmään matemaattisen osaamisen perusteella. Loppumittauksen jälkeen verrattiin, miten ryhmät olivat kehittyneet syksyn aikana.

Aineistolle tehtiin frekvenssitaulukoita matemaattisen osaamisen, matemaattisten taitojen osa-alueiden sekä sukupuolimuuttujan ja tasoryhmien osalta. Matemaattisen osaamisen sekä matemaattisten taitojen osa-alueiden osalta muodostettiin summamuuttujat

ennen frekvenssitaulukoiden tekemistä. Myös oppilaiden itsearvoituja kokemuksia käsittelevien kysymysten kohdalla tehtiin frekvenssitaulukot alku- ja loppumittauksesta. Frekvenssitaulukot ovat yksi tapa kuvailla aineistoa. Niistä selviää helposti ja nopeasti, miten tulokset jakautuvat eri tutkittavien osalta. (Nummenmaa 2011, 60.) Frekvenssitaulukoiden pohjalta tehtiin myös pylväskuvioita, jotka havainnollistavat jakaumia.

Alkumittauksessa saatujen pisteiden perusteella oppilaat jaettiin kolmeen ryhmään, joista tehtiin mahdollisimman tasakokoiset. Tässä tutkimuksessa näihin ryhmiin viitataan tasoryhminä. Tasoryhmille määriteltiin kiinteät pisterajat, joita käytettiin myös jaettaessa oppilaita ryhmiin loppumittauksen jälkeen. Ryhmien jakautuminen on esitelty taulukossa 1 ja 2.

Taulukko 1. Tasoryhmät alkumittauksen jälkeen.

Tasoryhmä 1 (0–27 pistettä)	Tasoryhmä 2 (28–31 pistettä)	Tasoryhmä 3 (32–36 pistettä)
16 oppilasta (29%)	22 oppilasta (39%)	18 oppilasta (32%)

Taulukko 2. Tasoryhmät loppumittauksen jälkeen.

Tasoryhmä 1 (0–27 pistettä)	Tasoryhmä 2 (28–31 pistettä)	Tasoryhmä 3 (32–36 pistettä)
1 oppilas (2%)	14 oppilasta (25%)	41 oppilasta (73%)

Lisäksi frekvenssitaulukoiden pohjalta muodostettiin parhaiten suoriutuvien oppilaiden joukko, johon kuuluvat oppilaat saivat testistä kokonaispisteiksi 34–36 pistettä.

Ennen summamuuttujan tekemistä täytyy varmistaa, että summattavat muuttujat mitaavat tarpeeksi hyvin samaa asiaa. Yhteensopivuus tutkitaan osioanalyysillä. Osioanalyysillä tutkitaan, kuinka homogeenisen kokonaisuuden yksittäisen muuttujan muodostavat ja miten ne korreloivat tuohon kokonaisuuteen. Cronbachin alfa -kerroin kuvaa tätä ominaisuutta. Alfa arvo vaihtelee nollan ja ykkösen välillä. Mitä lähempänä alfa on ykköstä, sitä yhdenmukaisempia osioon kuuluvat muuttujat ja kysymykset keskenään ovat. Cronbachin alfan suuruudelle ei voida asettaa absoluuttista kriteeri-arvoa, vaikka useimmiten raja asetetaan arvon 0,6 kohdalle. (Broberg, Laakkonen & Tähtinen 2011, 53.) Tässä tutkimuksessa alfan kriteeri-arvona pidettiin arvoa 0,5.

Alkumittauksen jälkeen tehtiin koko testistä matemaattinen osaaminen -summamuuttuja, joka kuvaa yleisen osaamisen tasoa eli koko testistä suoriutumista. Summamuuttujat muodostettiin myös kaikista matemaattisten taitojen osa-alueista. Lukujonotaitoja mittaavista kysymyksistä 1–5 muodostettiin lukujonotaidot-summamuuttuja. Aritmeettisten taitojen osaamista mittaavista kysymyksistä 6–10, tehtiin aritmeettiset taidot -summamuuttuja. Matemaattis-loogisia taitoja mittaavista kysymyksistä 11–14 tehtiin matemaattis-loogiset taidot -summamuuttuja. Loppumittauksen osalta tehtiin samat summamuuttujat kuin alkumittauksista. Tehtäessä osioanalyysia alkumittauksen osalta, jätettiin analyysistä pois tehtävät 11A ja 11B, sillä kaikki oppilaat saivat näistä tehtävistä täydet pisteet eikä niissä ollut siis lainkaan varianssia. Loppumittauksen kohdalla osioanalyysistä jätettiin pois tehtävät 8, 11A, 11B ja 12B, sillä kaikki saivat niistä täydet pisteet. Osioanalyysin tulokset on esitetty taulukossa 3. Summamuuttujia matemaattinen osaaminen alussa sekä lopussa ja aritmeettiset perustaidot alussa ja lopussa käytettiin tilastollisiin analyysiin. Muista summamuuttujista on tehty frekvenssitarkasteluja osaamisen ja kehityksen tulkitsemiseksi.

Aineistosta muodostettiin viisi uutta muuttujaa, jotta saatiin selville muuttujien arvojen muutos alkumittauksesta loppumittaukseen. Uudet muuttujat ovat: matemaattisen osaamisen kehitys, aritmeettisten perustaitojen kehitys, kiinnostuksen muuttuminen, mielekkyyden muuttuminen sekä minäpystyvyyden muuttuminen. Nämä muuttujat muodostettiin laskemalla erotus loppumittauksen ja alkumittauksen tuloksista.

Taulukko 3. Osioanalyysi ja reliabiliteetti.

Reliabiliteetti			
	Cronbachin alfa	Muuttujien lukumäärä	Keskiarvo
Matemaattinen osaaminen alussa	0,599	16	1,576
Matemaattinen osaaminen lopussa	0,576	14	1,793
Aritmeettiset perustaidot alussa	0,535	7	1,337
Aritmeettiset perustaidot lopussa	0,515	6	1,679
Lukujonotaidot alussa	0,398	5	1,679
Lukujonotaidot lopussa	0,547	5	1,836
Matemaattis-loogiset taidot alussa	-0,291	4	1,866
Matemaattis-loogiset taidot lopussa	0,478	3	1,952

Itsearvioituja kokemuksia kartoittavan kysymyksen 15 kaikkien kohtien vastauksien jakaumat olivat vinoja. Vinouden vuoksi lähes kaikkien analyysien jokin käyttöehto jäi toteutumatta, jolloin tilastollista analyysia ei voitu käyttää. Analysoinnin helpottamiseksi muunnettiin kysymysten viisiportaisella likert-asteikolla annetut vastaukset kahteen ryhmään taulukkojen 4, 5 ja 6 mukaisesti. Muunnettuja muuttujia käytettiin osassa testejä ja osassa taas alkuperäistä likert-asteikollista muuttujaa.

Taulukko 4. Uusi asteikko. Miten paljon pidät matematiikasta? (Kiinnostus matematiikkaa kohtaan).

Erittäin vähän	
Vähän	Kiinnostaa vähän
Ei paljon eikä vähän	
Paljon	
Erittäin paljon	Kiinnostaa paljon

Taulukko 5. Uusi asteikko. Millaisella mielellä osallistut matematiikan tunneilla? (Matematiikan opiskelun mielekkyys).

<p>Erittäin huonolla</p> <p>Huonolla</p> <p>Ei huonolla eikä hyvällä</p>	<p>Opiskelu ei mielekästä</p>
<p>Hyvällä</p> <p>Erittäin hyvällä</p>	<p>Opiskelu mielekästä</p>

Taulukko 6. Uusi asteikko. Miten helppoa matematiikka on sinulle? (Koettu minäpystyvyys matematiikassa).

<p>Erittäin vaikeaa</p> <p>Vaikeaa</p> <p>Ei vaikeaa eikä helppoa</p>	<p>Matala minäpystyvyys</p>
<p>Helppoa</p> <p>Erittäin helppoa</p>	<p>Korkea minäpystyvyys</p>

Tilastolliset testit voidaan jakaa kahdenlaisiin testeihin, epäparametrisiin ja parametrisiin testeihin, perustuen siihen, millaista jakaumaa tutkitaan (Nummenmaa 2011, 153). Epäparametrisia testejä voidaan käyttää aina, kun taas parametristen testien käytöllä on tietynlaisia vaatimuksia aineistolle. Parametriset testit vaativat, että mittaukset ovat vähintään välimatka-asteikollisia ja otokset on poimittu populaatiosta, joka on normaalisti jakautunut. Lisäksi parametriset testit vaativat tarpeeksi suuren otannan, jonka rajana voidaan pitää noin 20 tutkittavaa. Parametriset testit ovat voimakkaampia kuin epäparametriset, eli parametriset testit havaitsevat herkemmin aineistossa olevia ilmiöitä. (Nummenmaa 2011, 153–154.) Tämän vuoksi käytetään parametrisia testejä, mikäli se on mahdollista.

Selvitettäessä, tehdäänkö aineistolle parametrisia vai epäparametrisia testejä, tutkitaan, ovatko aineiston muuttujat normaalijakautuneet. Aineiston muuttujille tehdään normaalijakaumatestejä. Yleisimmät normaalijakaumatestit ovat Kolmogorov-Smirnovin testi sekä Shapiro-Wilkin testi. Tässä tutkimuksessa on käytetty Shapiro-Wilkinin testiä, sillä mitattavan muuttujaryhmän koko on alle 50 (Tikkanen 2017, 6). Testin p-arvon ollessa $p < 0.05$ testattava jakauma poikkeaa merkitsevästi normaalijakaumasta, eli muuttuja, jota tarkastellaan, ei ole normaalisti jakautunut. Mikäli $p > 0.05$ niin voidaan katsoa, että muuttujan jakauma on normaali. (Tikkanen 2017, 6.) Normaalijakaumatesti voi hylätä kuitenkin todella herkästi nollahypoteesin, jolloin normaalijakaumatestin väittäessä, ettei jakauma ole normaalisti jakautunut, voi se todellisuudessa kuitenkin olla tarpeeksi normaalisti jakautunut parametrisia testejä varten. Tästä johtuen, mikäli normaalijakaumatesti antaa tulokset $p < 0.05$, on syytä tarkastella vielä jakauman kuvailevaa statistiikkaa ja etenkin vinouskerrointa. Aineistoa voidaan pitää normaalijakaumaa noudattavana, mikäli vinouskerroin on itseisarvoltaan alle yksi. (Broberg ym. 2011, 74.) Mikäli normaalijakaumatesti ilmoittaa jakauman olevan normaali, tällöin jakauma on myös varmasti normaalisti jakautunut eikä kuvailevaa statistiikkaa tarvita (Tikkanen 2017, 5-6). Normaalijakaumatestin tulokset sekä tarvittava kuvaileva statistiikka on esitelty liitetaulukossa 1 sekä 2.

Liitetaulukon 1 mukaan kaikki jakaumat ovat normaalisti jakautuneita paitsi matemaattinen osaaminen lopussa sukupuolimuuttujan luokissa, aritmeettisten perustaitojen muutos tasoryhmämuuttujan luokissa, tasoryhmien jakauma syyslukukauden lopussa sekä osassa mielipide ja itsearviointi kysymyksiä sukupuolimuuttujan luokissa. Myöskään kiinnostuksen muutos ei ole normaalisti jakautunut sukupuolimuuttujan ryhmissä. Liitetaulukosta 2 nähdään, että analysoitaessa itsearvioitujen kokemuksien yhteyttä matemaattiseen osaamiseen voitiin parametrisia testejä käyttää syyslukukauden alun matemaattisen osaamisen, syyslukukauden lopun aritmeettisten taitojen sekä aritmeettisten taitojen kehityksen analysoitaessa. Muissa tapauksissa käytettiin epäparametrisia testejä.

Toistettujen mittausten t-testiä käytetään, kun halutaan tutkia jonkin ominaisuuden muuttumista ennen ja jälkeen siihen vaikuttavan asian olemassaoloa (Nummenmaa 2011, 178). Tässä tutkimuksessa testiä käytettiin tutkittaessa, onko syksyainainen opiskelu vaikuttanut matemaattisen osaamisen ja aritmeettisten perustaitojen kehittymiseen.

Toistettujen mittausten t-testin epäparametrinen vastike on Wilcoxonin merkkitesti (Nummenmaa 2011, 264). Testiä oli mahdollista käyttää, sillä tasoryhmät oli mahdollista luokitella järjestysasteikolliseksi ja tiedossa oli järjestyslukujen suuruus (Metsämuuronen

2004, 108). Testin avulla nähtiin, miten moni oppilas oli noussut korkeampaan tasoryhmään, laskenut matalampaan tasoryhmään tai pysynyt samassa tasoryhmässä. Lisäksi saatiin selvitettyä, onko syyslukukauden opiskelulla yhteyttä tasoryhmien välisiin siirtymiin. Wilcoxonin merkkitestiä käytettiin myös selvittäessä, onko syyslukukauden opiskelu saanut aikaan muutoksia kiinnostuksessa oppiainetta kohtaan, matematiikan opiskelun mielekkyydessä tai koetussa minäpystyvyydessä.

Aineistoa analysoitaessa käytettiin varianssianalyysia. Riippumattomien otosten varianssianalyysissa voidaan tarkastella useampiluokkaisten riippumattomien muuttujien vaikutusta toiseen riippuvaan muuttujaan. Tällä menetelmällä on mahdollista samanaikaisesti verrata useamman jakauman keskiarvojen eroja toisiinsa. (Nummenmaa 2011, 184.) Tutkittaessa, oliko tasoryhmien välillä eroa matemaattisen osaamisen kehityksen osalta, käytettiin yksisuuntaista varianssianalyysia. Varianssianalyysi ei kuitenkaan kerro suoraan, minkä ryhmien välillä eroa on, mikäli sellaista voidaan havaita (Nummenmaa 2011, 205). Mikäli eroa havaitaan, voidaan selvittää post hoc -vertailun avulla, minkä ryhmien välillä eroa on. Post hoc -vertailussa kaikkia ryhmiä verrataan kaikkiin muihin ryhmiin (Nummenmaa 2011, 207). Kruskal-Wallis -testi on epäparametrinen vastike yksisuuntaiselle varianssianalyysille ja samalla myös yleistys Mann-Whitneyn U-testistä (Nummenmaa 2011, 266). Tutkittaessa, miten eri tasoryhmät eroavat toisistaan aritmeettisten perustaitojen osalta, käytettiin Kruskal-Wallis -testiä.

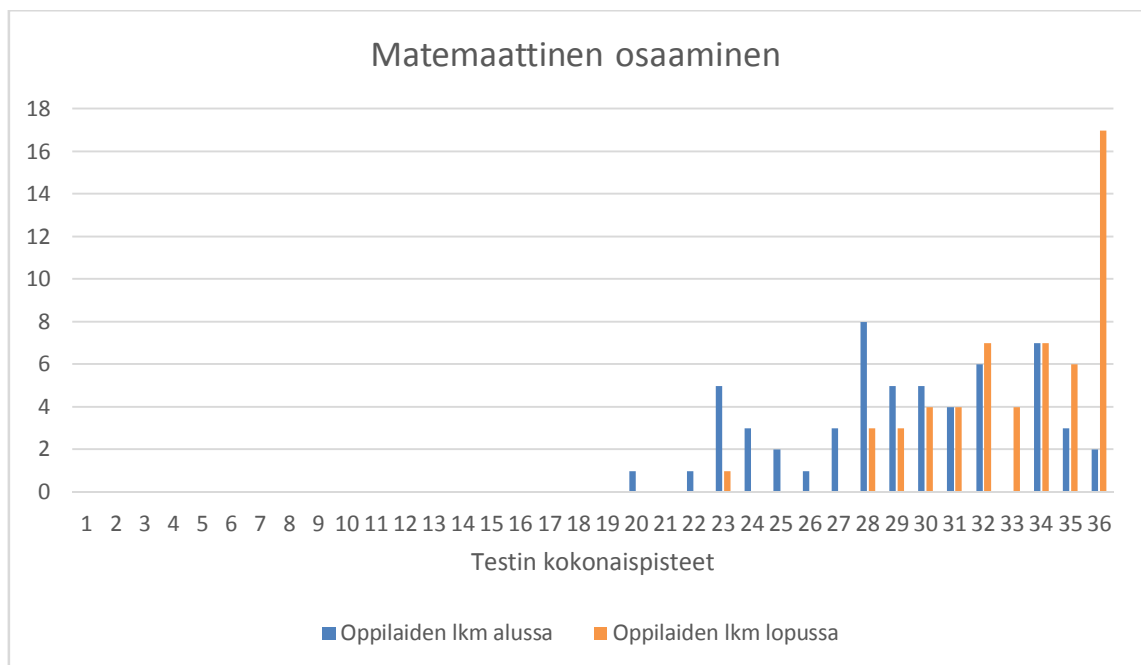
Riippumattomien otosten t-testiä käytetään, kun halutaan selvittää, onko kahdella riippumattomalla ryhmällä eroa yhden jatkuvan muuttujan suhteen (Nummenmaa 2011, 172; Tikkanen 2017, 19). Kiinnostus matematiikkaa kohtaan, matematiikan opiskelun mielekkyys, koettu minäpystyvyys sekä sukupuoli muodostavat kaikki kaksi riippumatonta ryhmää, jolloin t-testiä voidaan käyttää. Tässä tutkimuksessa testiä käytettiin tutkittaessa, onko kiinnostuksella matematiikkaa kohtaan, matematiikan opiskelun mielekkyydellä tai koetulla minäpystyvyydellä yhteyttä matemaattiseen osaamiseen, aritmeettisten taitojen osaamiseen sekä näiden kehitykseen. Lisäksi riippumattomien otosten t-testiä käytettiin tutkittaessa, onko sukupuolella yhteyttä matemaattiseen osaamiseen, matemaattisten taitojen kehitykseen ja itsearvioon sekä itsearvion muutokseen. Riippumattomien otosten t-testin epäparametrinen vastine on Mann-Whitneyn U-testi. Testiä käytettiin tutkittaessa sukupuolen yhteyttä matemaattiseen osaamiseen syyslukukauden lopussa ja osassa itsearvioituja kokemuksia mittaavia kysymyksiä. Lisäksi Mann-Whitneyn U-testiä käytettiin osassa kiinnostuksen, mielekkyyden sekä minäpystyvyyden ja matemaattisen osaamisen ja kehityksen yhteyttä koskevilla analyyseilla.

