Turun yliopisto
University of Turku

RATIONAALILUKUJEN OPPIMINEN 5.-LUOKKALAISILLA VILLE-OPPIMISYMPÄRISTÖSSÄ

Mäkelä, M. & Nguyen, V. T.
Pro gradu -tutkielma
Kasvatustiede
Luokanopettajankoulutuslaitos
Turun yliopisto
Huhtikuu 2020

TURUN YLIOPISTO
Opettajankoulutuslaitos

Mäkelä, M. & Nguyen, V. T.: Rationaalilukujen oppiminen 5.-luokkalaisilla ViLLE-oppimisympäristössä

Tutkielma, 63 s., 4 liites.
Kasvatustiede
Huhtikuu 2020

Tutkimuksen tavoitteena oli selvittää, miten ViLLE-oppimisympäristössä laskettujen rationaalilukutehtävien määrä on yhteydessä rationaalilukujen yhteen- ja vähennyslukujen oppimiseen. Tutkimus toteutettiin pitkittäistutkimuksena kahdeksan viikon aikana syksyllä 2019. Lisäksi pyrittiin selvittämään, miten ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä sekä alku- ja lopputestissä oikein laskettujen tehtävien määrä ovat yhteydessä oppilaiden matemaattiseen kompetenssiin, tehtävien viehättävyyteen sekä tehtävien henkilökohtaiseen merkitykseen. Tutkimukseen osallistui seitsemän alakoulun 5.:ttä luokkaa Varsinais-Suomesta. Tutkimukseen osallistui 125 oppilasta. Tutkimuksessa selvitettiin lisäksi erikseen sukupuolten, koululuokkien sekä oppilaiden itsearvioiman taitotason mukaisten ryhmien välisiä eroja edellä mainittuihin tutkimuskohteisiin. Alku- ja lopputesti sisälsivät samat 40 rationaalilukujen yhteen- ja vähennyslaskua ja alku- ja loppukysely samat 17 kysymystä. ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä korreloi heikosti ja tilastollisesti merkitsevästi oppimistuloksiin. Toistettujen mittausten t-testin perusteella lopputestissä tehtiin tilastollisesti merkitsevästi enemmän tehtäviä kuin alkutestissä. Eri ryhmiä vertaillessa havaittiin, ettei sukupuolella ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä oppimiseen. Koululuokkien sekä oppilaiden alustavantaitotasoryhmien välillä tilastollisesti merkitsevä yhteys löytyi vain loppu- ja alkutestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien erotuksen osalta. Kyselytulosten perusteella oppilaat kokivat osaavansa laskea rationaalilukuja paremmin tutkimuksen lopussa kuin sen alussa. Sukupuolten välisiä eroja ei löytynyt subjektiivisen kompetenssin, tehtävien viehätyksen tai tehtävien henkilökohtaisen merkityksen osalta. Koululuokkien välillä ilmeni tilastollisesti merkitseviä eroja tehtävien viehätyksen osalta. Lisäksi subjektiivinen kompetenssi ja tehtävien henkilökohtainen merkitys -pääkomponenteissa ilmeni tilastollisesti merkitseviä eroja oppilaiden alustavan taitotasoryhmien välillä. Matematiikan opetuksen kannalta tutkimus antaa viitteitä siitä, että kaiken tasoisten oppilaiden kannattaa harjoitella tehtäviä mahdollisimman paljon, sillä rationaalilukujen oppiminen ja osaaminen kehittyvät harjoittelun myötä sukupuolesta, koululuokasta tai alustavasta taitotasosta huolimatta.

Asiasanat
rationaaliluvut, oppimispelit, ViLLE, toisto

Sisällysluettelo

Kuviot

Taulukot

1 JOHDANTO

Murto- ja desimaalilukujen oppiminen on todettu haasteelliseksi matematiikan osa-alueeksi alakoulussa (McMullen, Laakkonen, Hannula-Sormunen & Lehtinen, 2015), ja murto- ja desimaalilukujen on havaittu olevan suuri kehityksellinen haaste sekä lapsille että aikuisille (Siegler, 2016). Murto- ja desimaalilukujen hahmottaminen on vaikeaa, sillä oppija joutuu osittain irtautumaan kokonaislukujen ominaisuuksista ja kiinnittämään enemmän huomiota rationaalilukujen erityispiirteisiin (Koponen, Salminen & Sorvo, 2018, 329). Murto- ja desimaalilukujen haasteet ovat koulumaailmassa tärkeä aihe, sillä rationaalilukujen ymmärtäminen ja hallinta ovat matemaattisesti merkittäviä ja arjessakin tarvittavia taitoja (Koponen, Salminen & Sorvo, 2018, 326–328). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden 2014 (myöh. POPS) vuosiluokkien 3–6 matematiikan tavoitteissa mainitaan rationaalilukuihin liittyvien matemaattisten taitojen, kuten murto- ja desimaalilukujen yhteen- ja vähennyslaskujen hallitseminen (POPS, 2014, 236).

Viime vuosikymmenten aikana tietokonepelit ovat nousseet keskeisiksi suomalaisten lasten ja nuorten vapaa-ajan viettokohteiksi (Ermi, Heliö & Mäyrä, 2004; Salokoski, Mustonen, Sipari & Pulkkinen, 2002; Suoninen, 2002; Lehtinen, Lehtinen & Brezovsky, 2014). Suomalaisten menestyminen tietokonepelien kehittäjinä on kiihdyttänyt keskustelua, jossa korostetaan tietokonepelien roolia pedagogiikan uudistajana (Lehtinen, Lehtinen & Brezovsky, 2014, 38). Pelaamisen on nähty toimivan oppimisen edistäjänä, erityisesti niillä nuorilla, joiden on vaikea keskittyä perinteiseen kouluopetukseen (Harviainen, Meriläinen & Tossavainen, 2013, 66). Samalla on pohdittu, että pelien avulla voitaisiin motivoida ja tukea niiden oppilaiden matematiikan oppimista, joita tavanomainen matematiikan opetus ei innosta (Lehtinen, Lehtinen & Brezovsky, 2014, 39–41).

Näin ollen oppilaiden matemaattisten taitojen kehittämisessä on otettava huomioon tieto- ja viestintäteknologian (myöh. TVT) yleistyminen, sillä sen hyödyntäminen opetuksessa on lisännyt matemaattisten taitojen opettamisen ja oppimisen haasteita ja mahdollisuuksia (ks. Rodriguez-Aflecht, 2018). Opetustilanteisiin ja -menetelmiin on lisätty TVT:aa, sillä tietokonepelit ja lisääntyvä pelaaminen on nähty toivottuna apuna erilaisten matemaattisten taitojen oppimisessa (Lehtinen, Lehtinen & Brezovsky, 2014, 38).

TVT:n luoman muutoksen ympärillä on pohdittu sitä, että edistävätkö runsaisiin toistoihin perustuvat harjoitukset matemaattisten taitojen oppimista. Aiempien tutkimusten (ks. Codding, Burns & Lukito, 2011; Kurvinen ym., 2014; Kurvinen, Dagiene & Laakso,

2018) mukaan riittävällä harjoittelulla on pystytty automatisoimaan matemaattisten tietojen ja taitojen käyttöä, jolloin niiden hyödyntäminen matemaattisissa ongelmissa ei enää vie tarkkaavaisuuden ja työmuistin resursseja. Toistoon perustuvan harjoittelun kautta saatu peruslaskutoimitusten automatisoitunut hallinta mahdollistaa vaativimpien matemaattisten taitojen oppimisen (Delazer, Domahs, Locky, Bartha &Brenneis, 2004; Geary, 2011). Myös muut toistoihin perustuvat tutkimukset ovat osoittaneet, että toistoihin perustuva harjoittelu lisää esimerkiksi kielen (ks. Joseph, Eveleigh, Konrad, Neef & Volpe, 2012; Scheffler, 2016; Mulé ym., 2018), fysiikan (Wenno, Wattimena & Maspaitela, 2016) ja uinnin (Zhang, 2014) oppimista.

Toisaalta on viittauksia siitä, ettei toistoihin perustuva harjoittelu lisää yksiselitteisesti oppimista (ks. Mulé ym., 2018, Scheffler, 2016; Wenno, Wattimena & Maspaitela, 2016) vaan oppiminen perustuu tarkasti harkittuihin ja kohdennettuihin harjoittelumuotoihin (Lehtinen, Hannula-Sormunen, McMullen & Gruber, 2017). Toistoihin perustuvassa matemaattisten taitojen harjoittelussa on haettu vastauksia mahdollisiin sukupuolten välisiin eroihin (ks. Hansen ym., 2015; Chang, Evans, Kim, Norton, Deater-Deckard & Samur, 2016; Niemi, 2008). Lisäksi eroja oppilaiden oppimisesta on etsitty oppilaiden minäpystyvyyden (Bandura, 1977; 2006) avulla. Oppilaiden korkea minäpystyvyys sekä positiiviset pystyvyys- ja tulosodotuksen tunteet ovat ennakoineet hyvää sitoutumista harjoitettavaan aiheeseen eli siihen, kuinka paljon oppilas on valmis tekemään töitä saavuttaakseen uuden taidon osaamisen (Bandura, 1997; 2006; Pajares, 1997; 2002; 2006).

Tässä tutkimuksessa etsitään tarkempaa tietoa siitä, miten ViLLE-oppimisympäristössä (myöh. ViLLE) laskettujen rationaalilukutehtävien määrä on yhteydessä viidesluokkalaisten oppilaiden oppimiseen ja kiinnostukseen matematiikkaa kohtaan. Lisäksi tutkitaan oppilaiden käsitystä riittävästä harjoittelusta. Tarkastelua tehdään sukupuolen, luokan ja alustavan taitotason perusteella. Oppilaat tekivät rationaalilukutehtäviä ViLLEssä yhden tunnin viikossa kahdeksan viikon ajan ja tehtyjen tehtävien määrä on vain näillä tunneilla tehtyjen tehtävien määrä.

2 TIETO- JA VIESTINTÄTEKNOLOGIAN ROOLI OPPIMISESSA

2.1 Tieto- ja viestintäteknologian muuttaa opetusta

Opetukseen liittyvä teknologia on yleistynyt vauhdilla kouluissa ja opetusteknologiasta on muodostunut olennainen osa opettajien ja oppilaiden arkipäivää (Kankaanranta, Vahtivuori-Hänninen & Koskinen, 2011, 7). Vuosien 2009 – 2011 aikana Suomessa tutkittiin opetukseen soveltuvan teknologian hyödyntämistä Opetusteknologia koulun arjessa -tutkimushankkeessa (OPTEK), jonka tarkoituksena oli tuottaa koulun arkeen innovatiivisia malleja ja ratkaisuja (Kankaanranta, Vahtivuori-Hänninen & Koskinen, 2011, 9). Kansallinen OPTEK-tutkimushanke toteutettiin tiiviissä yhteistyössä monien koulujen, yritysten ja opetushallituksen sekä opetus-, kulttuuri-, liikenne- ja viestintäministeriön kanssa. Jo ensimmäiset OPTEK-tulokset ovat osoittaneet, että tietotekniikka ja TVT opetuskäytössä ovat merkityksellisiä suomalaisessa koulutusjärjestelmässä (Kankaanranta, Vahtivuori-Hänninen & Koskinen, 2011, 13), ja samalla luoneet pohjan joulukuussa 2010 julkaistulle Kansalliselle tietotekniikan opetuskäytön suunnitelmalle (Arjen tietoyhteiskunnan neuvottelukunta, 2010).

Backin ym. (2011, 118) tutkimuksessa on todettu, että matematiikan opetus tarvitsee hyviä ja toimivia pedagogisia malleja. Lisäksi nähtiin tarvetta luoda automaattiseen palautteeseen keskittyviä järjestelmiä (Back ym., 2011, 119). Onnistunut TVT:n lisääminen opetukseen tuo sekä koululle että oppilaille mahdollisuuden digitaalisten taitojen kehittämiseen ja uusien oppimistapojen löytämiseen. Tämä vaatii erityisesti opettajien sitoutumista tietotekniikan hyödyntämiseen opetuksessa, koulun toimintakulttuurin muutoksen sekä rehtorin kokonaisuuden mahdollistajana ja innostajana. (Ilomäki & Lakkala, 2011, 72–73.)

2.2 Pelaamisen kasvu ja sen mahdollisuudet opetuksessa

POPS 2014 mukaan matematiikan opetuksessa tulisi hyödyntää monipuolisesti erilaisia oppimisympäristöjä ja työtapoja. Tieto- ja viestintäteknologiaa tulisi hyödyntää keskeisenä oppimisympäristönä ja TVT:n tarkoituksena on tukea matemaattisten taitojen oppimista. (POPS, 2014, 234–239.)

Digitaalisten pelien on havaittu tempaavan pelaajat mukaansa mielekkäällä tavalla (Mäyrä, 2014, 10), kun pelaaja pääsee etenemään pelin sisäisen palkitsemisjärjestelmän ja annetun palautteen avulla (Järvilehto, 2014, 136). Pelaamisen mielekkyys näkyy myös Kinnusen, Liljan ja Mäyrän (2018) Pelaajabarometri-tutkimuksessa, jonka mukaan enemmistö suomalaisista pelaa säännöllisesti jotain digitaalista peliä vapaa-ajallaan. Lasten ja nuorten päivittäistä teknologian käyttöä selventänyt Mobiilimuksut-raportti on saanut vastaavia tuloksia lasten ja nuorten pelaamisen määrän lisääntymisestä vuosien 2007 ja 2013 välillä (Noppari, 2014, 49). Tutkimuksessa havaittiin alakouluikäisten sukupuolten välisiä eroja digitaalisten ympäristöjen käyttötarkoituksessa. Poikien on havaittu kiinnostuvan enemmän digitaalisista peleistä, kun taas tytöt olivat kiinnostuneita enemmän bloggaamisesta ja valokuvien julkaisemisesta verkon välityksellä. (Noppari, 2014.)

Suosittujen pelien pelaamisen on havaittu vaikuttavan pelaajien sisäiseen motivaatioon, joka stimuloi erityisesti pelaajien autonomian, kompetenssin ja yhteenkuuluvuuden tuntemuksia (Järvilehto, 2014, 122). Autonomia on ihmisen hyvin keskeinen psykologinen tarve, jolla on yhteys itseohjautuvuuteen ja aloitekykyyn, kun taas kompetenssilla tarkoitetaan tässä yhteydessä flow-tilaa, jossa pelaajan saa ylittämään itsensä (Järvilehto, 2014, 124–126).

Oppiminen ja pelaaminen ovat olleet yhteydessä toisiinsa hyvin monesta eri näkökulmasta, ja pelaaminen koetaan oppimista innostavana menetelmänä. Pelaamisen ja leikkimisen on havaittu tukevan oppimista, ja uusien taitojen oppimiseen on todettu liittyvän luovaa kokeilua, leikittelyä ja aihepiirin toimintasääntöjen omaksumista (Mäyrä, 2014, 10). Teknologian kehittyessä pelitkin kehittyvät ja muutokset heijastuvat lasten ja nuorten digitaaliseen kulttuuriin, joissa korostuvat monen median yhtäaikainen käyttö (*multitasking*) ja simultaanikäyttö (Noppari, Uusitalo, Kupiainen & Luostarinen, 2008). Digitaalista kulttuuria kuvataan avoimena ja valinnanvapautta vahvistavina (Tapscott, 2009), ja oppimispelien on havaittu tukevan muita opetusmenetelmiä lisäämällä oppilaiden itseohjautuvuutta ja sisäistä motivaatio oppimiseen (Järvilehto, 2014, 133).

Varsinkin tietokonepelien tapa innostaa ja motivoida lasta ja nuorta aktiiviseen toimintaan ovat yksi parhaimmin suunnitelluista työkaluista (Rigby & Ryan, 2011), joiden takia esimerkiksi tietokoneella pelattavat pelit ovatkin ihanteellinen ympäristö oppimiselle (Järvilehto, 2014, 133). Yleisesti on havaittu, että oppiminen on tehokkaampaa, kun se on monipuolista ja kokemuksellista. Pelit ja pelillistetyt aiheet auttavat vahvistamaan oppimiskokemuksia huomattavasti (Järvilehto, 2014, 152).

