

Käänteisen opetuksen positiivisia vaikutuksia matematiikan
opetuksessa

Henri Anttila

Pro gradu -tutkielma
Syyskuu 2018

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS
TURUN YLIOPISTO

ANTTILA, HENRI: Käänteisen opetuksen positiivisia vaikutuksia matematiikan opetuksessa
Pro gradu -tutkielma, 31 s.
Matematiikka
Syyskuu 2018

Käänteinen opetus on kerännyt suurta suosiota viime vuosien aikana opettajien sekä oppilaiden keskuudessa. Käänteinen opetus muuttaa opetustapahtumien kulkua ja tekee oppimisesta mielekkäämpää oppilaille myös matematiikassa. Oppilaat eivät enää jää yksin kohtaamiensa ongelmien ja vaikeuksien kanssa, vaan opettaja pystyy tehokkaammin tarjoamaan ammattitaitoaan oppilaiden tueksi.

Kirjallisuuden perusteella käänteinen opetus muuttaa oppimisen oppilaskeskeisemmäksi ja antaa oppilaille vapaammat kädet oman oppimisensa kehittämiseen. Samalla opettaja saa enemmän mahdollisuuksia toteuttaa pedagogisia menetelmiään. Kotona tehtävän itenäisen työskentelyn lisäksi vertaisoppiminen on erityisessä roolissa käänteisen opetuksen luokkahuonetilanteissa, minkä voi nähdä kokoavana tekijänä käänteisen opetuksen toimivuudelle. Oppilaat työskentelevät itsenäisesti sekä ryhmissä eriyttäen itse ja toimien vertaistukena toisilleen. Käänteinen opetus soveltuu myös teknologian hyödyntämisen vuoksi vastaamaan opetussuunnitelmien sisältöä.

Asiasanat: käänteinen opetus, vertaisoppiminen, matematiikka.

Sisältö

1	Johdanto	1
2	Käänteinen opetus ja oppiminen	3
2.1	Käänteinen opetus	3
2.2	Käänteinen oppiminen	5
3	Oppilaskeskeinen oppiminen	8
3.1	Oppilaskeskeiset oppimistyylit	9
4	Itsesäädely oppiminen ja itsenäinen työskentely	12
4.1	Itsenäinen työskentely ja vastuullisuus opetussuunnitelmissa .	12
4.2	Matematiikka opetussuunnitelmissa	13
5	Tutkimustulokset	15
5.1	Luokkahuoneen ulkopuolella	15
5.1.1	Videomateriaalit	15
5.1.2	Ennakkotehtävät	17
5.2	Luokassa	18
5.2.1	Vertaisoppiminen oppitunneilla	19
5.3	Oppimistulosten kehittyminen	22
6	Yhteenveto	25
7	Johtopäätökset	27
	Kirjallisuutta	31

1 Johdanto

Tavanomainen matematiikan oppitunti peruskoulussa tai toisen asteen koulussa alkaa usein kotitehtävien tarkistuksella. Toisessa vaiheessa opettaja esittelee uuden aiheen, tehdään harjoitustehtäviä ja lopuksi on oppilaiden vuoro työskennellä itsenäisesti. Itsenäinen työskentely jatkuu usein soveltavien kotitehtävien muodossa. Käänteinen opetus pyrkii muuttamaan opettajakeskeisen opetustyylin oppilaskeskeisempään opetustyyliin muuttamalla tavanomaisen opetuksen sisältöä ja järjestystä. Työskentely alkaa uuden asian opiskelulla kotona. Oppilaat voivat katsoa opeteltavasta asiasta videoita, tehdä ennakkotehtäviä tai tutustua pelkän oppikirjan avulla käsiteltävään asiaan. Seuraavassa vaiheessa oppilaat saapuvat kouluun, missä he voivat opettajan ja vertaisten avulla syventää omaa osaamistaan ja ajatteluaan sisäistäessään käsiteltävää asiaa. Soveltavia tehtäviä tehdessä oppilaille on jatkuvasti mahdollisuus joko vertaisten antamaan tukeen tai opettajan tarjoamaan ammatilliseen tukeen. Oppilaat eivät enää jää kotona yksin haastavien tehtävien kanssa, vaikka heidän vanhempansa eivät enää kykeny auttamaan heitä pidemmälle. Käänteinen opetus ja sen ohella myös käänteinen opettaminen alkoivat kerätä huomattavan suurta huomiota, kun Jonathan Bergmann ja Aaron Sams onnistuivat erittäin positiivisin tuloksin kääntämään kemian opetuksensa. Useat tutkimukset, tämä mukaan lukien, viittaavat heidän kirjoittamaansa kirjaan ja pitävät sitä yhtenä pohjateokseksi käänteiselle opetukselle.

Tämän kirjallisuuskatsauksena toimivan pro gradu -tutkielman tarkoituksena on kartoittaa, millaisia positiivisia vaikutuksia käänteisellä opetuksella on matematiikan opetuksessa kansainvälisen kirjallisuuden perusteella. Negatiiviset vaikutukset jätettiin kokonaan huomioimatta. Aiheen valinta perustui omaan pyrkimykseeni tulevana matematiikan ja fysiikan opettajana tehdä opiskelusta mielenkiintoisempaa oppilaille, pedagogisissa opinnoissa tutustumiini pedagogisiin menetelmiin sekä omiin kokemuksiini opettajana. Tavoitteenani oli löytää kattavasti kaikki mahdolliset lähteet, joista löytyi selkeitä tuloksia koskien valitsemaani aihetta. Lähteiden etsimiseen käytin ensisijaisesti yliopiston tarjoamia tietokantoja (JSTOR, EBSCO, ProQuest, Springer) sekä Google Scholaria. Rajasin aineiston hakuani siten, että jokainen lähde viitekehystä lukuunottamatta käsittelee käänteistä matematiikan opetusta jollakin tavalla. Aineistoa löytyi parhaiten hakusanoilla flipped classroom, flipped learning sekä flipped math. Lisäksi kävin läpi löytämäni aineiston lähdeluettelot saadakseni mahdollisimman laajan katsauksen aiheestani ennen kirjoitusvaiheeseen siirtymistä.

Valitut lähteet käsittelevät matematiikan opetusta laajalla skaalalla peruskoulusta yliopistoon ja ammattikorkeakouluun. Niistä on tarkoituksella jätetty pois kaikki erityisopetusta käsittelevät tai siihen liittyvät artikkelit. Aineistossa on erittäin tyypillistä verrata käänteisen opetuksen oppilasryhmiä tavanomaisen opetuksen oppilasryhmiin tai vaihtoehtoisesti toiseen käänteisen opetuksen oppilasryhmään, jonka työtavoissa on pieniä eroja. Viitekehyksen lähteiksi valikoituivat tutkimustuloksissa selvinneiden menetelmien taustateoriaan keskittyvä aineisto sekä opetushallituksen opetussuunnitelmat, joiden avulla vastaan yhteen tutkimuskysymyksistäni.

Tutkielma etenee yleisesti kirjallisuuskatsaukselle sekä käänteiselle opetukselle ominaisella tyyllillä tutkimustulosten osalta. Tutkielman viitekehykseen kuuluvat johdannon jälkeiset kolme ensimmäistä lukua. Tutkielman toisessa luvussa keskitytään määrittelemään käänteinen opetus ja erottamaan se käänteisestä oppimisesta, sekä vertailemaan niiden ominaisuuksia. Kolmannessa luvussa perehdytään tarkemmin tutkimustuloksissa ilmenneiden oppilaskeskeisten opetusmenetelmien taustoihin. Näistä menetelmistä keskitytään tutkimustuloksien perusteella lyhyesti vertaisoppimiseen ja ongelmalähtöiseen oppimiseen. Neljännessä luvussa tutkitaan pääasiassa opetussuunnitelmien sisältöä itsenäisen työskentelyn ja vastuullisuuden sekä matematiikan opintojen valossa. Tutkielman kolme viimeistä lukua käsittelevät tutkimustuloksia ja niistä tehtyjä johtopäätöksiä. Viides luku sisältää kootusti käänteisen opetuksen positiivisia vaikutuksia matematiikan opiskeluun. Tulokset on jaoteltu käänteiselle opetukselle tyypillisesti luokkahuoneen ulkopuolella ja luokkahuoneessa työskennellessä tehtyjen tulosten perusteella. Yhteenvedon jälkeen johtopäätöksissä vastataan tutkimuskysymyksiin ja pohditaan mahdollisten jatkotutkimusten aiheita.

Tämän tutkielman tavoitteena on vastata mahdollisimman kattavasti seuraaviin tutkimuskysymyksiin:

Mitä vaikutuksia käänteisen opetuksen eri vaiheilla on matematiikan opetuksessa?

Onko käänteisen opetuksen eri vaiheilla eri merkitys matematiikan opetuksessa?

Soveltuuko käänteinen opetus opetussuunnitelmien säädösten perusteella matematiikan opetukseen?

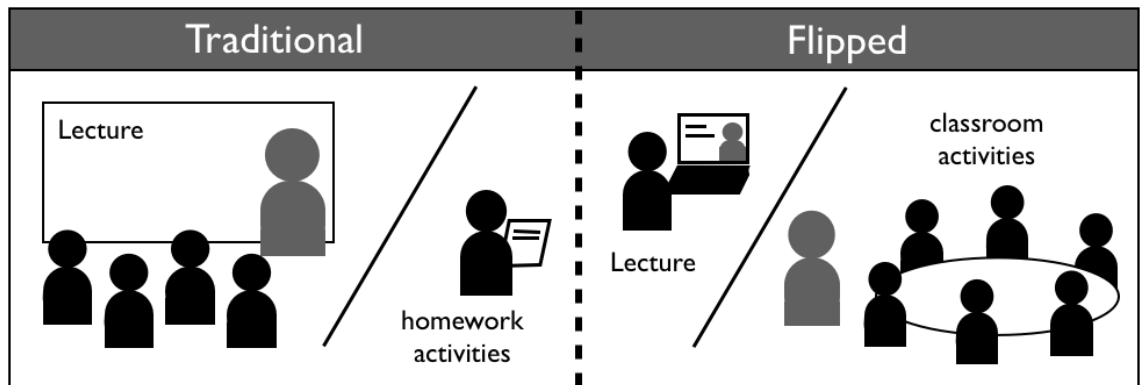
2 Käänteinen opetus ja oppiminen

2.1 Käänteinen opetus

Käänteisen opetuksen sisältöä ei voi kuvailla yhtä yksikäsitteisesti kuin tavanomaisen opetuksen sisältöä. Tavanomaisessa opetuksessa opettaja aloittaa oppitunnit kotitehtävien tarkastuksella, jonka jälkeen edetään opettajan johdolla uuteen asiaan sekä tehdään harjoitustehtäviä. Lopuksi opettaja antaa soveltavampia tehtäviä kotitehtäväksi. Flipped classroomin, eli käänteisen opetuksen (Lage ym., 2000), peruseriaate on vaihtaa luokassa ja kotona työskentely keskenään. Tällöin tavanomainen luokassa tehtävä työskentely tehdään kotona ja kotitehtävänä ollut työskentely tehdään oppitunnin aikana luokassa (ks. kuva 1). Edeltävä määritelmä ei kuitenkaan kuvaa käänteistä opetusta käytännössä (Bergmann ja Sams, 2012). Käänteisessä opetuksessa oppitunnit on rakennettu oppilaskeskeisiksi eikä opettajan ympärille. Oppilaat ovat itse vastuussa opinnoistaan ja opettaja on paikalla tarjoamassa ammattitaitoista tukea oppimiseen eikä siirtämässä tietoa.