Toistettujen mittausten varianssianalyysin avulla saadaan muodostettua kuvaajia, joista nähdään kahden tai useamman riippumattoman ryhmän keskiarvojen tulokset valitun muuttujan suhteen useamman mittauksen ajalta (Nummenmaa 2011, 249). Tässä tutkimuksessa kuvaajia muodostettiin, kun vertailtiin sukupuolen sekä tasoryhmien matemaattista osaamista sekä aritmeettisten perustaitojen osaamista alku- ja loppumittauksessa.

4 TULOKSET

Tutkimukseen osallistui 56 ensimmäisen vuosiluokan oppilasta kolmesta eri koulusta, neljältä eri luokalta sekä näiden luokkien opettajat. Tutkimus suoritettiin kahtena eri tutkimuskertana syksyllä 2017. Alkumittaukset suoritettiin syyskuun alussa, kun oppilaat olivat käyneet koulua 3–4 viikkoa, ja loppumittaukset joulukuun viimeisinä opiskeluviihkoina.

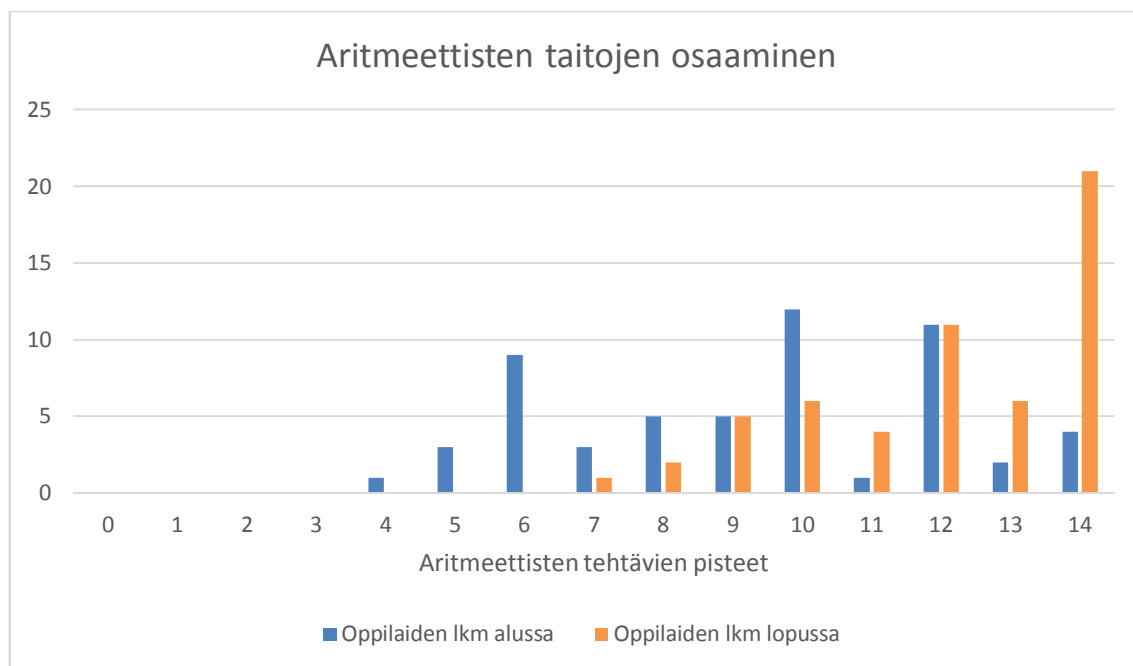
4.1 Matemaattinen osaaminen ja kehitys syyslukukaudella



Kuvio 2. Oppilaiden matemaattinen osaaminen syyslukukauden alussa ja lopussa.

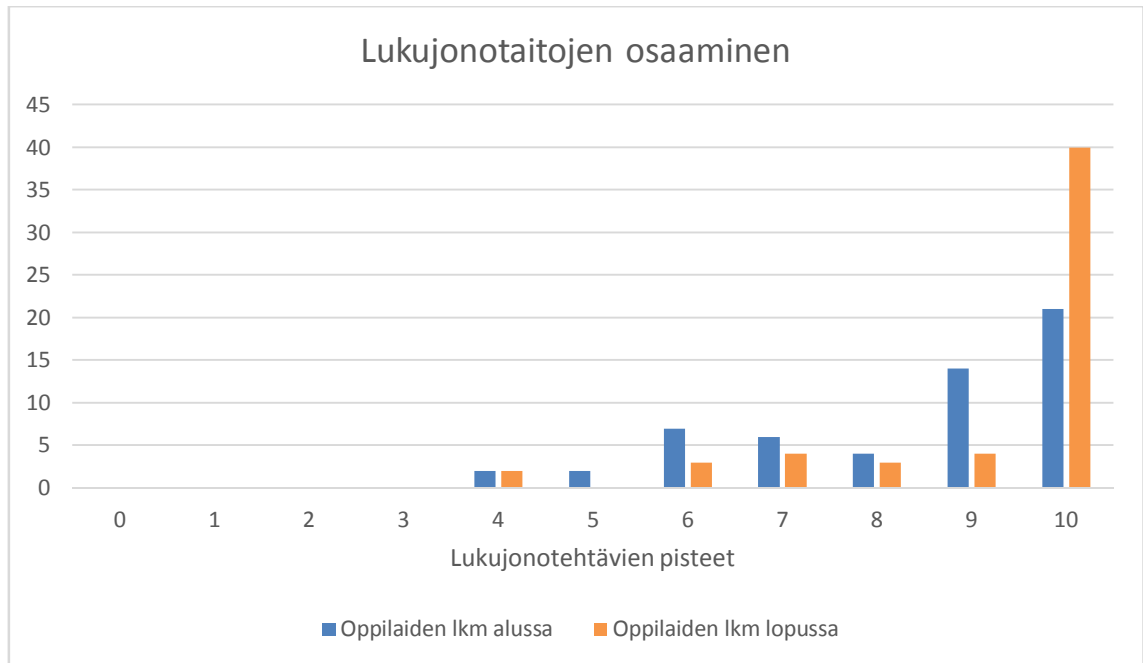
Yleistä matemaattista osaamista mitattiin testin kaikilla tehtävillä, ja testin kokonaispistemäärä oli 36. Kaikkien oppilaiden suorituksesta laskettu keskiarvo alkumittauksissa oli 29.21 ja mediaani 29. Loppumittauksissa vastaavasti keskiarvo oli 33.11 ja mediaani 34. Syksyn opiskelu paransi oppilaiden matemaattista osaamista tilastollisesti merkitsevästi ($t(55) = -8.25$, $p < 0.01$). Muodostetun matemaattisen osaamisen muutos -muuttujan keskiarvo oli 3.89 eli keskimäärin oppilaat paransivat suoritustaan testissä syksyn opiskelun jälkeen 3.89 pistettä. Kuvio 2 havainnollistaa, miten matemaattinen osaaminen on kehittynyt syksyn aikana.

Opettajien haastatteluissa esittämät arviot oppilaiden osaamisesta sekä syyslukukauden alussa että lopussa olivat linjassa tutkimuksen tuloksien kanssa. Opettajat olivat arvioineet oppilaiden osaamistason hyväksi syyslukukauden alussa ja lopussa hyväksi tai hieman keskivertoa paremmaksi.



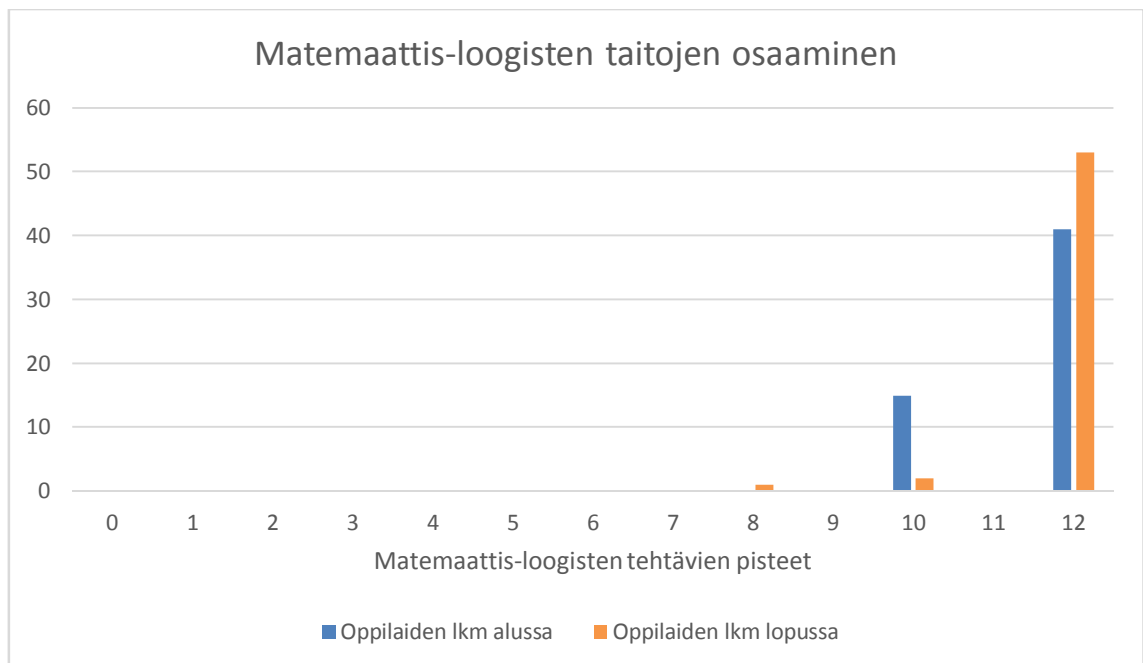
Kuvio 3. Aritmeettisten taitojen osaaminen syyslukukauden alussa ja lopussa.

Aritmeettisiä taitoja mittaavien kysymysten maksimipistemäärä oli 14 pistettä. Kaikkien oppilaiden suorituksesta laskettu keskiarvo alkumittauksissa oli 9.36 ja mediaani 10. Loppumittauksissa keskiarvo oli 12.07 ja mediaani 12. Syksyn opiskelu paransi oppilaiden aritmeettisten taitojen osaamista tilastollisesti merkitsevästi ($t(55) = -7.29, p < 0.01$). Muodostetun aritmeettisten taitojen osaamisen muutos -muuttujan keskiarvo oli 2.71 eli keskimäärin oppilaat paransivat suoritustaan aritmeettisiä taitoja mittaavien kysymysten osalta syksyn opiskelun jälkeen 2.71 pistettä. Kuvio 3 vastaavasti havainnollistaa aritmeettisten taitojen osaamisen kehitystä syksyn aikana.



Kuvio 4. Lukujonotaitojen osaaminen syyslukukauden alussa ja lopussa.

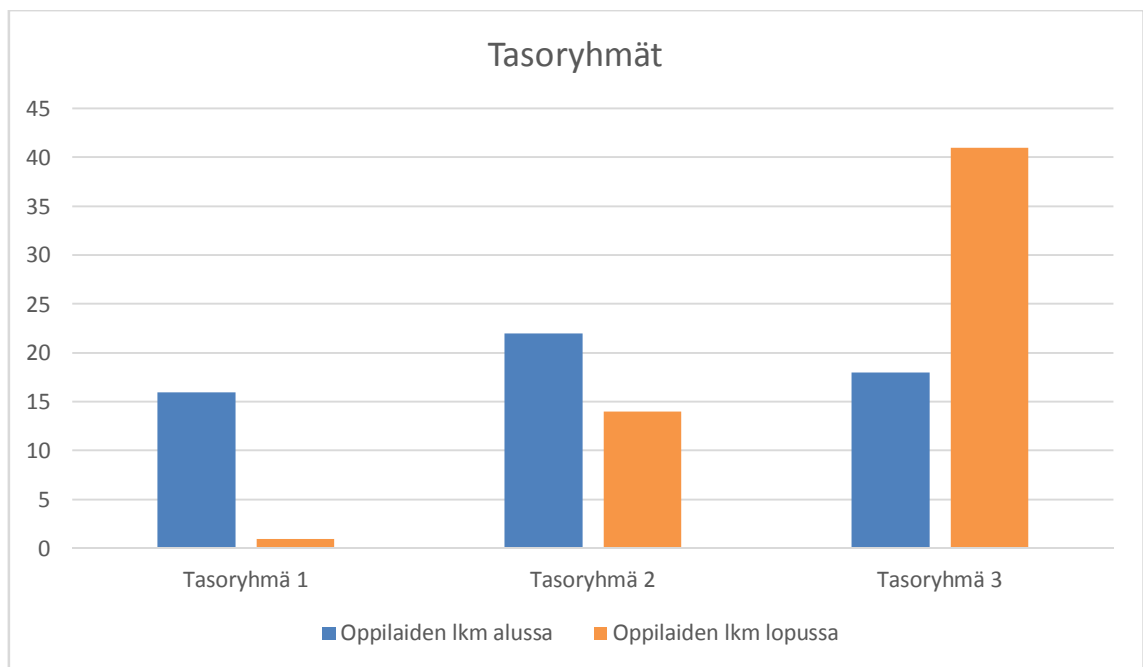
Lukujonotaitoja mittaavien kysymysten maksimipistemäärä oli 10 pistettä. Kaikkien oppilaiden suorituksesta laskettu keskiarvo alkumittauksissa oli 8.39 ja mediaani 9. Lopumittauksissa keskiarvo oli 9.18 ja mediaani 10. Kuvio 4 havainnollistaa, miten lukujonotaitojen osaaminen on kehittynyt syksyn aikana.



Kuvio 5. Matemaattis-loogisten taitojen osaaminen syyslukukauden alussa ja lopussa.

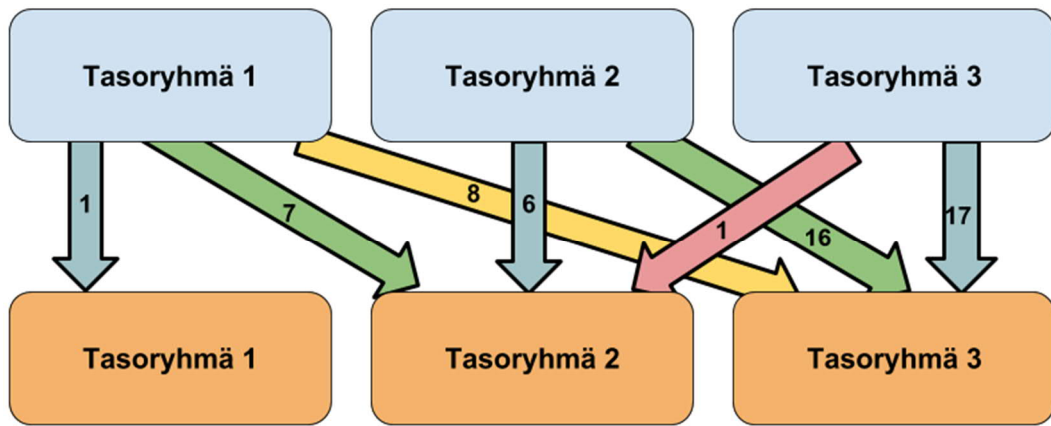
Matemaattis-loogisia taitoja mittaavien kysymysten maksimipistemäärä oli 12 pistettä. Kaikkien oppilaiden suorituksesta laskettu keskiarvo alkumittauksissa oli 11.46 ja mediaani 12. Loppumittauksissa keskiarvo oli 11.86 ja mediaani 12. Kuvio 5 vastaavasti havainnollistaa matemaattis-loogisten taitojen osaamisen kehittymistä syksyn aikana.

4.2 Lähtötason yhteys matemaattiseen kehitykseen



Kuvio 6. Matemaattisen osaamisen tasoryhmät syyslukukauden alussa ja lopussa.

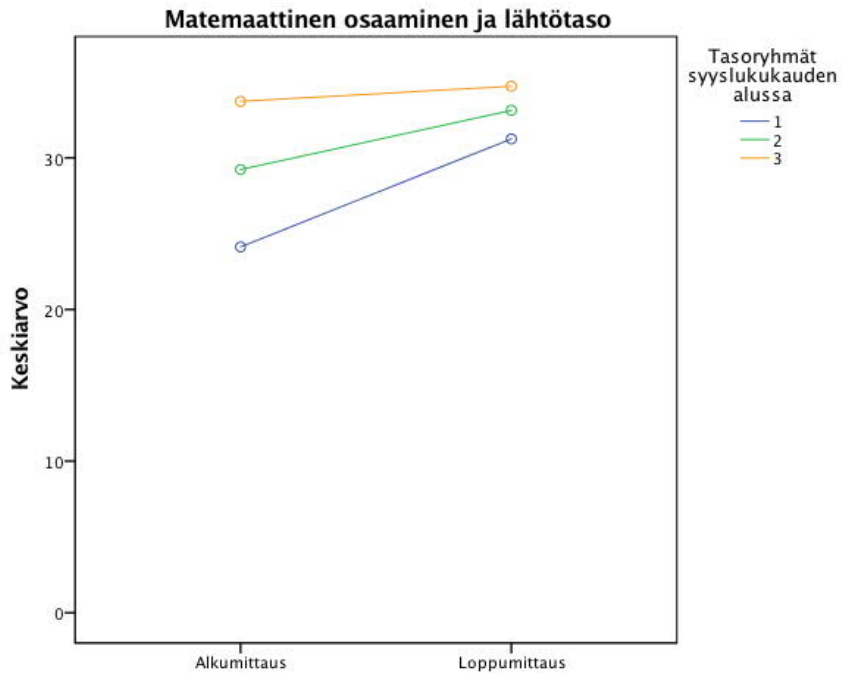
Kuviosta 6 nähdään oppilaiden jakautuminen tasoryhmiin sekä syyslukukauden alussa että syyslukukauden lopussa. Alkumittauksessa oppilaita oli eniten tasoryhmässä 2 ja vähiten tasoryhmässä 1. Loppumittauksen jälkeen tasoryhmässä 3 oli selkeästi eniten oppilaita ja tasoryhmässä 1 oli vain yksi oppilas.