Useiden metatutkimusten mukaan teknologiatuettu opetus (*technology enhance learning, TEL*) näyttää lisäävän oppilaiden matematiikan oppimista sekä motivaatiota ja positiivisempaa asennoitumista matematiikkaa kohtaan (Edwy & Vodanovich, 2017; Li & Ma, 2010; Vogel, Vogel, Cannon-Bowers, Bowers, Muse & Wright, 2006). Erityisesti tilastollisesti merkitsevää yhteyttä on löytynyt alakoulun oppilaiden oppimisen kehittymisen ja teknologian hyödyntämisen opetuksessa väliltä (Li & Ma, 2010), ja TEL-menetelmä tarjoaakin mielenkiintoisen lisän perinteisten opetusmenetelmien tueksi (Goodyear & Retalis, 2010). Tutkijoiden mukaan on kuitenkin selvää, ettei TVT:n hyödyntämisessä opetuksessa kerro aukottomasti opetuksen ja oppimisen onnistumisesta, vaan on oltava hyvin perusteltu ja suunniteltu kokonaisuus oppilaiden oppimisen ohjaamiseksi (Kurvinen, Dagienė & Laakso, 2018, 345).

Tieto- ja viestintäteknologian aiheuttamat muutokset opetuksessa saatetaan kuitenkin kokea haasteena opettamisen ja opetuksen näkökulmasta (Kopisto, 2014, 15). Muutokset ilmenevät perinteisten opetusmenetelmien vastavoimana, jossa ei enää seurata vain opettajan ohjeistusta ja samaa materiaalia vaan internetiä, pelillisyyttä ja oma-aloitteisuutta suosivan toimintakulttuurin kanssa (Kupiainen, 2013). Teknologian käytön, sen opettamisen ja ohjeistamisen on huomattu vievän oppitunneilla aikaa varsinaiselta matematiikan opetukselta ja oppimiselta. Mutta on kuitenkin tärkeää tiedostaa, ettei matematiikan opiskelu opeta vain ja ainoastaan matematiikkaa vaan matematiikan lisäksi tärkeitä tulevaisuuden työelämän taitoja, kuten vuorovaikutustaitoja, luovuutta ja oman työn kriittisen arvioinnin taitoja (Silfverberg, 2018, 401–402; POPS, 2014).

2.3 Digitaalisten oppimis- ja opetuspelien ja opettamisen tutkimuskenttä

Pelit toimivat aktivoivina elementteinä, jotka eivät uskomuksista tai myyteistä huolimatta liity pelaajien passivoitumiseen ja muuttumiseen sohvaperunoiksi (ks. Holsti, Takala, Martikainen, Kajastila, & Hämäläinen, 2013). Tutkimuksissa on jo pitkään tiedetty, että pelaamisen kautta oppimiseen vaaditaan peleiltä sisältöä, joka on pelaajalle tarpeeksi haastavaa (Carlson & Misshauk, 1972) sekä riittävän, mutta ei liian viihdyttävä (Henriksen, 2008). Hyvä oppimis- ja opetuspeli sisältää tietynlaisia elementtejä, kuten viihdyttävän pelimekanismin, tarkoin mietityn oppimissisällön sekä ohjatun palaute- ja purkukeskustelun opetussuunnitelman tavoitteiden ja opetuksen tarkoituksen mukaisesti (Whitton, 2009).

Oppimispelitutkimukset ovat viime vuosikymmeninä painottuneet enemmän teoreettisiin eli konstruktivistisiin (Wu, Chiou, Kao, Hu, & Huang, 2012a; Wu, Hsiao, Wu, Lin & Huang, 2012b) ja sosiokulttuurisiin oppimisteorioihin (Squire & Jan, 2007; Egenfeldt-Nielsen, 2007). Konstruktivistisessa oppimisteoriassa oppijaa ei nähdä passiivisena tiedon vastaanottaja vaan aktiivisena tiedon rakentajana (Tynjälä, 1999). Aktiivisen tiedon rakentamisen on havaittu johtavan pysyvämpään oppimiseen (Li & Ma, 2010). Sosiokulttuurinen oppimisteoria puolestaan tarjoaa oppimiseen sosiaalisen ja kulttuurillisen kontekstin sekä pedagogisia muutoksia opetukseen (Egenfeldt-Nielsen, 2007), jotka saattavat opetuksessa asettaa opettajan oppijan rooliin oppimis- ja opetuspelien käytössä (Watson, Mong & Harris, 2011). Nämä oppimisteoriat tukevat hyvin oppimispelien pelinomaisia hyötyjä (Lehtinen, Lehtinen & Brezovsky, 2014), pedagogista näkökulmaa (Devlin, 2011; Habgood & Ainsworth, 2007) ja digitaalisen kulttuurin osallisuutta (Tapscott, 2009; Noppari ym., 2008) sekä haastavat perinteiset opetusmenetelmät (Kupiainen, 2013).

Oppimispelien tutkimusten tarkoituksena ei ole ollut syrjäyttää perinteisiä ja hyväksi koettuja opetusmenetelmiä, vaan tarjota lisätietoja pelaamisen hyödyistä ja haitoista oppimisessa ja opettamisessa. Gabriela Rodriguez-Aflecht (2018) tarjoaa oppimispelien tutkimuksen tueksi ymmärrystä siitä, etteivät oppimispelit paranna tai kehitä yksiselitteisesti oppilaiden motivaatiota opetettavaa oppiainetta kohtaan. Rodriguez-Aflecht (2018) tutki väitöskirjassaan matematiikkaan liittyvän tietokoneavusteisen Number Navigation Game -oppimispelin (myöh. NNG) vaikutusta meksikolaisten ja suomalaisten yläkoululaisten motivaatioon matematiikan oppimista kohtaan. Osatutkimustulosten mukaan NNG:n pelaaminen matematiikan taitoja harjoiteltaessa ei vaikuttanut oppilaiden motivaatioon ja oppimistuloksiin. Oppimispeli kuitenkin herätti ja ylläpiti oppilaiden kiinnostusta oppiainetta kohtaan ja NNG tuotti positiivisia tuloksia oppilaiden aritmeettisissa taidoissa. Saadut tulokset viestivät sitä, ettei oppimispeleillä ole suoranaista vaikutusta oppilaiden motivaatio-ongelmiin matematiikassa. (Rodriguez-Aflecht, 2018.).

Vaikka Prenskyn (2001) tutkimuksen mukaan oppimispelit tuottavat aina jonkinlaista piilossa tapahtuvaa oppimista, niin aina ei voida luottaa pelkästään siihen näkökulmaan (Whitton, 2009). Perinteisen opetuksen tavoin myös oppimiseen tarkoitettu peli vaatii ammattitaitoista ohjaamista opettajalta (Harviainen, Meriläinen & Tossavainen, 2013, 65), pelissä tapahtuvien oppilaiden keskinäisten vuorovaikutusten rakentumista (Hämäläinen & Oksanen, 2012; Marjanen, 2010) sekä palautteen saamista pelin aikana (Järvilehto, 2014, 136; Brosvic, Dihoff, Epstein & Cook, 2006). Yhdistäessä oppimista ja pelaamista, voidaan pitää tärkeänä virstapylväänä tilannetta, jossa pelin tavoitteet kohtaavat opetuksen omat tavoitteet. (Koskinen, Kangas & Krokfors, 2014, 31).

2.4 ViLLE-oppimisympäristössä TVT-tuetun opetuksen lisääjänä

ViLLE (2019) on Turun yliopistossa kehitetty oppimisympäristö, joka soveltuu monien oppiaineiden opetukseen. Tutkimuksessa hyödynnettävä ViLLE käyttää tehtävätyypeissään pelinomaisia rakenteita ja visuaalisuutta sekä kerää tietoa yksittäisten ja ryhmäkohtaisten tehtäväsuoritusten määristä, kestoista ja onnistumisista. Näin voidaan saada selville esimerkiksi kunkin oppilaan hankalaksi kokemia asioita matematiikassa eli solmukohtia. (ViLLE, 2019.)

Tieto- ja viestintäteknologian opetuskäytön tarkoituksena on muun muassa parantaa oppilaiden henkilökohtaisia oppimispolkuja, edistää ja monipuolistaa oppimista sekä innostaa oppilasta oppimaan. Erilaisilla oppimisympäristöillä ja työtavoilla tuetaan eriyttämistä niin oppisisältöjen laajuuden, sisällön kuin etenemisnopeuden osalta. (POPS 2014, 29–30.) ViLLE-oppimisympäristö antaa mahdollisuuden oppilaan valita itselleen mielekkäitä ja sopivan haasteellisia tehtäviä. ViLLEssä olevat tehtävät ovat monipuolisia ja niiden etenemisnopeutta tai tehtävien tekojärjestystä ei usein ole säädetty.

Euroopan laajuisen ESSIE-tutkimuksen mukaan Suomi sijoittui sijalle 28 perusopetuksen yläluokkien tietokoneiden käytön vertailussa. Suomalaiset nuoret suhtautuivat epäilevästi tietokoneiden tarjoamaan tukeen matematiikan opinnoissa. (Wastiau, Blamire, Kearney, Quittre, Van de Gaer & Monseur, 2013.) Vaikka 2000-luvun alun tietokoneiden ja älylaitteiden käyttö matematiikan opetuksessa oli suhteellisen vähäistä, niin opettajien ja opetuksen TVT taitojen kehittyminen lisää tulevaisuudessa teknologian roolia matematiikan opetuksessa (Silfverberg, 2018, 400–401).

3 MATEMAATTISET TAIDOT JA NIIDEN KEHITTYMINEN

Vuosiluokkien 3–6 matematiikan tavoitteina POPS:issa ovat muun muassa lukualueen laajentaminen positiivisiin rationaalilukuihin, yhteen- ja vähennyslasku murtoluvuilla, kymmenjärjestelmän ymmärryksen vahvistaminen sekä innostuksen ja kiinnostuksen ylläpitäminen matematiikkaa kohtaan. (POPS, 2014, 235–237.) Myös muiden maiden opetussuunnitelmissa rationaaliluvut otetaan käsittelyyn alakoulun ylemmillä luokilla (Čadež & Kolar 2018; Son, 2012).

3.1 Matemaattiset taidot

Matematiikka on kokonaisuus, joka muodostuu monista eri tiedoista ja taidoista. Näiden matemaattisten tietojen ja taitojen oppimisen on havaittu olevan kumuloituvaa eli matemaattisten taitojen oppiminen on hierarkkisesti etenevää ja uudet asiat vaativat vanhan tiedon osaamista. Toisin sanoen matemaattisten perustietojen ja -taitojen hallinta mahdollistaa monimutkaisempien taitojen oppimisen. Matematiikan abstraktit rakenteet kuitenkin vaikeuttavat matematiikan ymmärtämistä, jolloin oppiminen on haasteellisempaa. (Malaty, 2003, 99–108; Geary, 2011.)

Dowkerin (1998) mukaan matemaattiset taidot muodostuvat useista eri osatekijöistä, kuten numeerisesta tiedosta, aritmeettisten yhdistelmien muistamisesta, matemaattisten periaatteiden ja käsitteiden ymmärtämisestä, proseduraalisista taidoista ja -tiedoista sekä ongelmanratkaisutaidoista. Numeerinen tieto käsittää lukujen tuntemisen ja kyvyn asettaa lukuja tietyn järjestyksen mukaan. Aritmeettisten yhdistelmien muistamiseen sisältyy esimerkiksi lukujen ja numeroiden lisäämistä, vähentämistä, kertomista ja jakamista. Proseduraalinen, eli menetelmätietoinen ja -taitoinen toiminta, tarkoittaa sitä, kuinka ja millä eri tavoin jokin lasku voidaan laskea, sekä näiden laskustrategioiden joustavaa soveltamista. Ongelmanratkaisutaidot puolestaan kuvaavat kykyä tunnistaa matemaattinen ongelma ja suunnitella sen ratkaisu. (Dowker, 1998.)

3.2 Sukupuolen yhteys matemaattisiin taitoihin ja niiden kehittymiseen

Vuonna 2019 julkaistuissa vuoden 2018 PISA-tuloksissa suomalaisten oppilaiden saamat pisteet olivat tippuneet edellistä mittauskerroista. Suomalaiset oppilaat osasivat matematiikkaa PISAn mukaan edelleen paremmin kuin OECD-maiden oppilaat keskimäärin. Suurimmassa osassa maita pojat osasivat matematiikkaa paremmin kuin tytöt, mutta muun muassa Suomessa tytöt ohittivat poikien PISAn mittaamat matemaattiset taidot vuonna 2012, jota ennen vuodesta 2003 pojat olivat pärjänneet matematiikassa tyttöjä paremmin. (OECD, 2019)

Vuonna 2007 tehty matematiikan kansallisen arvioinnin mukaan 6.-luokkalaiset pojat menestyivät matematiikassa tilastollisesti merkitsevästi tyttöjä paremmin, mutta vuonna 2000 tilanne oli ollut päinvastainen. Vuoden 2007 testissä varsinkin luvut, laskutoimitukset ja algebraosiossa pojat pärjäsivät tyttöjä paremmin. Poikien keskiarvoa nosti etenkin heidän sijoittumisensa tyttöjä useammin osaamistuloksissa tutkimusjoukon yläkvartaaliin. (Niemi, 2008.) Hansen ym. (2015) tutkivat pitkittäistutkimuksessa yhdysvaltalaisten oppilaiden (n = 334) matemaattisten taitojen kehitymistä viidenneltä luokalta kuudennelle luokalle. Tutkimuksessa tutkittiin muun muassa sukupuolten välisiä eroja murtolukujen ymmärtämisessä. Murtolukujen ymmärtämistä tutkittiin niin niiden lukutiheyden, lukusuoralla sijaitsemisen, murtoluvuilla laskemisen sekä jakolaskun ja murtoluvun välisen yhteyden ymmärtämisen suhteen. Sukupuolella ei ollut tutkimuksessa tilastollisesti merkitsevää yhteyttä murtoluvun käsitteen ymmärtämisen tai murtoluvuilla laskemisen kehittymiseen. (Hansen ym., 2015.)

3.3 Matemaattisten taitojen kehittymisen yhteys kiinnostukseen ja minäpystyvyyteen

Lasten matemaattiset taidot kehittyvät yksilöllisesti ja tutkimusten mukaan varhain opituilla matemaattisilla taidoilla on yhteys myöhempään matemaattiseen osaamistasoon ja oppimiseen (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004; Desoete & Grégoire, 2006; Jordan, Kaplan, Locuniak & Ramineni, 2007.) Aikaisempien tutkimusten mukaan oppilaat, joilla oli paremmat esimatemaattiset taidot ennen koulun alkua, kehittyivät matematiikassa nopeammin kuin ne oppilaat, joilla esimatemaattiset taidot olivat heikommat. (Kikas, Peets, Palu & Afanasjev, 2009; Aunola ym., 2004; Jordan, Hanich & Kaplan, 2003.) Oppilaiden väliset taitoerot matematiikassa siis kasvoivat siirryttäessä luokka-asteelta seuraavalle.

Oppilaiden matematiikan taitoerojen kasvaminen liittyy osaltaan kiinnostukseen matematiikkaa kohtaan. Yhdysvalloissa tehdyssä pitkittäistutkimuksessa (n = 288) selvitettiin oppilaiden matematiikan osaamista, kiinnostusta ja koettua hyödyllisyyttä opetusluokilla 5, 7 ja 9. Kiinnostus matematiikkaa kohtaan ja sen koettu hyödyllisyys vähenivät ajan myötä. Sen sijaan oppilaiden käsitys omasta matematiikan osaamistasosta ei muuttunut tilastollisesti merkitsevästi. Toisin sanoen oppilaat kokivat osaamisensa suhteessa toisiin oppilaisiin ja tavoitteisiin samanlaisena vuosiluokalta toiselle siirryttäessä. Lisäksi tutkimuksen mukaan ne oppilaat 5. luokalta, jotka kokivat osaavansa matematiikkaa hyvin, saivat korkeammat testipisteet viisi vuotta myöhemmin lukiossa. (Petersen & Hyde 2017.)