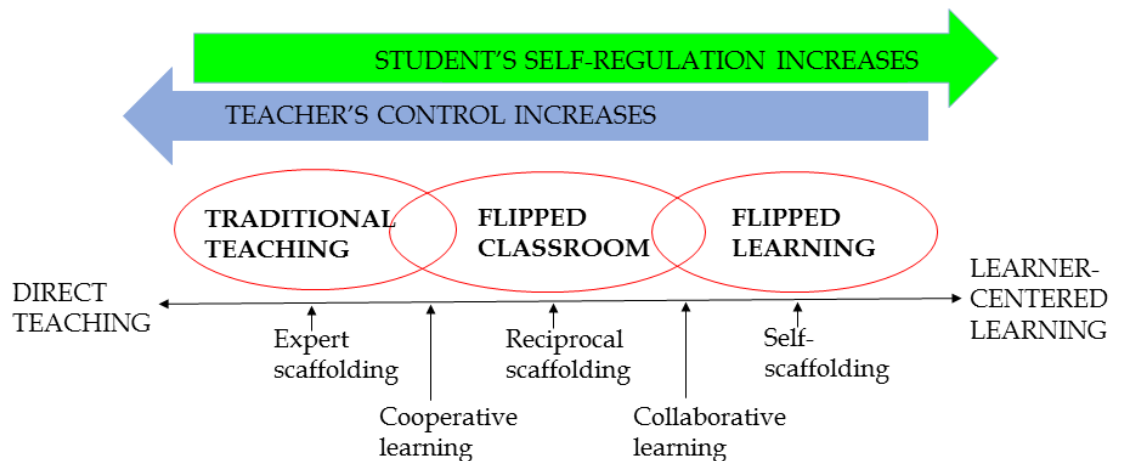
Useissa tutkimuksissa normaalin koulupäivän kääntäminen tarkoittaa sitä, että opiskelijoilla on mahdollisuus päästä luentoihin käsiksi omalla ajallaan. Opettajat ovat voineet käyttää itse tehtyjä tallenteita opetuksestaan (Bergmann ja Sams, 2012) tai valmiita internetistä löytyviä opetusvideoita, kuten Moore ym. (2014), jotka käyttivät Khan Academyn ja Brighstormin opetusvideoita. Kun oppilaat katsovat kotitehtävinään videoita seuraavan oppitunnin sisällöstä, jonka lisäksi he saattavat tehdä mahdollisuuksien mukaan perustietoihin perustuvia harjoitustehtäviä aiheesta, niin oppitunneille jää enemmän aikaa interaktiiviseen ja oppilaskeskeiseen ryhmässä työskentelyyn. Tällöin heillä on mahdollisuus keskustella vertaistensa tai opettajan kanssa (Buch ja Warren, 2017). Lisäksi tutkimuksista ilmenee, että käänteiseen opetukseen yhdistetään usein muita sille ominaisia metodeja esimerkiksi luokassa tapahtuvan toiminnan tukemiseksi, kuten vertaisoppimista (Jungić ym., 2015) tai itsesäänneltyä opiskelua (Lai ja Hwang, 2016), minkä vuoksi käänteistä opetusta ei voi ajatella kaiken tarpeellisen sisältävänä pedagogisena mallina, vaan alustana, joka mahdollistaa sen käyttäjälle sisällyttää opetukseensa erilaisia opetusmenetelmiä (Naccarato ja Karakok, 2015).

Toivola ja Silfverberg (2014) sijoittavat käänteisen opettamisen tavanomaisen opetuksen ja käänteisen oppimisen väliin (ks. kuva 2). Käänteisessä



Kuva 1: Tavanomainen ja käänteinen opetus (Jungić ym., 2015).

opetuksessa opettajan vaikutus oppimiseen vähenee tavanomaiseen opetukseen verrattuna, kun oppilaat saavat vapaammat kädet. Oppituntien sisällön kontrolli kuitenkin säilyy vielä opettajalla. Liikuttaessa tavanomaisesta opetuksesta kohti käänteistä oppimista, myös tuen muodot muuttuvat opettajan ammatillisesta tuesta itsenäiseen tukeen. Itsenäinen tuki voi näkyä esimerkiksi oppilaiden keskeisenä neuvottelutilanteena käsiteltävästä asiasta, kun taas opettajan ammatillisessa tuessa opettajalla on selkeä vastuu oppilaiden oppimisesta (Toivola ja Silfverberg, 2014).



Kuva 2: Opetuksen muuttuminen siirryttäessä kohti oppilaskeskeistä oppimista (Toivola ja Silfverberg, 2014).

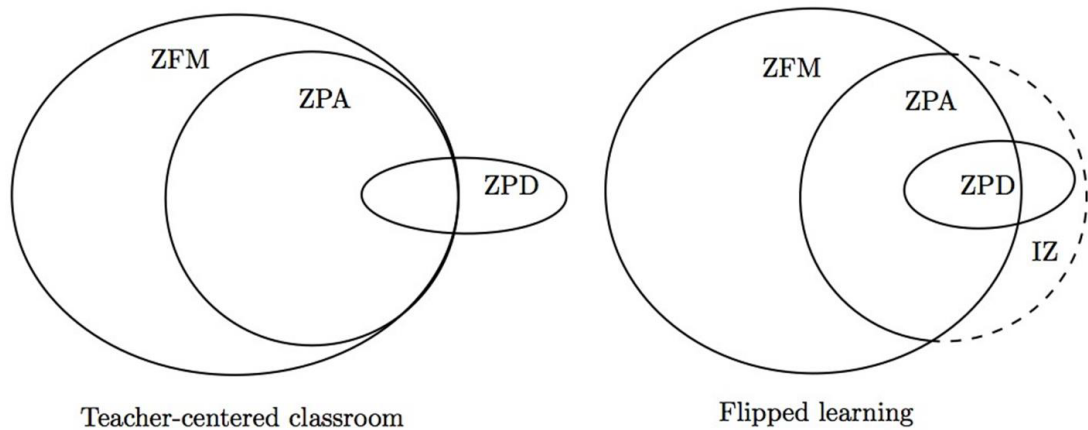
2.2 Käänteinen oppiminen

Toivola ja Silfverberg (2014) määrittelevät käänteisen oppimisen niin, että se ei pelkästään käännä opettajien ja oppilaiden toimintaa luokassa, vaan myös heidän pedagogiset oletukset opettamisesta ja oppimisesta. Kun kuvan 2 janalla edetään oikealle, siirrytään käänteisestä opetuksesta käänteiseen oppimiseen. Käänteinen oppiminen sisältää aikaisempaan verrattuna yhä vähemmän opettajan kontrollia oppilaiden oppimisesta, jolloin oppilaskeskeiselle oppimiselle jää enemmän tilaa. FLN (2004) määrittelee käänteisen oppimisen samalla ajatuksella, kuin Toivola ja Silfverberg (2014). Käänteinen opettaminen on pedagoginen lähestymistapa, missä opettajien antama suora ohjeistus ryhmätyöskentelyyn muuttuu oppilailla ensin yksilölliseen oppimiseen ja sen tuloksena syntyvä ryhmätyöskentely muuttuu dynaamiseksi ja interaktiiviseksi oppimisympäristöksi. Syntyneessä oppimisympäristössä opettaja ohjaa oppilaita heidän pyrkiessä sisäistämään uusia asioita ja sitoutuessaan luovin tavoin käsiteltäviin aiheisiin.

Toivola ja Silfverberg (2014) näkevät tavanomaisen opetuksen tyypilliseksi piirteeksi, että opettaja määrittää opetuksen tason opetettavan luokan keskitason perusteella. Käänteisessä oppimisessä oppilaat tekevät eriyttämisen itse. Oppilaat eriyttävät omilla oppimistavoitteillaan itseään eikä opettajan tarvitse muodostaa eritasoisia ryhmiä oppilaista. Kuvassa 3 Toivola ja Silfverberg (2014) havainnollistavat miten eri vyöhykkeet ovat näkyvillä opettajakeskeisessä opetustyyllissä ja käänteisessä oppimisessä. Opettajakeskeisessä opetustyyllissä vyöhykkeitä ovat lähikehityksen vyöhyke, tuettu toiminallinen vyöhyke ja vapaan kehityksen vyöhyke. Käänteisen oppimisen vyöhykkeisiin kuuluu lisäksi kuvitteellisen toiminallisen tuen vyöhyke.

Tuettu toiminallinen vyöhyke kuuluu kokonaisuudessaan vapaan kehityksen vyöhykkeeseen opettajakeskeisessä opetustyyllissä. Syy löytyy siitä ajatuksesta, että mikäli opettaja suosii jotain tiettyä toiminnallisuutta, jotain muuta jää kokonaisuudesta ulkopuolelle. Jos opettaja suosii yksilöllistä työskentelyä, niin oppilaat eivät silloin voi tukea toisiaan oppimisessa, jolloin vapaan kehityksen vyöhyke pienenee. Käänteisessä oppimisessä itsenäinen työskentely on suuremmassa roolissa. Tämän vuoksi myös tuetun toiminnallisen kehityksen vyöhyke on osittain vapaan kehityksen vyöhykkeen ulkopuolella. Opetussuunitelmat eivät rajoita sitä, miten oppilaiden tulee opiskella, mutta koulujen erilaiset toimintaperiaatteet voivat kuitenkin rajoittaa oppilaiden vapaata oppimista. Käänteinen oppiminen antaa oppilaille mahdollisuuden hyötyä useista eri didaktisista lähestymistavoista riippuen

heidän omista vahvuuksistaan, heikkouksistaan ja oppimistyyleistään. Jos opettaja priorisoi videoiden katsomista teorian lukemisen sijaan, hän rajoittaa oppilaiden vapaan kehityksen vyöhykettä. Käänteisen oppimisen vyöhykkeisiin on aiemmista tutkimuksista lisätty kuvitteellisen toiminnallisuuden vyöhyke. Kuvitteellisen toiminnallisuuden vyöhyke voidaan nähdä saavutettavana vyöhykkeenä ilman opettajan apua. Oppilaiden spontaania suoritusta ei pitäisi aliarvioida varsinkaan sellaisten oppiaineiden kohdalla, joissa oppilaat ovat menestyneet heikommin ja kärsineet puutteellisesta lähikehityksen vyöhykkeestä.