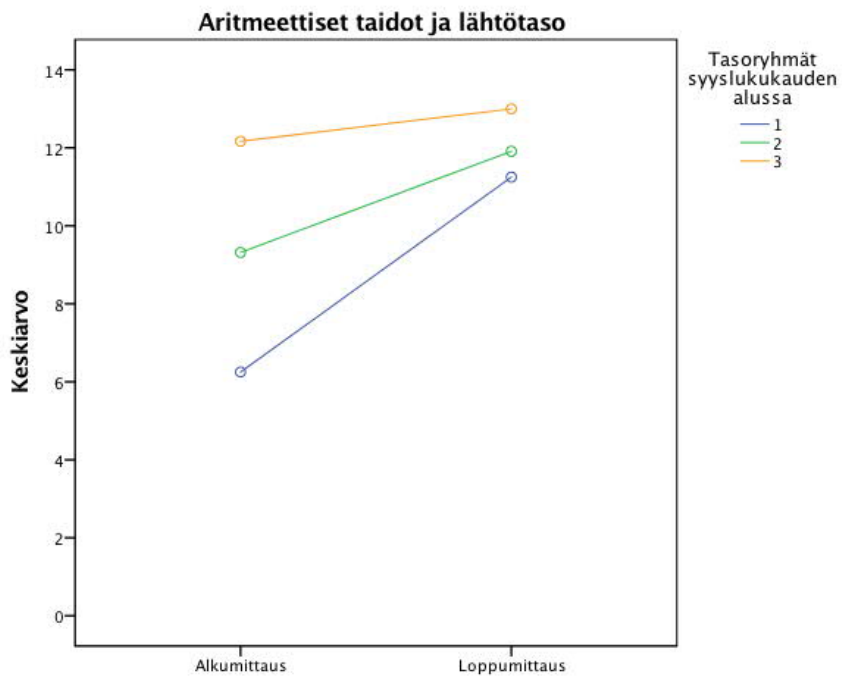
Kuvio 7. Tasoryhmien siirtymät. Ylhäällä alkumittauksen tasoryhmät ja alempana loppumittauksen tasoryhmät.

Kuviosta 7 nähdään, miten oppilaat ovat siirtyneet tasoryhmistä toisiin tai samaan syksyn opiskelun jälkeen. Syksyn opiskelu vaikutti positiivisesti tasoryhmien välisiin muutoksiin ($Z = -4.969$, $p < 0.01$). Lähes kaikki oppilaat pysyivät samassa tasoryhmässä tai nousivat parempaan tasoryhmään. Yhden oppilaan kohdalla tapahtui tasoryhmän muutoksessa laskua parhaimmasta keskimmäiseen tasoryhmään.

Oppilaan lähtötasolla oli tilastollisesti merkitsevä yhteys oppilaan yleiseen matemaattiseen kehitykseen ($F_{2,53} = 22.91$, $p < 0.01$) sekä aritmeettisten taitojen kehitykseen ($\chi^2(2) = 18.99$, $p = 0.01$) syksyn aikana. Post Hoc -vertailussa havaittiin, että kaikki alkusyksyn tasoryhmät poikkesivat toisistaan tilastollisesti merkitsevästi yleisen matemaattisen osaamisen kehityksen suhteen ($p < 0.01$). Kuviosta 8 nähdään tasoryhmien kehitys matemaattisen osaamisen suhteen. Aritmeettisten taitojen kehityksen osalta alhaisin lähtötasoryhmä poikkesi tilastollisesti merkitsevästi keskimmäisen lähtötason ryhmästä ($U = 74$, $p < 0.01$) sekä korkeimman lähtötason ryhmästä ($U = 29$, $p < 0.01$). Keskimäinen lähtötasoryhmä poikkesi korkeimman lähtötason ryhmästä myös tilastollisesti merkitsevästi aritmeettisten taitojen kehityksen suhteen ($U = 125.5$, $p < 0.05$). Suoritetun matemaattisen testin puitteissa alimman lähtötason ryhmässä olleet oppilaat kehittyivät syksyn aikana eniten, keskimmäisessä taitotasoryhmässä olleet oppilaat kehittyivät toiseksi eniten ja ylimmässä lähtötason ryhmässä olleet oppilaat vähiten. Kuviosta 9 nähdään tasoryhmien kehitys aritmeettisten taitojen suhteen.

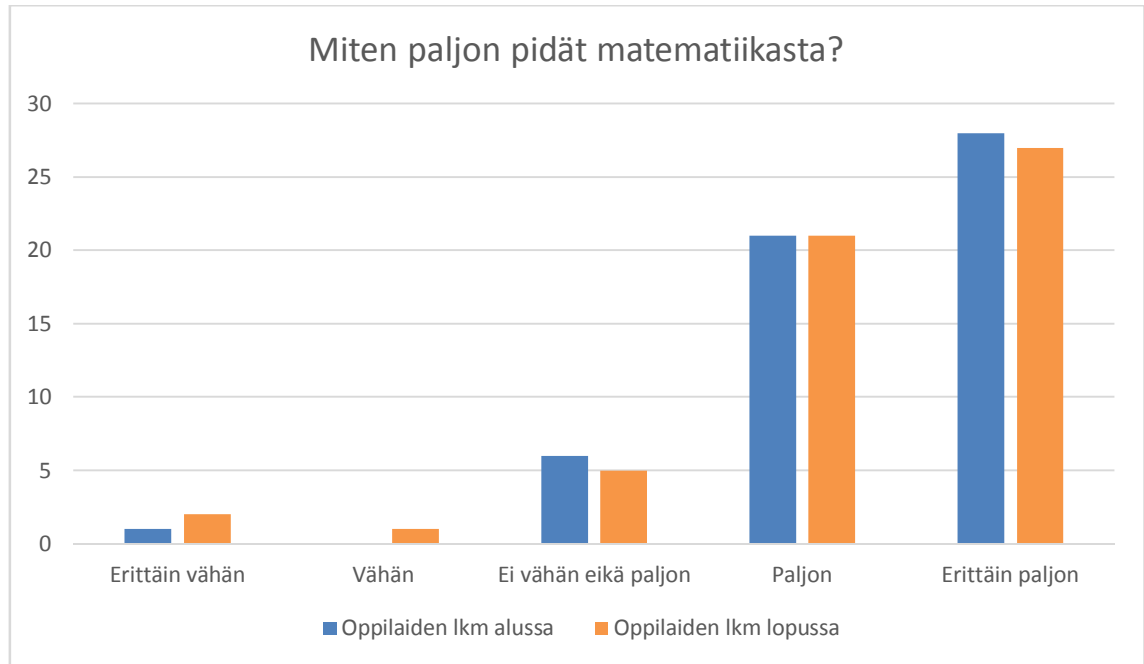


Kuvio 8. Matemaattisen osaamisen muutos ja lähtötasoryhmät



Kuvio 9. Aritmeettisten taitojen muutos ja lähtötasoryhmät

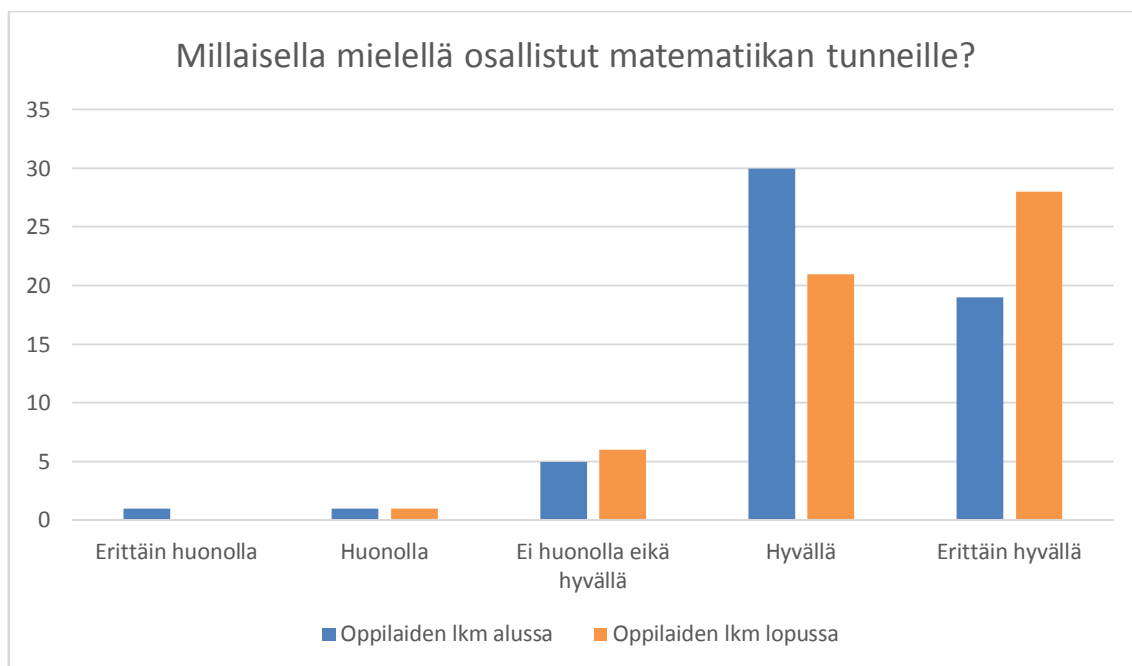
4.3 Itsearvioidut kokemukset ja niiden yhteys matemaattiseen osaamiseen sekä kehitykseen



Kuvio 10. Kiinnostus matematiikkaa kohtaan syyslukukauden alussa ja lopussa

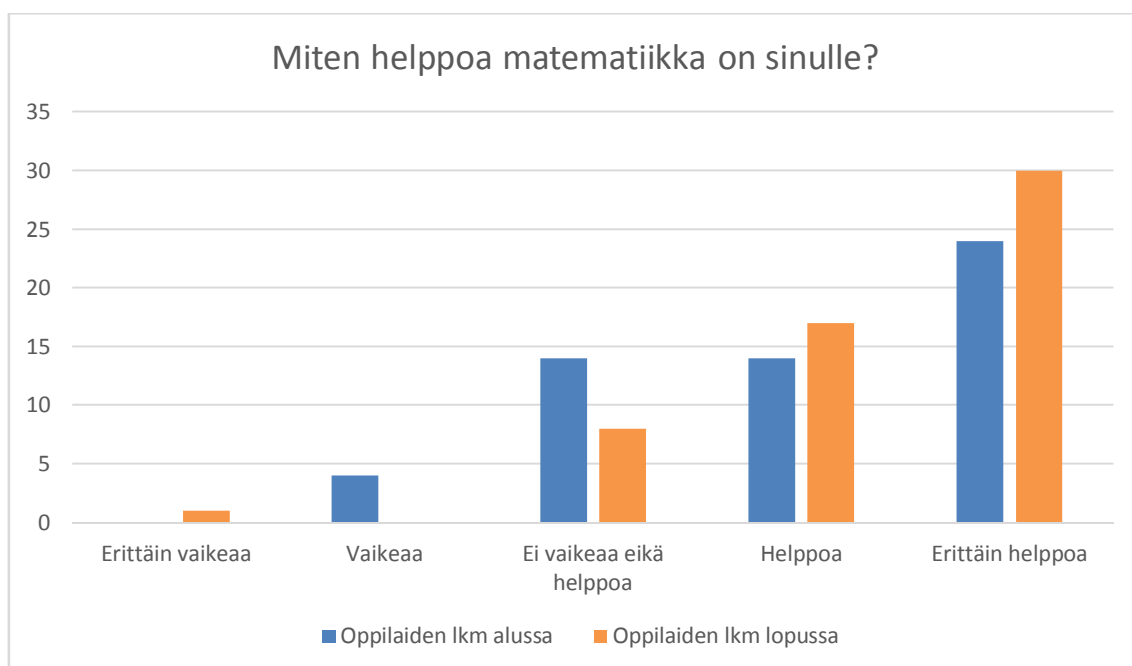
Oppilaat olivat kiinnostuneita matematiikasta sekä syyslukukauden alussa että lopussa. Kuvio 10 nähdään oppilaiden kiinnostuneisuuden jakauma. Syyslukukauden alussa vastauksien keskiarvo oli 4.34 ja lopussa 4.25. Syksyn opiskelulla ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä matematiikan kiinnostuksen muutokseen ($Z = -0.97$, $p > 0.05$).

Opettajien vastaukset haastatteluissa liittyen oppilaiden kiinnostukseen matematiikkaa kohtaan olivat yhteneväiset tutkimuksen tuloksien kanssa. Syyslukukauden alussa opettajien mukaan oppilaat olivat innostuneita matematiikasta ja motivoituneita tehtävien tekoon. Syyslukukauden lopussa opettajien mukaan syksyn alun innostuneisuus oli säilynyt.



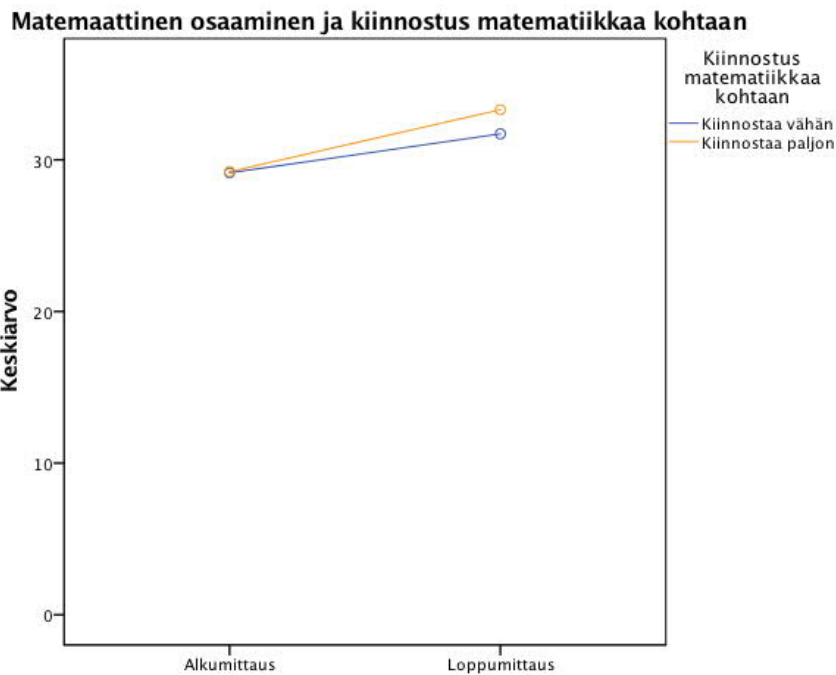
Kuvio 11. Matematiikan opiskelun mielekkyys syyslukukauden alussa ja lopussa

Matematiikan opiskelu oli oppilaiden mielestä mielekästä sekä syyslukukauden alussa että lopussa. Kuvio 11 nähdään oppilaiden matematiikan opiskelun mielekkyyden jakauma. Syyslukukauden alussa vastauksien keskiarvo oli 4.16 ja lopussa 4.36. Syksyn ajan opiskelulla ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä matematiikan opiskelun mielekkyyden muutokseen ($Z = -1.29$, $p > 0.05$).

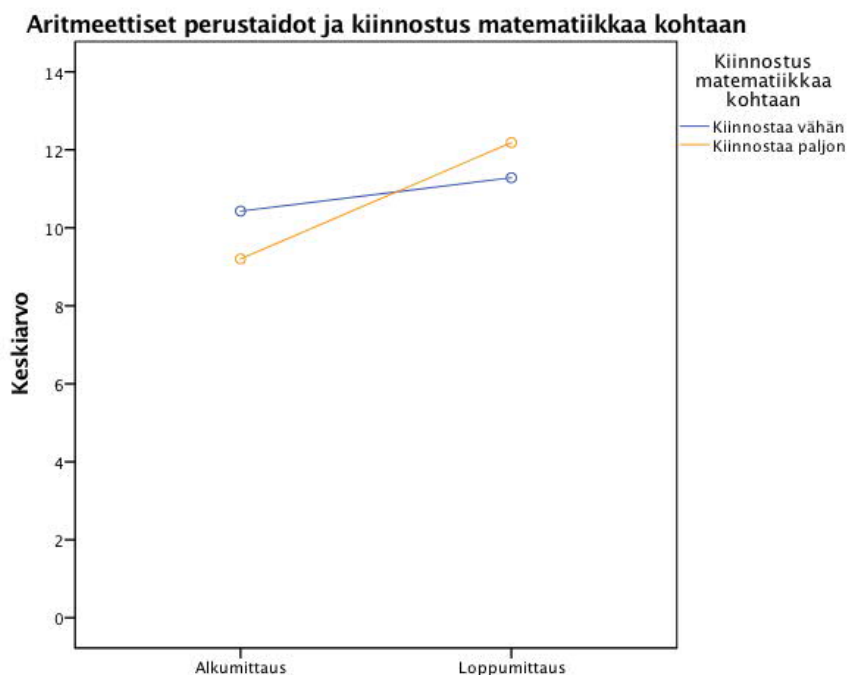


Kuvio 12. Koettu minäpystyvyyys syyslukukauden alussa ja lopussa

Oppilaiden kokema minäpystyvyys matematiikassa oli korkea sekä syyslukukauden alussa että lopussa. Kuvio 12 näyttää oppilaiden kokeman minäpystyvyyden jakauma. Koetussa minäpystyvyydessä oli syksyn aikana tapahtunut pientä kasvua ja syksyn opiskelulla oli tilastollisesti merkitsevä yhteys koetun minäpystyvyyden kasvuun ($Z = -2.06$, $p < 0.05$). Syyslukukauden alussa vastauksien keskiarvo oli 4.04 ja lopussa 4.35.