Matematiikkaan ja matemaattisten taitojen harjoitteluun liittyy olennaisesti myös Banduran (1977) minäpystyvyys (*self-efficacy*), joka ilmenee oppilaan omina pystyvyys- ja tulosodotuksina. Minäpystyvyyden pystyvyysodotukset ovat yksilön omaa arviota omista taidoista, ja tulosodotukset liittyvät yksilön omaan arvioon omista kyvyistään (Pajares 1997). Minäpystyvyys eroaa kuitenkin minäkäsityksen ja itsetunnon määritelmistä (Linnenbrink & Pinchrich, 2003), mutta minäpystyvyys ja minäkäsitys ennustavat yhdessä yksilön merkittävää akateemista suoriutumista (Parker, Marsh, Ciarrochi, Marshall & Abduljabbar, 2013), eikä niitä voida erottaa täysin toisistaan esimerkiksi matemaattisten taitojen osaamisen arvioinnissa (Lee, 2009). Minäkäsitys eroaa minäpystyvyydestä erityisesti minäkäsityksen vertailtavan luonteensa puolesta, jossa yksilö vertaa omia taitojaan muiden yksilöiden taitoihin (ks. Linnenbrink & Pintrich, 2003; Parker ym., 2013).

Tutkimusten mukaan alakoulun alaluokkien oppilaiden käsitys matematiikasta on hyvin vajavaista (Young-Loveridge ym., 2006), mutta oppilaiden käsitykset muuttuvat tarkemmiksi ja arvosanaperusteisemmaksi kolmannelle luokalle siirryttäessä (Kloosterman, Raymond & Emenaker, 1996). Jos oppilaan pystyvyysodotukset ja luottamus omaan toimintaan ovat korkealla, niin usein tulokset ovat hyviä ja vastaavasti oppilaan suhtautuminen epäilevästi omiin taitoihin vaikuttaa negatiivisesti omaan tulosodotukseen ja sen kautta omaan suoriutumiseen (Bandura, 2006). Kokonaisuudessaan oppilaan omaan minäpystyvyyteen liittyvät käsitykset vaikuttavat yksilön itselleen asetettuihin tavoitteisiin ja tehtävään sitoutumiseen eli siihen, kuinka paljon oppilas on valmis tekemään töitä saavuttaakseen uuden taidon vaatimusten vaatimalla tasolla. (Bandura, Freeman & Lightsey, 1999; Bandura, 2006; Pajares, 1997; 2002; 2006.)

3.4 Murto- ja desimaalilukujen oppimisen haasteet

Rationaaliluvuilla lukujen tiheys ei ole samalla tavalla vakio kuin luonnollisilla luvuilla vaan kahden rationaaliluvun väliin mahtuu aina ääretön määrä muita rationaalilukuja. Tämän takia rationaaliluvuilla ei ole olemassa luvun seuraajaa toisin kuin luonnollisilla luvuilla. Ennen rationaalilukujen opettelua on suurelle osalle oppilaista syntynyt vahva käsitys lukujen ominaisuuksista luonnollisten lukujen perusteella. Tämä vaikeuttaa oppilaiden murto- ja desimaalilukujen oppimista. Tätä vaikeutta oppia rationaalilukuja kutsutaan luonnollisten lukujen aiheuttamaksi harhaksi. (Van Hoof, Verschaffel & Van Dooren, 2015; Vamvakoussi, Van Dooren & Verschaffel, 2012.)

Lukutiheyden lisäksi oppilaat pitävät luonnollisten lukujen aiheuttaman harhan vuoksi esimerkiksi lukua 0,15 monesti suurempana kuin lukua 0,5, sillä luku 15 on suurempi kuin luku 5. Lisäksi luvun, myös sen desimaaliosan, pituus vaikuttaa siihen, kuinka suurena lukua pidetään. (Van Hoof, Verschaffel & Van Dooren, 2015; Vamvakoussi, Van Dooren, Verschaffel, 2012.) Siirryttäessä luonnollisista luvuista rationaalilukuihin, tarvitaan käsitteellistä muutosta lukujen ja laskutoimitusten ajattelussa, jotta luonnollisten lukujen aiheuttamaa harhaa saadaan pienennettyä (McMullen ym., 2015).

Tutkimusten mukaan vain alle 30 prosenttia kreikkalaisista ja belgialaisista 9.-luokkalaisista tiesi, että kahden rationaaliluvun välissä on ääretön määrä muita lukuja. Toisen tutkimuksen mukaan yli puolet 9.-luokkalaisista ei hahmottanut rationaalilukujen suuruuksia ja tiheyttä oikein vaan esimerkiksi suuri osa tutkittavista ajatteli, että lukujen $2/5$ ja $4/5$ välissä olisi vain yksi luku. Tutkimuksissa on havaittu, että 6.-luokkalaiset oppilaat hahmottavat usein oikein lukujen $\frac{2}{6}$ ja $\frac{3}{6}$ suuruuseron, mutta eivät enää hahmota lukujen $\frac{2}{6}$ ja $\frac{2}{7}$ suuruuseroa. Tästä voidaan päätellä, että ainakin osa oppilaista ei hahmota murtolukua yhtenä yksittäisenä lukuna. (Vamvakoussi, Van Dooren & Verschaffel, 2012.)

Oppilailla on havaittu neljä erilaista strategiaa, joiden avulla murtolukuja lasketaan. Ensimmäinen strategia on oikea strategia, toisessa strategiassa oppilas käyttää osoittajia ja nimittäjiä toisistaan irrallisina kokonaislukuina. Kolmannessa strategiassa oppilas muistaa joitain murtolukujen laskusääntöjä, mutta käyttää niitä väärän laskutoimituksen yhteydessä. Neljäs strategia on vastauksen arvaaminen tai tehtävän väliin jättäminen. (Siegler, Thompson & Schneider, 2011.)

Numeeristen taustatekijöiden lisäksi matematiikan vaikeuksia laskemisessa ja lukujen prosessoinnissa selittävät kognitiiviset tekijät, kuten kielelliset oppimisvaikeudet tai työmuistin ongelmat (Koponen, Salminen & Sorvo, 2018, 329). Matematiikan oppimisvaikeuksilla tarkoitetaan matematiikan oppimiseen liittyviä ongelmia tai vaikeuksia, joiden vaikeusasteet ja taustat ovat hyvin monimuotoisia (Rubinstein & Henik, 2006). Matematiikan oppimistulosten heikentymisellä on havaittu olevan yhteys kiinnostuksen ja motivaation huolestuttavaan vähenemiseen jo peruskoulun aikana (Kupari ym., 2013; Metsämuuronen, 2013).

3.5 Välitön palaute

Oppilaiden tulee saada toiminnastaan oppimista tukevaa palautetta, joka on kohdennettu tarkasti, rakentavasti sekä kriittisesti (Lehtinen, Hannula-Sormunen, McMullen & Gruber, 2017, 18). Välittömän palautteen saamisella tarkoitetaan oppilaan heti saamaa palautetta, jonka on esimerkiksi huomattu edistävän keskittymistä peliin eli pelaajan pysymistä flow-tilassa (Järvilehto, 2014, 142). Tutkimusten mukaan oppilaat käyttivät enemmän aikaa välittömän palautteen läpikäymiseen kuin myöhemmin saatuun palautteeseen, vaikka palaute olisi muuten samanlaista. Palaute, joka antaa oikein tai väärin lasketusta tehtävästä lisäinfoa tai vinkkejä oikean ratkaisun saamiseen, kehittää oppilaiden oppimista enemmän verrattuna palautteeseen, joka kertoo vain vastauksen oikeellisuuden tai vastauksen oikean arvon. (Van der Kleij, Eggen, Timmers & Veldkamp, 2011, 269; Van der Kleij, Feskens & Eggen, 2015.)

Pelillisissä ympäristöissä annetaan aina jonkinlaista palautetta ja kuten Järvilehto (2014, 136) asian muotoilee "Peli antaa välitöntä palautetta erittäin taitavasti." Välittömän palautteen antaminen pelaamisen aikana on osoittautunut myös tehokkaaksi keinoksi rakentaa oppilaiden itsetuntoa, sillä se tukee niin virheistä oppimista kuin virheen tuottaman epäonnistumisen tunteen käsittelyä (Attard & Curry, 2012).

Brosvicin ym. (2006) tutkimuksessa ei havaittu kahden eri palautemenetelmän eroja, kun vertailtiin välittömän palautteen paperista eroa opettajan antamaan vastineeseen. Tulosten mukaan välittömän palautteen hyöty ei laske, vaikka se annettaisiin muuna muotona kuin opettajan toimittamana. Paperisena annettua palautetta voidaan soveltaa tietokoneen antamaan muotoon (Brosvic ym., 2006). Lisäksi välittömän palautteen antamat hyödyt tukevat ajatusta, että matematiikan oppimispeleillä on mahdollista tukea niiden oppilaiden kiinnostusta matematiikkaa kohtaan, joita matematiikka ei lähtökohtaisesti innosta (Lehtinen, Lehtinen & Brezovsky, 2014).

Lisäksi POPS 2014 vaatii, että oppilaille on annettava jatkuvasti kannustavaa ja oppimista tukevaa palautetta (POPS, 2014, 47). ViLLEssä on mahdollista antaa välitöntä palautetta oppilaille kaikilla edellä mainituilla tavoilla. ViLLEssä laskun oikeellisuus selviää usein ainakin saman tunnin aikana, jolloin oppilas todennäköisemmin jää pohtimaan, mikä laskussa meni väärin verrattuna läksyjen tarkastamiseen nopeasti esimerkiksi seuraavalla matematiikan oppitunnilla.

4 HARJOITUSMÄÄRÄN MERKITYS OPPIMISESSA

Tutkimuksen yhtenä tarkoituksena on selvittää, miten laskettujen tehtävien määrä on yhteydessä rationaalilukujen oppimiseen. Idea tuli ViLLE-tiimin kanssa käydyissä keskusteluissa, jossa pohdittiin yhteistyötä tutkijoiden ja heidän tiiminsä välillä. ViLLE-tiimi oli kiinnostunut selvittämään, että onko olemassa "tehtyjen tehtävien määrän raja-arvoa, jonka jälkeen olisi kaikissa tapauksissa järkevää siirtyä seuraavaan aihealueeseen".

4.1 Harjoitusmäärän yhteys matemaattisten taitojen kehitykseen

Harjoittelu on yksi tärkeimmistä oppimista tuottavista komponentista oppimisprosessissa (Dick, Carey & Carey, 2005), ja palautteen yhdistäminen harjoitteluun on koettu kognitiivisen tutkimuksen kentällä laajasti hyväksyttävänä tosiasiana oppimisen edistäjänä (Dietz, Goldman, Heffernan, Heffernan, Pellegrinao & Soffer, 2012). Oppimisen edistäjänä toimii Boekaertsin (1992; 1996) mukaan myös oppimisen itsesäätely (*self-regulated learning*), joka linkittyy oppilaiden käsitykseen tiedon tai taidon riittävästä harjoittelusta. TVT mahdollistaa harjoittelemisen laajuuden ja määrän, mutta monien tutkimusten mukaan TVT:n käyttäminen opetuksessa ei paranna yksiselitteisesti oppimistuloksia (OECD, 2015). On silti näyttöjä siitä, että toistoihin perustuvilla oppimis- ja opetuspeleillä on olemassa merkityksellinen osa matematiikan oppimisessa. Kurvisen, Dagienen & Laakson (2018) tekemän 15-viikkoisen tutkimuksen mukaan oppilaiden suoriutuminen matematiikassa, erityisesti aritmeettisissa taidoissa, parani selvästi kahden eri vertailuryhmän välillä. Kontrolli- ja testiryhmien välillä todettiin merkitsevä ero aritmeettisissa taidoissa ja suoriutumisessa varsinkin niillä oppilailla, jotka saivat käyttää matematiikan opiskelussaan ViLLE-oppimisympäristöä (Kurvinen, Dagiene & Laakso, 2018, 344). Vastaavanlaista tulosta on saatu myös Kurvisen ym. (2014) ViLLEn käytön tuloksista, jossa tutkittiin 1.-luokkalaisten matematiikan aritmeettisesta suoriutumista oppimispelien ja välittömän palautteen avulla. Kymmenen viikon jaksolla ilmeni, että testiryhmän oppimistulokset olivat merkitsevästi yhteydessä oppimispeleihin, ja merkitsevä ero löytyi myös testiryhmän ja kontrolliryhmän oppilaiden asenteista matematiikkaa kohtaan (Kurvinen, Lindén, Rajala, Kaila, Laakso & Salakoski, 2014).

Toistettavien tehtävien tutkimustulokset matematiikassa ovat osoittaneet, että harjoitusmäärällä on ollut positiivinen yhteys oppilaiden matemaattisten taitojen oppimiseen ja innostukseen matematiikkaa kohtaan. Meta-analyysi 17 eri tapaustutkimuksesta, joihin osallistui 55 oppilasta (n = 55), kertovat, että matematiikan harjoitteleminen toistoihin perustuvilla tehtävillä tuottavat parhaimman oppimisen tuloksen (Codding, Burns & Lukito, 2011). Matemaattisten perustaitojen nopeuden ja tarkkuuden harjoitteleminen oppimispelin avulla oli innostanut oppilaita matemaattisten perustaitojen harjoitteluun (Williams, 2000). Williams (2000, 20) suosittelee opettajia hyödyntämään opetuksessaan myös digitaalisia ympäristöjä esimerkiksi pelien muodossa, jotta oppilaat saadaan innostettua matemaattisten perustaitojen harjoitteluun. Myös kouluopetuksen psykologien ja kasvatusasiantuntijoiden tulee hyödyntää esimerkiksi lyhyitä toistoharjoitteluihin perustuvia interventioita, joiden avulla maksimoidaan oppilaiden onnistumista eri taitojen harjoittelussa (Joseph ym., 2012).

Toisen laajemman matemaattisten taitojen oppimista käsittelevän tutkimuksen mukaan 5.-luokkalaiset oppilaat paransivat osaamistaan toistoihin perustuvan matematiikan oppimispelin avulla viidessä eri koulussa ympäri Yhdysvaltoja (Chang ym., 2016). Tutkimuksessa perehdyttiin matemaattisten taitojen ja osaamiseen kehittämiseen kolmella eri matematiikan sitoutumisen (*engagement*) tasolla. Vertailuryhmä toteutti tutkimuksen kynäpaperi -asetelmalla ja tutkimusryhmä oppimispeliä pelaamalla. Tulosten mukaan oppimispeleissä sekä pojat että tytöt paransivat matematiikan osaamistaan eri sitoutumisen tasoilla, mutta kynäpaperi -asetelmassa havaittiin merkittävää vähentymistä poikien matematiikkaan sitoutumisessa. (Chang ym., 2016.) Toisaalta oppimispelien toistoihin perustuvien toimintojen ei tulisi olla pitkäkestoisia, sillä lyhytkestoisella matemaattisten perustaitojen harjoittelemisella on havaittu olevan myönteisempi yhteys matemaattisten taitojen oppimiseen kuin oppimispelin pitkäaikaisemmalla käytöllä (Flores, Inan & Lin, 2013).

Toistoharjoituksilla on ollut positiivinen yhteys oppimiseen muidenkin oppiaineiden ja aihealueiden harjoittelussa kuin matemaattisten taitojen opettelemisessa. Kielten oppimisen yhteydessä toteutettu runsas opettelukorttien (*flashcards*) käyttö lisäsi oppilaiden sanojen lukemista ja muistamista 5.-luokkalaisilla oppilailla (Joseph ym. 2012). Sanojen tunnistamista tuki enemmän toistoihin perustuva harjoittelu kuin perinteiset paperiset menetelmät (Mulé ym., 2018). Kahden kielen, englannin ja puolan, rinnakkainen hyödyntäminen ja toistoihin perustuva harjoittelumenetelmä oli saanut opiskelijoilta erityistä ja myönteistä mainintaa opetuksen tehokkuudesta ja sen käyttökelpoisuudesta (Scheffler, 2016). Fysiikan aiheiden oppimista ja käsitteellistämistä tuki tehtävien toistomääriin perustuvan mallin hyödyntäminen (Wenno, Wattimena & Maspaitela, 2016). Toisaalta myös liikunnan uimaopetuksen kuivaharjoittelun koettiin edistävän käsivetojen motoriikkaa, joka edisti uintitekniikkaa paremmaksi riippumatta siitä, oliko uimari edistynyt vai aloittelija (Zhang, 2014). Tämä tarkoittanee sitä, että toistoihin perustuvien harjoitusten yhteys oppimiseen voi olla myönteinen, vaikka oppimisen kohde olisi fyysistä.