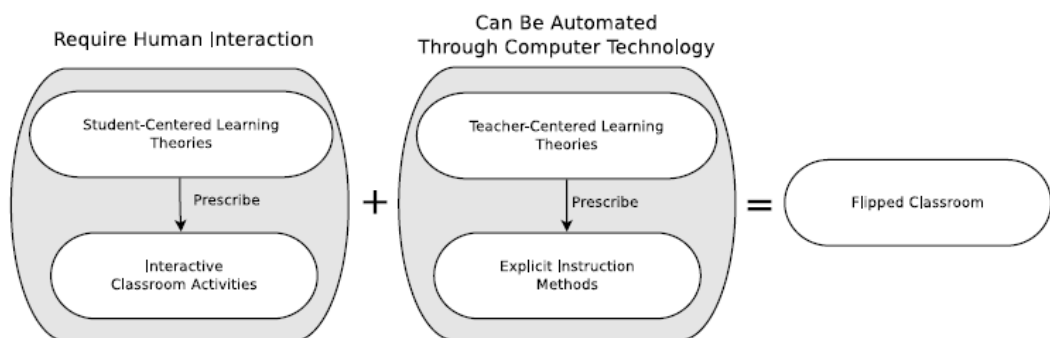


Kuva 3: Vasemmalla opettajakeskeisen opetuksen vyöhykkeet, oikealla käänteisen oppimisen vyöhykkeet. ZPD = lähikehityksen vyöhyke, ZFM = vapaan kehityksen vyöhyke, ZPA = tuettu toiminnallinen vyöhyke, IZ = kuvitteellisen toiminnallisen tuen vyöhyke (Toivola ja Silfverberg, 2014).

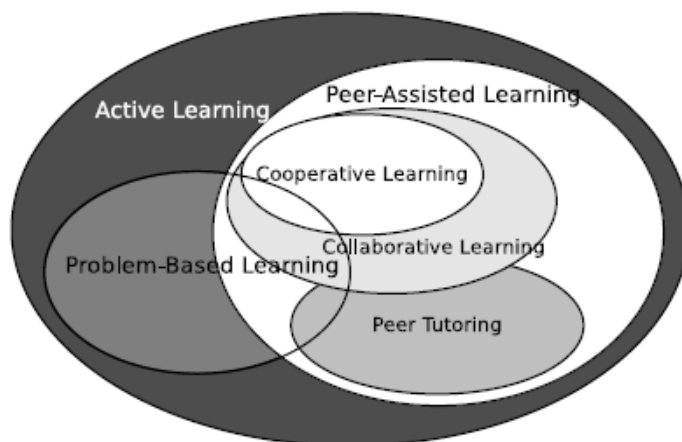
3 Oppilaskeskeinen oppiminen

Bishop ja Verleger (2013) määrittelevät käänteisen opettamisen kaksiosaisena opetustyylinä (ks. kuva 4). Heidän mukaansa käänteinen opetus koostuu interaktiivista luokkahuoneaktiviteeteista ja helposti ymmärrettävistä ohjeistuksista, jotka voidaan automatisoida teknologian avulla. Ihmiskontaktia vaativat luokkahuoneaktiviteetit on muodostettu oppilaskeskeisistä oppimistyyleistä ja teknologian avulla automatisoitavat helposti ymmärrettävissä olevat ohjeistukset opettajakeskeisistä tyyleistä.

Luokassa tapahtuvat aktiviteetit ovat erittäin oppilaskeskeisiä (Bishop ja Verleger, 2013; Buch ja Warren, 2017). Kuvassa 5 Bishop ja Verleger (2013) kuvailevat oppilaskeskeisten opetustyylien suhdetta toisiinsa. Aktiivinen oppiminen nähdään usein vastakohtana tavanomaiselle oppitunnille, missä oppilaat saavat passiivisesti tietoa opettajalta (Prince, 2004). Bonwell ja Eison (1991) totesivat tutkimuksessaan, että aktiivinen oppiminen on ohjaava tyyli, joka herättää oppilaiden mielenkiinnon oppimisprosessiin ja edesauttaa oppimiseen sitoutumista.



Kuva 4: Käänteinen opetus (Bishop ja Verleger, 2013).



Kuva 5: Venn-diagrammi oppilaskeskeisistä opetustyyleistä (Bishop ja Verleger, 2013).

3.1 Oppilaskeskeiset oppimistyyli

Tutkimalla kuvan 5 Venn-diagrammia (Bishop ja Verleger, 2013), nähdään aktiiviseen oppimiseen sisältyvän erilaisia oppimistyyliä. Näistä selkeästi suurin osa on vertaisoppimista. Vertaisoppimiseen sisältyy vielä Piaget'n ja Vygotskyn teorioita (cooperative learning, collaborative learning), mutta tässä tutkielmassa emme syvenny niiden sisältöön. Lisäksi ongelmalähtöinen oppiminen nähdään osana vertaisoppimista.

Topping (1998) määrittelee vertaisoppimisen järjestelyinä, jossa toistensa kanssa vertaiset pyrkivät johonkin tiettyyn lopputulokseen yhdessä. Oppilaat ovat vertaisia toistensa kanssa, jos heidät voi nähdä kuuluvan johonkin samaan ryhmään. Tällaisia ryhmiä voivat olla esimerkiksi luokka tai samantasoinen koulumenestys. Opettajat voivat eriyttää oppilaat erilaisiin vertaisryhmiin. Eriyttäminen perustuu alunperin Vygotskyn (1987) lähikheyksen vyöhykkeeseen. Sen mukaan merkityksellinen oppiminen tapahtuu, kun suoritettavien tehtävien vaikeusaste on oppilaiden mukavuusalueen yläpuolella. Tällöin vaadittava taso voidaan saavuttaa vertaisten kanssa tehdyllä yhteistyöllä tai opettajan avulla. Eriytetyssä luokassa oppilaat ovat itse vastuullisia heidän oppimisestaan, mikä näkyy vahvasti myös käänteisen opetuksen määritelmässä (Bergmann ja Sams, 2012). Oppilaat ovat halukkaampia oppimaan eikä oppilaiden laadukkuus ole määritelty vain yhdellä tapaa, kuten tavanomaisessa opetuksessa. Oppilaiden laadukkuus määräytyy laajemmalla skaalalla yksilöllisen kasvun mukaan alkuperäisten

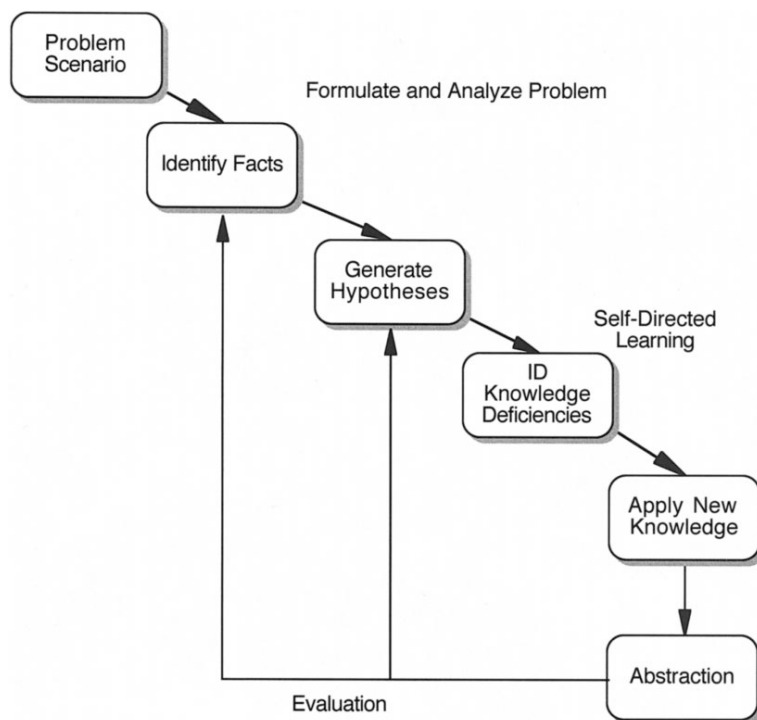
taitojen pohjalta.

Ongelmalähtöinen oppiminen on opetustyyli, jossa ongelmat on esitetty opetuksen alussa. Tämän tarkoituksena on tarjota oppilaille konteksti ja motivaatiota uuden asian oppimiseen (Prince, 2004; Hmelo-Silver, 2004). Ongelmalähtöisen oppimisen sykli on esitetty kuvassa 6. Kun oppilaille on esitetty ratkaistava ongelma, he muodostavat ja analysoivat ongelmaa valmiiksi tunnettujen faktojen sekä puutteellisten tietojen avulla muodostaakseen hypoteesin itselleen. Puutteellisten tietojen havaitseminen johtaa itsesäädelyyn oppimiseen, jonka tarkoitus kehittää heidän hypoteesiaan opitun tiedon avulla. Opettajan tehtävänä on ohjata oppilaita vaiheiden läpi ja opettaa heille kognitiivisia taitoja ongelmien ratkaisuun.

Ongelmalähtöisen oppimisen on havaittu sisältävän paljon itsesäädelyä oppimista (Prince, 2004; Hmelo-Silver, 2004), mutta sen vaikutuksia opintomenestykseen ja saavutusten kehittymiseen ei kuitenkaan ole pystytty osoittamaan aukottomasti. On kuitenkin havaittu, että ongelmalähtöinen oppiminen saa aikaan huomattavasti positiivisempaa suhtautumista oppimiseen, kuin tavanomainen opetus (Prince, 2004).

4 Itsesäädely oppiminen ja itsenäinen työskentely

Kuvassa 2 käännteinen opettaminen ja oppiminen ovat jatkumoa, kun siirrytään suorasta opetuksesta oppilaskeskeiseen oppimiseen. Toivola ja Silfverberg (2014) selvittivät, että useat opettajat ovat huomanneet, ettei käännteisen opetuksen tavallinen malli enää ole tarpeeksi. Tästä esimerkkinä on tilanne, jossa oppilaat eivät halua katsoa videoita, jotka usein ovat vain etukäteen nauhoitettuja opetusvideoita. Sen sijaan opiskelijat ovat alkaneet uskomaan enemmän itseensä matematiikan opiskelijoina ja haluavat ottaa itse kontrollin ja vastuun omasta oppimisestaan sekä samalla oppimaan paremmiksi itsesäädelijöiksi. Itsesäädely oppiminen ei kuitenkaan ole oppimista erikseen, vaan se edellyttää solidaarisuutta, yhteisöä ja vuoropuhelua. Voidaan ajatella, että jokainen itseohjautuvat oppija on korvaamaton mahdollisuus muille oppijoille. Sun ym. (2018) määrittelevät yhden mahdollisen esimerkin itsesäädelylle oppimisprosessille. Kun oppilaalle annetaan tehtävä, hänen täytyy ensin määrittellä se tehtävän ja hänen henkilökohtaisten kognitiivisten taitojen perusteella ja luoda normit hyväksyttävälle tehtävän suorittamiselle. Normien



Kuva 6: Ongelmalähtöisen oppimisen sykli (Hmelo-Silver, 2004).

määrittelyn jälkeen oppilas määrittää oppimisstrategian saavuttaakseen oppimistulokset ja vertailee tuloksia aiemmin määriteltyihin normeihin saadakseen palautetta, joka koskee oppilaan käyttäytymistä ja suorituksia. Samalla oppilas voi myös hankkia ulkopuolista palautetta vertaisilta ja opettajilta.

4.1 Itsenäinen työskentely ja vastuullisuus opetussuunnitelmissa

Tutkittaessa peruskoulun ja lukion opetussuunnitelmien perusteita vastuunottamisen ja itsenäisen työskentelyn voidaan havaita kasvavan oppilaiden ja opiskelijoiden edetessä opinnoissaan. Itsenäisen työskentelyn ja oman vastuunottamisen lisääntymisen kouluissa voidaan nähdä lisääntyvän samalla, kun kasvatus vähenee (Opetushallitus, 2015a,b).

Peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa määrätään, että peruskoulun yhtenä tehtävänä on ohjata oppilaita tunnistamaan omat vahvuutensa sekä luomaan pohjaa omalle tulevaisuudelleen oppimisen avulla. Tarkoituksena on oppia asettamaan tavoitteita ja ratkaisemaan ongelmia itsenäisesti ja yhteistyössä muiden kanssa. Kasvatus on suuressa roolissa koulutuksessa eri-

tyisesti peruskoulussa. Kasvatuksen korostaminen näkyy varsinkin kahdella ensimmäisellä peruskoulun vuosiluokalla, jolloin oppilaiden on tarkoitus kasvaa koululaisiksi hankkimalla erilaisia taitoja, joita opinnoissa eteneminen myöhemmin edellyttää. Lisäksi siirtymävaiheissa, toiselta vuosiluokalta kolmannelle vuosiluokalle ja kuudennelta vuosiluokalta seitsemännelle vuosiluokalle, oppilaiden vastuu omista opinnoistaan kasvaa huomattavasti (Opetushallitus, 2015b).

Perusopetukseen ja lukio-opetukseen kuuluu oleellisesti kasvatuksen ohella oppilaan tukeminen ja ohjaaminen. Jokaisella opettajalla on velvollisuus ohjata tukea tarvitsevia oppilaita, minkä päämääränä on opettaa oppilas asettamaan tavoitteita omalle oppimiselleen sekä ottamaan vastuuta opinnoistaan (Opetushallitus, 2015b). Lukiossa opiskelijoita pyritään ohjaamaan ottamaan enemmän vastuuta opinnoistaan, mikä näkyy opiskelijan oman henkilökohtaisen opiskelusuunnitelman laatimisessa pohjatietoinaan lukion opetussuunnitelma ja lukuvuosisuunnitelma (Opetushallitus, 2015a).

Peruskoulun opetussuunnitelmassa määrätty kolmiportainen tuki eroaa huomattavasti tarkkuudessaan lukiossa määriteltyyn tukeen. Peruskoulun kolmiportaisessa tuessa määritellään tarkasti erilaiset toimintavat oppilaan tukemiseen (Opetushallitus, 2015b), mutta lukion opetussuunnitelmien perusteet jättää tuen tarpeen arvioimisen ja toteuttamisen koulun oman opetussuunnitelman varaan (Opetushallitus, 2015a).

4.2 Matematiikka opetussuunnitelmissa

Opetussuunnitelmissa matematiikan opetuksen lähtökohta on tehdä matematiikan opiskelusta mielenkiintoista oppilaille sekä lukiossa, että peruskoulussa (Opetushallitus, 2015a,b). Lisäksi pitkäjänteinen työskentely ja itseensä luottaminen ovat keskeisessä asemassa. Eri asioiden painottaminen vaihtelee kurssikohtaisesti molemmissa opetussuunnitelmissa.

Peruskoulun opetussuunnitelmassa myös eriyttäminen on oleellisessa osassa. Oppilaiden osaamista seurataan jatkuvasti ja heille tarjotaan jatkuvaa tukea. Eriyttämisessä huomioidaan oppilaiden yksilölliset tarpeet ja haetaan onnistumisen kokemuksia. Oppilaita voidaan tukea kertaamalla aiempien vuosien keskeisiä asioita (Opetushallitus, 2015b). Lukiossa eriyttäminen on yksi tuen muoto, eikä siihen syvennytä matematiikan osiossa (Opetushallitus, 2015a).

Eriyttämislle yksi ratkaisu on erilaisten työtapojen käyttäminen, joilla oppimisesta voidaan tehdä mielenkiintoisempaa. Mahdollisia vaihtoehtoja voivat olla motivoivat oppimispelit, itsenäinen työskentely ja yhteistyö muiden kanssa (Opetushallitus, 2015b). Lukiossa on lisäksi tarkoitus pyrkiä löytämään tarkoituksen mukaisia ratkaisustrategioita eri tehtävien ratkaisemiseen (Opetushallitus, 2015a). Molemmassa opetussuunnitelmissa teknologian käyttö on vahvassa roolissa. Tietokoneohjelmia käytetään oppimisen apuvälineenä ja käyttäminen on syvällisempää ja monipuolisempaa opintojen edetessä.

5 Tutkimustulokset

Tässä kappaleessa on kootusti esitetty aineistosta löytyneet tutkimustulokset. Kappaleet on jaettu käänteiselle opetukselle ominaiseen tyyliin, vaikutuksiin luokkahuoneen ulkopuolella ja luokassa. Lisäksi esitellään käänteisen opetuksen vaikutuksia oppilaiden oppimistuloksiin.

5.1 Luokkahuoneen ulkopuolella

Tässä kappaleessa käydään läpi luokkahuoneen ulkopuolella ilmenneitä tutkimustuloksia matematiikan opiskelussa käänteisen opetuksen avulla. Luokkahuoneen ulkopuolella työskentelyyn kuuluvat oppilaiden itsenäinen työskentely, jonka tukena on käytetty videomateriaaleja, sekä ennakkotehtäviä.

5.1.1 Videomateriaalit

Videomateriaalien käyttämisen voidaan katsoa kuuluvan poikkeuksetta käänteiseen opetukseen. Videomateriaalit voivat olla itsetehtyjä (Jungić ym., 2015; Steen-Utheim ja Foldnes, 2018; Grypp ja Luebeck, 2015; Muir, 2015, mm.) tai valmiiksi internetistä otettuja (Moore ym., 2014) ja niitä käytetään tukemaan edessä olevia oppitunteja. Naccarato ja Karakok (2015) havaitsivat tutkiessaan korkeakoulujen opetushenkilökunnan odotuksia ja toteutuksia käänteisessä opetuksessa, että valmiiden videomateriaalien käytön mukavuus voitti vaivan, jonka joutui näkemään itsetehdyissä videoissa. Muir (2015) selvittivät oppilaiden ja opettajien näkökulmia tutkiessaan, että opettaja voi olla hyvin merkittävässä roolissa tehdessään kotona käytettävän materiaalin itse. Tulokset osoittivat oppilaiden ja vanhempien olevan tyytyväisiä opetusmateriaaleja kohtaan. De Araujo ym. (2017) tutkivat yleisesti käänteisen opetuksen kotitehtävinä olevien videomateriaalien laatua. He löysivät viitteitä itsetehtyjen videoiden määrän kasvusta, mutta samalla videoiden huomattiin olevan sisällöltään enemmän luentopainotteisia, eikä opiskeluun motivoivia videoita.

Jungić ym. (2015) käyttivät tutkimuksessaan itsetehtyjä opetusvideoita, joihin oli sisällytetty tarvittavaa taustamateriaalia ja johdatusta seuraavan tunnin aiheeseen. Videoiden tärkeimpinä ominaisuuksina oppilaiden näkökulmasta havaittiin olevan niiden pysäyttäminen ja uudelleen katsominen sekä rajoittamaton käyttö missä ja milloin vain. Tällöin vaikeuksia tuottaneet aiheet pystyttiin kertaamaan riittävän usein. Kokonaisuudessaan oppilaiden havaittiin katsovan mieluummin videomateriaalia kuin lukevan kappaleita läpi kirjoista. Samaan havaintoon päätyivät myös Steen-Utheim

ja Foldnes (2018) tutkimuksessaan, jossa vertailtiin käänteisen opetuksen oppilasryhmän suorittamista luentopohjaista opetusta käyvään oppilasryhmään. Molempien tutkimusten videoiden käyttöön liittyvät ominaisuudet vaikuttivat positiivisesti oppilaiden itsesääntelyyn (Steen-Utheim ja Foldnes, 2018) ja mahdollisuuteen opiskella omaan tahtiin (Jungić ym., 2015). Grypp ja Luebeck (2015) keräsivät videomateriaaleistaan palautetta oppilailta, jotka näkivät videomateriaalien sisältävän kolme eri syytä niiden toimivuuteen oppimisen tukena. Tämä nähtiin todisteena käänteisen opetuksen tuen toimivuudesta oppimisessa. Videomateriaalit vakiinnuttivat käsitteiden ymmärtämistä jokaisessa aihepiirissä, ne tarjosivat ratkaisuja sekä esimerkkejä välivaiheineen ennen syvempää analyysia ja lisäksi mahdollisuuden kerrata asioita ennen oppituntia. Lisäksi videomateriaalien visuaalista luonnetta arvostettiin, sillä se havainnollisti käsiteltäviä asioita esimerkiksi digrammien avulla.

Edellä mainittuja tutkimustuloksia tukien (Steen-Utheim ja Foldnes, 2018; Jungić ym., 2015), myös Muir (2015) löysi videomateriaalin käytöstä johtuvaa oppilaiden itsenäisyyden kehittymistä. Oppilaat pitivät itseään pätevinä opiskellessaan ja käyttivät videomateriaaleja vahvistaakseen oppimistaan sekä parantaakseen osaamistaan omalla ajallaan. Itsenäisyyden vahvistuminen opinnoissa näkyi havainnoissa aina kotioloihin asti, kun Muir (2015) havaitsi vanhempien arvostavan lastensa omatoimisuutta opinnoissa erityisesti, kun heidän omat taitonsa eivät enää riittäneet auttamaan jälkikasvuun matematiikan opinnoissa. Myös Webel ym. (2018) tutkimuksessa huomattiin kotiin asti ulottuvaa videomateriaaleista johtuvaa positiivista vaikutusta. Vanhemmat olivat tyytyväisiä käänteisen opetuksen metodeihin, kun tutkimuksessa kohderyhmän opettaja onnistui videomateriaalien avulla tarjoamaan heille tavan ymmärtää opetusstrategiat itse.

Sahin ym. (2015) huomasivat muidenkin kuin käänteisen opetuksen oppilasryhmien katsovan oppitunteihin liittyvää videomateriaalia. Videoita katsottiin oppitunneille valmistautuessa tai pelkästään yleisesti opiskelua varten. Lisäksi oppilaiden havaittiin olevan halukkaampia valitsemaan kursseja, jotka sisälsivät videomateriaalien käyttöä opetuksen tukena. Videomateriaalien käyttäminen tunneille valmistautumiseen oli oppilaille sopivampaa, kuin tavanomainen aikaisemmin opitun aiheen tehtävien laskeminen. Käänteisen opetuksen oppituntiin valmistautuminen nähtiin hyödyllisenä, helppokäyttöisenä ja nautinnollisena. Sahin ym. (2015) epäilivät videomateriaalin suosion johtuvan mahdollisesti samoista syistä, kuin Jungić ym. (2015) sekä Steen-Utheim ja Foldnes (2018). Videomateriaalien joustavuus antoi oppilaille mahdollisuuden opiskella haluamallaan ajankoh-

dalla sen sijaan, että heidät sidottu opettajan valvontaan.