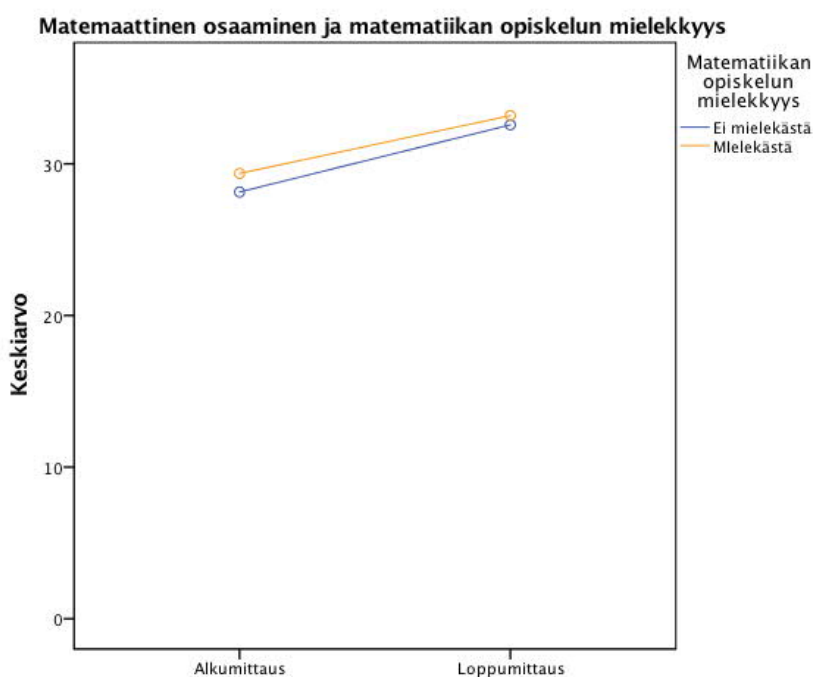


Kuvio 13. Matemaattinen osaaminen ja kiinnostus matematiikkaa kohtaan.

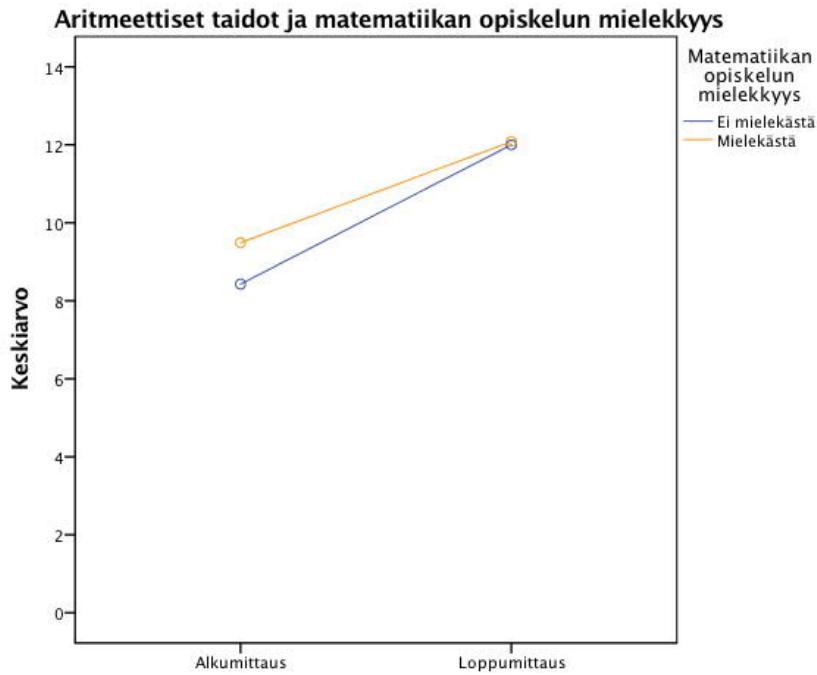


Kuvio 14. Aritmeettisten taitojen osaaminen ja kiinnostus matematiikkaa kohtaan.

Syyslukukauden alussa kiinnostuserot matematiikkaa kohtaan eivät näyttäneet olleen yhteydessä matemaattiseen osaamiseen ($t(54) = -0.05$, $p > 0.05$) eivätkä myöskään aritmeettisten taitojen osaamiseen ($U = 125.5$, $p > 0.05$). Syksyn alun kiinnostuksella ei myöskään ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä matemaattisen osaamisen kehittymiseen ($U = 125.5$, $p > 0.05$) eikä aritmeettisten taitojen kehitykseen ($t(54) = -1.93$, $p > 0.05$). Syksyn alussa matematiikasta eniten kiinnostuneet oppilaat kehittivät syyslukukauden aikana hieman enemmän kuin vähemmän kiinnostuneet oppilaat (kuvio 13). Vähemmän kiinnostuneet oppilaat olivat syyslukukauden alussa parempia aritmeettisten taitojen osalta, mutta kehittivät niiden osalta vähemmän (kuvio 14).

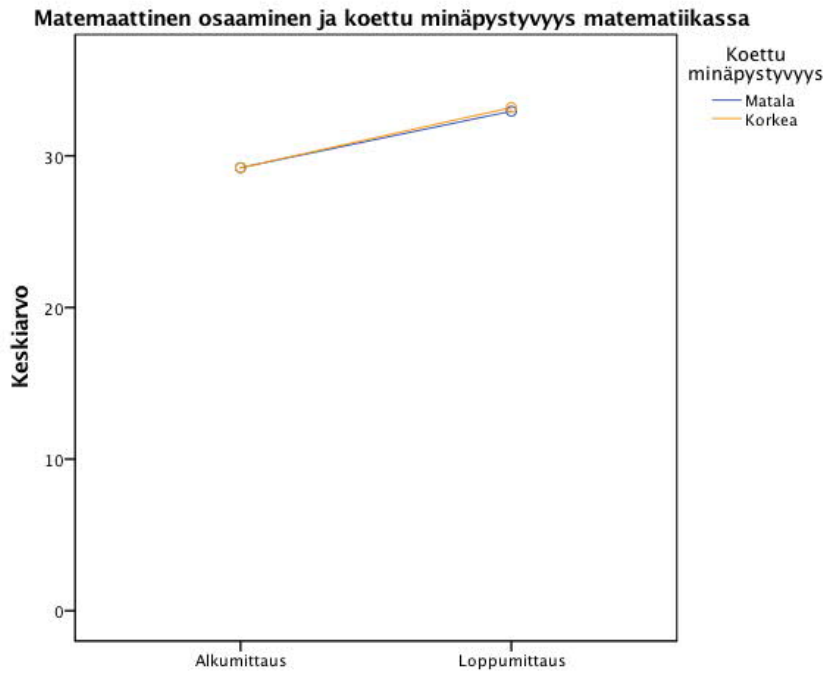


Kuvio 15. Matemaattinen osaaminen ja matematiikan opiskelun mielekkäisyys.

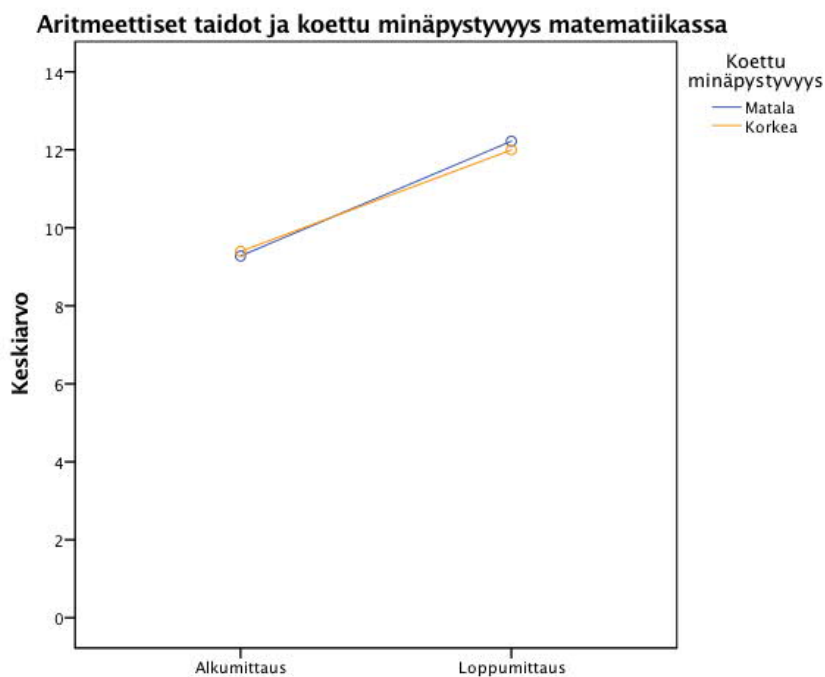


Kuvio 16. Aritmeettisten taitojen osaaminen ja matematiikan opiskelun mielekkyys.

Syyslukukauden alussa koettu matematiikan opiskelun mielekkyys ei ollut yhteydessä matemaattiseen osaamiseen syksyn alussa ($t(54) = -0.75$, $p > 0.05$) eikä aritmeettisten taitojen osaamiseen ($U = 132$, $p > 0.05$). Alkusyksynä koetulla matematiikan opiskelun mielekkyydellä ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä matemaattisten taitojen kehitykseen ($U = 149$, $p > 0.05$) eikä aritmeettisten taitojen osaamisen kehitykseen ($t(54) = 0.87$, $p > 0.05$). Koetun mielekkyyden eri ryhmien kehitys matemaattisten sekä aritmeettisten taitojen suhteen on havainnollistettu kuvioissa 15 ja 16.



Kuvio 17. Matemaattinen osaaminen ja koettu minäpystyvyys matematiikassa.



Kuvio 18. Aritmeettisten taitojen osaaminen ja koettu minäpystyvyys matematiikassa.

Syyslukukauden alussa koettu minäpystyvyys matematiikassa ei ollut tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä matemaattiseen osaamiseen alkusyksystä ($t(54) = 0.01$, $p > 0.05$) eikä aritmeettisten taitojen osaamiseen ($U = 339.5$, $p > 0.05$). Syksyn alussa koetulla mi-

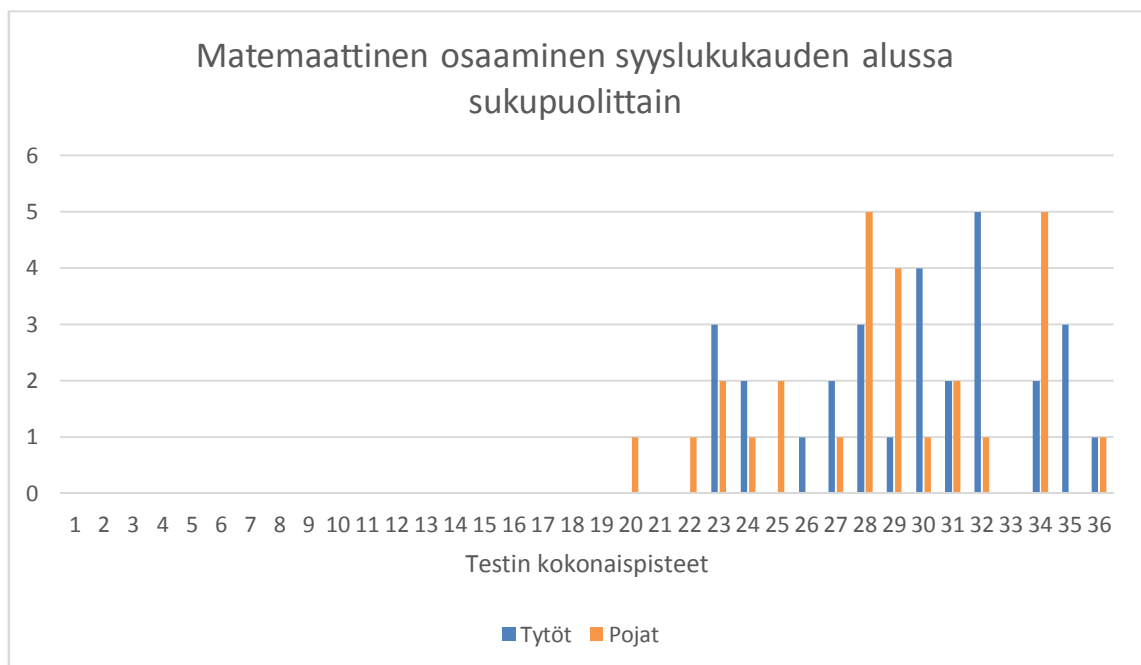
näpystyvyydellä ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä matemaattisten taitojen kehitykseen ($U = 334.5$, $p > 0.05$) eikä aritmeettisten taitojen kehitykseen ($t(54) = 0.42$, $p > 0.05$). Koetun minäpystyvyyden ryhmien kehitys matemaattisten sekä aritmeettisten taitojen suhteen voidaan havainnoida kuvioista 17 ja 18.

Syyslukukauden lopussa koetulla kiinnostuksella matematiikkaa kohtaan ei ollut vaikutusta matemaattiseen osaamiseen syksyn lopussa ($U = 133.5$, $p > 0.05$) eikä aritmeettisten taitojen osaamiseen ($t(54) = -0.49$, $p > 0.05$).

Syyslukukauden lopussa koetulla matematiikan opiskelun mielekkyydellä ei ollut vaikutusta matemaattiseen osaamiseen syksyn lopussa ($U = 136.5$, $p > 0.05$) eikä aritmeettisten taitojen osaamiseen ($t(54) = -0.1$, $p > 0.05$).

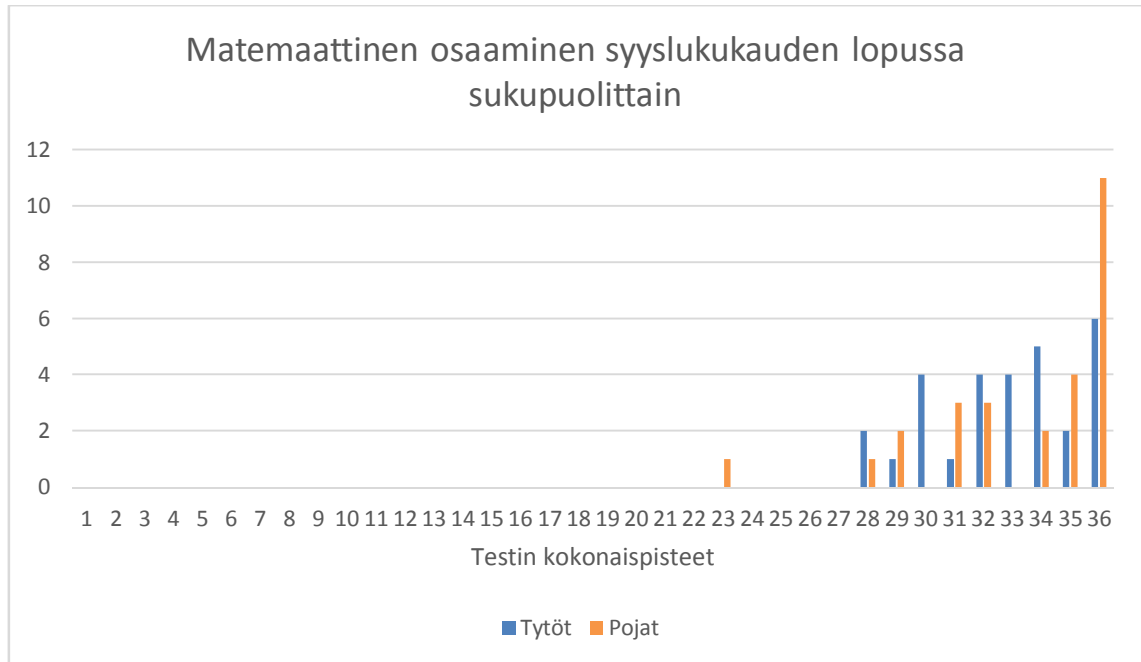
Syyslukukauden lopussa koetulla minäpystyvyydellä matematiikassa ei ollut vaikutusta matemaattiseen osaamiseen syksyn lopussa ($U = 329$, $p > 0.05$) eikä aritmeettisten taitojen osaamiseen ($t(54) = -0.25$, $p > 0.05$).

4.4 Sukupuolen yhteys matematiikan osaamiseen ja itsearvioituihin kokemuksiin sekä näiden muutoksiin syyslukukauden aikana



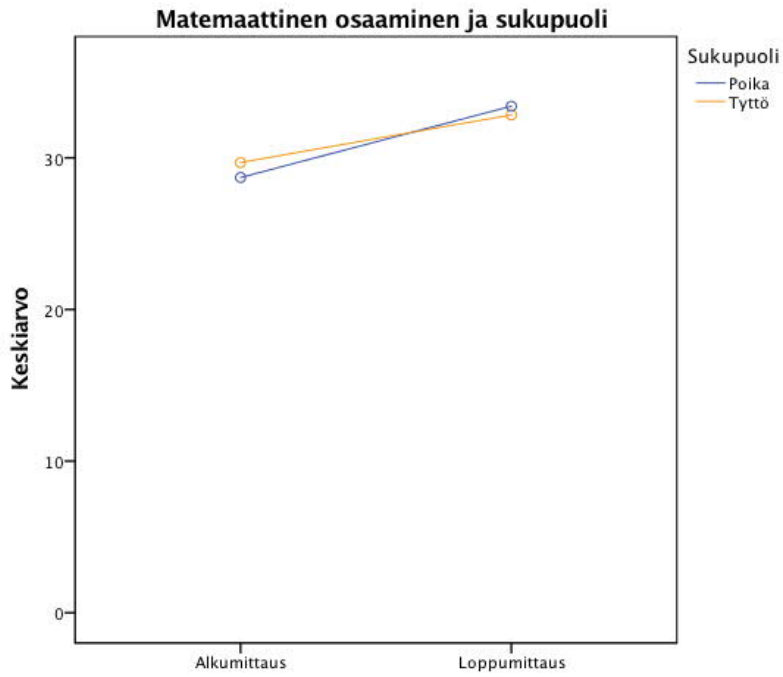
Kuvio 19. Matemaattinen osaaminen syyslukukauden alussa sukupuolittain.