4.2 Haasteet ja hyödyt harjoitusmäärien käyttämisestä opetuksessa

Useissa tutkimuksissa on havaittu, etteivät toistoihin perustuvat menetelmät ole yksiselitteisiä ja niiden tueksi tarvitaan uusia kokeellisia lisätutkimuksia ja -mittauksia (ks. Mulé ym., 2018, Scheffler, 2016, Maspaitela, Wattimena & Wenno, 2016). Vaikka toistoihin perustuvissa oppimisen tutkimuksissa ei saada tarkkaa tietoa toistojen merkityksestä oppimiseen, on silti tärkeää, että aihetta tutkitaan useista eri näkökulmista aiheen kokonaisymmärryksen saavuttamiseksi. Lehtisen, Hannula-Sormusen, McMullenin ja Gruberin (2017) tutkimuksessa perehdyttiin toistoihin perustuvan ja harkitun harjoittelun eroista matemaattisten taitojen kehittymisessä. Erityisesti on tunnistettava, että tyypillinen matematiikan harjoitteleminen toistoihin perustuvalla menetelmällä, joiden tarkoituksena on automatisoida matemaattisia perustaitoja, saattaa johtaa joustamattomiin rutiinitaitoihin matematiikassa. Tutkijoiden mukaan matematiikan oppiminen ja opetus on koettu yksinkertaiseksi toistoihin perustuvaksi harjoitteluksi ilman harjoittelun merkityksen syvällisempää analyysiä. Tämä johtaa siihen, että rutiininomainen toistoihin perustuva harjoittelu saattaa rajoittaa oppilaan matemaattisten taitojen kehittymistä, ja harkitulla harjoittelulla on saatu hyviä ja jatkuvia oppimistuloksia esimerkiksi muidenkin taitojen oppimisessa. (Lehtinen ym., 2017.)

Toistoihin perustuvan harjoittelun epäkäytännöllisyyttä on ilmennyt muissakin tutkimuksissa. Yu & Chen (2013) tutkivat tehtävien tekijän roolia, sekä tämän yhteyttä opetettavaan asiaan. He vertailivat, miten oppilaan oppilaalle ja opettajan oppilaalle tekemät tehtävät vaikuttivat oppimiseen. Tulosten mukaan oppilaiden toisilleen tuottamat toistoihin perustuvat tehtävät eivät lisänneet merkittävästi oppimista, eikä oppilaiden tuottamien toistotehtävien, tai muiden tehtävätyyppien, väliltä löytynyt yhteyttä oppilaiden oppimiselle tai taitojen kehittymiselle. (Yu & Chen, 2013, 327–328). Toistoihin perustuvat tehtävät jakavat ajatuksia myös oppilaiden ja opettajien keskuudessa. Hollantilaisen tutkimuksen mukaan 5.–6.-luokkalaiset kokivat tietokoneavusteisen oppimispelin hankalana tietokoneen toimintojen kankeuden takia, ja suurin osa tutkimukseen osallistuneista oppilaista kokivat tekevänsä mielellään kirjan kuin tietokoneella suoritettavia tehtäviä. Sen sijaan opettajat kokivat hyötyvänsä TVT:stä sen ollessa yksinkertainen tapa toteuttaa toistoon perustuvia matematiikan tehtäviä. Oppilaiden käsitykset TVT:stä osoittivat sen, että TVT:n hyödyntäminen opetuksessa ei yksiselitteisesti näyttäydy oppilaille luonnollisena motivaation tai innostuksen lähteenä. (Kuiper & de Pater-Sneep, 2014.)

Oppimispeleihin liittyvä tarkempi selvitys paljasti, että merkityksellä ja innostavilla pelimekaniikoilla tai pelinomaisuudella varustetut oppimispelit tuottivat enemmän oppimiseen viittaavaa tulosta kuin toistoihin perustuvat oppimispelit (Chiu, Kao & Reynolds, 2012, 107), koska merkitykselliset ja innostavat pelit mahdollistivat oppilaita laajempaan interaktiiviseen toimintaan. Lin & Liu (2009) tutkivat koneella kirjoittamisen oppimista kahden eri menetelmän avulla, jossa tutkimukseen osallistunut testiryhmä harjoitteli koneella kirjoittamisen oppimista pelinomaisessa ympäristössä ja kontrolliryhmä harjoitteli samaa taitoa toistoihin perustuvilla tehtävillä. Tulosten mukaan kummatkin opetusmenetelmät kehittivät oppilaiden koneella kirjoittamisen taitoja, mutta kummassakin menetelmässä havaittiin sekä hyötyjä että haittoja (Lin & Liu, 2009). Tämä osoittaa sen, että opetuksessa hyödynnettävä pelinomaisuus ei tuo pelkästään hyötyjä erilaisten taitojen oppimiselle, vaan TVT:n hyödyntäminen opetuksessa sisältää myös epäselviä tuloksia taitojen oppimiseen.

5 TUTKIMUSKYSYMYKSET

1. **Miten ViLLE-oppimisympäristössä laskettujen rationaalilukutehtävien määrä on yhteydessä oppilaan matematiikan oppimistuloksiin?**

ViLLE-oppimisympäristössä tehtyjen tutkimusten mukaan ViLLEä käyttäneiden oppilaiden matemaattiset taidot ovat parantuneet kontrolliryhmiä enemmän. ViLLEn käyttö 15 viikkoa kestäneessä tutkimuksessa kehitti 5. luokan oppilaiden aritmeettisia taitoja enemmän kuin vain oppikirjoja käyttäneellä kontrolliryhmällä (Kurvinen, Dagiene & Laakso, 2018). Vastaavasti ViLLEn käyttö kymmenen viikon ajan lisäsi ensimmäisen luokan oppilaiden matematiikan oppimista enemmän verrattuna kynäpaperimenetelmää hyödyntäneeseen kontrolliryhmään. Lisäksi ViLLEä käyttäneiden oppilaiden asenne matematiikkaa kohtaan muuttui myönteisemmäksi verrattuna kontrolliryhmään. (Kurvinen ym., 2014.) Voidaan siis olettaa, että ViLLEssä laskettujen tehtävien määrällä on positiivinen yhteys oikein ratkaistujen rationaalilukutehtävien oppimiseen alku- ja lopputestin välillä.

2. **Miten ViLLE:ssä laskettujen rationaalilukutehtävien määrät ovat yhteydessä matematiikan oppimistuloksiin alku- ja lopputestin välillä?**
   2.1. Miten sukupuoli on yhteydessä oppimistuloksiin?
   2.2. Miten luokka on yhteydessä oppimistuloksiin?
   2.3. Miten oppilaan alustava taitotaso on yhteydessä oppimistuloksiin?

Oppilaiden matemaattisten taitojen kehittymistä on tutkittu myös muissa toistoihin perustuvissa tutkimuksissa. Meta-analyysi 17 eri tutkimuksesta paljasti, että toistoihin perustuvien tehtävien tekeminen tuotti parhaan oppimisen tuloksen (Codding, Burns & Lukito, 2011).

Sukupuolten välisiä eroja oppimistuloksiin selvitettiin Changin ym. (2016) tutkimuksessa, jonka mukaan matematiikan oppimispeliä pelanneiden oppilaiden, sekä poikien että tyttöjen, matematiikan osaaminen kehittyi ja heidän sitoutumisensa matemaattisten taitojen harjoitteluun oli korkeampi kuin heidän kontrolliryhmällään. Sukupuolten väliset erot matemaattisissa taidoissa ovat olleet useissa eri tutkimuksissa (OECD 2019; Niemi 2008) tilastollisesti merkitseviä. Sukupuolten paremmuusjärjestys on tästä huolimatta vaihdellut eri tutkimusten ja tutkimuskertojen välillä niin Suomessa kuin maailmalla. Hansenin ym. (2015) tutkimuksessa ei havaittu sukupuolten välillä tilastollisesti merkitsevää eroa matemaattisten taitojen kehittymiseen alakoulun ylemmillä luokilla. Toisin sanoen varmaa hypoteesia sukupuolten eroista rationaalilukujen oppimiseen ei voida antaa.

Koska oppilaan pystyvyysodotukset linkittyvät vahvasti oppilaan osaamiseen ja tehtäviin sitoutumiseen (Bandura, 2006; Pajares, 1997; Wigfield & Eccles, 2000; Schweinle & Mins, 2009) niin voidaan olettaa, että oppilaan parempi alustava taitotaso lisää ViLLEssä tehtyjen tehtävien määrää. Lisäksi voidaan olettaa, että oppilaiden välinen taitoero kasvaa (ks. Petersen & Hyde, 2017; Codding, Burns & Lukito, 2011).

3. **Miten ViLLEssä laskettujen murtoluku- ja desimaalilukutehtävien määrät ja oppilaiden oppimistulokset ovat yhteydessä oppilaan omaan käsitykseen osaamisestaan tai tehtävien merkityksestä?**
   3.1. Miten sukupuoli on yhteydessä oppilaiden käsitykseen osaamisestaan tai tehtävien merkityksestä?
   3.2. Miten luokka on yhteydessä oppilaiden käsitykseen osaamisestaan tai tehtävien merkityksestä?
   3.3. Miten oppilaan alustava taitotaso on yhteydessä oppilaiden käsitykseen osaamisestaan tai tehtävien merkityksestä?

Oppilaan oppimisen itsesäätelyn käsitys harjoittelun merkityksestä oppimiseen lisää myös motivaatiota harjoittelua kohtaan (Boekaerts, 1992; 1996). Lisäksi oppilaiden oppimistulosten yhteys heidän arvioonsa laskettavasta tehtävämäärästä oli korkeampi niin laskutehtävien kuin ongelmanratkaisutehtävien osalta (Vermeer, Boekaerts & Seegers, 2000, 315). Toisaalta tutkimuksissa on havaittu, etteivät toistoihin perustuvat oppimispelit lähtökohtaisesti kehitä oppilaiden motivaatiota oppiaineen opiskelua kohtaan, vaan oppimispelit toimivat enemmän innostavana elementtinä harjoittelulle (ks. Holsti ym., 2013) verrattuna perinteisiin menetelmiin. Tämän vuoksi voidaan olettaa, että laskettujen tehtävien määrällä ja oppilaiden oppimistuloksilla ei ole suoraa yhteyttä oppilaiden omaan käsitykseen riittävästä harjoittelusta.

Vermeerin, Boekaertsin ja Seegersin (2000, 315) tutkimuksessa havaittiin, että poikien ja tyttöjen matematiikkaan liittyvä motivaatio erosi toisistaan. Kyselyn mukaan tyttöjen motivaatio matematiikkaa kohtaan suurempaa kuin pojilla. Lisäksi poikien sitoutuminen matematiikan oppimiseen väheni, kun opetuksessa hyödynnettiin perinteisiä opetusmenetelmiä (Chang, ym. 2016). Tutkimustulosten (Vermeer, Boekaerts ja Seegers, 2000; Chang ym., 2016) perusteella sukupuolten välillä on eroja oppilaiden omasta käsityksestään riittävästä opettelusta tehtävän suoriutumisen suhteen.

Oppilaiden käsitykset toistoihin perustuvasta harjoittelusta saattaa poiketa toisistaan myös luokkien välillä. Hollantilaisen tutkimuksen mukaan 5.–6. -luokkalaiset oppilaat kokivat tietokoneavusteisen oppimispelin liian rajoittavaksi ja kankeaksi oppimisympäristöksi, joka saattoi osaltaan vaikuttaa oppilaiden innostumiseen ja motivaation matematiikan oppimista kohtaan (Kuiper & de Pater-Sneep, 2014), vaikka Changin ym. (2016) tutkimuksessa juuri perinteiset opetusmenetelmät laskivat opiskelun motivaatiota. Luokkien välillä saattaa siis olla hyvinkin suuria eroja sen suhteen, kuinka he kokevat ViLLEn merkityksen matematiikan harjoittelussa.

6 TUTKIMUSMENETELMÄT

Tutkimus aloitettiin syksyllä 2018 perehtymällä aikaisempaan tutkimukseen sekä keskustelulla ViLLE-tiimin kanssa heidän toiveistaan tutkimuksensa sisällöstä. Kevään 2019 aikana tutkimusta jatkettiin tutkimusjoukon valinnalla. Aineistoa kerättiin syksyn 2019 aikana ja aineisto analysoitiin kevään 2020 aikana.

6.1 Tutkimusjoukon valinta

Tutkimusjoukoksi (N = 147) valikoitui seitsemän varsinaissuomalaista viidettä luokkaa. Luokkien otanta tapahtui valikoivasti sen mukaan, miten tutkijat tiesivät luokkien käyttävän ViLLE-oppimisympäristöä. Luokkien oli pitänyt käyttää ViLLEä aikaisempina vuosina ennen tutkimuksen aloitusta sekä käyttää sitä varmuudella myös koko tutkimuksen ajan. Näin pyrittiin varmistamaan, ettei oppimisympäristön uutuus oppilaille vaikuta tutkimustuloksiin esimerkiksi uutuuden viehätyksen tai käyttövaikeuksien takia.

6.2 Tutkimuksen kulku ja tiedonkeruumenetelmä

Keväällä 2019 kuntien sivistystoimista haettiin luvat tutkimuksen tekemiseen. Kunkin kunnan sivistystoimesta saatujen lupien jälkeen koulujen rehtoreihin sekä luokkien opettajiin oltiin yhteydessä, jolloin heille selvennettiin tutkimuksen kulkua, sen vaikutusta opetukseen sekä mahdollisia hyötyjä oppilaiden oppimiseen. Tutkimukseen mukaan tulleiden luokkien opettajat lähettivät oppilaiden huoltajille elokuussa 2019 tutkimuslupalomakkeen (Liite 3).

Oppilaiden ja heidän huoltajiensa kirjallinen lupa osallistua tutkimukseen kerättiin ennen aineistonkeruun alkua. Neljä oppilasta, joilla ei ollut kirjallista lupaa osallistua tutkimukseen, saivat osallistua tutkimuksen eri vaiheisiin. Heidän vastauksensa ja mahdolliset muut tiedot tuhottiin välittömästi testien jälkeen, jolloin edes tutkijat eivät katsoneet lainkaan näiden oppilaiden vastauksia yksilökohtaisesti.

Aineistonkeruu aloitettiin alkutestillä, jossa oppilaat laskivat paperilla rationaalilukujen yhteen- ja vähennyslaskuja 15 minuutin ajan. Ennen testiä oppilaille kerrottiin, että tutkimus olisi aina mahdollista keskeyttää ja ettei testisuoritus vaikuta heidän matematiikan arvosanaansa. Lisäksi oppilaille kerrottiin, että oppilaiden anonymiteetistä pidetään huolta eli vain tutkimuksen tekijät näkevät oppilaskohtaiset tulokset.

Laskutehtäviä oli yhteensä 40 kappaletta (Liite 2), joista desimaalilukulaskuja oli 17 kappaletta ja murtolukulaskuja 23 kappaletta. Esitestauksella oli varmistettu, että tehtäviä oli riittävästi kattoefektin välttämiseksi. Alkutestin laskuista 13 ensimmäistä oli aikaisemmasta murto- ja desimaalilukuja käsittelevästä tutkimuksesta. Tuosta testistä valikoitiin yhteen- ja vähennyslaskut, sillä testissä olleet kerto- ja jakolaskut eivät kuulu POPS 2014 vaatimuksiin vuosiluokille 3–6 (POPS, 2014, 236). Loput laskuista tutkijat suunnittelivat itse. Laskuissa otettiin huomioon sekalukujen muuttaminen murtoluvuksi, murtolukujen supistaminen ja laventaminen samannimisiksi, kymmenylitys sekä desimaaliosien suuruuserot. Tehtävät rakennettiin POPS 2014 tavoitteiden mukaisesti ottaen mahdollisimman hyvin huomioon aikaisempien tutkimusten (Van Dooren & Verschaffel, 2012) perusteella oppilaiden hankaliksi kokemat asiat desimaali- kuin murtolukujen osalta.