Sahin ym. (2015) vertailivat tutkimuksessaan käänteisen opetuksen oppilasryhmää tavanomaiseen opetusryhmään math 152-engineering -kursilla. Tutkimuksen tuloksien mukaan käänteisen opetuksen tunteihin valmistautuminen oli selvästi korkeampaa kuin tavanomaisella oppitunnilla. Korkeampi motivaatio tunneille valmistautumiseen johti parempiin oppimistuloksiin. Toisaalta Novak ym. (2017) huomasivat, että monet oppilaat eivät panostaneet videomateriaalien katsomiseen valmistautuakseen seuraavan oppitunnin aiheeseen. Oppilaat katsoivat videomateriaaleista vain mielenkiintoisia kohtia kelaten mielestään tylsät kohdat yli. Tunteihin heikommin valmistautuneista oppilaista suurin osa totesi käänteisen opetuksen oppitunnin vaikuttaneen tehokkaammin heidän kykyynsä ymmärtää käsiteltäviä aiheita tavanomaiseen opetukseen verrattuna. Sen sijaan paremmin valmistautuneiden oppilaiden mielipiteet jakautuivat tasan sen suhteen, onko käänteinen opetus parempi vaihtoehto kuin tavanomainen opetus aiheiden ymmärtämisen kannalta. Paremmin oppitunteihin valmistautuneet oppilaat suosivat tavanomaisia oppitunteja, kun taas heikommin valmistautuneet valitsivat enemmän käänteisen opetuksen oppitunnit. Oppimisprosessin ajankohta, jolloin videoita katsotaan, voi myös vaikuttaa videomateriaalien käyttämiseen. Songin ja Kapurin (2017) tutkimuksen kohderyhmät olivat tavanomainen käänteisen opetuksen oppilasryhmä sekä vertaisryhmä, jossa käänteisen opetuksen oppilasryhmä itse etsi aiheeseen liittyviä ongelmia tutkien niitä ja samalla keskustellen vertaistensa kanssa. Tavanomaisen käänteisen opetuksen oppilasryhmä kulutti kotona videomateriaaleihin enemmän aikaa kuin heidän vertaisryhmänsä. Vertaisryhmän todettiin ymmärtävän asiat vähemmällä työmäärällä kotona aikaisemman tutustumisen ja aiheeseen syventymisen vuoksi.

5.1.2 Ennakkotehtävät

Käänteisen opetuksen ennakkotehtävät voivat sisältää myös muita oppimista aktivoivia ja seuraavaan oppituntiin valmistavia tehtäviä. Jungić ym. (2015) tutkimuksen käänteisen opetuksen mallissa oppilaiden tehtävänä oli itse kerätä opiskeltavasta asiasta tarpeellinen tieto. Tiedot kerättiin videoiden katsomisen yhteydessä ja niitä oli tarkoitus sisäistää muiden aktivoivien tehtävien yhteydessä. Kun oppilaat olivat keränneet mielestään tarpeelliset tiedot joko katsomalla videoita tai lukemalla oppikirjaa, he tekivät vielä verkkokyselyn. Verkkokyselyt sisälsivät erilaisia kysymysvaihtoehtoja mo-

nivalinnoista avoimiin kysymyksiin. Samanlaista verkkokyselyä käyttivät tutkimuksessaan myös Lai ja Hwang (2016). Heidän e-kirja -pohjaisen käänteisen opetuksen oppilasryhmä sekä kontrolliryhmänä toiminut tavomainen käänteisen opetuksen oppilasryhmä tekivät ennakkotehtäviä. Kontrolliryhmä käytti työskennellessään paperisia vastauslomakkeita, mutta e-kirjan käyttäminen tarjosi opettajille jatkuvasti dataa, jonka avulla he pystyivät seuraamaan oppilaidensa oppimista ja työskentelyä. Seuraamalla oppilaiden ennakkotehtävien ratkaisuja, luokassa pystyttiin tukemaan oppilaita haastavien tehtävien kohdalla. Myös Lo (2017) tarjosi oppilailleen verkkokyselyn videomateriaalin yhteydessä jatkuvan arvioinnin tueksi ja voidakseen tarkastella heidän ymmärrystä käsiteltävä aihetta kohtaan. Lon (2017) lisäksi Kirvan ym. (2015) käyttivät käänteisen opetuksen algebran kurssilla verkkokyselyjä. Verkkokysely sisälsi sanastoa, ongelmaratkaisua, olennaisia kysymyksiä aiheesta ja harjoitustehtäviä. Lisäksi opiskelijoita rohkaistiin kirjoittamaan ylös heidän mieleensä heränneitä kysymyksiä, joihin vastattiin seuraavalla luennolla. Luennolla tapahtuvia asioita käsitellään myöhemmin tutkielmassani.

Naccarato ja Karakok (2015) havaitsivat, että opettajien näkökulmasta ennakkotehtävien, muistiinpanojen tekeminen tai esimerkiksi keskustelupalstojen käyttäminen videomateriaalien katsomisen yhteydessä takasivat paremmin oppilaiden huomion. Ennakkotehtävät antoivat oppilaille suoraa palautetta, kuinka he ymmärsivät käsiteltävän asian ja samalla opettajat saivat tietoa oppilaiden osaamisesta oppituntia varten muiden tutkimusten (Lo, 2017; Kirvan ym., 2015; Lai ja Hwang, 2016; Jungić ym., 2015) tavoin.

5.2 Luokassa

Tässä kappaleessa käydään läpi luokahuonetyöskentelyä koskevia tutkimustuloksia käänteisessä matematiikan opetuksessa.

Käänteisessä opetuksessa monille tuntuu nousevan ensimmäisenä mieleen videoiden katsominen ja ennakkotehtävien tekeminen kotona, mutta myös luokahuoneessa tapahtuva osuus on oleellinen. De Araujo ym. (2017) totesivat tutkimuksessaan käänteisen opetuksen todellisen potentiaalini löytyvän kotitehtävien sijaan siitä, mitä ne antavat opettajalle ja oppilaille yhdessä tehtäväksi luokahuoneeseen. Kirvan ym. (2015) havaitsivat käänteisen opetuksen antavan huomattavasti enemmän aikaa luokahuoneaktiiviteeteille, mutta se ei välttämättä kehittänyt oppilaiden ymmärrystä eri käsitteitä kohtaan ilman yksityiskohtaisesti painotettua huomiota videoi-

hin ja luokkahuoneaktiviteetteihin. Käänteinen opetus tarjoaa enemmän aikaa tutkimukselle ja parempi ajanhallinta antaa mahdollisuuden tehdä luokkahuoneessa vietetystä ajasta tehokkaampaa.

Teknologian jatkuva kehitys antaa lisää mahdollisuuksia opetuksen kehittämiseen. Ennakkotehtävien ja videomateriaalien lisäksi sitä voidaan hyödyntää luokkahuoneissa, kuten Jungić ym. (2015) ja Steen-Utheim ja Foldnes (2018) tekivät, tai laajemmin hyödyntämällä teknologiaa käyttämällä interaktiivista e-kirjaa, mihin Hwang ja Chiu-Lin (2017) perustivat koko opetuksensa toisessa opetusryhmässään. Heidän tutkimuksessaan perinteistä oppikirjaa käyttävän käänteisen opetuksen oppilasryhmän ja e-kirjaa käyttävän käänteisen opetuksen oppilasryhmän oppilaat oli jaettu opiskelutehokkuutensa perusteella kahteen ryhmään, matalan ja korkean tehokkuuden ryhmään. Interaktiivista e-kirjaa käyttävässä opetusryhmässä oppilaiden oppimistavoitteet kehittivät riippumatta heidän oppimistehokkuudestaan. Perinteistä painettua kirjaa käyttävässä opetusryhmässä korkeamman tehokkuuden oppilaat sen sijaan suoriutuivat paremmin kuin matalamman tehokkuuden oppilaat. E-kirjaa käyttävien henkilöiden huomattiin kuitenkin käyttävän enemmän aikaa lukemiseen. Näiden perusteella Hwang ja Chiu-Lin (2017) uskoivat korkeamman tehokkuuden olevan tärkeässä roolissa matematiikan oppimisessa käänteisessä opetuksessa ja esittivät, että opettajien tulisi huomioida enemmän oppilaita, joiden tehokkuus ei ole riittävällä tasolla. Novak ym. (2017) tutkimuksessa oppilaat olivat kuitenkin huolestuneita käänteisen opetuksen tehokkuudesta kurssin sisällöstä. Osa heistä piti perinteisen opetuksen oppitunteja parempana käsitteiden oppimiseen ja osa käänteistä opettamista parempana, mutta jälkimmäistä pidettiin kokonaisuudessa parempana vaihtoehtona käytännön oppimiselle. Samankaltaisia tuloksia huomattiin tehokkuuden ja oppimistavoitteiden kannalta myös Sahin ym. (2015) tutkimuksessa, jossa käänteisen opetuksen oppilasryhmän oppimistavoitteissa ilmeni selkeää kasvua ja oppitunneilla esiintyi korkeampaa oppimistehokkuutta.

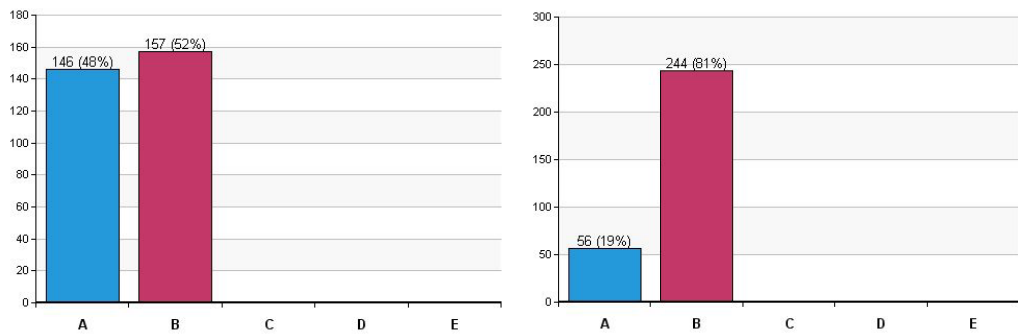
5.2.1 Vertaisoppiminen oppitunneilla

Yksi tapa hyödyntää käänteistä oppimista luokkahuoneessa on käyttää vertaisoppimista sen tukena (Jungić ym., 2015; Steen-Utheim ja Foldnes, 2018). Jungić ym. (2015) käyttivät oppitunneillaan monivalintakysymyksiä, jotka oli valittu oppilaille epäselvien ennakkotehtävien perusteella. Oppilaat vastasivat näihin kysymyksiin ensin itse, jonka jälkeen vertaisoppiminen toteutui, kun oppilaat pareittain tai pienissä ryhmissä pyrkivät selittämään