Syyslukukauden alussa sukupuolella ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä matemaattiseen osaamiseen ($t(54) = -0.91, p > 0.05$) eikä aritmeettisten taitojen osaamiseen ($t(54) = -0.45, p > 0.05$). Kuvio 19 näyttää matemaattisen osaamisen jakauma sukupuolittain syyslukukauden alussa. Tyttöjen keskiarvo oli 29.69 ja mediaani 30. Poikien keskiarvo oli 28.70 ja mediaani 29.

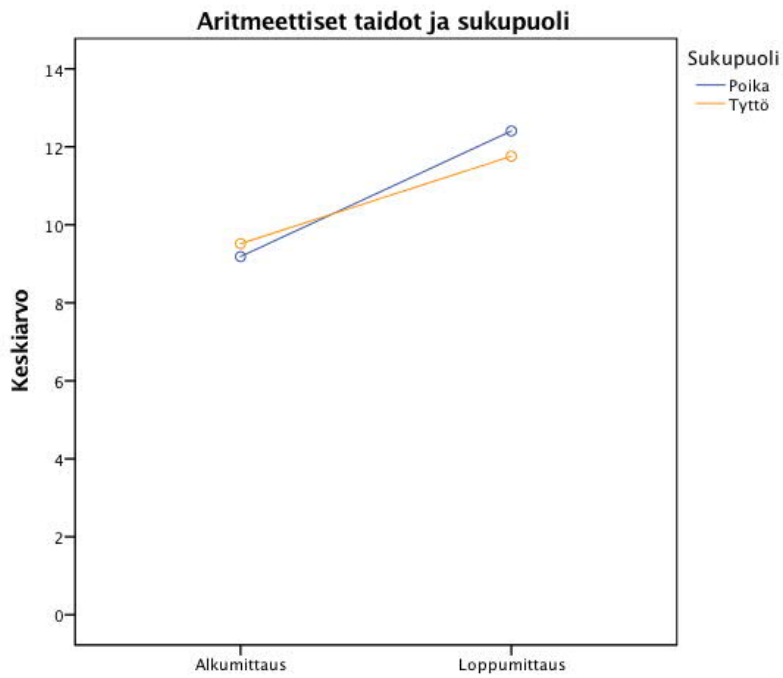


Kuvio 20. Matemaattinen osaaminen syyslukukauden lopussa sukupuolittain.

Syyslukukauden lopussa sukupuolella ei ollut myöskään tilastollisesti merkitsevää yhteyttä loppumittauksissa matemaattiseen osaamiseen ($U = 313.5, p > 0.05$) eikä aritmeettisten taitojen osaamiseen ($t(54) = 1.22, p > 0.05$). Matemaattisen osaamisen jakauma sukupuolittain syyslukukauden lopussa on havainnoitu kuviossa 20. Tyttöjen keskiarvo oli 32.83 ja mediaani 33. Poikien keskiarvo oli 33.41 ja mediaani 35.

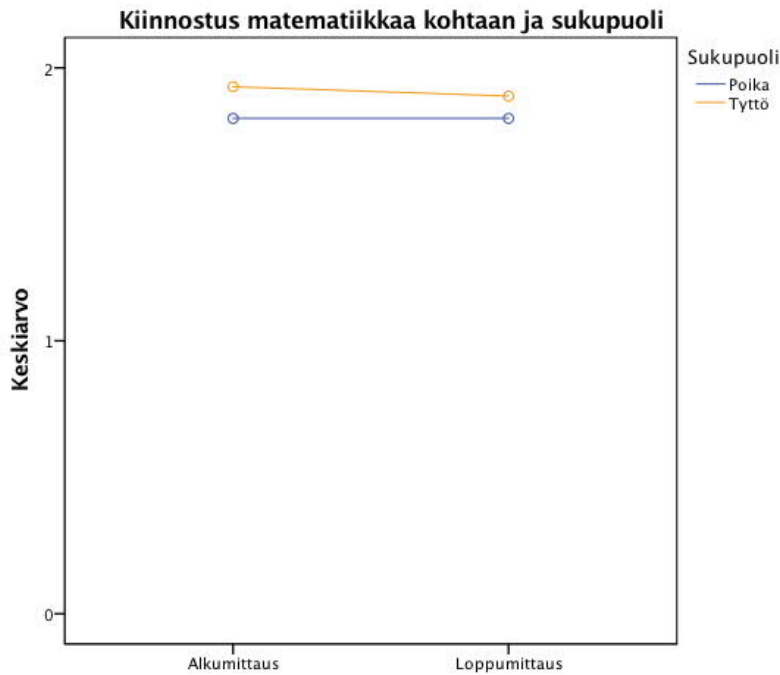


Kuvio 21. Matemaattinen osaaminen sukupuolittain.



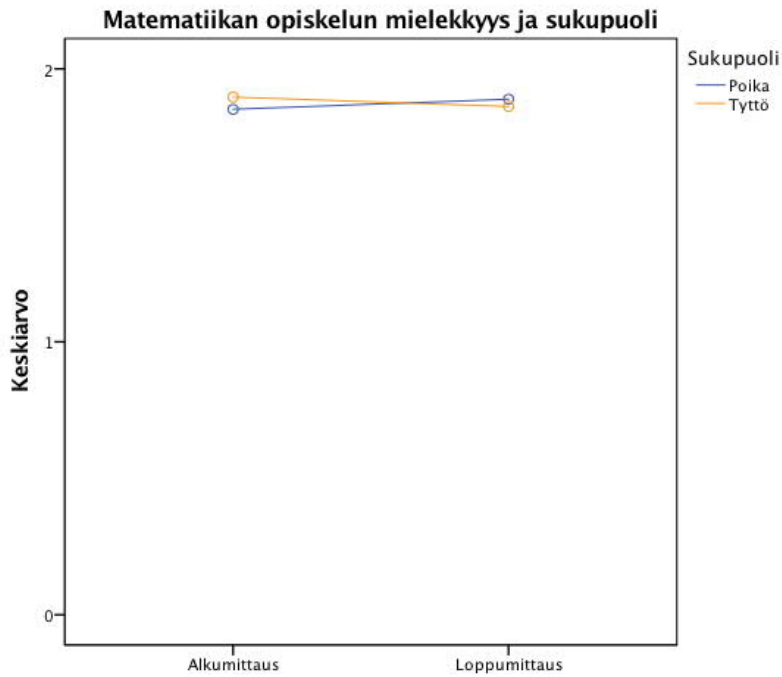
Kuvio 22. Aritmeettisten taitojen osaaminen sukupuolittain.

Matemaattisten taitojen kehityksen suhteen sukupuolella ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä ($t(54) = 1.69, p > 0.05$). Myöskään aritmeettisten taitojen kehityksen suhteen sukupuolella ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä ($t(54) = 1.33, p > 0.05$). Kuvioista 21 ja 22 on havaittavissa osaamisen kehitys sukupuolittain.



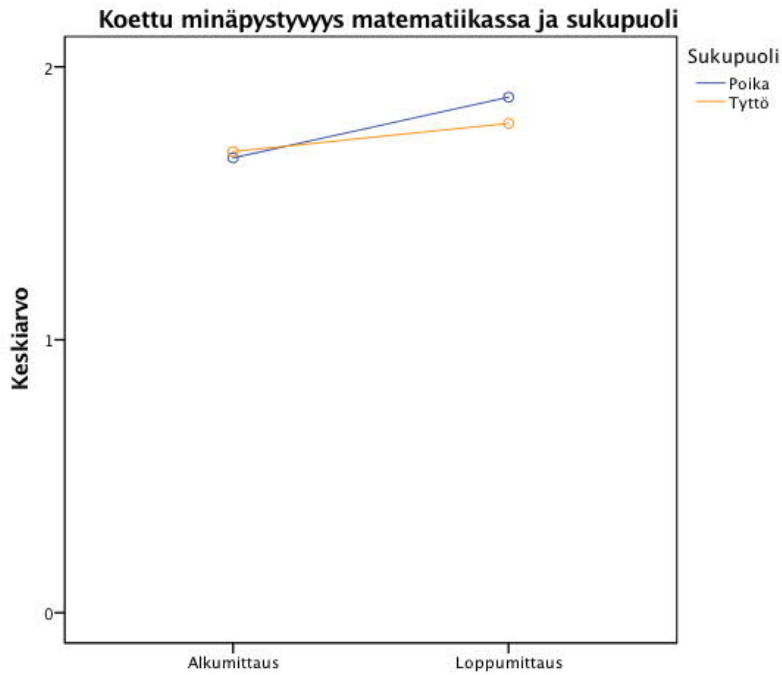
Kuvio 23. Kiinnostus matematiikkaa kohtaan sukupuolittain.

Kiinnostuksella matematiikkaa kohtaan ja sukupuolella ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä syyslukukauden alussa ($U = 378.5, p > 0.05$) eikä myöskään syyslukukauden lopussa ($U = 381.5, p > 0.05$). Kiinnostuksen muutoksella syksyn aikana ja sukupuolella ei myöskään ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä ($U = 374.5, p > 0.05$). Kiinnostus matematiikkaa kohtaan sukupuolittain on havainnoitu kuviossa 23.



Kuvio 24. Matematiikan opiskelun mielekkyys sukupuolittain.

Matematiikan opiskelun mielekkyydellä ja sukupuolella ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä syyslukukauden alussa ($U = 388.5$, $p > 0.05$) eikä myöskään syyslukukauden lopussa ($t(54) = 0.48$, $p > 0.05$). Matematiikan opiskelun mielekkyyden muutoksella syksyn aikana ja sukupuolella ei myöskään ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä ($t(54) = 0.69$, $p > 0.05$). Kuviossa 24 on havainnointu matematiikan opiskelun mielekkyys sukupuolittain.



Kuvio 25. Koettu minäpystyvyys matematiikassa sukupuolittain.

Koetulla minäpystyvyydellä matematiikassa ja sukupuolella ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä syyslukukauden alussa ($t(54) = 0.55$, $p > 0.05$) eikä myöskään syyslukukauden lopussa ($U = 336.5$, $p > 0.05$). Koetun minäpystyvyyden muutoksella syksyn aikana ja sukupuolella ei myöskään ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä ($t(54) = 0.43$, $p > 0.05$). Koettu minäpystyvyys sukupuolittain on havainnoitu kuviossa 25.

5 POHDINTA

5.1 Matemaattinen osaaminen ja kehitys syksyllä

Tutkimuksessa selvitettiin, millaisia ensimmäisen luokan oppilaiden matemaattiset taidot ovat. Lisäksi tutkittiin matemaattisten osa-alueiden osaamista syyslukukauden alussa ja lopussa sekä sitä, miten taidot ovat kehittyneet syksyn opiskelun johdosta.

Oppilaiden yleinen matemaattinen osaaminen oli hyvällä tasolla jo syyslukukauden alussa. Syksyn opiskelun johdosta oppilaat kehittivät matemaattisesti vielä lisää ja opiskelu oli positiivisesti yhteydessä matemaattiseen kehitykseen.

Alkuopetuksen matematiikassa oppilaille lukujonot sekä yhteen- ja vähennyslaskut ovat usein haasteellisia ja niitä voidaan harjoittaa esimerkiksi erilaisilla välineillä ja oppikirjan eriyttävällä käytöllä (Ikäheimo & Risku 2004, 229). Tässä tutkimuksessa tutkituilla oppilailla näytti olevan eniten haasteita aritmeettisissa taidoissa. Opettajat olivat käyttäneet syyslukukauden aikana oppikirjan lisäksi paljon sähköisiä materiaaleja sekä havainnollistavia välineitä ja erilaisia pelejä sekä leikkejä. Yksi opettajista mainitsi myös käyttävänsä parityöskentelyä.

Aritmeettisten taitojen osaaminen oli syyslukukauden alussa jo hyvällä tasolla ja kehitystä tapahtui syksyn aikana positiiviseen suuntaan. Molemmilla mittauskerroilla oppilaat käyttivät sormia laskemisen tukena, mutta alkumittauksessa tämä oli paljon yleisempää. Tehtävissä 6 ja 7 osa oppilaista osasi laskea yksittäisissä kuvissa olevat kuviot oikein, mutta eivät osanneet niiden yhteen- tai vähennyslaskua. Osa oppilaista taas ei osannut laskea yksittäisten kuvien kuvioita oikein, mutta osasi laskea yhteen tai vähentää toisistaan ääneen sanomansa luvut. Syyslukukauden alussa vähennyslaskut tuottivat suuria vaikeuksia monille oppilaille. Monet oppilaat eivät vielä olleet ymmärtäneet vähennyslaskun periaatetta ja muutamat oppilaat esimerkiksi kysyivät, että kummasta luvusta kuuluu vähentää. Syksyn aikana on selvästi panostettu vähennyslaskuihin, sillä syyslukukauden lopussa ne sujuivat todella hyvin.

Lukujonotaidot osattiin hyvin jo syksyn alussa. Lukujonotaitojen osalta tapahtui kehitystä syksyn aikana entistä parempaan suuntaan, ja loppumittauksissa 40 oppilasta sai täydet pisteet testin lukujonotaitoja mittaavasta osiosta. Oppilaille oli havaittavissa ongelmia lukujonossa liikkumisen suhteen, mutta lähinnä vain syyslukukauden alussa. Tehtävässä 1 ja 2 osa oppilaista ei osannut liikkua lukusuoralla oikein, mutta osasi kuitenkin

nimetä luvun, jonka kohdalle pysähtyi. Lukujonotaidot toimivat pohjana yhteen- ja vähennyslaskutaidoille, ja niiden oppiminen näkyy selkeästi myös aritmeettisten taitojen osaamisessa tässä tutkimuksessa (Aunio ym. 2004, 202; Aunio ym. 2017, 22).

Matemaattis-loogiset taidot osattiin erittäin hyvin syyslukukauden alussa, sillä alkumittauksissa 15 oppilasta saivat toiseksi parhaat mahdolliset pisteet ja kaikki loput saivat täydet pisteet matemaattis-loogisista tehtävistä. Matemaattis-loogiset taidot kehittyivät oppilailla paremmiksi syksyn aikana, ja kaikki muut paitsi kolme oppilasta saivat loppumittauksissa täydet pisteet matemaattis-loogisia taitoja mittaavasta testin osiosta. Etenkin syyslukukauden alussa tehtävässä 13 useimmat oppilaat asettivat talot järjestykseen matalimmasta korkeimpaan siten, että matalin talo oli oikeassa reunassa ja korkein vasemmassa reunassa. Loppumittauksessa tätä ei juurikaan enää tapahtunut, mikä saattaa johtua siitä, että oppilaat ovat syyslukukauden aikana opetelleet lukemaan tekstiä vasemmalta oikealle ja osasivat myös laittaa talot matalimmasta korkeimpaan lukemisen kannalta loogisesti.

Tutkimukseen osallistuneet oppilaat olivat osallistuneet esiopetukseen, jossa on tutustuttu matematiikkaan ja sen osa-alueisiin. Lapsia on pyritty esiopetuksen aikana innostamaan lukumäärien havainnointiin ja tutustuttamaan lukusanoihin ja numeromerkkeihin. Lisäksi oppilaat ovat tutustuneet ympäristössä oleviin muotoihin ja harjoitelleet niiden nimeämistä. Oppilaille onkin kehittynyt ennen koulun alkua osaamistaso, joka vaikuttaa myös myöhempien matemaattisten taitojen kehitykseen. (Aubrey ym. 2006, 27; Aunola ym. 2004; Downer & Pianta, 2006, 28; Muthén & Khoo 1998; Opetushallitus 2016b, 36; Williamson ym. 1991.)

Testillä tutkittiin ensimmäisen syyslukukauden aikana harjoiteltavia matematiikan taitoja. Suurin osa oppilaista oli lähes tai kokonaan saavuttanut osaamisen tavoitetason jo syksyn alussa, vaikka oletusarvoisesti tavoitteisiin olisi päästy vasta syyslukukauden loppuun mennessä. Hyvästä osaamistasosta kertoo myös se, että heikoiten menestyneellä oppilaalla oli alkumittauksessa 20 pistettä, joka on yli puolet testin kokonaispisteistä. Syksyn opiskelu kehitti lisää jo valmiiksi hyviä matemaattisia taitoja. Loppumittauksissa suoritetuissa, kevään oppisisältöihin painottuneissa lisätehtävissä, keskiarvo oli 5.96, kun maksimipisteet olivat 12 pistettä. Kolmasosa oppilaista sai lisätehtävistä yli puolet oikein ja yksi kolmasosa tasan puolet, mikä kertoo siitä, että oppilaat osasivat syyslukukauden lopussa jo hyvin tulevan kevään oppisisältöjä.

Opetussuunnitelman perusteiden (Opetushallitus 2016a, 128–129) mukaan alkukasvatuksen matematiikan opetuksen tavoitteena on tukea oppilasta lukukäsitteen kehittymisessä, harjoitella lukujonotaitoja, perehdyttää oppilasta peruslaskutoimitusten periaatteisiin ja ohjata havainnoimaan geometrinen muotojen ominaisuuksiin. Oppilaiden lähtötaso oli hyvä, mutta matemaattiset taidot kehittivät syksyn aikana vielä paremmiksi. Näin voidaan olettaa, että syksyn opetus on ollut opetussuunnitelman mukaista ja täyttänyt sille annetut tavoitteet.

Testiä tehtäessä ei esitestauksesta huolimatta osattu olettaa, että oppilaiden taitotaso olisi tuloksien mukaisella hyvällä tasolla jo syyslukukauden alussa. Testi muodostettiin oppimistavoitteiden pohjalta ja oppilaiden hyvä suoriutuminen on erittäin positiivinen tulos.

5.2 Lähtötason yhteys matemaattiseen kehitykseen

Tutkimuksessa selvitettiin, onko syyslukukauden alun osaamistasolla yhteyttä oppilaiden matemaattisen osaamisen sekä aritmeettisten taitojen kehitykseen. Oppilaat jaettiin alkumittauksessa suoriutumisen perusteella tasoryhmiin, joita oli kolme. Tasoryhmät pyrittiin jakamaan mahdollisimman tasaisesti siten, että jokaisessa olisi yhtä suuri suhteellinen osuus oppilaista.