Laskujen lisäksi oppilailta kysyttiin kysymyslomakkeella (Liite 1) heidän omaa kyänsä ja innostusta laskea murto- ja desimaalilukulaskuja niin testin yhteydessä kuin yleisesti matematiikan tunneilla. Kysymykset olivat aikaisemmasta tutkimuksesta (Vermeer, Boekaerts ja Seegers, 2000.) Kysymykset suomennettiin ja niitä muokattiin paremmin suomalaiseen koulutusjärjestelmään sopivaksi. Alkuperäisen tutkimuksen summamuuttujat muodostuivat kysymyksistä 1–8 (Subjektiivinen kompetenssi), 9–11 (tehtävän viehätys), 12–13 (Henkilökohtainen merkitys) ja 14–17 (Oppimisen tarkoitus).

Seuraavien kahdeksan viikon ajan tutkimukseen osallistuneet luokat käyttivät yhden matematiikan tunnin viikossa laskien murto- ja desimaalilukulaskuja ViLLEssä. Yhden tunnin valinta tutkimuksessa perustuu Floresin, Inan ja Linin (2013) tuloksiin, joissa havaittiin oppimispelin ja toistoihin perustuvan harjoittelun lyhytkestoisuudella olevan myönteinen yhteys matemaattisten taitojen oppimiseen kuin pitkäkestoisella harjoittelulla. ViLLEen oli koottu laaja tehtäväpaketti murto- ja desimaaliluvuista, joista tutkimuksen aikana opettajilla oli mahdollisuus valita omasta mielestään sopivimmat. Oppilaiden tehtävien määräksi tutkimuksessa otettiin ViLLEssä oikein laskettujen laskujen määrä. ViLLEssä suurin osa tehtävistä on sellaisia, että oppilaat saivat välittömän palautteen siitä, mitkä laskut he olivat laskeneet oikein.

Kahdeksan viikon kuluttua alkutestistä oppilaille pidettiin lopputesti, jossa laskettavat laskut ja kysyttävät kysymykset olivat samat kuin alkutestissä. Myös lopputestin yhteydessä oppilaille annettiin mahdollisuus keskeyttää tutkimus. Kahdeksan viikon aikajaksoa hyödynnettiin osallistuvien opettajien toiveen mukaisesti.

6.3 Aineiston analysointi

Alku- ja lopputestin laskutehtävät tarkistettiin mekaanisesti ja kaikki tulokset siirrettiin SPSS 26 -tilasto-ohjelmaan (IBM SPSS 26). Alkutestiin osallistuneista oppilaista 9 ei enää osallistunut lopputestiin, sillä he olivat poissa koulusta lopputestin suorituspäivänä. Aineistosta jouduttiin poistamaan kolmen oppilaan tiedot, sillä heiltä puuttui yli kolmannes vastauksista joko alku- tai lopputestin yhteydessä kysyttyihin kysymyksiin. Lisäksi aineistosta poistettiin kuusi oppilasta, jotka olivat tehneet ViLLEssä palautuksia alle viitenä eri päivänä. Näin ollen aineiston kooksi saatiin 125 ($n = 125$) oppilasta.

Desimaalilukulaskuissa hyväksyttiin vain oikea vastaus eli esimerkiksi pyöristettyjä muotoja ei hyväksytty. Murtolukulaskuissa hyväksyttiin sekä sievennetty muoto, sekalukumuoto että supistamaton muoto. Murtolukutehtävissä ei kuitenkaan hyväksytty oikeiksi vastauksiksi muotoja, jotka olisivat matemaattisesti ajateltuna vääriä, vaikkakin laskin antaisi niistä oikean vastauksen. Tämänkaltaisia vastauksia olisivat esimerkiksi olleet $2\,\frac{0{,}5}{5}$ tai $1\,\frac{0}{4}$

Kysymykset 5 ja 6 käännettiin niin alku- kuin lopputestin osalta. Alku- ja lopputestin kysymyksille tehtiin frekvenssitaulukko, josta havaittiin, että enää vain alkutestin kysymyksistä 14 ja 17 puuttui yksi arvo. Nämä kaksi puuttuvaa arvoa korvattiin regressioimputoinnilla, jossa analyysi hyödynsi kaikkien oppilaiden antamia vastauksia alkutestin kysymyksiin 1–17.

Vermeerin, Boekaertsin ja Seegersin (2000) aiemmasta tutkimuksesta otetuista kysymyksistä ei tässä tutkimuksessa voinut muodostaa vastaavia summamuuttujia (SM1–SM4) kuin aiemmassa tutkimuksessa. Alun perin suunniteltujen summamuuttujien Cronbachin alfa -arvot olivat liian pieniä (Taulukko 1) kahden viimeisen suunnitellun summamuuttujan osalta niin alku- kuin lopputestissä. Tämän vuoksi alku- ja lopputestin kysymyksille tehtiin faktorianalyysi, jonka avulla selvitettiin mahdollisia uusia pääkomponentteja. Jotta faktorianalyysiä voidaan soveltaa pääkomponenttianalyysiin, niin Laiser-Meyer-Olkin testin arvo tulee olla suurempi kuin 0,5. Nyt alkukyselyn osalta KMO-arvo oli 0,81 ja loppukyselyssä KMO-arvo oli 0,81. Lisäksi Bartlettin testillä selvitettiin, että esiintyykö muuttujien välillä nollasta poikkeavia korrelaatioita, kuten pitäisi, jotta pääkomponenttianalyysin käyttö olisi järkevää. Bartlettin testillä saatiin sekä alku- että loppukyselyssä erittäin merkitsevä tulos ($p < 0{,}001$), mikä tukee pääkomponenttien hyödyntämistä. Seuraavaksi tutkittiin suorakulmarotaation latausten arvoja, sillä suorakulmarotaatio helpottaa latausten tulkintaa. Alkukyselyn osalta pääkomponentteja tuli viisi kappaletta ja loppukyselyn perusteella neljä kappaletta.

Tarkasteltaessa pääkomponenttien latauksia havaittiin, että kysymys 6 muodosti yksinään oman vahvan komponentin sekä alku- että lopputestin kysymysten perusteella. Sitä ei voinut liittää mihinkään uuteen pääkomponenttiin, sillä muut suorakulmarotaation latausarvot sille olivat hyvin pieniä. Kysymystä ei jatkossa myöskään tarkastella erillisenä muuttujana, sillä sen on voinut tulkita hyvin eri tavoin. Samoin kysymys 7 muodosti oman vahvan komponentin alkutestin osalta, mutta se voitiin kuitenkin liittää pääkomponenttiin 1. Tätä tuki lopputestin vastausten perusteella tehty suorakulmarotaation latausten tarkastelu, sillä siinä kysymys 7 sai suurimman latauksen pääkomponenttiin 1. Kysymys 14 olisi alkutestin vastausten perusteella voinut olla osa pääkomponenttia 3, mutta tarkasteltaessa pääkomponentteja lopputestin osalta, kysymys 14 päätettiin jättää pois pääkomponentista 3, sillä sen latausarvo oli pieni. Kysymys 17 sai rotaatiosta vain hyvin pieniä latauksia, eikä sitä näin liitetty mihinkään pääkomponenttiin. Myöskään kysymyksiä 14 ja 17 ei tarkastella enempää, sillä myös niissä havaittiin jälkikäteen tulkintaongelmia. Esimerkiksi kysymykseen 14 "Kuinka paljon aiot satsata tämänkaltaisiin tehtäviin?" saattoi heikkotasoinen ja vähän motivoitunut oppilas vastata "minun ei tarvitse yrittää ollenkaan parastani". Samoin hyvätasoinen ja motivoitunut oppilas saattoi vastata kysymykseen samoin, sillä hän saattoi tietää, ettei tarvitse harjoittelua.

Seuraavaksi tehtiin faktorianalyysi vastaavasti kuin edellä, mutta kysymykset 6, 14 ja 17 oli jätetty pois. Alkukyselyn KMO-arvoksi saatiin 0,83 ja loppukyselyssä 0,82 ja molempien kyselyjen Bartlett-testi antoi molemmille kyselyille tilastollisesti erittäin merkitsevän tuloksen ($p < 0{,}001$). Nyt suorakulmarotaation latausten (liite 4) tarkastelun perusteella saatiin aikaiseksi kolme pääkomponenttia PK1 (subjektiivinen kompetenssi), PK2 (tehtävien viehätys) ja PK3 (tehtävissä onnistumisen henkilökohtainen merkitys). Pääkomponentti 1 sisälsi kysymyksiä liittyen oppilaan subjektiiviseen kokemuksen osaamisestaan (*subjective competence*), pääkomponentti 2 sisälsi kysymyksiä oppilaan innostuksesta tehdä tehtäviä (*Task Attraction*) ja pääkomponentti 3 sisälsi kysymyksiä oppimisen tarkoituksesta itse oppilaalle (*Personal Relevence* ja *Learning Intention*). Pääkomponentti PK1 sisälsi kysymykset 1–5 ja 7–8, PK2 sisälsi kysymykset 9–11 ja PK3 sisälsi kysymykset 12–13 ja 15–16. Pääkomponentit jaettiin alku- ja loppukyselyn perusteella siten, että aPK1, aPK2 ja aPK3 muodostavat tutkimuksen alussa saadut tulokset, ja vastaavasti lPK1, lPK2 ja lPK3 lopussa saadut kyselyn tulokset.

Taulukko 1: Summamuuttujien ja pääkomponenttien reliabiliteettikertoimet

	Cronbachin alfakerroin	
summamuuttujat	alkukysely	loppukysely
SM1	0,79	0,87
SM2	0,83	0,90
SM3	0,56	0,53
SM4	0,35	0,32
subjektiivinen kompetenssi	0,83	0,88
tehtävien viehätys	0,83	0,90
henkilökohtainen merkitys	0,62	0,62

Alku- ja lopputestin yhteydessä kysyttiin oppilaiden arviota omasta osaamisestaan asteikolla 4–10, jotta oppilaat voitaisiin jakaa alustavan taitotason mukaan ryhmiin. Alkutestissä puuttuvia arvioita oli 8 kappaletta ja lopputestissä 17 kappaletta. Alkutestin puuttuvat arviot korvattiin regressioimputoinnilla perustuen kaikkien oppilaiden antamiin arvioihin alku- ja lopputestissä. Kuten taulukosta 2 nähdään, niin alkuperäinen alkutestin yhteydessä annettu arvio omasta osaamisesta oli keskimäärin 8,31 ja regressioimputoinnilla saatu korjattujen arvioiden keskiarvo oli 8,32. Koska keskiarvo ja keskihajonta eivät juuri muuttuneet puuttuvien arvojen korjauksen myötä ja niin korjattuja arvioiden arvoja voidaan luotettavasti käyttää samoin kuin oppilaiden itse itselleen antamia arvioita.

Taulukko 2: oppilaiden antamat ja korvatut arviot omasta osaamisestaan

	arvio omasta osaamisesta	korjattu arvio omasta osaamisesta
keskiarvo	8,31 (0,85)	8,32 (0,82)
n	117	125

Oppilaat jaettiin ryhmiin heidän alkutestinsä yhteydessä antamansa tai regressioimputoinnilla korvattujen arvioiden perusteella. Oppilaiden antamat arviot standardoitiin ja ryhmät muodostettiin k-means klusterianalyysillä. Kahdella klusterilla ryhmien kooksi tulivat 106 ja 19 oppilasta, kolmella klusterilla 48, 67 ja 10 oppilasta sekä neljällä klusterilla 11, 95, 6 ja 13 oppilasta. Lisäksi kokeiltiin ryhmien luokittelua alkutestissä oikein tehtyjen laskujen perusteella, mutta niiden avulla ei saatu muodostettua lainkaan ryhmiä k-means klusterianalyysillä. Näin ollen oppilaiden alustavan taitotason yhteyttä ViLLEssä tehtyjen tehtävien määrään ja oppimistuloksiin tarkastellaan oppilaiden arvioon perusteella muodostettujen kolmen ryhmän avulla. Ryhmät nimettiin hyvätasoisiin ($n = 48$), keskitasoisiin ($n = 68$) ja heikkotasoisiin ($n = 10$). Heikkotasoisten ryhmän koko on hieman pieni, mikä ottaa huomioon tuloksia analysoitaessa. Klusterikeskuksiksi saatiin hyvätasoisille oppilaille 9,1, keskitasoisille 8,0 ja heikkotasoisille 6,5 eli ainakin klusterikeskusten perusteella ryhmät vastaavat hyvin nimityksiään.

ViLLEssä laskettujen tehtävien määrien jakauma oli huipukas, ja osa alku- ja lopputestien eri osa-alueiden jakaumista oli lievästi vinoutuneita tai huipukkaita (taulukko 3) käytettäessä jakaumien normaalisuudelle väliä [-1, 1]. Tämän vuoksi aineistoa analysoidaan jatkossa osittain sekä parametrisin että epäparametrisin testein. Uusien pääkomponenttien jakaumat olivat yhtä lukuun ottamatta normaalisti jakautuneita, joten näiden tarkastelussa otettiin huomioon sekä parametriset että epäparametriset testit. Tulosten tulkinnassa tilastollisen merkitsevyyden tasoina käytetään tasoja tilastollisesti erittäin merkitsevä $p < 0,001$, tilastollisesti merkitsevä $p < 0,01$ ja tilastollisesti melkein merkitsevä $p < 0,05$.

7 TULOKSET

Ensimmäisenä tutkittiin oppilaiden keskimääräistä suoriutumista alku- ja lopputestissä sekä oppilaiden ViLLEssä laskemaa tehtävämäärää. Tulevissa alaluvuissa käsitellään ViLLEssä tehtyjen tehtävien määrän yhteyttä alku- ja lopputestissä oikein ratkaistujen tehtävien määrään sekä tutkitaan eri pääkomponenttien välisiä yhteyksiä. Vertailuja tehdään niin kaikkien oppilaiden välillä kuin jaoteltuna sukupuolen, luokan ja oppilaan alustavan taitotason mukaan. Alku- ja lopputestissä oikein ratkaistuja tehtäviä vertaillaan niin kokonaisuudessaan kuin erikseen desimaaliluku- ja murtolukutehtävien osalta. Alku- ja lopputestin välisestä muutoksesta puhutaan, kun tarkoitetaan, lopputestin ja alkutestin määrällistä erotusta. Kun vertaillaan kaikkien tehtävien tai erikseen murto- ja desimaalilukujen osaamista, niin käytetään yleisesti termiä tehtävätyyppi.