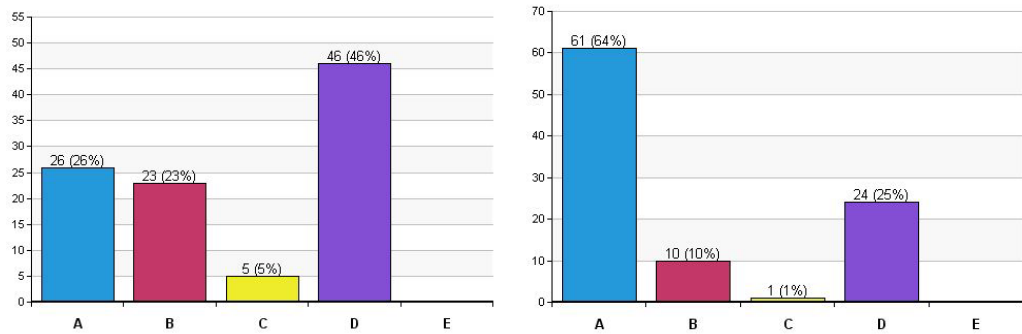
toisilleen, miksi heidän vastauksensa on oikein, minkä jälkeen kysymykseen vastattiin uudelleen (ks. kuva 7). Oppilaat tunsivat keskustelun auttavan heitä ymmärtämään opiskeltavaa asiaa paremmin, ja heidän oma oppimisensa vahvistui, kun he pyrkivät selittämään toisilleen, kuinka itse ymmärsivät esitetyn tehtävän. Joidenkin kysymyksien kohdalla huomattiin myös väärinkäsitysten syntymisen voivan vaikuttavaa tuloksiin, kuten kysymys funktion $f(x) = x|x|$ derivaatan arvosta kohdassa 0 (ks. kuva 8). Opiskelijoista suurin osa totesi itsenäisen työskentelyn jälkeen vaihtoehdon D olevan oikea vastaus, vaikka oikea vastaus olisi ollut A . Näissä tapauksissa oli mahdollista, että väärän vastauksen itsenäisessä työskentelyssä saaneet opiskelijat olisivat voineet taivutella muun luokan heidän kannalleen. Tässä kysymyksessä kuitenkin oikean vastauksen saaneet pystyivät perustelemaan vastauksensa siten, että väärässä olleet kääntyivät oikean ratkaisun kannalle. Lisäksi opettajat tunsivat sitoutuneensa enemmän opettamiseen suurten oppilasryhmien kanssa. Ennakkotehtävien sekä monivalintatehtävien avulla opettajat tunsivat olevansa valppaampia korjaamaan oppilailla syntyneitä väärinkäsityksiä välittömästi.

Steen-Utheim ja Foldnes (2018) vertailivat tutkimuksessaan käänteisen opetuksen opetusryhmää normaaliin luentopohjaiseen opetusryhmään. Ryhmätyöskentelyyn osallistuminen oli vapaaehtoista, mutta käänteisen opetuksen opetusryhmässä oppilaiden huomattiin tuntevan suurempaa velvollisuutta osallistua ryhmätyöskentelyyn. Ryhmätyöskentelyyn osallistuminen ja vertaisiinsa tukeutuminen johtivat oppilaiden halukkuuteen käyttää enemmän aikaa oppimiseen ja panostamaan työskentelyyn vertaisensa kanssa. Oppimisen nähtiin kulminoituvan lopulta ahaa-elämyksiin oppilaiden auttaessa toisiaan oppitunnilla. Samankaltaisia havaintoja tehtiin myös Gryppin ja Luebeckin (2015) tutkimuksessa, jossa huomattiin, että käänteisen opetuksen ryhmässä hiljaisemmat oppilaat osallistuivat keskusteluun enemmän. Käänteisen opetusryhmän oppilaat tunsivat luokahuoneaktiiviteettien kannustaneen heitä tasapuoliseen osallistumiseen. Samalla myös eritasoisten oppilaiden välinen työnjako oli tasaisempaa, eikä ollut perinteisen opetuksen ongelmaa, missä yksi tekee muidenkin osuuden. Yhdessä työskentelemällä oppilaat huomasivat kehittävänsä omaa ajatteluaan ja edistävänsä paremmin.

Lo (2017) tutki käänteisen opetuksen toimivuutta kaksisyklisen toiminnallisen tutkimuksen avulla. Syklit alkoivat suunnittelusta, jonka aikana



Kuva 7: Vasemalla tulokset itsenäisen työskentelyn jälkeen ja oikealla ryhmätyöskentelyn jälkeen. Tehtävän vastausvaihtoehdot olivat A, B, C, D ja E, joista B oli oikea vastaus (Jungić ym., 2015)



Kuva 8: Vasemmalla tulokset ennen ryhmäkeskustelua ja oikealla tulokset ryhmäkeskustelun jälkeen. Tehtävän vastausvaihtoehdot olivat A, B, C, D ja E, joista A oli oikea vastaus (Jungić ym., 2015).

tutkittiin ja valmisteltiin käänteistä opetusta, minkä jälkeen käänteinen opetus toteutettiin. Lopuksi tarkkailtiin toteutetun käänteisen opetuksen mahdollisia ongelmia sekä tutkittiin oppilaiden suhtautumista ja sitoutumista. Toista sykliä suunnitellessa huomattiin, etteivät oppilaat olleet kiinnostuneita vertaisoppimisesta, vaikka he osallistuivatkin muuten ahkerasti oppitunnin kulkuun. Oppilaat kysyivät kysymyksiään enemmän opettajalta, kuin pohtivat niitä keskenään, jolloin vertaisoppimisen tavoitteisiin ei päästy. Keinona oppilaiden interaktiivisuuden lisäämiseksi käytettiin pienimuotoisia ryhmäkilpailuja. Kilpailut olivat nopeuskilpailuja ja niiden seurauksena oppilaat alkoivat keskustelemaan enemmän luokkatovereidensa kanssa ryhmäkeskusteluosuudessa ja olivat tällä tavalla sitoutuneempia käänteiseen opetukseen. Oppilaiden aktiivisuuden kehittymistä vertaisoppimisessa havaittiin myös Novakin ym. (2017) tutkimuksessa toteutetussa

käänteisessä opetuksessa. Tutkimukseen osallistuneista oppilaista osalle ryhmässä toimiminen aiheutti kuitenkin sosiaalisista tilanteista seurannutta ahdistuneisuutta ja hermostuneisuutta. Samalla osa oppilaista hyödynsi monipuolisesti käänteisen opetuksen tarjoamia hyviä vaikutuksia toisten sosiaalisuuden ja interaktiivisuuden tukeneen heidän oppimistaan ja ymmärrystään. Myös Steen-Utheimin ja Foldnesin (2018) tutkimuksen tulokset tukivat käsityksiä käänteisen opetuksen sisältämästä vertaisoppimisen positiivisista vaikutuksista. Tutkimuksessa oppilaat kertoivat tavanomaisen luokkahuonetyöskentelyn aiheuttaneen masentuneisuutta. Kysymysten esittäminen ei tuntunut luonnolliselta ja aiheutti häpeän tunnetta, toisin kuin käänteisen opetuksen oppitunneilla. Käänteiseen opetuksen tunneilla osallistuminen interaktiiviseen toimintaan opettajan ja vertaisten kanssa oli helpompaa. Oli havaittavissa, että kontakti ohjaajaan vaikutti positiivisesti oppimiseen laajemmallakin skaalalla ja oppilaat totesivat kaipaavansa tämän kaltaista kontaktia myös toisen asteen koulutuksessa.

5.3 Oppimistulosten kehittyminen

Bhagatin ym. (2016) tutkimuksen tilastollisesti arvioituista tuloksista selvisi, että tutkimusryhmän oppilaat suoriutuivat paremmin trigonometrian kurssin lopputestissä, kuin kontrolliryhmän oppilaat. Kontrolliryhmän oppilaat opiskelivat tavanomaisen opetuksen tyylillä ja tutkimusryhmä oli käänteisen opetuksen oppilasryhmä. Tutkijat totesivat käänteisen opetuksen soveltuvan mahdollisesti parhaiten heikommin suoriutuvien oppilaiden auttamiseen ja tukemaan heidän kehittymistään matematiikassa. Tulokset osoittivat heikommin suoriutuneiden oppilaiden saavuttaneen korkeammat tulokset käänteisen opetuksen oppilasryhmässä kuin kontrolliryhmänä toimineen tavanomaisen opetuksen oppilasryhmä. Molemmissa tutkimusryhmissä hyvin menestyneet, sekä keskitasoon kuuluneet oppilaat pysyivät omalla tasollaan eikä heidän kohdallaan syntynyt merkittäviä tuloksellisia eroja. Mahdolliseksi syyksi tähän nähtiin opettajan vaikutus, sillä opettajalle jäi enemmän aikaa työskennellä heikommin suoriutuvien oppilaiden parissa käänteisen opetuksen oppitunneilla muiden oppilaiden toimiessa itsenäisemmin. Tällöin heikommat oppilaat saivat heille tarpeellista tukea ja he pystyivät keskustelemaan enemmän ongelmistaan ymmärtääkseen paremmin käsiteltäviä aiheita. Merkittävään tuloksesta tekee se, että huomattava osa lukiolaisista kuuluu heikompiin menestyjiin matematiikassa tutkimuksen laatijoiden (Bhagat ym., 2016) mukaan. Novak ym. (2017) tekivät samanlaisen havainnon useiden oppilaiden mielipiteiden perusteella. Käänteisen opetuk-

sen todettiin auttavan enemmän oppilaita, joilla on käsiteltävien aiheiden kanssa ongelmia. Hyvin pärjäävät oppilaat sen sijaan eivät juurikaan saaneet käänteisen opetuksen tunteista irti mitään. Song ja Kapur (2017) huomasivat tutkimuksessaan tavanomaisen käänteisen opetuksen oppilasryhmän ja vertaisryhmän parantaneen tuloksia kurssin edetessä. Oppilasryhmien välinen ero korostui ainoastaan tuotteliaan epäonnistumiseen perustuvan käänteisen opetuksen oppilasryhmän näyttäessä parempaa ymmärrystä kurssin aiheeseen. Oppilasryhmä hehkui itsevarmuutta ja pyrki tekemään myös haastavampia tehtäviä, kun taas tavanomaisen käänteisen opetuksen oppilasryhmä tyytyi enemmän perustehtävien tekemiseen. Edeltävien tutkimusten kanssa yhtä pieniä eroja tuloksissa löysivät myös Kirvan ym. (2015). Heidän tutkimuksensa käänteisen opetuksen oppilasryhmä ja kontrolliryhmänä toiminut tavanomaisen opetuksen oppilasryhmä kehittivät molemmat testien tulosten perusteella, kun testattavina olivat lineaaristen systeemien tutkiminen, mallintaminen ja ratkaiseminen. Eroa syntyi ainoastaan käänteisen opetuksen oppilasryhmän hallitessa lineaaristen yhtälöiden ratkaisemisen hieman paremmin kuin kontrolliryhmä. Oppilaat saivat keskiarvoltaan parempia tuloksia myös Loven ym. (2014) tutkimuksessa, jossa vertailtiin keskenään käänteisen opetuksen ja tavanomaisen opetuksen oppilasryhmää lineaarisen algebran kurssilla. Tutkimuksessa erityisen tärkeänä tuloksena nähtiin se, että käänteisen opetuksen oppilasryhmä ei pelkästään saavuttanut yhtä hyviä tuloksia tavanomaisen opetuksen oppilasryhmän kanssa, vaan he myös nauttivat opiskelusta enemmän. Myös Bhagat ym. (2016) olivat samaa mieltä todeten, että matematiikan opettamisesta ja oppimisesta voi tehdä nautinnollisempaa teknologian ja käänteisen opetuksen avulla. Gryppin ja Luebeckin (2015) tutkimuksen kollektiivisesti analysoiduista tuloksista selvisi, että ennakkotehtävien parittaminen myöhempään työskentelyyn antoi oppilaille paremmat mahdollisuudet saavuttaa heidän oppimistavoitteensa. Vaikka tutkimuksesta löytyikin paljon positiivisia puolia, sen data ei kuitenkaan aukottomasti osoittanut, että käänteinen opetus välttämättä parantaisi oppilaiden oppimista tavanomaiseen opetukseen verrattuna. Novak ym. (2017) ja Sahin ym. (2015) havaitsivat molemmat oppilaiden olevan tehokkaampia oppitunneilla. Sahin ym. (2015) huomasi myös oppilaiden saavutusten kehittyvän laskennossa.