Oppilaiden taitotaso parani tai pysyi samana kaikilla oppilailla syksyn opiskelun jälkeen. Poikkeuksen teki yksi oppilas, joka laski alempaan taitotasoryhmään, parhaimmasta keskimmäiseen. Tämä oppilas oli osannut syyslukukauden alussa tehtäviä, joita ei saanut oikein loppumittauksissa. Syyslukukauden lopussa ainoastaan yksi oppilas oli heikoimmassa taitotasoryhmässä, kun syksyn alussa alimmassa taitotasoryhmässä oli 16 oppilasta. Oppilaiden lähtötasolla oli yhteys siihen, miten oppilaan matemaattiset ja aritmeettiset taidot kehittivät syksyn aikana. Lisäksi kaikkien lähtötason ryhmien välillä oli eroa kehityksen suhteen. Suoritetun matemaattisen testin puitteissa alimman lähtötason ryhmässä olleet oppilaat kehittivät syksyn aikana eniten, keskimmäisessä taitotasoryhmässä olleet oppilaat kehittivät toiseksi eniten ja ylimmässä lähtötason ryhmässä olleet oppilaat vähiten.

Aunolan ym. (2004, 87) tutkimuksessa seurattiin lasten matemaattisten taitojen kehitystä esikouluiästä toiselle luokalle. Tulosten mukaan matemaattisen osaamisen taso oli pysyvää ja osaamisen kasvu oli nopeampaa niillä oppilailla, joilla oli jo esikoulussa hyvät matemaattiset taidot. Oppilaiden yksilölliset erot kasvoivat myös ajan myötä siten, että

alussa hyvin suoriutuneet osoittivat suurempaa kasvua matemaattisissa suorituksissaan verrattuna oppilaisiin, jotka aloittivat matalalta tasolta. Myös Metsämuurosen (2013, 84; 2017, 4) tutkimuksissa on todettu, että oppilaan lähtötasolla on yhteys siihen, miten paljon oppilaan osaaminen lisääntyy.

Tässä tutkimuksessa tulos poikkeaa aikaisemmista tutkimuksista. Kaikkien oppilaiden taitotasot paranivat tai pysyivät samana, yhtä oppilasta lukuun ottamatta. Lisäksi alimman taitotason ryhmässä olleet kehittyivät testin puitteissa eniten. Toisaalta lähes kaikkien oppilaiden osaamistaso oli erittäin hyvällä tasolla ja oppilaat osasivat syyslukukauden tavoitteiden sisällöt hyvin jo alkumittauksessa. Tuloksien mukaan parhaimmassa lähtötasoryhmässä olleet oppilaat kehittyivät vähiten, mutta tähän tulokseen saattaa vaikuttaa oppilaiden erinomainen osaaminen jo alkumittauksissa, milloin oppilailla ei ollut juurikaan varaa kehittyä testin puitteissa. Matemaattisten taitojen kehityksessä on myös havaittu kaksi erilaista vaihtoehtoa, ja tämän tutkimuksen tulokset tukevat vaihtoehtoa, jossa heikoilla tiedoilla aloittavat lapset kehittyvät nopeasti ja kurovat kiinni lapset, jotka ovat aloittaneet hyvillä taidoilla (Aunola ym. 2004). Tätä voidaan perustella esimerkiksi toimivilla tukitoimilla ja eriyttämisellä kouluissa. Opettajat eriyttivät opetusta muun muassa kiertelemällä luokassa ja tarjoamalla yksilöllistä apua. Lisäksi oppilailla oli käytössä erilaisia konkreettisia apuvälineitä. Opettajat mainitsivat myös eriyttävänsä antamalla edistyneimmille oppilaille lisätehtäviä, jotka ovat haastavampia ja soveltavampia kuin perustehtävät.

Loppumittauksissa vain yksi oppilas ei kehittynyt tasoryhmästä 1 ylöspäin. Huolestuttavaa on, että matemaattinen osaaminen yleensä lisääntyy selkeimmin kahden ensimmäisen kouluvuoden aikana ja ensimmäinen syyslukukausi on tässä merkittävä ajanjakso (Metsämuuronen 2017, 4). Oppilaat, joilla on varhaisten matemaattisten taitojen oppimisessa vaikeuksia tarvitsevat yleensä lisätukea, jotta vaikeudet eivät vaikuttaisi myös myöhemmin opeteltaviin taitoihin (Aunio ym. 2017, 16).

Matematiikan perusasioiden hallinta on välttämätöntä ennen uusien sisältöjen oppimista (Opetushallitus 2016a, 130). Tämän tutkimuksen mukaan suurin osa tutkituista oppilaista hallitsi ensimmäisen syyslukukauden oppisisällöt hyvin. Alkusyksyllä heikosti suoriutuneista oppilaista yhtä oppilasta lukuun ottamatta kaikki paransivat suoritustaan. Suorituksien paraneminen saattaa kertoa siitä, että oppilaille on tarjottu tukea tietojen ja taitojen täydentämiseen sekä uusien sisältöjen oppimiseen (Opetushallitus 2016a, 130).

5.3 Itsearvioidut kokemukset ja niiden yhteys osaamiseen sekä kehitykseen

Tutkimuksessa selvitettiin oppilaiden itsearvioitua kiinnostusta matematiikkaa kohtaan, matematiikan opiskelun mielekkyyttä sekä koettua minäpystyvyyttä matematiikassa sekä näiden yhteyttä matemaattiseen osaamiseen ja kehitykseen.

Oppilaat olivat kiinnostuneita matematiikasta sekä syksyn alussa että lopussa. Kiinnostuksella matematiikkaa kohtaan ei ollut yhteyttä matemaattiseen suoriutumiseen eikä matemaattisten taitojen kehitykseen. Aikaisempien tutkimusten mukaan tietyn tehtäväalueen aikaisin herännyt motivaatio tai kiinnostus ennustaa saman tehtäväalueen motivoituneisuutta ja kiinnostusta vielä myöhemmin (Aunola 2002, 111; Gottfried 1990; Veermans & Tapola 2006, 69). Samoin oppilaat, jotka ovat motivoituneita tehtäviä suorittaessaan, yleensä keskittyvät, jaksavat yrittää aktiivisesti ja etsivät erilaisia ratkaisutapoja, mikä saattaa johtaa oppilaan hyvään menestykseen. (Onatsu-Arviolommi & Nurmi 2000, 478.) Tässä tutkimuksessa oppilaan kiinnostuneisuudella ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä matemaattiseen kehittymiseen. Aikaisempien tutkimuksien mukaan neljäsluokkalaisista oppilaista noin kolmasosa piti matematiikasta paljon (Vettenranta 2016a, 59), kun taas tässä tutkimuksessa suurin osa ensimmäisen luokan oppilaista piti matematiikasta paljon. Koulun alkaessa kaikki oppiaineet ovat olleet uusia, ja pelkästään koulussa käyminen on saattanut olla kiinnostavaa. Neljänteen opiskeluvuoteen mennessä oppilaat ovat jo saattaneet tottua kouluarkeen eivätkä välttämättä näe sitä enää niin uutena ja kiinnostavana. Aiemmin tutkittu neljäsluokkalaisten matalampi kiinnostuneisuus saattaa johtua esimerkiksi siitä, että matematiikan tuntien sisältö ei ole välttämättä tarjonnut näille oppilaille tarpeeksi haastetta kiinnostuksen ja motivaation ylläpitoon.

Aikainen kiinnostus matematiikkaa kohtaan ennustaa kiinnostuneisuutta myös myöhemmin (Aunola 2002, 111). Erilaisia keinoja kiinnostuksen ylläpitämiseen voisi olla esimerkiksi monipuoliset työtavat, eri aistien käyttö, konkreettiset välineet opetuksen tukena ja oppilaiden haastaminen eriyttämällä (Opetushallitus 2016a, 128). Tässä tutkimuksessa opettajat arvioivat oppilaiden kiinnostuksen ja innokkuuden olleen hyvällä tasolla ja säilyneen syksyn aikana. Yhden opettajan mukaan oppilaat pitivät matematiikasta, sillä opitunneilla on selkeä ja turvallinen rakenne.

Oppilaat kokivat matematiikan opiskelun mielekkääksi sekä syyslukukauden alussa että lopussa. Matematiikan opiskelun mielekkyydellä ei ollut yhteyttä matemaattiseen suoriutumiseen eikä matemaattisten taitojen kehitykseen. Tämän tutkimuksen tulokset

eroavat aikaisemmista tutkimuksista, sillä yleisesti koulussa viihtymisen on todettu olevan yhteydessä oppilaan osaamisen lisääntymiseen. On myös tutkittu, että mikäli oppilaan lähtötaso on heikko, on hänellä jatkossa paremmat mahdollisuudet menestyä, mikäli hän viihtyy hyvin koulussa. Epäselvää kuitenkin on, lisääkö koulussa viihtyminen ja sen mielekkyys osaamista vai ovatko ne seurausta lisääntyneestä osaamisesta. (Metsämuuronen 2013, 98.) Tässä tutkimuksessa opettajien käyttämät opetusmenetelmät, kuten erilaiset pelit ja leikit sekä havaintovälineet saattoivat ylläpitää oppilaiden matematiikan opiskelun mielekkyyttä.

Oppilaan saama palaute syyslukukauden aikana sekä uskomukset omista kyvyistä lisäävät oppilaan kokemaa myönteistä tai kielteistä suhtautumista opiskeluun ja heijastuvat oppilaan asenteiden kehitykseen sekä sitä kautta menestykseen (Aunola 2002, 111, 113). Oppilaiden kokemus opiskelun mielekkyydestä myös vastaa opetussuunnitelman tavoitteisiin, joiden mukaan alkuopetuksessa tulisi luoda perusta oppilaiden myönteiselle käsitykselle itsestään oppijana ja koululaisena (Opetushallitus 2016a, 99).

Oppilaiden kokemus minäpystyvyydestä matematiikassa oli korkealla tasolla sekä syksyn alussa että lopussa. Syksyn opiskelulla oli tilastollisesti merkitsevä yhteys koetun minäpystyvyyden muutokseen siten, että minäpystyvyys kasvoi syksyn aikana. Koetulla minäpystyvyydellä ei ollut yhteyttä matemaattiseen osaamiseen eikä matemaattiseen kehitykseen. Tämä eroaa aikaisemmista tutkimustuloksista, joissa minäpystyvyyden on todettu ennustavan oppilaan akateemista suoriutumista. (Aro ym. 2014, 16; Bandura 1982). Lisäksi tutkimuksissa on todettu, että oppilaan itseensä liittämät uskomukset, päämäärät sekä itseluottamus ja käsitys siitä, miten hyvä hän on, ovat voimakkaasti yhteydessä oppilaiden koulumenestykseen. (Aunola 2002, 105; Keltikangas-Järvinen 2010, 40; Wigfield & Eccels 2000). Koetun minäpystyvyyden kasvu kuitenkin kertoo onnistumisesta syyslukukauden aikana. Yhteyden taustalla saattaa olla esimerkiksi opettajan kannustava palaute, onnistumisen ja oppiaineen mielekkyyden kokemukset, motivaation kasvu tai oppilaan käsityksen itsestä kehitys. (Lerkkanen ym. 2007, 24; Ulstad ym. 2016, 35.)

Millään itsearvioituilla kokemuksilla ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä matemaattiseen osaamiseen tai sen kehitykseen, vaikka muissa tutkimuksissa on saatu päinvastaisia tuloksia. Tulos saattaa johtua siitä, että tutkimusten väli oli melko lyhyt ja oppilaiden innostuneisuudessa ja mielenkiinnossa koulua kohtaan saattaa edelleen olla uutuudenviehätystä. Aunolan (2002, 111) mukaan lapsen uskomukset omista kyvyistään vaikiintuvatkin vasta kolmannen kouluvuoden aikana. Ensimmäisen luokan matematiikan

opetuksessa pyritään myös erityisesti myönteisen asenteen kehittämiseen sekä positiivisen minäkuvan matematiikan oppijana luomiseen ja keskeisinä toimintatapoina pidetään konkretiaa ja toiminnallisuutta (Opetushallitus 2016a, 128). Lisäksi matematiikan alkuopetuksessa käytetään opetusmenetelmiä, jotka mahdollistavat oppilaiden yksilöllisen etenemisen. Tällöin heikompien itsetunto ei kärsi eivätkä hyvin suoriutuvat turhaudu. (Ikäheimo & Risku 2004, 277.) Vaikuttaakin siltä, että opettajien toiminta syyslukukauden aikana on vahvistanut oppilaiden itsetuntoa ja positiivisia tunteita matematiikkaa kohtaan, vaikka muutokset olivat hyvin pieniä.

Oppilaiden kiinnostusta matematiikkaa kohtaan, matematiikan opiskelun mielekkyyttä sekä koettua minäpystyvyyttä matematiikassa mitattiin oppilaan itsearvioinnilla. Koulunsa aloittava oppilas on jo opetellut arvioimaan itseään realistisesti suhteessa omaan käytökseensä ja muiden palautteeseen. Itsearviointi kuuluu oppimisprosessiin ja sen kehittäminen on myös yksi opetussuunnitelman tavoitteista. (Aho 1996, 28; Korpinen ym. 2003, 72; Opetushallitus 2016a, 49; Rauste-von Wright ym. 2003, 67–68.) Oppilaan itsearvioinnin voidaan siis katsoa olevan luotettavaa. Arvioinnin toteutus kuitenkin tapahtui hymynaama-asteikolla, mikä saattoi vaikuttaa oppilaan arvioon itsestä. Oppilas saattoi valita kuvasta miellyttävimmän näköisen hymynaaman tai hymynaaman, jonka uskoi tutkijan haluavan hänen valitsevan, ilman todellista pohdintaa omista mielipiteistään. Itsearviointi myös toteutettiin viimeisenä testin osana, joten oppilaan oma kokemus siitä, miten testi hänen mielestään sujui, saattoi vaikuttaa oppilaan arvioon itsestään. Toisaalta itseään arvioimalla oppilaille annettiin mahdollisuus myös huomata omat vahvuutensa, mikä saattaa innostaa oppilasta oppimaan jatkossa (Korpinen ym. 2003, 67–68).

Oppilaiden itsearviointiin kuului vain kolme kysymystä. Luotettavamman ja kattavamman yleiskuvan saamiseksi kysymyksiä olisi voinut olla enemmän ja samaa asiaa olisi voinut kysyä useamman kerran eri näkökulmasta. Kysymysten asetteluun olisi voinut kiinnittää enemmän huomiota. Kysymysmuodot ovat sellaisia, että ei ole täysin varmaa, ovatko kaikki oppilaat ymmärtäneet kysymykset siten kuin tutkijat ovat ne ajatelleet. Tästä syystä ei voida luotettavasti sanoa kysymysten mittaavan sitä, mitä niiden oli tarkoitus mitata. Esimerkiksi tutkittaessa matematiikan opiskelun mielekkyyttä mittaavana kysymyksenä oli “Millaisella mielellä osallistut matematiikan tunneille?”. Kysymysten tuli olla tiiviitä ja selkeästi oppilaille esitettäviä sekä ottaa oppilaiden kehitystaso huomioon, mikä poisti mahdollisuuden esimerkiksi sisällyttää kysymykseen kaikki sen taustalla olevat asiat. Toisaalta, kun ottaa huomioon oppilaiden ikätason, oppilas ei ehkä

olisi jaksanut keskittyä useampaan kysymykseen. Lisäksi hymynaama-asteikko oli oppilaille konkreettinen mittari, jossa oli selkeitä ja oppilaille todennäköisesti tuttuja tunnetiloja kuvina.

5.4 Sukupuolen yhteys matematiikan osaamiseen, kehitykseen ja itsearvioituihin kokemuksiin

Tutkimuksessa selvitettiin, millainen yhteys sukupuolella on matemaattiseen osaamiseen sekä kehitykseen. Lisäksi tutkittiin sukupuolen yhteyttä kiinnostukseen matematiikkaa kohtaan, matematiikan opiskelun mielekkyyteen ja koettuun minäpystyvyyteen sekä näiden muutokseen syksyn aikana.

Sukupuolella ei ollut yhteyttä mihinkään tutkittuihin asioihin. Tytöt olivat poikia enemmän kiinnostuneita matematiikasta, mutta syksyn aikana tyttöjen kiinnostus laski ja poikien pysyi samana. Syyslukukauden alussa tytöt opiskelivat poikia mielekkäämmin matematiikkaa. Syksyn aikana opiskelun mielekkyys nousi pojilla ja laski tytöillä. Koettu minäpystyvyys oli tytöillä ja pojilla lähes sama. Minäpystyvyys nousi molemmilla syksyn aikana, mutta pojilla enemmän kuin tytöillä. Kaikki nämä havaitut erot ja muutokset ovat kuitenkin hyvin pieniä eivätkä ne olleet tilastollisesti merkitseviä.

Muiden tutkimusten mukaan sukupuolen yhteyttä matemaattiseen osaamiseen on vaikea määritellä. Tutkimuksesta sekä ajankohdasta riippuen välillä tytöt ja välillä pojat ovat menestyneet toista sukupuolta paremmin, ja joissain tutkimuksissa sukupuolella ei ole ollut merkitystä matemaattisen osaamisen tasoon. Löytyneet erot sukupuolten välillä ovat myös olleet hyvin pieniä tai niillä ei ole ollut tilastollisesti merkitsevyyttä. (Metsämuuronen 2010, 120; Niemi 2010, 56; Vettenranta ym. 2016a, 37; Vettenranta ym. 2016b, 51.)

Tyttöjen asenteiden matematiikkaa kohtaan on kuitenkin todettu muuttuvan opiskeluvuosien myötä negatiivisemmiksi kuin poikien. Erityisesti tyttöjen kokemuksen itsestään matematiikan osaajana on todettu heikkenevän poikia enemmän. (Metsämuuronen 2010, 120.) Poikien taas on todettu suhtautuvan matematiikkaan yleisesti tyttöjä positiivisemmin (Hannula ym. 2004, 170–171).