Taulukko 3: ViLLE-tehtävien ja alku- sekä lopputestin jakaumien tarkastelu

		keskiarvo	keskihajonta	minimi	maksimi	vinous	huipukkuus
ViLLE	määrä	2280,10	1133,76	471	6230	0,93	1,07
kaikki	alkutesti	8,90	4,97	1	21	0,51	-0,83
	lopputesti	13,76	6,10	2	30	0,28	-0,73
	muutos	4,94	4,24	-4	17	0,75	0,31
desimaali-luku	alkutesti	6,67	3,96	1	15	0,58	-0,90
	lopputesti	7,91	4,20	1	16	0,29	-1,15
	muutos	1,24	3,08	-6	13	0,60	1,23
murtoluku	alkutesti	2,23	1,91	0	9	0,83	0,57
	lopputesti	5,93	3,62	0	18	0,77	0,45
	muutos	3,70	3,31	-2	18	1,10	2,04

Alkutestissä oppilaat saivat keskimäärin ratkaistua yhdeksän laskua oikein, kun lopputestissä oppilaat ratkaisivat keskimäärin 14 laskua oikein. Alkutestissä oikein ratkaistujen tehtävien minimiarvo oli yksi ja maksimi 21. Lopputestissä minimi oli kaksi ja maksimi 30 oikein ratkaistua tehtävää (Taulukko 3)

Alkutestissä oli yhdeksän tehtävää, joita yksikään oppilas ei saanut ratkaistua oikein, kun taas lopputestissä oli enää vain yksi tehtävä, jota kukaan oppilaista ei saanut ratkaistua oikein. Alkutestissä oli kuusi ja lopputestissä yhdeksän tehtävää, jotka yli puolet oppilaista sai ratkaistua oikein. Alkutestissä 30 oppilasta ei saanut ratkaistua yhtään murtolukutehtävää oikein, kun kaikki oppilaat pystyivät ratkaisemaan ainakin yhden desimaalilukutehtävän oikein. Lopputestissä oli enää neljä oppilasta, jotka eivät saaneet ratkaistua yhtään murtolukutehtävää oikein. Murtolukutehtävien vähäinen osaaminen alkutestissä kaikkien oppilaiden osalta näkyy myös alkutestissä laskettujen murtolukutehtävien pienenä keskihajontana (kh = 1,91).

Yhteensä oppilaat paransivat osaamistaan testien välillä keskimäärin noin viidellä oikein ratkaistulla tehtävällä. Prosentuaalisesti oppilaiden oikein ratkaistujen tehtävien määrä alku- ja lopputestin välillä kasvoi 55 %. Desimaalilukutehtävissä oppilaat paransivat tuloksiaan reilulla yhdellä tehtävällä ja murtolukulaskuissa lähes neljällä oikein ratkaistulla tehtävällä. Prosentuaalisesti oppilaiden tulokset paranivat desimaalilukutehtävissä 19 % ja murtolukutehtävissä 166 %.

Osa oppilaista sai ratkaistua lopputestissä vähemmän tehtäviä oikein kuin alkutestissä, mikä näkyy kokonaismuutoksen minimiarvon negatiivisena arvona. Kokonaisuudessa suurin muutos oli 17 oikein ratkaistun tehtävän parannus. Desimaaliluvuilla suurin parannus oli 13 oikein ratkaistua tehtävää ja murtoluvuilla 18 oikein ratkaistua tehtävää (Taulukko 3). Koska 18 oikein ratkaistua murtolukutehtävää oli myös murtolukutehtävien maksimi lopputestissä, niin tällöin yksi oppilas paransi oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrää nollasta kahdeksaantoista.

7.1 ViLLEssä laskettujen tehtävien määrän yhteys oppimistuloksiin

Oppilaiden ViLLEssä tekemien tehtävien määrän yhteyttä ja alku- ja lopputestissä oikein ratkaistujen tehtävien määrään selvitettiin Spearmanin järjestyskorrelaation avulla (Taulukko 4). ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä oli kohtalaisesti yhteydessä alkutestissä oikein ratkaistujen tehtävien määrään ja tulos oli tilastollisesti erittäin merkitsevä $r_s = 0,49$; $p < 0,001$. ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä oli kohtalaisesti yhteydessä myös lopputestissä oikein ratkaistujen tehtävien määrään ja tulos oli tilastollisesti erittäin merkitsevä $r_s = 0,54$; $p < 0,001$.

ViLLEssä laskettujen tehtävien määrän yhteyttä tarkasteltiin myös erikseen alku- ja lopputestissä oikein ratkaistujen desimaaliluku- ja murtolukutehtävien määrään. ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä oli kohtalaisesti yhteydessä alkutestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrään ja tulos oli tilastollisesti erittäin merkitsevä r_s = 0,43; p < 0,001. ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä oli kohtalaisesti yhteydessä myös lopputestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrään ja tulos oli tilastollisesti erittäin merkitsevä r_s = 0,56; p < 0,001. ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä oli kohtalaisesti yhteydessä alkutestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrään ja tulos oli tilastollisesti erittäin merkitsevä r_s = 0,37; p < 0,001. ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä oli heikosti yhteydessä lopputestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrään ja tulos oli tilastollisesti melkein merkitsevä r_s = 0,22; p = 0,014.

Taulukko 4: ViLLEssä tehtyjen ja testeissä oikein ratkaistujen tehtävien määrän väliset korrelaatiot

			kaikki tehtävät		desimaaliluvut		murtoluvut	
			alku	loppu	alku	loppu	alku	loppu
Spearman's rho	ViLLE	r_s	0,49	0,54	0,43	0,56	0,37	0,22
		p-arvo	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,014
Pearson	ViLLE	r	0,48	0,55	0,42	0,54	0,37	0,26
		p-arvo	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,001	0,003

Oppilaiden ViLLEssä tekemien tehtävien määrän yhteyttä alku- ja lopputestissä oikein ratkaistujen tehtävämäärien muutoksiin selvitettiin myös Spearmanin järjestyskorrelaation avulla (Taulukko 5). ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä sekä alku- ja lopputestissä laskettujen tehtävien määrällinen kokonaismuutos eli tehtävien oppiminen korreloivat keskenään heikosti r_s = 0,19 ja yhteys oli tilastollisesti melkein merkitsevä p = 0,038. ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä korreloi heikosti myös loppu- ja alkutestissä oikein ratkaistujen desimaalilukulaskujen erotukseen r_s = 0,19 ja yhteys oli tilastollisesti melkein merkitsevä p = 0,031. Oikein ratkaistujen murtolukutehtävien muutokseen ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä ei korreloinut lainkaan r_s = 0,01 ja ero ei ollut tilastollisesti merkitsevä p = 0,886.

Taulukko 5: ViLLEssä tehtyjen tehtävien määrän korrelaatio testien väliseen muutokseen

			muutos		
			yhteensä	desimaaliluvut	murtoluvut
Spearman's rho	ViLLE	r_s	0,19	0,19	0,01
		p-arvo	0,038	0,031	0,886
Pearson	ViLLE	r	0,20	0,19	0,074
		p-arvo	0,026	0,030	0,410

Pearsonin korrelaation voimakkuudet olivat samalla tasolla molemmissa korrelaatiotesteissä. Korrelaatioiden tilastolliset merkitsevyydet saatiin molemmilla testeillä samoille merkitsevyystasoille ($p < 0,001$, $p < 0,01$ tai $p < 0,05$) lukuun ottamatta alku- ja lopputestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrää (Taulukko 4 & Taulukko 5).

Toistettujen mittausten t-testillä selvitettiin, miten oppilaiden osaaminen muuttui eri tehtävätyypeillä alku- ja lopputestin välillä. Toistettujen mittausten t-testin perusteella oppilaiden osaaminen parantui kokonaisuudessaan selkeästi ja loppu- ja alkutestin välinen erotus oli tilastollisesti erittäin merkitsevä $t(124) = -13,22$; $p < 0,001$. Desimaalilukutehtävissä oppilaiden osaaminen kehittyi $t(124) = -4,50$ ja loppu- ja alkutestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrän erotus oli tilastollisesti erittäin merkitsevä $p < 0,001$. Murtolukutehtävissä oppilaiden osaaminen kehittyi $t(124) = -12,47$ ja loppu- ja alkutestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrän erotus oli tilastollisesti erittäin merkitsevä $p < 0,001$ (Taulukko 6).

Taulukko 6: Rationaalilukutehtävien osaamisen kehittyminen eri tehtävätyypeillä alku- ja lopputestin välillä

	t(124)	p-arvo
kaikki	-13,22	< 0,001
desimaaliluku	-4,50	< 0,001
murtoluku	-12,47	< 0,001

7.1.1 Sukupuolen yhteys ViLLEssä tehtyjen tehtävien määrään ja oppimistuloksiin

Pojat laskivat ViLLEssä keskimäärin 2328 tehtävää ja tytöt hieman vähemmän eli 2240 tehtävää. Pojilla tehtyjen tehtävien keskihajonta oli 1120 ja tytöillä 1152.

Taulukko 7: ViLLE-tehtävien määrä ja testeissä oikein ratkaistujen tehtävien määrä sukupuolittain

	ViLLE	oikein ratkaistut tehtävät		
	keskiarvo (kh.)	alkutesti	lopputesti	muutos
pojat	2327,61 (1119,17)	10,44 (5,37)	15,67 (5,83)	5,40 (4,56)
tytöt	2240,28 (1152,62)	7,62 (4,24)	12,16 (5,89)	4,54 (3,95)
yhteensä	2280,10 (1133,76)	8,90 (4,97)	13,76 (6,10)	4,94 (4,24)

Sukupuolten välisiä eroja tarkasteltiin Mann-Whitney U-testin avulla. Ero poikien (järjestysluku = 65, taulukko liitteenä) ja tyttöjen (61) välillä ViLLEssä laskettujen tehtävien määrässä ei ollut tilastollisesti merkitsevä $z = -0{,}57$; $p = 0{,}567$. Ero poikien (73) ja tyttöjen (54) välillä alkutestissä oikein ratkaistujen tehtävien määrässä oli tilastollisesti merkitsevä $z = -2{,}92$; $p = 0{,}003$. Ero poikien (75) ja tyttöjen (53) välillä lopputestissä oikein ratkaistujen tehtävien määrässä oli tilastollisesti merkitsevä $z = -3{,}26$; $p = 0{,}001$. Ero poikien (66) ja tyttöjen (60) välillä oikein ratkaistujen tehtävien määrällisessä muutoksessa alku- ja lopputestin välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevä $z = -0{,}93$; $p = 0{,}354$.

Ero poikien (76) ja tyttöjen (52) välillä alkutestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrässä oli tilastollisesti erittäin merkitsevä $z = -3{,}79$; $p < 0{,}001$. Ero poikien (77) ja tyttöjen (52) välillä lopputestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrässä oli tilastollisesti erittäin merkitsevä $z = -3{,}85$; $p < 0{,}001$. Ero poikien (63) ja tyttöjen (63) välillä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrällisessä muutoksessa alku- ja lopputestin välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevä $z = -0{,}02$; $p = 0{,}978$.

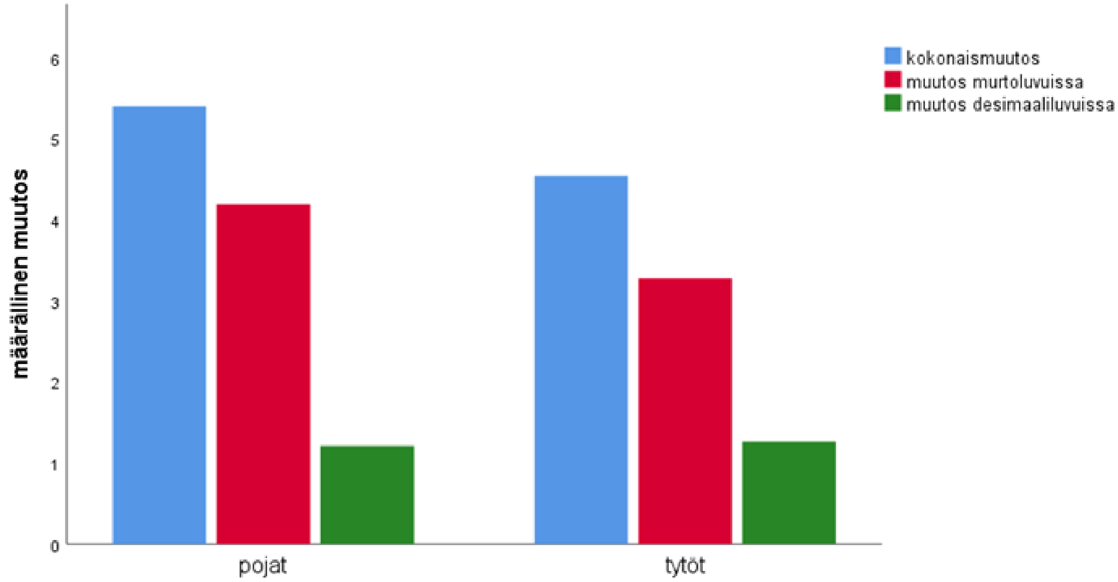
Ero poikien (61) ja tyttöjen (64) välillä alkutestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrässä ei ollut tilastollisesti merkitsevä $z = -0{,}51$; $p = 0{,}609$. Ero poikien (67) ja tyttöjen (59) välillä lopputestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrässä ei ollut tilastollisesti merkitsevä $z = -1{,}26$; $p = 0{,}208$. Ero poikien (68) ja tyttöjen (59) välillä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrällisessä muutoksessa alku- ja lopputestin välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevä $z = -1{,}34$; $p = 0{,}179$.

Taulukko 8: Sukupuolten väliset erot ViLLEssä ja testeissä laskettujen tehtävien määrässä

		Mann-Whitney U		t-testi	
tehtävätyyppi		z	p-arvo	t(df)	p-arvo
ViLLE	määrä	-0,57	0,567	0,43 (123)	0,670
kaikki	alkutesti	-2,92	0,003	3,28 (106)	0,002
	lopputesti	-3,26	0,001	3,33 (123)	0,001
	muutos	-0,93	0,354	1,13 (123)	0,261
desimaaliluku	alkutesti	-3,79	< 0,001	4,35 (102)	< 0,001
	lopputesti	-3,85	< 0,001	4,087 (123)	< 0,001
	muutos	< -0,01	0,978	-0,10 (123)	0,923
murtoluku	alkutesti	-0,51	0,609	-0,40 (123)	0,694
	lopputesti	-1,26	0,208	1,20 (123)	0,233
	muutos	-1,34	0,179	1,15 (104)	0,135

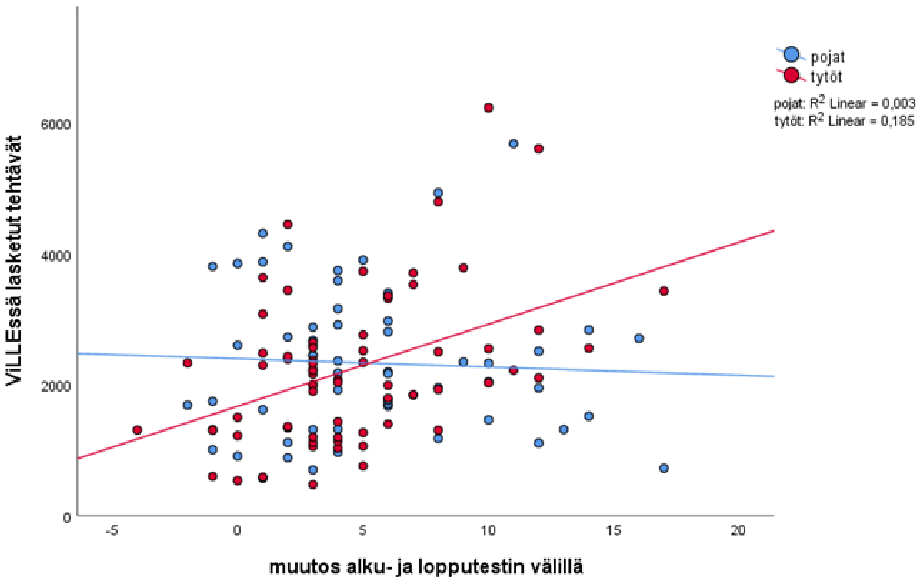
Tehdyllä t-testillä saatiin sukupuolten välille tilastollisesti merkitsevät erot alkutestissä $t(106) = 3{,}21$; $p = 0{,}002$ ja lopputestissä $t(123) = 3{,}33$; $p = 0{,}001$ oikein ratkaistujen tehtävien määrille. Lisäksi sukupuolten välille saatiin tilastollisesti erittäin merkitsevä ero niin alkutestissä $t(102) = 4{,}35$; $p < 0{,}001$ kuin lopputestissä $t(123) = 4{,}09$; $p < 0{,}001$ oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrille. Muiden tehtävätyyppien erot sukupuolten välillä eivät olleet tilastollisesti merkitseviä, joten U-testi ja riippumattomien ryhmien t-testi antoivat tilastollisesti merkitsevät erot samoille tehtävätyypeille. Lisäksi kaikkien tehtävätyyppien merkitsevyystasot olivat samat.