Buch ja Warren (2017) tutkivat teknologian käyttöä oppilaiden oppimistuloksien kehittämisen apuna matematiikassa. Tutkimukseen osallistuneista oppilaista suurin osa oli samaa mieltä sen kanssa, että käänteinen opetus auttoi heitä yleisesti ymmärtämään asioita ja menestymään paremmin. Kurssin läpäisseistä oppilasta kaikki työskentelivät kotitehtävien parissa lähes saman verran, riippumatta siitä, olivatko oppilaat käänteisen

opetuksen oppilasryhmässä vai vertailukohteena olevassa tavanomaisen opetuksen ryhmässä. Tutkimuksen aikana järjestettyjen kolmen testin perusteella ei kuitenkaan pystytty selkeästi osoittamaan käänteisen opetuksen oppilasryhmän suoriutuneen paremmin, sillä kokeissa käänteisen opetuksen ryhmä suoriutui välillä huonommin ja välillä paremmin kuin tavanomaisen opetuksen oppilasryhmä. Käänteinen opetus ei takaa parempia oppimistuloksia tavanomaiseen opetukseen verrattuna. Moore ym. (2014) huomasivat kotitehtävien suorittamisen nousevan huomattavasti käänteisen opetuksen oppilasryhmällä verrattuna tavanomaisen opetuksen oppilasryhmään, mutta tulosten paranemisesta ei ollut mainintaa.

6 Yhteenveto

Luokkahuoneen ulkopuolella työskentelyssä oppilailla on käytössä videomateriaalia sekä ennakkotehtäviä (Jungić ym., 2015; Steen-Utheim ja Foldnes, 2018; Muir, 2015, mm.). Videomateriaalien käyttö on oppilaiden mielestä kätevää ja miellyttävämpää kuin pelkkä kirjojen lukeminen (Jungić ym., 2015). Oppilaiden itsesääntely vahvistui selvästi itsenäisessä työskentelyssä videomateriaalien ja ennakkotehtävien parissa (Steen-Utheim ja Foldnes, 2018, mm.). Videomateriaalin sekä ennakkotehtävien käyttö osana käänteistä opetusta vaikutti kokonaisuudessa positiivisesti oppilaisiin myös niiden helpon ja nautinnollisen käytön vuoksi. Oppilaita ei oltu sidottu opiskelamaan ajallisesti tiettyinä hetkenä, vaan opiskelu voitiin tehdä parhaiten sopivana aikana (Sahin ym., 2015). Oppilaiden työskentely teknologian avulla antoi myös opettajille mahdollisuuden valmistautua paremmin tulevaan luokkahuone työskentelyyn. Teknologian avulla kerätty tieto ennakkotehtävien ja tuntitehtävistä antoi opettajille mahdollisuuden puuttua välittömästi oppilaiden mahdollisiin väärinkäsityksiin ja ohjata heidät oikeaan suuntaan (Jungić ym., 2015).

Käänteinen opetus suuntasi luokkahuoneessa vietettyä aikaa enemmän tutkimukseen sekä interaktiiviseen työskentelyyn tehden ajankäytöstä tehokkaampaa (Kirvan ym., 2015). Luokkahuone työskentely antoi oppilaille mahdollisuuden syventää oppimistaan ja kehittää taitojaan useilla eri tavoilla. Itsenäistä työskentelyä kehitettiin ryhmätyöskentelyn avulla (Sahin ym., 2015) ja käänteisen opetuksen huomattiin yleisesti tekevän oppimisesta mukavamman kokemuksen oppilaille tavanomaisiin oppitunteihin verrattuna (Novak ym., 2017; Steen-Utheim ja Foldnes, 2018, mm.). Vertaisoppiminen oli suuressa roolissa jokaisella oppitunnilla.

Käänteisen opetuksen vaikutukset arvosanoihin ja menestymiseen eivät ole selvästi nähtävillä. Tulokset näyttivät paranevan vain heikommin suoriutuvilla oppilailla tai keskitason oppilailla. Hyvien oppilaiden suoriutuminen pysyi edelleneen aiemmalla tasolla (Novak ym., 2017; Bhagat ym., 2016, mm.). Yleinen epävarmuus käänteisen opetuksen vaikutuksesta arvosanoihin, näkyy myös taulukosta 1, johon on koottu aineistosta löytyneet suurimmat positiiviset vaikutukset käänteisessä matematiikan opetuksessa.

Aihe	Positiivinen vaikutus	Ei vaikutusta
Itsesääätely	(Steen-Utheim ja Foldnes, 2018) (Jungić ym., 2015) (Muir, 2015) (Webel ym., 2018) (Bhagat ym., 2016)	
Oppimistavoitteet	(Hwang ja Chiu-Lin, 2017) (Song ja Kapur, 2017) (Novak ym., 2017)	
Tehokkuus	(Hwang ja Chiu-Lin, 2017) (Sahin ym., 2015) (Novak ym., 2017) (Grypp ja Luebeck, 2015) (Lo, 2017)	
Tuloksien kehittyminen		(Bhagat ym., 2016) (Novak ym., 2017) (Kirvan ym., 2015) (Love ym., 2014) (Song ja Kapur, 2017) (Sahin ym., 2015) (Moore ym., 2014) (Grypp ja Luebeck, 2015) (Buch ja Warren, 2017)

Taulukko 1: Käänteisen opetuksen vaikutukset matematiikan opetuksessa.

7 Johtopäätökset

Käänteinen opetus on 2000-luvulla herättänyt paljon keskustelua oppilaskeskeisenä ja oppilaiden keskuudessa pidettynä opetustyylinä. Sen vaikutusta opetuksessa on tutkittu monin tavoin ja sitä on pyritty kehittämään eteenpäin yhdistämällä siihen teknologiaa hyödyntäen muita pedagogisia menetelmiä, kuten vertaisoppimista. Tämän Pro gradu -tutkielman tarkoitus oli selvittää, mitä vaikutuksia käänteisen opetuksen eri vaiheilla on matematiikan opetuksessa, onko niillä eri merkityksiä ja soveltuuko käänteinen opetus opetussuunnitelmien säädösten perusteella matematiikan opetukseen. Aiheesta tehtyjen tutkimusten perusteella voidaan päätellä luokkahuoneessa ja luokkahuoneen ulkopuolella tapahtuvalla työskentelyllä olevan hieman erilaisia positiivisia vaikutuksia oppimiseen. Ratkaisevaa on kuitenkin se, miten käänteisen opetuksen eri vaiheita ja niiden sisältämiä menetelmiä käytetään yhdessä. Yksittäisinä osuuksina opetuksessa ne eivät tue toisiaan, jolloin niiden positiiviset vaikutukset oppimiseen ja opettamiseen eivät ilmene parhaalla mahdollisella tavalla.

Käänteisessä opetuksessa kotona tehtävän työskentelyn on tarkoitus valmistaa oppilaat ja opettaja seuraavaa oppituntia varten. Työskentely tässä vaiheessa käänteistä opetusta on hyvin itsenäistä ja se herättää kysymyksiä siitä, pystyvätkö kaikki oppilaat riittävään itsenäiseen työskentelyyn. Kirjallisuudesta kuitenkin löytyy ongelmaan erilaisia ratkaisuja, kuten se, että opettajat pystyvät seuraamaan oppilaiden työskentelyä etänä teknologian avulla. Tällöin mahdollisesti tarvittavaa tukea voi antaa välittömästi tarpeen ilmetessä. Ennakkotehtävien tekeminen on tärkeä linkki kotona ja oppitunnilla tehtävän työskentelyn välillä. Ne antavat mahdollisesti reaaliaikaista tietoa oppilaille heidän osaamisestaan ja siitä, kuinka he ovat ymmärtäneet opiskeltavan aiheen. Lisäksi ennakkotehtävien perusteella opettajat voivat analysoida oppilaiden osaamista ja etsiä käsiteltävän asian ongelmakohtia ehkäistäkseen mahdollisten virhekäsityksien syntyä. Ennakkotehtävien tekeminen videomateriaalien yhteydessä on koettu erittäin järkevänä tulevan oppitunnin kannalta, sillä tavaksi muodostunut kappaleeseen perehtyminen kotona auttaa oppilaita ehkäisemään jälkeen jäämistä oppitunneilla matematiikan kumulatiivisen luonteen vuoksi. Teknologian kehittyminen todennäköisesti tarjoaa opettajille tulevaisuudessa yhä enemmän tapoja ohjata ja auttaa oppilaita myös luokkahuoneen ulkopuolella.

De Araujo ym. (2017) totesivat käänteisen opetuksen todellisen potentiaalini löytyvän luokkahuoneessa tapahtuvasta toiminnasta. Muunkin kirjallisuuden perusteella väitteen voidaan ajatella pitävän paikkansa, sillä

luokkahuoneessa tapahtuva toiminta on käänteisen opetuksen kokonaisuuden muodostava tilaisuus. Tällöin opettaja ja oppilaat toimivat yhdessä sisäistääkseen uuden asian. Yksi suurimmista vaikuttajista luokkahuonetilanteissa havaittuihin tuloksiin on vertaisoppiminen, johon sisältyvä interaktiivinen työskentely vaikuttaa monin tavoin positiivisesti oppimiseen. Nämä vaikutukset näkyvät oppilaiden itsesäätelystä, ymmärryksessä, tehokkuudessa, sitoutumisessa ja tavoitteiden asettamisessa. Lisäksi vertaisoppimisen myötävaikutuksesta matematiikan opiskelu oppilaiden näkökulmasta on mukavaa. Tälle mahdollinen syy löytyy seuraavista tehdyistä huomioista. Oppilaat uskaltavat kysyä kysymyksiä oppitunneilla vertaisilta ja opettajalta sekä jakaa ajatuksiaan käsiteltävistä aiheista. Aiemmin samat aiheet tavanomaisen opetuksen oppitunneilla ovat aiheuttaneet masentuneisuutta. Näiden tulosten perusteella voidaan johdonmukaisesti ajatella oppimisen olevan mukavaa, jos oppimisympäristö muutetaan käänteisen opetuksen myötä mielenkiintoiseksi ja kannustavaksi. Itsesäätelyn, tehokkuuden ja sitoutumisen kasvun positiiviset vaikutukset voivat ylittää huomattavan pitkälle oppiainerajojen yli. Mahdollisia jatkotutkimuksien aiheita voisivat olla käänteisen opetuksen vaikutukset muissa LUMA-aineissa (luonnontieteet, matematiikka ja tietotekniikka) tai voidaanko matematiikan osalta huomattuja vaikutuksia käyttää suoraan hyväksi muissa LUMA-aineissa.