Myös tässä tutkimuksessa tyttöjen kiinnostus matematiikkaa kohtaan laski hieman syksyn aikana, mutta ei tilastollisesti merkitsevästi. Sekä tyttöjen että poikien minäpystyvyys nousi, mikä eroaa aikaisemmista tutkimustuloksista, joissa tyttöjen kokemus itsestään matematiikan osaajana on heikentynyt ajan myötä.

Tutkittaessa sukupuolen yhteyttä matemaattisten osa-alueiden osaamiseen on aikaisemmissa tutkimuksissa todettu poikien menestyvän laskutoimituksissa ja algebrassa tyttöjä paremmin. Vastaavasti taas geometrian on todettu olevan tytöille vahvempi osaamisalue. (Niemi 2010, 56.) Tässä tutkimuksessa sukupuolen ja matemaattisten osa-alueiden välillä ei löytynyt eroja.

Opetushallituksen tutkimuksen (Metsämuuronen 2013, 89–90) mukaan koulun alusta kolmannelle luokalle saakka parhaiten suoriutuvien oppilaiden joukossa on yhtä paljon tyttöjä ja poikia, mutta tämän jälkeen tyttöjen osuus parhaiten suoriutuvien joukossa laskee huomattavasti. Erityisen suuret erot sukupuolella ovat parhaan kymmenesosan joukossa. Tämän tutkimuksen alkumittauksessa sekä pojista että tytöistä 20 prosenttia kuului parhaiten suoriutuvien oppilaiden joukkoon ja aiempien tutkimusten tavoin tyttöjen osuus parhaiten suoriutuvien oppilaiden joukossa laski loppumittaukseen mennessä verrattuna poikien osuuteen. Tyttöjä kuului parhaiten suoriutuvien joukkoon loppumittauksissa 45 prosenttia, kun taas poikia oli kyseisessä joukossa 60 prosenttia.

Hannulan ym. (2004, 170–171) mukaan selkeitä sukupuolittuneita eroja ei lasten matemaattisissa taidoissa voida esittää. Erot ovat pieniä, kuten myös tässä tutkimuksessa, ja on syntynyt pohdintaa siitä, onko sukupuolten välinen osaamisen vertailu muuttunut täysin tarpeettomaksi.

5.5 Yhteenveto ja jatkotutkimusehdotukset

Tämän tutkimuksen mukaan sekä oppilaiden matemaattinen osaaminen että heidän aritmeettisten taitojen osaaminen oli erittäin hyvää. Syksyn opiskelu ja syyslukukauden alun taitotaso oli yhteydessä matemaattisten sekä aritmeettisten taitojen positiiviseen kehitykseen. Lisäksi koettu minäpystyvyys parani syyslukukauden opiskelun seurauksena. Opetussuunnitelman (Opetushallitus 2016a, 128) mukaan alkukasvatuksen opetuksen tulisi kin systemaattisesti etenevällä opetuksella luoda pohja matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden ymmärtämiselle sekä tukea oppilaiden positiivista minäkuvaa matematiikan oppijoina.

Tutkimuksen tuloksia ei kuitenkaan voida yleistää, sillä tutkimuksen otos ($N=56$) on melko pieni. Matemaattisen osaamisen testaaminen on opettajalle tärkeä taito, sillä se luo opettajalle mahdollisuuden tarkastella oppilaan osaamistasoa, jonka mukaisesti opettaja voi ohjata oppilasta kehittämään taitoaan ja tukea oppilaan kiinnostusta matematiikkaa

kohtaan (Opetushallitus 2016b, 128). Tutkimustulokset yksittäisistä luokista luovutetaan luokanopettajille, jotka voivat hyödyntää tuloksia omassa opetuksessaan. Tutkimustuloksista selviää lasten matemaattiset taidot osa-alueittain ja tuloksia hyödyntämällä opetusta voi kohdentaa mahdollisesti heikon osa-alueen parantamiseen tai vaihtoehtoisesti antaa lisähaasteita jo hyvin osattujen osa-alueiden kohdalla.

Tämä tutkimus oli yksi yksittäinen testi eikä tutkittaessa otettu huomioon esimerkiksi oppilaan todellista koulutyöskentelyä matematiikan tunneilla tai matematiikan kokeissa (Lerikkanen ym. 2007, 22). Yksittäisen testin lopputulokseen voi vaikuttaa useampia taustatekijöitä, kuten mittauspaikan ja -tilanteen poikkeavuus normaalista koulutyöskentelystä sekä mahdollinen mittauspaikassa ollut taustamelu tai hälinä. Toisaalta mittauskerroja oli kuitenkin kaksi, minkä ansiosta saatiin varmempia tuloksia kuin olisi saatu pelkästään yhdestä mittauksesta.

Mittausjaksona oli yksi syyslukukausi, joka on mittausjaksona kohtalaisen lyhyt. Yhden syyslukukauden ajanakin saadaan suuntaa antavaa tietoa, mutta on vaikea ottaa kantaa, vaikuttaako syksyn alun taso ja osaaminen muutaman vuoden päässä olevaan tilanteeseen. Useiden tutkimusten mukaan alle kouluikäisten matemaattiset taidot ovat yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen ensimmäisten kouluvuosien aikana (Aunola ym. 2004, 706; Hannula ym. 2005, 265) ja se, millaiseksi alkuperäinen osaamistaso muodostuu, vaikuttaa myöhemmin matemaattisten taitojen kehitykseen. Lisäksi matematiikan suoriutumisessa yksilölliset erot kasvavat ajan myötä, joten varhaisten taitojen osaamisella on merkitystä myöhemminkin. (Aubrey ym. 2006, 27; Aunola ym. 2004; Muthén & Khoo, 1998; Williamson ym. 1991.)

Testi osoittautui loppujen lopuksi melko helpoksi, ja useat oppilaat saivat testistä jo syyslukukauden alussa erittäin hyvät pisteet. Tällainen tilanne johtaa siihen, että hyvien ja osaavien oppilaiden mahdotonta parantaa tulostaan, sillä testi ei anna varaa suorituksen parantamiseksi. Tämä vaikuttaa tutkimuksen tuloksiin, sillä testin helppous ja oppilaiden odotettua parempi osaamistaso vääristää käytetyn testin puitteissa olevaa osaamisen muutosta. Vaikutus ulottuu myös tuloksiin tutkittaessa, miten lähtötaso on yhteydessä matemaattisten ja aritmeettisten taitojen kehitykseen. Parhaimman lähtötason ryhmän oppilaille ei ollut juurikaan varaa kehittyä, mikä vaikuttaa tulokseen heidän kehityksestään syyslukukauden aikana vääristämällä sitä.

Oppilaiden erittäin hyvä osaamisen taso jo syyslukukauden alussa vaikutti myös siihen, että kaikkien matemaattisten osa-alueiden kehityksen tutkiminen olisi ollut lähes

mahdotonta. Oppilaat osasivat lukujonotaidot sekä matemaattis-loogiset taidot niin hyvin, ettei niissä voitu havaita juurikaan minkäänlaista muutosta.

Tutkimuksen luotettavuutta lisäsi tutkijan läsnäolo testitilanteessa. Oppilaiden testaus yksi kerrallaan loi oppilaille mahdollisuuden lisäkysymyksille sekä tilanteen, jossa oppilas voi keskittyä ainoastaan omaan tekemiseensä. Toisaalta taas matemaattiset testaukset tehtiin kahden eri tutkijan toimesta ja saattaa olla, että tutkijoiden tavoissa esittää kysymykset tai tutkijoiden oppilaille antamissa mahdollisissa lisäohjeistuksissa on eroja, vaikka matemaattinen testi ja sen tehtävät olivat kaikille oppilaille samat.

Tutkimuksen vahvuutena voidaan nähdä saman testin tekeminen kahtena eri mittauskertana. Testi oli laadittu ensimmäisen vuosiluokan sisältöjen ja oppikirjojen materiaalien mukaisesti, millä pyrittiin siihen, että testin muoto ja kysymykset olisivat oppilaille mahdollisimman tuttuja. Tällä haluttiin varmistaa se, että testillä mitattiin oppilaiden matemaattista taitotasoa sen sijaan, että mitattavana asiana olisi ollut oppilaan ymmärrys siitä, miten testi tulisi suorittaa. Matemaattiselle testille suoritettiin myös esitestaus, jolla pyrittiin kartoittamaan tutkittavien mahdollista osaamista sekä luomaan kattava ja todellista osaamista mittaava testi.

Oppilailla ja heidän vanhemmillaan oli mahdollisuus kieltäytyä tutkimukseen osallistumisesta. Oppilaille kerrottiin, että heidän vastauksiaan käytetään tutkimuksen yhteydessä nimettömästi ja siten, ettei yksittäistä oppilasta voi tunnistaa niistä. Oppilaille ja heidän vanhemmilleen kerrottiin lisäksi, että opettaja saa tutkimuksen tulokset itselleen ja voi halutessaan hyödyntää opetuksessaan tutkimuksessa esille tulleita tietoja.

Jatkossa vastaavanlaisen tutkimuksen voisi suorittaa suuremmalle tutkimusjoukolle, jolloin tuloksista saisi yleistettävämmän kuvan. Tutkimusjoukon voisi kerätä myös laajemmalta alueelta, mikä lisäisi osaltaan tutkimuksen luotettavuutta. Jatkotutkimuksena voisi myös suorittaa tähän tutkimukseen osallistuneille oppilaille uusia matemaattisen osaamisen mittauskertoja, joista nähtäisiin kehitystason muutoksen suunta myöhemmissä opinnoissa. Samanlaisen tutkimuksen voisi suorittaa myös laatimalla testin laajemmaksi ja lisäämällä siihen esimerkiksi toisen vuosiluokan sisältöjä, jolloin myös ne oppilaat, joilla ensimmäisen vuosiluokan tavoitteet olivat jo lähes hallussa syyslukukauden alussa, pystyisivät parantamaan testin tuloksia.

LÄHTEET

Aho, S. 1996. Lapsen minäkäsitys ja itsetunto. Helsinki: Edita.

Ahonen, T., Lamminmäki, T., Närhi, V. & Räsänen, P. 1995. Koulun aloittaminen ja varhaiset oppimisvaikeudet. Teoksessa P. Lyytinen, M. Korkiakangas & H. Lyytinen. (toim.) Näkökulmia kehityspsykologiaan. Kehitys kontekstissaan. Porvoo: WSOY, 168–187.

Aro, T., Järviluoma, E., Mäntylä, M., Mäntynen, H., Määttä, S. & Paananen, M. 2014. KUMMI 11. Arviointi-, opetus- ja kuntoutusmateriaaleja. Oppilaan minäkuva ja luottamus omiin kykyihin. Niilo Mäki instituutti. Eura: Euraprint.

Aubrey, C. Dahl, S. & Godfrey, R. 2006. Early mathematics development and later achievement: Further evidence. *Mathematics Education Research Journal*, Vol. 18 (1), 27–46.

Aunio, P. 2008. Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. Niilo Mäki Instituutti, 63–74. [Viitattu 24.4.2018] Saatavissa: http://www.nmi.fi/fi/bulletin/bulletin-pdf/aunio4_2008.pdf

Aunio, P., Hannula, M. & Räsänen, P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa T. Ahonen, P. Kupari, P. Malinen & P. Räsänen. (toim.) *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 198–221.

Aunio, P., Korhonen, J., Mononen, R., Tapola, A. & Väisänen, E. 2017. Matemaattiset oppimisvalmiudet. Jyväskylä: PS-kustannus.

Aunola, K. 2002. Motivaation kehitys ja merkitys kouluikässä. Teoksessa K. Salmela-Aro & J-E. Nurmi. (toim.) *Mikä meitä liikuttaa? Modernin motivaatiopsykologian perusteet*. Jyväskylä: PS-kustannus.

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M-K. & Nurmi J-E. 2004. Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology* 2004, Vol. 96 (4), 699–713.

Ansari, D. & Merkley, R. 2016. Why numerical symbols count in the development of mathematical skills: evidence from brain and behavior. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, Vol. 10, 14–20.

Bandura, A. 1982. Self-efficacy mechanism in human agency. *American psychologist*, Vol. 37, 122–147.

Bandura, A. 1986. *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.

Bossaert, G., Buyse, E., Doumen, S. & Verschueren, K. 2011. Predicting children's academic achievement after the transition to first grade: A two-year longitudinal study. *Journal of Applied Developmental Psychology*, Vol. 32, 47–57.

Broberg, M., Laakkonen, E. & Tähtinen, J. 2011. Tilastollisen aineiston käsittelyn ja tulkinnan perusteita. Turun yliopiston kasvatustieteiden julkaisuja C: 20. Turku: Turun yliopisto.

Brothereus, A., Hytönen, J & Krokfors, L. 1999. Esi- ja alkuopetuksen didaktiikka. Helsinki: WSOY.

- Casey, B., Fineman, B., Dearing, E., Demers, L., Pezaris, E. & Polloc, A. 2015. A longitudinal analysis of early spatial skills compared to arithmetic and verbal skills as predictors of fifth-grade girls' math reasoning. *Learning and Individual Differences*, Vol. 40, 90–100.
- Clements, D. & Sarama, J. 2014. *Learning and teaching early math. The learning trajectories approach*. Second edition. London: Routledge.
- Cohen, L., Mansion, L. & Morrison, K. 2007. *Research methods in education*. 6th edition. New York: Routledge.
- Connell, J. P., & Wellborn, J. G. 1991. Competence, autonomy and relatedness: A motivational analysis of self-system processes. In M. R. Gunnar & L.A. Sroufe. (Eds.) *Self-processes in development: Minnesota Symposium on Child Psychology*, Vol. 23, 43–77.
- Cowan, R., Donlan, C., Newton, E. & Lloyd, D. 2005. Number skills and knowledge in children with specific language impairment. *Journal of Educational Psychology*, Vol. 97 (4), 732–744.
- Deci, E. L., & Ryan, R. M. 2008. Self-determination theory: A macrotheory of human motivation, development, and health. *Canadian Psychology*, Vol. 49 (3), 182–185.
- Dehaene, S. 1997. *The number sense. How the mind creates mathematics*. Bath: Bath Press.
- Dijkstra, P., Kuyber, H., van der Werf, G., Buunk, A.P. & van der Zee, Y. G. 2008. Social comparison in the classroom: a review. *Review of Educational Research*, Vol. 78, 828–879.
- Downer, J. T., & Pianta, R. C. 2006. Academic and cognitive functioning in first grade: Associations with earlier home and child care predictors and with concurrent home and classroom experiences. *School Psychology Review*, Vol. 35, 11–30.
- Duncan, G., Dowsett, C., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K. & Japel, C. 2007. School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, Vol. 43, 1428–1446.
- Entwisle, D. R., & Alexander, K. L. 1998. Facilitating the transition to first grade: The nature of transition and research on factors affecting it. *The Elementary School Journal*, Vol. 98, 351–364.
- Fennema, E., Carpenter, T., Jacobs, V., Franke, M. & Levi, L. 1998. A longitudinal study of gender differences in young children's mathematical thinking. *Educational Researcher*, Vol. 27 (5), 6–11.
- Fuson, K. C. 1988. *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.
- Gottfried, A. E. 1990. Academic Intrinsic Motivation in Young Elementary School Children. *Journal of Educational Psychology*, Vol. 82 (3), 525–538.
- Hakkarainen, A., Holopainen, L. & Savolainen, H. 2015. A five-year follow-up on the role of educational support in preventing dropout from upper secondary education in Finland. *Journal of Learning Disabilities*, Vol. 48 (4), 408–421.
- Hannula, M., Kupari, P., Pehkonen, L., Räsänen, P. & Soro, R. *Matematiikka ja sukupuoli. Teoksessa: P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen 2004. Matematiikka -näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. 2. uudistettu painos. Jyväskylä: Niilo Mäki instituutti, 170–197.
- Hannula M., Kuikka M., Lepola J. & Niemi P. 2005. Cognitive-linguistic skills and motivation as longitudinal predictors of reading and arithmetical skills: A follow-up study from kindergarten to grade 2. *International Journal of Educational Research*, Vol. 43, 250–271.

Hannula, M. & Lepola, J. 2006. Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehitystä? Teoksessa J. Lepola & M. Hannula. 2006. Kohti koulua - kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys. Kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisusarja A:205. Turku: Turun yliopisto, 129-154.

Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2009. Tutki ja kirjoita. 15., uudistettu painos. Tammi. Helsinki.

Hirvonen, K. 2012. Onko laskutaito hallussa? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2011. Opetushallitus. Koulutuksen seurantaraportit 2012:4. Tampere: Juvenes Print.

Ikäheimo, H. & Risku A-M. 2004. Matematiikan esi- ja alkuopetuksesta. Teoksessa: P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen 2004. Matematiikka -näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. 2. uudistettu painos. Jyväskylä: Niilo Mäki instituutti, 222–240.

Keltikangas-Järvinen, L. 2010. Hyvä itsetunto. Helsinki:WSOY

Kilpatrick, J. & Findell, P. 2001. Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics. Washington, DC: National Academies Press.

Korpinen, E., Jokiaho, E. & Tikkanen, P. 2003. Miten esi- ja alkuopetusikäiset lapset arvioivat itseään ja oppimistaan? Kasvatus: Suomen kasvatustieteellinen aikakausikirja, Vol. 34 (1), 66–78.

Krajewski, K. & Schneider, W. 2009. Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. Learning and Instruction, Vol. 19, 513–526.

Lipnevich, A. A., Preckel, F. & Krumm, S. 2016. Mathematics attitudes and their unique contribution to achievement: Going over and above cognitive ability and personality. Learning and Individual Differences, Vol. 47 (2), 70–79.

Lerkanen, M-K., Poikkeus, A-M. & Ketonen, R. 2007. ARMI – Luku- ja kirjoitustaidon arviointimateriaali 1. luokalle. Kokeilut ja käytänteet. NMI-bulletin, Vol. 17 (2), 20–25.

Luma Suomi -ohjelma. 2018. Luma Suomi -ohjelma. Valtakunnallinen luonnontieteiden ja matematiikan esi- ja perusopetuksenkehittämisohjelma 2014–2019. Helsinki: Luma Suomi -keskus.