Kuviosta 1 havaitaan, että pojat paransivat määrällisesti hieman tyttöjä enemmän rationaalilukujen osaamistaan tutkimuksen aikana, mutta ero ei kuitenkaan ollut tilastollisesti merkitsevä. Määrällinen ero syntyi pääasiassa poikien suuremmasta parannuksesta murtolukutehtävissä. Havaintoa tukee myös U-testin järjestyslukujen muutokset murtolukutehtävien osalta.



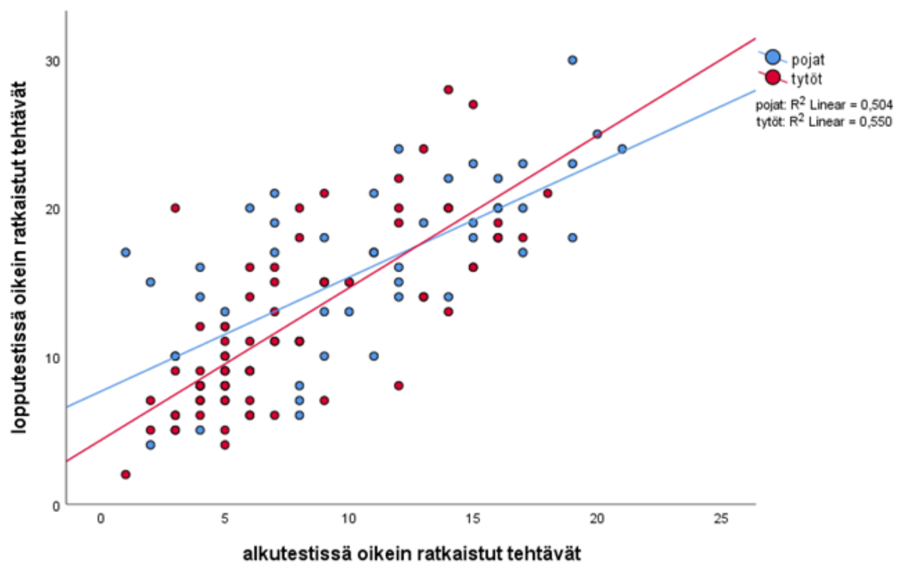
Kuvio 1: Oikein ratkaistujen tehtävien määrällinen muutos sukupuolittain

Kuviosta 2 havaitaan, että tytöillä oli poikia voimakkaampi yhteys ViLLEssä laskettujen tehtävien määrän ja alku- ja lopputestissä oikein ratkaistujen tehtävien määrän muutoksen välillä. Toisin sanoen tytöillä tehtävien määrän lisääminen auttoi kehittymään rationaalilukulaskuissa, kun taas pojilla ViLLEssä laskettujen tehtävien suurempi määrä ei auttanut parantamaan oppimistuloksia enempää kuin vähemmän tehtäviä laskeneilla pojilla



Kuvio 2: Sukupuolten väliset erot ViLLEssä laskettujen tehtävien määrän ja alku- ja lopputestissä tapahtuneen muutoksen välillä

Kuviosta 3 voidaan päätellä, että varsinkin alkutestissä heikosti pärjänneet pojat paransivat tuloksiaan enemmän kuin alkutestissä heikosti pärjänneet tytöt. Havaintoa tukee poikien tyttöjä suurempi keskihajonta alku- ja lopputestin välillä tapahtuneessa muutoksessa.



Kuvio 3: Alku- ja lopputesteissä oikein ratkaistut tehtävät sukupuolittain

7.1.2 Koululuokan yhteys tehtyjen tehtävien määrään ja oppimistuloksiin

Koululuokkien välistä vertailua tehtiin niin epäparametrisen Kruskal-Wallisin testin kuin varianssianalyysin avulla. Kruskal-Wallisin testissä vertailtiin luokkien välistä keskimääräistä järjestystä sekä luokkien välisten erojen tilastollista merkitsevyyttä. Varianssianalyysillä varmistetaan, että tulokset ovat vastaavat molemmilla testeillä ja lisäksi tutkitaan luokkien välisiä eroja pareittain.

Luokkien välillä pienin ViLLEssä laskettujen tehtävien määrän keskiarvo oli luokalla 1, jonka oppilaat tekivät keskimäärin 1330 tehtävää. Luokka 4 teki keskimäärin 3467 tehtävää ViLLEssä, mikä oli suurin keskimääräinen luokkakohtainen tehtävämäärä. Ero luokkien (järjestysluvut = 29, 20, 71, 100. 95, 38, 639) välillä ViLLEssä laskettujen laskujen määrässä oli tilastollisesti erittäin merkitsevä $X^2(6) = 72,78$; $p < 0,001$.

Taulukko 9: Koululuokka kohtaiset erot ViLLE-tehtävien määrässä

luokka	n	keskiarvo	keskihajonta
1	22	1330,05	523,44
2	7	1104,14	469,60
3	16	2365,06	801,85
4	15	3467,33	1019,70
5	24	3321,17	1166,77
6	16	1546,31	542,36
7	25	2148,92	521,89

Kruskal-Wallisin testin mukaan alkutestissä oikein ratkaistujen tehtävien määrän ero luokkien (51, 52, 78,75, 72, 63, 52) välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevä $X^2(6) = 11,27$; $p = 0,080$. Lopputestissä oikein ratkaistujen tehtävien määrän ero luokkien (51, 47, 69, 81, 70, 67, 55) välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevä $X^2(6) = 10,37$; $p = 0,110$. Ero luokkien (62, 52, 56, 74, 62, 65, 66) välillä alku- ja lopputestin välisessä kokonaismuutoksessa ei ollut tilastollisesti merkitsevä $X^2(6) = 2,89$; $p = 0,823$.

Ero luokkien (57, 59,65, 72, 74, 63, 53) välillä alkutestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrässä ei ollut tilastollisesti merkitsevä $X^2(6) = 6,01$; $p = 0,422$. Ero luokkien (46, 44, 61, 65, 91, 63, 56) välillä lopputestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrässä oli tilastollisesti merkitsevä $X^2(6) = 22,00$; $p = 0,001$. Ero luokkien (51, 46, 60, 56, 83, 59, 69) välillä alku- ja lopputestin välisessä desimaalilukutehtävien muutoksessa oli tilastollisesti melkein merkitsevä $X^2(6) = 12,68$; $p = 0,048$.

Ero luokkien (44, 46, 94, 78, 64, 63, 55) välillä alkutestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrässä oli tilastollisesti merkitsevä $X^2(6) = 23,87$; $p = 0,001$. Ero luokkien (63, 58, 77, 89, 38, 74, 58) välillä lopputestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrässä oli tilastollisesti merkitsevä $X^2(6) = 23,74$; $p = 0,001$. Ero luokkien (76, 67, 55, 82, 35, 73, 65) välillä alku- ja lopputestin välisessä murtolukutehtävien muutoksessa oli tilastollisesti merkitsevä $X^2(6) = 23,64$; $p = 0,001$.

Taulukko 10: Luokkien väliset erot ViLLEssä ja testeissä laskettujen tehtävien määrässä

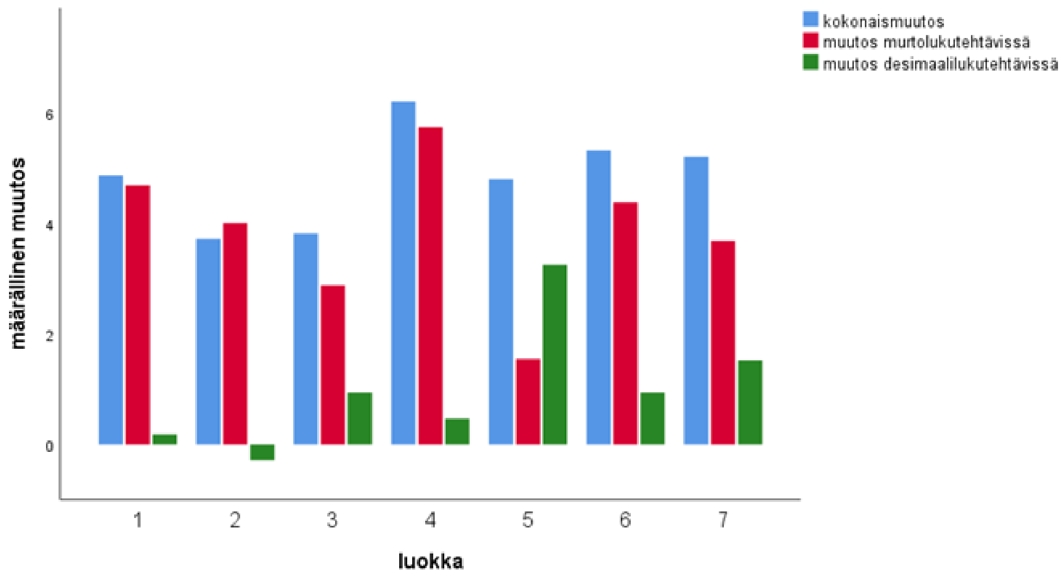
		Kruskal-Wallis H		Varianssianalyysi	
tehtävätyyppi		$X^2(6)$	p-arvo	F(6)	p-arvo
ViLLE	määrä	72,78	< 0,001	22,96	< 0,001
kaikki	alkutesti	11,27	0,080	1,87	0,092
	lopputesti	10,37	0,110	1,71	0,124
	muutos	2,89	0.828	0,54	0,780
desimaaliluku	alkutesti	6,01	0.422	1,02	0,418
	lopputesti	22,00	0,001	4,16	0,001
	muutos	12,68	0,048	1,91	0,011
murtoluku	alkutesti	23,87	0,001	5,38	< 0,001
	lopputesti	23,74	0,001	3,87	0,001
	muutos	23,64	0,001	3,66	0,002

Luokien välisiä eroja tutkittiin myös yksisuuntaisen varianssianalyysin avulla. Varianssianalyysin perusteella ero luokkien välillä ViLLEssä laskettujen tehtävien määrässä oli tilastollisesti erittäin merkitsevä $F(6) = 22{,}96$; $p < 0{,}001$. Ero luokkien välillä lopputestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrässä oli tilastollisesti merkitsevä $F(6) = 4{,}16$; $p = 0{,}001$. Ero luokkien välillä alku- ja lopputestissä ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrän muutoksessa oli tilastollisesti melkein merkitsevä $F(6) = 2{,}91$; $p = 0{,}011$. Ero luokkien välillä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrässä oli alkutestissä tilastollisesti erittäin merkitsevä $F(6) = 5{,}38$; $p < 0{,}001$ ja lopputestissä tilastollisesti merkitsevä $F(6) = 3{,}87$; $p = 0{,}001$. Ero luokkien välillä alku- ja lopputestissä ratkaistujen murtolukutehtävien määrän muutoksessa oli tilastollisesti merkitsevä $F(6) = 3{,}66$; $p = 0{,}002$. Muiden tehtävätyyppien oikein ratkaistujen tehtävien määrät eivät siis olleet varianssianalyysin eikä Kruskal-Wallisin testin perusteella tilastollisesti merkitseviä. Tilastolliset merkitsevyystasot olivat teisteillä samat kaikille tehtävätyypeille paitsi alkutestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtäviä ViLLEssä.

Luokkakohtaiset parittaiset vertailut tehtiin varianssianalyysiin kuuluvan Tukeyn Post hoc -testin avulla (ryhmien keskiarvojen ero = jälkimmäisen keskiarvo – ensimmäisen keskiarvo; p-arvo). Ero ViLLEssä tehtyjen tehtävien määrissä oli tilastollisesti merkitsevä luokkien 1–3 (-1035; p = 0,002), 1–4 (-2137; p < 0,001), 1–5 (-1991; p < 0,001), 1–7 (-819; p = 0,010), 2–3 (-1261; p = 0,011), 2–4 (-2363; p < 0,001), 2–5 (-2217; p < 0,001), 2 –7 (-1045; p = 0,038), 3–4 (-1102; p = 0,003), 3–5 (-956; p = 0,005), 4–6 (1921; p < 0,001), 4 –7 (1318; p < 0,001), 5–6 (1775; p < 0,001) sekä 5–7 (1172; p < 0,001) välillä. Luokkia pareittain vertailtaessa ei löydetty tilastollisesti merkitseviä eroja luokkien välille alku- ja lopputestissä oikein ratkaistujen tehtävien määrässä tai näiden määrällisessä muutoksessa.

Luokkia pareittain vertailtaessa luokkien välille ei löydetty tilastollisesti merkitseviä eroja alkutestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrässä. Lopputestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrä oli tilastollisesti merkitsevä luokkien 1–5 (-5,11; p < 0,001), 2–5 (-5,25; p = 0,035), 3–5 (-3,81; p = 0,047) ja luokkien 5–7 (4,13; p = 0,006) välillä. Oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrän muutos oli tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä luokkien 1 ja 5 (p = 0,011) välillä.

Luokkien 1–3 (p < 0,001), 1–4 (p = 0,044), 2–3 (p = 0,011), 3–5 (p = 0,021) ja 3–7 (p = 0,001) välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero alkutestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrässä. Lopputestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrän välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero vain luokkien 4–5 (p < 0,001) ja 4–7 (p = 0,049) välillä. Tilastollisesti merkitsevä ero löytyi myös luokkien 1–5 (p = 0,015) sekä 4–5 (p = 0,002) väliltä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien muutoksen määrässä.



Kuvio 4: Oikein ratkaistujen tehtävien määrällinen muutos luokittain

7.1.3 Oppilaan alustavan taitotason yhteys tehtävien määrään ja oppimistuloksiin

Klusteriin hyvät kuuluvat oppilaat laskivat ViLLEssä keskimäärin 2491 tehtävää, keskitasoiset oppilaat laskivat ViLLEssä keskimäärin 2258 tehtävää ja heikkotasoiset oppilaat laskivat keskimäärin 1416 tehtävää. Kruskal-Wallisin testin perusteella ero ryhmien (järjestysluku = 69, 63, 33, taulukko 22) välillä ViLLEssä tehtyjen tehtävien määrässä oli tilastollisesti merkitsevä $X^2(2) = 8{,}30$; $p = 0{,}016$.

Taulukko 11: Alustavan taitotason mukaiset erot ViLLE-tehtävissä

klusteri	n	keskiarvo	keskihajonta
hyvätasoiset	48	2491,60	1131,19
keskitasoiset	67	2257,52	1128,66
heikkotasoiset	10	1416,20	783,93

Ero ryhmien (77, 57, 39) välillä alkutestissä oikein ratkaistujen tehtävien määrässä oli tilastollisesti merkitsevä $X^2(2) = 13{,}22$; $p = 0{,}001$. Lopputestissä ryhmien järjestysluvut olivat 79, 56 ja 34 ja ratkaistujen laskujen määrien erot olivat tilastollisesti merkitseviä $X^2(2) = 17{,}96$; $p < 0{,}001$. Alku- ja lopputestissä oikein ratkaistujen tehtävien muutoksessa ryhmien järjestysluvut olivat 69, 61 ja 46 ja erot muutoksissa eivät olleet tilastollisesti merkitseviä $X^2(2) = 3{,}59$; $p = 0{,}166$.

Alkutestin desimaalilukutehtävissä ryhmien järjestysluvut olivat hyvätasoisilla 77, keskitasoisilla 56 ja heikkotasoisilla 40. Ryhmien välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero alkutestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrän suhteen $X^2(2) = 13{,}90$; $p = 0{,}001$. Lopputestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrissä ryhmien järjestysluvut olivat 77, 57 ja 40 ja ero ryhmien välillä oli tilastollisesti merkitsevä $X^2(2) = 12{,}97$; $p = 0{,}002$. Alku- ja lopputestissä oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien muutoksessa ryhmien järjestysluvut olivat järjestyksessä 62, 64 ja 62. Oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrällinen muutos ei ollut tilastollisesti merkitsevä ryhmien välillä $X^2(2) = 0{,}13$; $p = 0{,}936$. Alkutestin murtolukutehtävissä ryhmien järjestysluvut olivat 68, 62 ja 49 ja ryhmien välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevää eroa $X^2(2) = 2{,}55$; $p = 0{,}279$. Lopputestissä ryhmien järjestysluvut olivat 75, 58 ja 39 ja ryhmien välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero oikein ratkaistujen murtolukutehtävien välillä $X^2(2) = 10{,}71$; $p = 0{,}005$.