Käänteisen opetuksen positiivisia vaikutuksia matematiikassa ei voi havaita suoraan oppilaiden arvosanoista. Oppilaiden tulokset paranivat heikommin suoriutuvilla oppilailla ja keskitasoa olevilla oppilailla. Syynä on mahdollisesti opettajan keskittyminen juuri näihin oppilaisiin. Kun hyvät oppilaat suoriutuivat opiskelusta itsenäisesti, opettajalle jäi tavanomaiseen opetukseen verrattuna enemmän aikaa auttaa heikommin pärjääviä oppilaita ja keskustella heidän kanssaan ilmenneistä ongelmista. Mahdollinen ongelma tässä voi syntyä liian suurista oppilasryhmistä tai ryhmän tasosta. Ryhmä voi olla yksinkertaisuudessaan liian suuri opettajalle yksin hoidettavaksi käänteisellä opetuksella, tai vaihtoehtoisesti ryhmässä on paljon heikosti suoriutuvia oppilaita. Tähän haasteeseen mahdollinen ratkaisu voisi olla yhteisopettajuus, mutta aiheesta tarvitaan lisätutkimuksia ennen johtopäätöksien tekemistä.

Vaikka tutkimustulosten perusteella oppilaiden arvosanat eivät parantuneetkaan, ei voi tehdä sellaista johtopäätöstä, etteivät oppimistulokset lainkaan parantuneet tai ettei käänteisellä opetuksella olisi ollut mitään vaikutusta kehitykseen. Tutkimustuloksien perusteella kehittyminen korostuu enemmänkin oppimaan oppimisessa. Jos sitoutuminen, tehokkuus, itsesääntely ja tavoitteiden asettaminen pysyvät paremmalla tasolla myös jatkossa

eteen tulevilla kursseilla, on tulosten paraneminen mahdollista pidemmällä aikavälillä. Tutkimukset kuitenkin ovat keskittyneet vain yhteen kurssiin tai kokonaisuuteen. Tämän vuoksi olisi mielenkiintoista tutkia oppilaiden kehittymistä käänteisessä opetuksessa esimerkiksi peruskoulun kolmen viimeisen vuoden ajan. Tällöin saataisiin laajempi kuva oppilaiden käyttäytymisestä ja mahdollisesta kehitymisestä oppijoina, jolloin on mahdollista analysoida, onko käänteisen opetuksen hyöty yltänyt myös arvosanoihin asti.

Sitoutuminen, itsesääteily ja tavoitteiden arvioiminen ovat vahvasti esillä peruskoulun ja lukion opetussuunnitelmissa. Oman vastuun kasvaminen opintojen edetessä tukee käänteisen opetuksen käyttöä opetuksessa. Sekä opetussuunnitelmissa, että käänteisessä opetuksessa näkyy vahvasti itsenäinen työskentely, ryhmätyöskentely, itsearviointi ja omien tavoitteiden asettaminen. Eriyttäminen ja käänteinen opetus tukevat myös toisiaan. Kun oppilaat eriyttävät itse itsensä, taitavat oppilaat pystyvät etenemään omaan tahtiin, jolloin opettajalle jää enemmän aikaa antaa tehostettua tukea heikommin pärjääville oppilaille (Toivola ja Silfverberg, 2014). Lisäksi tuen portaiden käyttäminen ja soveltaminen voi muuttua opettajille selkeämmäksi tai helpommaksi, kun oppilaat ovat eriyttäneet itsensä valmiiksi jollekin tietylle osaamisen tasolle yksilöinä tai ryhminä. Tällöin opettaja pystyy nopeammin havaitsemaan oppilaiden ongelmakohdat ja tarjoamaan tehostettua tukea heille välittömästi. Mielenkiintoa herättää, kuinka pitkälle taitavat oppilaat pystyvät käänteisessä opetuksessa eriyttämään itseään, jos oppilaiden etenemistä eivät rajoita koulun mahdolliset käytännöt kurssien suorittamisessa. Samalla yhtä kurssia pidemmällä aikavälillä myös heikompien oppilaiden suorittamisen tason kohoaminen on mahdollista opettajan tuen avulla. Lienee tärkeää kuitenkin, että opettaja ehtii heikompien oppilaiden tehostetun tuen aikana myös huomiomaan taitavien oppilaiden mielenkiinnon säilymisen sekä kehittymisen.

Opetussuunnitelmissa monipuolisten työtapojen käyttö ja teknologian käyttö eivät jää myöskään käänteisessä opetuksessa sivuosaan. Jatkuva monipuolisten tehtävien tekeminen teknologiaa hyödyntäen antaa opettajille monipuoliset tavat tehdä opiskelusta mielenkiintoisempaa. Samalla pystytään vastaamaan opetussuunnitelmien vaatimukseen teknologian hyödyntämisestä, joka kuuluu jatkuvasti enemmän oppilaiden arkeen. Teknologiaa hyödyntäessä kannattaa kuitenkin pohtia tarkasti, miten sitä kannattaa hyödyntää. Jos jokin asia on mahdollisesti yksinkertaisempaa ymmärtää perinteisemmällä oppimistavoilla, ei teknologian kehittäminen välttämättä ole paras ratkaisu, jos vaarana on oppimisen monimutkaistuminen. Kokonaisuudessaan käänteinen opetus ja opetussuunnitelmat näyttävät

toimivan hyvin yhdessä. Molemmat korostavat paljon samoja kriteerejä opetuksessa ja oppimisessa, minkä lisäksi käänteinen opetus pystyy hyvin sopeutumaan useisiin eri opetusmenetelmiin ja tarjoamaan näin ollen paljon enemmän matematiikan opetukseen kuin tavanomainen opetustyyli.

Lähtiessä toteuttamaan käänteistä opetusta, on tämän tutkielman perusteella erittäin suotavaa valmistella käänteisen opetuksen kokonaisuus huolella valmiiksi. Luokkahuoneen ulkopuolella tehtävä työskentely on oppilaille mielekästä, mutta opettajan huonosti valmistellut videomateriaalit tai ennakkotehtävät eivät todennäköisesti enää tue aineistosta löytyneitä käänteisen opetuksen positiivisia vaikutuksia. Samoin luokkahuonevaiheeseen valmistautuessa opettajalla on oltava selkeä ajatus siitä, mihin oppilaat kykenevät kotona tehdyn työskentelyn avulla. Lisäksi hyvä oppilaantuntemus on selvästi pelkkä etu opettajalle tässä vaiheessa. Toimivan kokonaisuuden rakentamiseksi kannattaa tutkia käänteisen opetuksen eri osien valmistelusta opetuskäyttöön, jolloin voidaan pitää paremmin huolta siitä, että kokemus käänteisestä opetuksesta on onnistunut sekä oppilaille, että opettajalle.

Kirjallisuutta

- Bergmann J. ja Sams A. 2012. Flip your classroom: Reach every student in every class every day. International Society for Technology in Education.
- Bhagat K.K., Chang C.N. ja Chang C.Y. 2016. The Impact of the Flipped Classroom on Mathematics Concept Learning in High School. *Educational Technology & Society* 19(3), 134–142.
- Bishop J.L. ja Verleger M.A. 2013. The flipped classroom: A survey of the research. *Teoksessa ASEE National Conference Proceedings, Atlanta, GA, osa 30.* 1–18.
- Bonwell C.C. ja Eison J.A. 1991. Active Learning: Creating Excitement in the Classroom. 1991 ASHE-ERIC Higher Education Reports. ERIC.
- Buch G.R. ja Warren C.B. 2017. The flipped classroom: Implementing technology to aid in college mathematics student's success. *Contemporary Issues in Education Research (Online)* 10(2), 109.
- De Araujo Z., Otten S. ja Birisci S. 2017. Conceptualizing "Homework" in Flipped Mathematics Classes. *Educational Technology & Society* 20(1), 248–260.
- FLN 2004. Definition of flipped learning. Saatavilla [www-muodossa: <https://flippedlearning.org/definition-of-flipped-learning/>](https://flippedlearning.org/definition-of-flipped-learning/), luettu: 3.5.2018.
- Grypp L. ja Luebeck J. 2015. Rotating solids and flipping instruction. *Mathematics Teacher* 109(3), 186–193.
- Hmelo-Silver C.E. 2004. Problem-based learning: What and how do students learn? *Educational psychology review* 16(3), 235–266.
- Hwang G.J. ja Chiu-Lin L. 2017. Facilitating and bridging out-of-class and in-class learning: an interactive E-book-based flipped learning approach for math courses. *Journal of Educational Technology & Society* 20(1), 184.
- Jungić V., Kaur H., Mulholland J. ja Xin C. 2015. On flipping the classroom in large first year calculus courses. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 46(4), 508–520.
- Kirvan R., Rakes C.R. ja Zamora R. 2015. Flipping an algebra classroom: analyzing, modeling, and solving systems of linear equations. *Computers in the Schools* 32(3-4), 201–223.

- Lage M.J., Platt G.J. ja Treglia M. 2000. Inverting the classroom: A gateway to creating an inclusive learning environment. *The Journal of Economic Education* 31(1), 30–43.
- Lai C.L. ja Hwang G.J. 2016. A self-regulated flipped classroom approach to improving students' learning performance in a mathematics course. *Computers & Education* 100, 126–140.
- Lo C.K. 2017. Examining the Flipped Classroom through Action Research. *Mathematics Teacher* 110(8), 624–627.
- Love B., Hodge A., Grandgenett N. ja Swift A.W. 2014. Student learning and perceptions in a flipped linear algebra course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 45(3), 317–324.
- Moore A.J., Gillett M.R. ja Steele M.D. 2014. Fostering student engagement with the flip. *MatheMatics teacher* 107(6), 420–425.
- Muir T. 2015. Student and Parent Perspectives on Fipping the Mathematics Classroom. *Mathematics Education Research Group of Australasia* , 445–452.
- Naccarato E. ja Karakok G. 2015. Expectations and implementations of the flipped classroom model in undergraduate mathematics courses. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 46(7), 968–978.
- Novak J., Kensington-Miller B. ja Evans T. 2017. Flip or flop? Students' perspectives of a flipped lecture in mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 48(5), 647–658.
- Opetushallitus 2015a. Lukion opetussuunnitelman perusteet 2014.
- Opetushallitus 2015b. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014.
- Prince M. 2004. Does active learning work? A review of the research. *Journal of engineering education* 93(3), 223–231.
- Sahin A., Cavlazoglu B. ja Zeytuncu Y.E. 2015. Flipping a college calculus course: A case study. *Journal of Educational Technology & Society* 18(3), 142.
- Song Y. ja Kapur M. 2017. How to Flip the Classroom-"Productive Failure or Traditional Flipped Classroom"Pedagogical Design? *Journal of Educational Technology & Society* 20(1), 292.

- Steen-Utheim A.T. ja Foldnes N. 2018. A qualitative investigation of student engagement in a flipped classroom. *Teaching in Higher Education* 23(3), 307–324.
- Sun Z., Xie K. ja Anderman L.H. 2018. The role of self-regulated learning in students' success in flipped undergraduate math courses. *The Internet and Higher Education* 36, 41–53.
- Toivola M. ja Silfverberg H. 2014. Flipped learning–approach in mathematics teaching—a theoretical point of view. *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimusseuran tutkimuspäivät 2014* , 93.
- Topping K. 1998. Peer assessment between students in colleges and universities. *Review of educational Research* 68(3), 249–276.
- Webel C., Sheffel C. ja Conner K.A. 2018. Flipping instruction in a fifth grade class: A case of an elementary mathematics specialist. *Teaching and Teacher Education* 71, 271–282.