Metsämuuronen, J. 2004. Pienten aineistojen analyysi. Parametrittomien menetelmien perusteet ihmistieteissä. Jyväskylä: Gummerus kirjapaino Oy.

Metsämuuronen, J. 2010. Osaamisen ja asenteiden muutos perusopetuksen 3.–5. luokilla. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen. (toim.) Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy. 93–136.

Metsämuuronen, J. 2013. Matemaattisen osaamisen muutos perusopetuksen luokilla 3–9. Teoksessa: J. Metsämuuronen. (toim.) & Opetushallitus. 2013. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Tampere: Juvenes Print, 65–172.

Metsämuuronen, J. 2017. Oppia ikä kaikki - matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 1:2017. Tampere: Juvenes print.

Muthén, B. O., & Khoo, S. T. 1998. Longitudinal studies of achievement growth using latent variable modeling. *Learning and Individual Differences*, Vol. 10, 73–102.

National Institute of Child Health and Human Development [NICHD]. Early Child Care Research Network [ECCRN]. 2002. Early child care and children's development prior to school entry. *American Educational Research Journal*, Vol. 39. 133–164.

Niemi, E. K. 2010. Matematiikan oppimistulokset 6. vuosiluokan alussa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen. (toim.) Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy, 17–70.

Nummenmaa, L. 2011. Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät. 3.painos (uud.laitos). Helsinki: Tammi.

Onatsu-Arviolommi, T. & Nurmi, J-E. 2000. The role of task-avoidant and task-focused behaviors in the development of reading and mathematical skills during the first school year: A cross-lagged longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, Vol. 92, No. 3, 478–491.

Opetushallitus 2016a. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Määräykset ja ohjeet 2014: 96. Helsinki. [Viitattu 2.3.2018] Saatavissa: http://www.oph.fi/download/163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf

Opetushallitus 2016b. Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Määräykset ja ohjeet 2016: 1. Tampere: Juvenes Print.

OECD Organisation for Economic Co-operation and Development. 2017. PISA 2015 Assessment and Analytical Framework. Paris: OECD publishing.

Opetus- ja kulttuuriministeriö 2016. PISA 2015: Suomalaisnuoret edelleen huipulla, pudotuksesta huolimatta. Tiedote 2016. Helsinki: Opetus- ja kulttuuriministeriö

Pajares, F. & Usher, L. U. 2008. Sources of self-efficacy in school: Critical review of the literature and future directions. *Review of Educational Research*, Vol. 78, 751–796.

Piaget, J. 1988. Lapsi maailmansa rakentajana. Kuusi esseetä lapsen kehityksestä. Suom. S. Palmgren. Porvoo: WSOY.

Purpura, D. & Reid, E. 2015. Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly*, Vol. 36, 259–268.

Rauste-von Wright, M., von Wright, J. & Soini, T. 2003. Oppiminen ja koulutus. Helsinki: WSOY.

Tikkanen, J. 2017. Pieni SPSS-opas. Turku: Turun yliopisto.

Ulstad, S. O., Halvari, H., Sørebo, Ø. & Deci, E. L. 2016. Motivation, learning strategies, and performance in physical education at secondary school. *Scientific Research Publishing. Advances in Physical Education*, Vol. 6, 27–41.

Veermans, M. & Tapola, A. 2006. Motivaatio, emootiot ja oppimisen itsesäätely teknologiaympäristössä. Teoksessa: S. Järvelä, P. Häkkinen & E. Lehtinen. (toim.) 2006. Oppimisen teoria ja teknologian opetuskäyttö. Helsinki: WSOY, 61–120.

Vettenranta, J., Hiltunen, J., Nissinen, K., Puhakka, E. & Rautopuro, J. 2016a. Lapsuudesta eväät oppimiseen. Neljännen luokan oppilaiden matematiikan ja luonnontieteiden osaaminen. Kansainvälinen TIMSS-tutkimus Suomessa. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos.

Vettenranta, J., Välijärvi, J., Ahonen, A., Hautamäki, J., Hiltunen, J., Leino, K., Lähteinen, S., Nissinen, K., Nissinen, V., Puhakka, E., Rautopuro, J. & Vainikainen M-P. 2016b. PISA 15 ensituloksia. Huipulla pudotuksesta huolimatta. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2016: 41. Helsinki: Opetus- ja kulttuuriministeriö.

Wigfield, A. & Eccles, J. S. 2000. Expectancy-value theory of achievement motivation. *Contemporary Educational Psychology*, Vol. 25, 68–81.

Williamson, G. L., Appelbaum, M., & Epanchin, A. 1991. Longitudinal analyses of academic achievement. *Journal of Educational Measurement*, Vol. 28, 61–76.

Yrjönsuuri, R. 2004. Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Teoksessa T. Ahonen, P. Kupari, P. Malinen & P. Räsänen. (toim.) *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 111–122.

LIITTEET

Liite 1. Matemaattisen osaamisen testi.

Koulu

Luokka

Oppilas

Poika Tyttö

Oletko nähnyt tällaista kuviota ennen? Missä? Osaisitko/osaatko käyttää sitä?

- Kyllä/ei
- Tästä ei pisteitä



1. Etsi lukujonosta luku 4. Aseta nappula siitä neljä lukua eteenpäin. Mikä luku on kyseessä?

- 0p ei osaa
- 1p osaa liikkua lukusuoralla, mutta ei osaa nimetä lukua
- 2p osaa nimetä luvun 8

2. Etsi lukujonosta luku 13. Aseta nappula siitä kolme lukua taaksepäin. Tiedätkö mikä luku se on?

- 0p ei osaa
- 1p osaa liikkua lukusuoralla, mutta ei osaa nimetä lukua
- 2p osaa nimetä luvun 10

3. Montako perhosta on kuvassa? Näytä lukusuoralta.

- 0p ei osaa
- 1p käyttää sormia/ palaa useampaan kertaan kuvaan/ jos lukumäärä väärin, mutta lukusuoralta vastaa itse saamaansa lukumäärää
- 2p kerralla oikein



4. Laske ääneen luvusta 7 eteenpäin

- *0p ei osaa*
- *1p jos lähtee liikkeelle 0:sta (ääneen/sormilla)*
- *2p jos lähtee liikkeelle suoraan 7*

5. Laske ääneen luvusta 12 taaksepäin

- *0p ei osaa*
- *1p jos lähtee 0:sta (ääneen/sormilla)*
- *2p jos lähtee suoraan 12*

A. Sano joka toinen luku. Aloita luvusta 1

- *0p ei osaa*
- *1p käyttää sormia, osaa ohjeistettuna (kerrotaan sarjan kaksi ensimmäistä lukua 1,3,...), osaa luetella lukuun 9 saakka*
- *2p osaa luetella lukuun 13 saakka*

6. Montako koripalloa on kuvassa? Montako jalkapalloa on kuvassa? Montako palloa on yhteensä?

- *0p ei osaa*
- *1p käyttää sormia/apuvälineitä*
- *2p oikein*



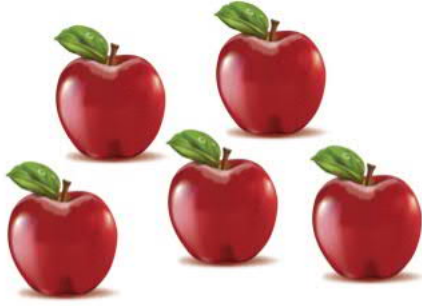
7. Montako jäätelöä on kuvassa? Montako pehmistä on kuvassa? Montako jäätelöä on yhteensä?

- *0p ei osaa*
- *1p käyttää sormia/apuvälineitä*
- *2p oikein*



8. Montako omenaa on kuvassa? Montako omenaa jää kun otetaan 3 omenaa pois.

- *0p ei osaa*
- *1p käyttää sormia/apuvälineitä*
- *2p oikein*



9. Laske

$$6 + 3$$

$$4 + 1 + 2$$

- 0p ei osaa
- 1p käyttää sormia/apuvälineitä
- 2p oikein

B. Laske

$$7 + 8$$

- 0p ei osaa
- 1p käyttää sormia/apuvälineitä
- 2p oikein

10. Laske

$$4 - 2$$

$$7 - 3 - 1$$

- 0p ei osaa
- 1p käyttää sormia/apuvälineitä
- 2p oikein

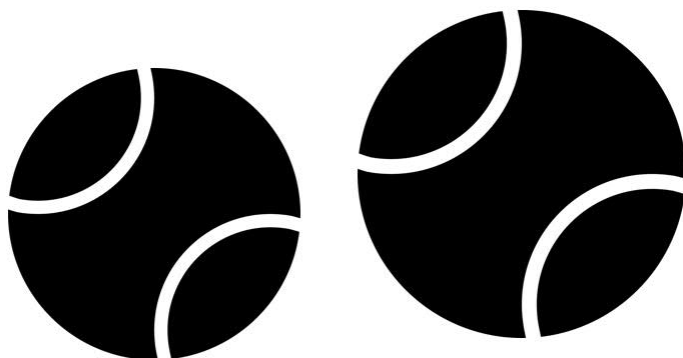
C. Laske

$$14 - 7$$

- *0p ei osaa*
- *1p käyttää sormia/apuvälineitä*
- *2p oikein*

11. Kumpi on suurempi pallo? Osoita.

- *0p ei osaa*
- *2p oikein*



Kumpi on pienempi tähti? Osoita.

- *0p ei osaa*
- *2p oikein*



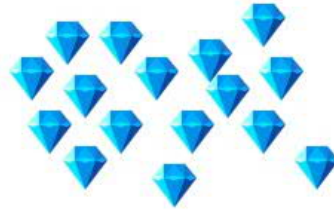
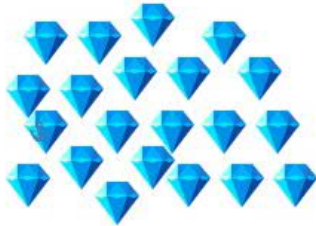
12. Kummassa on enemmän tähtiä? Osoita.

- *0p ei osaa*
- *2p oikein*



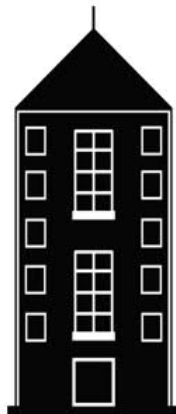
Kummassa on vähemmän timantteja? Osoita.

- 0p ei osaa
- 2p oikein



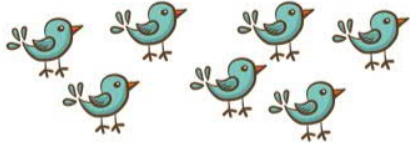
13. Aseta talot järjestykseen matalimmasta korkeimpaan

- 0p ei osaa
- 2p oikein



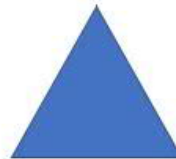
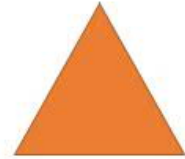
14. Valitse vaihtoehdoista kuva, jossa on 7 lintua.

- 0p ei osaa
- 2p oikein



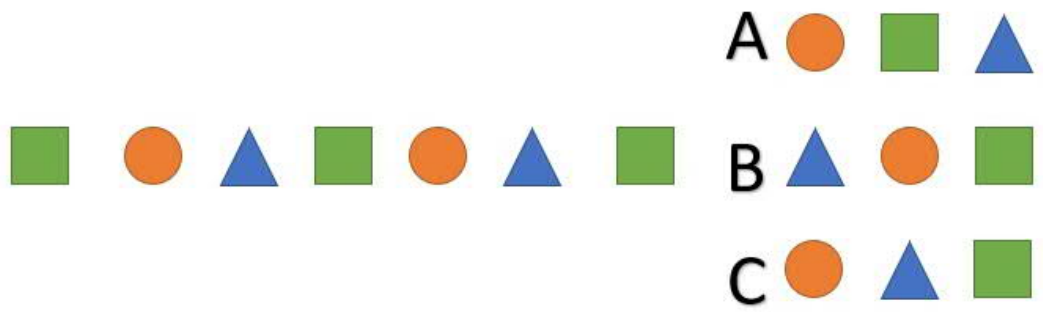
D. Etsi kuvasta ja osoita, mitkä kuviot ovat pieniä kolmioita

- *0p ei osaa*
- *2p oikein*



E. Miten kuviojono jatkuu?

- *0p ei osaa*
- *2p oikein*



15. A. Miten paljon pidät matematiikasta?

15.B. Millaisella mielellä osallistut matikan tunneille?

15.C. Miten helppoa matematiikka sinulle on?

Osoita hymynaama-asteikolta.

Hymynaama-asteikko:



Liitetaulukko 1. Normaalijakaumatesti sukupuolelle ja tasoryhmille. Tummennetut lukuarvot osoittavat mitkä muuttujat ovat normaalijakautuneita. Loppumittauksien tasoryhmässä 1 oli vain yksi oppilas, tämän vuoksi taulukossa on tyhjiä kohtia. Kursivoitujen lukuarvojen kohdalla on käytetty Kolmogorov-Smimovin testiä.

Muuttuja	Ryhmittelevä muuttuja	Shapiro-Wilk	Vinous
Matemaattinen osaaminen alussa	-	0.200	
	Tytöt	0.135	
	Pojat	0.366	
	Tasoryhmä 1	0.234	
	Tasoryhmä 2	0.002	0.334
	Tasoryhmä 3	0.008	-0.014
Matemaattinen osaaminen lopussa	-	0.001	-1.034
	Tytöt	0.041	-0.388
	Pojat	0.000	-1.490
	Tasoryhmä 1		
	Tasoryhmä 2	0.039	-0.231
	Tasoryhmä 3	0.000	-0.552
Aritmeettiset perustaidot alussa	-	0.011	-0.080
	Tytöt	0.031	0.201
	Pojat	0.029	-0.324
	Tasoryhmä 1	0.029	0.615
	Tasoryhmä 2	0.054	
	Tasoryhmä 3	0.020	-0.174
Aritmeettiset perustaidot lopussa	-	0.000	-0.739
	Tytöt	0.008	-0.594
	Pojat	0.000	-0.961
	Tasoryhmä 1		
	Tasoryhmä 2	0.475	
	Tasoryhmä 3	0.000	-0.853
Matemaattisen osaamisen muutos	Tytöt	0.726	
	Pojat	0.382	
	Tasoryhmä 1	0.564	
	Tasoryhmä 2	0.173	
	Tasoryhmä 3	0.056	
Aritmeettisten perustaitojen muutos	Tytöt	0.187	
	Pojat	0.091	
	Tasoryhmä 1	0.025	0.067
	Tasoryhmä 2	0.156	
	Tasoryhmä 3	0.042	-1.267
Tasoryhmät alussa		0.000	-0.064
Tasoryhmät lopussa		0.000	-1.435

Kiinnostus alussa	Tytöt	0.000	-0.463
	Pojat	0.000	-1.676
Kiinnostus lopussa	Tytöt	0.000	-1.863
	Pojat	0.000	-1.615
Mielekkyyys alussa	Tytöt	0.000	-0.151
	Pojat	0.000	-1.585
Mielekkyyys lopussa	Tytöt	0.000	-1.084
	Pojat	0.000	-0.762
Minäpystyvyys alussa	Tytöt	0.001	-0.475
	Pojat	0.000	-0.667
Minäpystyvyys lopussa	Tytöt	0.000	-1.432
	Pojat	0.000	-1.019
Kiinnostuksen muutos	Tytöt	0.000	-1.433
	Pojat	0.000	-1.804
Mielekkyyden muutos	Tytöt	0.000	-0.571
	Pojat	0.010	0.951
Minäpystyvyyden muutos	Tytöt	0.000	-0.309
	Pojat	0.037	0.327

Liitetaulukko 2. Normaalijakaumatesti mielipide ja itsearviointi kysymyksille. Tummennetut lukuarvot osoittavat mitkä muuttujat ovat normaalijakautuneita.

Muuttuja	Ryhmittelevä muuttuja	Shapiro-Wilk	Vinous
Matemaattinen osaaminen alussa	Kiinnostaa vähän	0.328	
	Kiinnostaa paljon	0.050	
	Ei mielekästä	0.914	
	Mielekästä	0.117	
	Heikko minäpystyvyys	0.430	
	Hyvä minäpystyvyys	0.074	
Matemaattinen osaaminen lopussa	Kiinnostaa vähän	0.021	-2.014
	Kiinnostaa paljon	0.000	-0.547
	Ei mielekästä	0.662	
	Mielekästä	0.000	-1.165
	Heikko minäpystyvyys	0.037	-0.765
	Hyvä minäpystyvyys	0.000	-1.084
Aritmeettiset perustaidot alussa	Kiinnostaa vähän	0.019	-1.427
	Kiinnostaa paljon	0.035	0.048
	Ei mielekästä	0.420	
	Mielekästä	0.022	-0.139
	Heikko minäpystyvyys	0.528	
	Hyvä minäpystyvyys	0.020	-0.036
Aritmeettiset perustaidot lopussa	Kiinnostaa vähän	0.217	
	Kiinnostaa paljon	0.000	-0.736
	Ei mielekästä	0.240	
	Mielekästä	0.000	-0.795
	Heikko minäpystyvyys	0.043	-0.582
	Hyvä minäpystyvyys	0.000	-0.795
Matemaattisen osaamisen muutos	Kiinnostaa vähän	0.897	
	Kiinnostaa paljon	0.413	
	Ei mielekästä	0.905	
	Mielekästä	0.380	
	Heikko minäpystyvyys	0.032	-1.178
	Hyvä minäpystyvyys	0.336	
Aritmeettisten taitojen muutos	Kiinnostaa vähän	0.059	
	Kiinnostaa paljon	0.017	
	Ei mielekästä	0.536	-0.326
	Mielekästä	0.018	
	Heikko minäpystyvyys	0.069	-0.262
	Hyvä minäpystyvyys	0.055	
Kiinnostus alussa		0.000	-1.545
Kiinnostus lopussa		0.000	-1.688

Mielekkyyys alussa	0.000	-1.392
Mielekkyyys lopussa	0.000	-0.970
Minäpystyvyys alussa	0.000	-0.539
Minäpystyvyys lopussa	0.000	-1.443