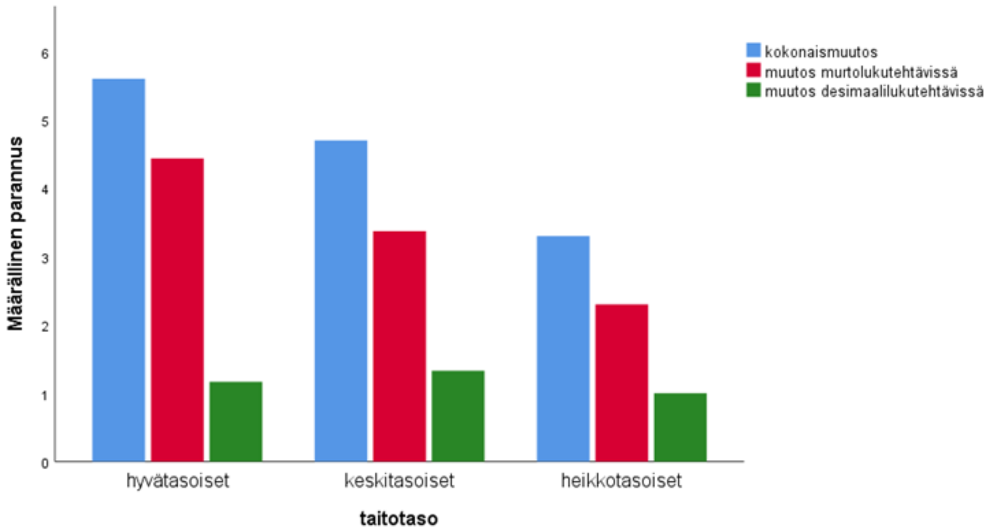
Murtolukutehtävien muutoksessa ryhmien järjestysluvut olivat 74, 58 ja 45. Ryhmien välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero murtolukutehtävien määrällisessä muutoksessa X^2 (2) = 8,82; p = 0,012.

Kruskal-Wallisin testin lisäksi alustavan taitotason ryhmien välille tehtiin yksisuuntainen varianssianalyysi. Varianssianalyysi ja Kruskal-Wallis antoivat pääasiassa samat merkitsevyystasot. Lopputestissä oikein ratkaistujen tehtävien merkitsevyystaso laski varianssianalyysissä, mutta ero ryhmien välillä oli silti tilastollisesti merkitsevä F(2) = 4,47; p = 0,013. Toisin kuin Kruskal-Wallisin testin perusteella, ryhmien välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevää eroa alku- ja lopputestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrällisen muutoksen suhteen F(2) = 2,46; p = 0,089.

Taulukko 12: Alustavan taitotason väliset erot ViLLEssä ja testeissä laskettujen tehtävien määrässä

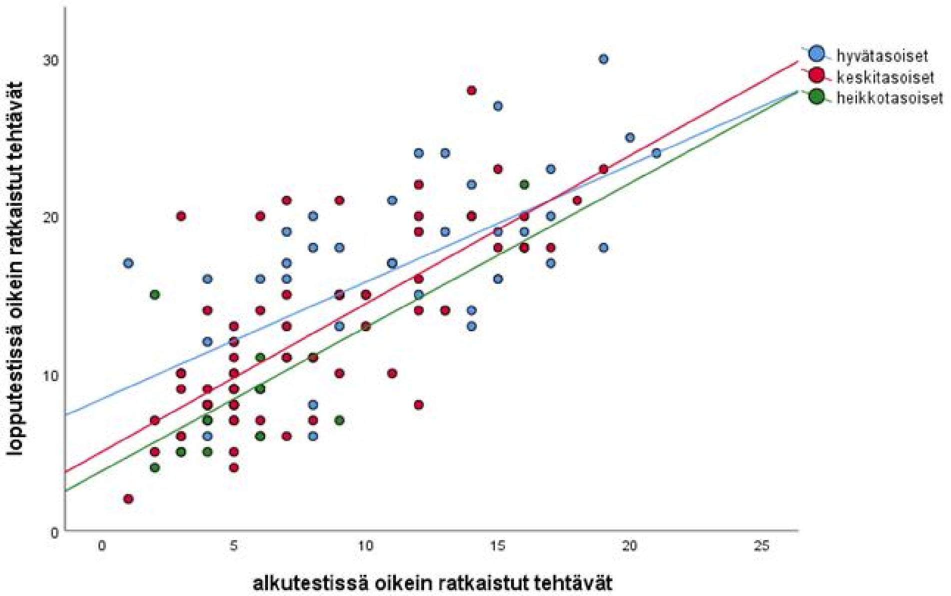
		Kruskal-Wallis H		Varianssianalyysi	
tehtävätyyppi		$X^2(2)$	p-arvo	F	p-arvo
ViLLE	määrä	8,30	0,016	3,93	0,022
kaikki	alkutesti	13,22	0,001	7,25	0,001
	lopputesti	17,96	< 0.001	10.08	< 0,001
	muutos	3,59	0,166	1,45	0,238
desimaaliluku	alkutesti	13,90	0,001	7,81	0,001
	lopputesti	12,97	0,002	6,59	0,002
	muutos	0,13	0,936	0,07	0,932
murtoluku	alkutesti	2,55	0.279	1,49	0,230
	lopputesti	10,71	0,005	4,47	0,013
	muutos	8,82	0,012	2,46	0,089

Ryhmien parittainen vertailu tehtiin Tukeyn Post hoc -testillä. Hyvä- ja heikkotasoisten ryhmien keskiarvojen välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero ViLLEssä laskettujen tehtävien määrässä ($p = 0,017$). Hyvä- ja keskitasoisten sekä hyvä- ja heikkotasoisten oppilaiden välinen ero oli tilastollisesti merkitsevä niin alku- ($p = 0,006$; $p = 0,008$) kuin lopputestissä ($p = 0,001$; $p = 0,001$) oikein ratkaistujen tehtävien määrässä. Samoin hyvä- ja keskitasoisten sekä hyvä- ja heikkotasoisten ryhmien välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrän osalta niin alku- ($p = 0,003$; $p = 0,008$) kuin lopputestissä ($p = 0,011$; $p = 0,010$). Lisäksi hyvä- ja heikkotasoisten ryhmien välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero lopputestissä oikein ratkaistujen murtolukutehtävien määrän osalta ($p = 0,028$).



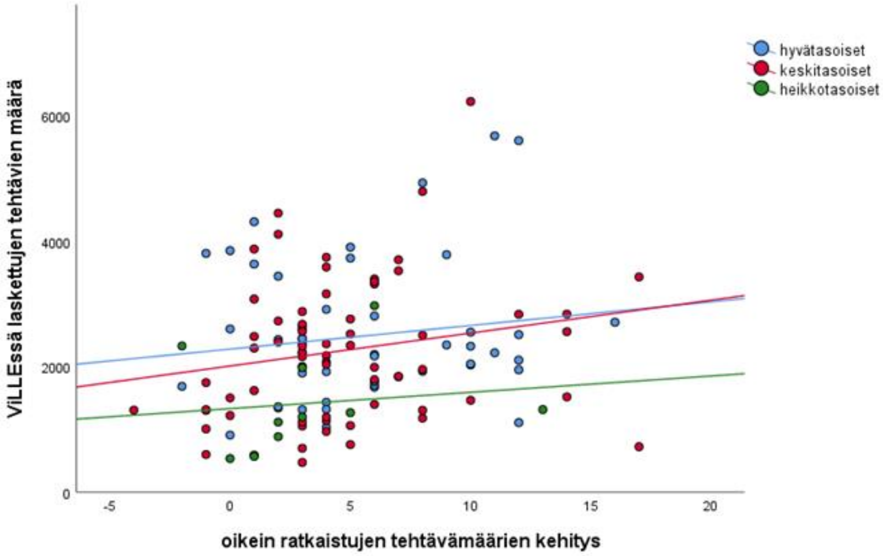
Kuvio 5: Oikein ratkaistujen tehtävien määrällinen muutos taitotasoittain

Alustavan taitotason mukaisilla ryhmillä ei ollut tilastollisesti merkitseviä eroja oppimisessa alku- ja lopputestin välillä. Kuviosta 6 havaitaan, että ryhmien väliset erot oppimisessa ovat todellakin olleet melko pieniä.



Kuvio 6: Alku- ja lopputesteissä oikein ratkaistut tehtävät taitotasoittain

ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä korreloi vain heikosti oppimiseen alku- ja lopputestin välillä. Kuviosta 7 havaitaan, että heikkotasoisia oppilaita ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä auttoi vähemmän kuin hyvä- ja keskitasoisia oppilaita. Toisaalta myöskään hyvä ja keskitasoisia oppilaitaoppilaita ei ViLLEssä tehtyjen suuri määrä aina auttanut oppimaan kuten kuviosta 7 havaitaan.



Kuvio 7: Taitotasojen väliset erot ViLLEssä laskettujen tehtävien määrän ja alku- ja lopputestissä tapahtuneen muutoksen välillä

7.2 Pääkomponenttien yhteys ViLLE-tehtävien määrään ja rationaalilukujen oppimiseen

Pääkomponenteissa suurempi arvo (1–5) tarkoittaa positiivisempaa suhtautumista subjektiivisen kompetenssiin, tehtävien viehätykseen tai henkilökohtaisen merkitykseen. Alkutestissä oppilaiden subjektiivinen kompetenssin keskiarvo oli 3,37 ja (kh. = 0,48), kun se lopputestissä oli 3,45 (0,55). Alkutestissä oppilaiden tehtävien viehätyksen keskiarvo oli 2,90 (0,71), kun se lopputestissä oli 2,80 (0,84). Tehtävien henkilökohtainen merkitys -pääkomponentin keskiarvo alkutestissä oli 3,72 (0,57) ja lopputestissä 3,61 (0,60). Vinous- ja huipukkuusarvot osoittavat, että pääasiassa pääkomponenttien jakaumat ovat lähellä normaalijakaumaa, mutta loppukyselyn subjektiivinen kompetenssi on voimakkaasti huipukas. Tämän vuoksi myös pääkomponenttien analyysit tehdään sekä epäparametrisin että parametrisin testein.

Toistettujen mittausten t-testin perusteella subjektiivisen kompetenssin t(124) = -1,82; p = 0,071 ja tehtävien viehätyksen t(124) = 1,45; p = 0,150 erot alku- ja lopputestin välillä eivät olleet tilastollisesti merkitseviä. Tehtävien henkilökohtaisen merkityksen ero alku- ja lopputestin välillä oli tilastollisesti melkein merkitsevä t(124) = 2,26; p = 0,025.

Taulukko 13: Summamuuttujien jakaumat

		keskiarvo (kh.)	minimi	maksimi	vinous	huipukkuus
alku-kysely	subjektiivinen kompetenssi	3,37 (0,48)	2,14	4,71	0,10	-0,07
	tehtävien viehätys	2,90 (0,71)	1,33	5,00	-0,05	0,05
	henkilökohtainen merkitys	3,72 (0,57)	2,25	5,00	-0,24	0,12
loppu-kysely	subjektiivinen kompetenssi	3,45 (0,55)	1,00	4,86	-0,97	3,11
	tehtävien viehätys	2,80 (0,84)	1,00	5,00	-0,09	0,44
	henkilökohtainen merkitys	3,61 (0,60)	2,25	5,00	-0,148	-0,26

Spearmanin korrelaatiolla selvitettiin ViLLEssä lasketun tehtävämäärän sekä oikein laskettujen tehtävien määrän muutoksen korrelaatioita alku- ja loppukyselyn pääkomponentteihin. Korrelaatiot eri pääkomponenttien välillä olivat pääosin joko heikkoja tai olemattomia.

ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä korreloi heikosti ja tilastollisesti melkein merkitsevästi alkutestin tehtävien viehätys -pääkomponentin kanssa $r_s = 0,18$; p = 0,047. Lisäksi ViLLEssä laskettujen tehtävien määrä korreloi heikosti ja tilastollisesti merkitsevästi loppukyselyn tehtävien viehätyksen $r_s = 0,245$; p = 0,006 ja loppukyselyn subjektiivisen kompetenssin $r_s = 0,28$; p = 0,002 kanssa. Alku- ja lopputestin välillä tapahtunut määrällinen kokonaismuutos oikein ratkaistujen tehtävien osalta korreloi heikosti ja tilastollisesti melkein merkitsevästi loppukyselyn subjektiivisen kompetenssin kanssa $r_s = 0,22$; p = 0,013. Lisäksi desimaalilukutehtävien osaamisen muutos korreloi heikosti ja tilastollisesti merkitsevästi loppukyselyn tehtävien viehätys -pääkomponentin kanssa $r_s =$

0,21; p = 0,017. Muut korrelaatiot olivat hyvin heikkoja ja ne eivät olleet tilastollisesti merkitseviä.

Taulukko 14: Tehtävämäärien ja pääkomponenttien väliset korrelaatiot

		subjektiivinen kompetenssi		tehtävien viehätys		henkilökohtainen merkitys	
		alku	loppu	alku	loppu	alku	loppu
ViLLE	r_s	0,15	0,28	0,18	0,25	< 0,01	0,07
	p-arvo	0,091	0,002	0,047	0,006	0,972	0,474
kokonais-muutos	r_s	0,12	0,22	-0,15	0.16	0,11	0,17
	p-arvo	0,203	0,013	0,866	0,074	0,242	0,054
muutos desimaalilukulaskuissa	r_s	0,03	0,15	0,02	0,21	0,05	0,17
	p-arvo	0,759	0,101	0,842	0,017	0,592	0,064
muutos murtolukulaskuissa	r_s	0,13	0,12	-0,02	-0,02	0,09	0,02
	p-arvo	0,139	0,911	0,819	0,810	0,332	0,807

7.2.1 Sukupuolten väliset erot alku- ja loppukyselyssä

Sukupuolten välisiä eroja pääkomponenttien välillä tarkasteltiin Mann-Whitney U-testin avulla. Mann-Whitney U -testin mukaan ero poikien (järjestysluku = 69) ja tyttöjen (58) välillä alkukyselyn subjektiivisen kompetenssin suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä z = 1,67; p = 0,095. Ero poikien (65) ja tyttöjen (61) välillä alkukyselyn tehtävien viehätys -pääkomponentin suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä z = -0,63; p = 0,528. Ero poikien (65) ja tyttöjen (61) välillä alkukyselyn tehtävien henkilökohtaisen merkityksen suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä z = -0,68; p = 0,495.

Ero poikien (69) ja tyttöjen (58) välillä loppukyselyn subjektiivisen kompetenssin suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä z = -1,73; p = 0,083. Ero poikien (64) ja tyttöjen

(62) välillä loppukyselyn tehtävien viehätys -pääkomponentin suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä z = -0,37; p = 0,713. Ero poikien (63) ja tyttöjen (63) välillä loppukyselyn tehtävien henkilökohtaisen merkityksen suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä z = -0,01; p = 0,998.

Mann-Whitney U-testin lisäksi sukupuolten välisiä eroja pääkomponenttien suhteen tarkasteltiin varmuuden vuoksi myös riippumattomien ryhmien t-testillä, jotta voitiin varmistua siitä, etteivät pääkomponenttien vastauksista muodostuneiden jakaumien huipukkuus- ja vinousarvojen rajaukset vaikuta tutkimustuloksiin. Tehdyillä t-testillä ei myöskään löytynyt tilastollisesti merkitseviä eroja sukupuolten välillä millään pääkomponentilla.

Taulukko 15: Sukupuolten väliset erot pääkomponenteissa

		Mann-Whitney U		t-testi	
pääkomponentti		z	p-arvo	t(123)	p-arvo
alku-kysely	subjektiivinen kompetenssi	-1,67	0,095	1,49	0,139
	tehtävien viehätys	-0,63	0,528	0,74	0,462
	henkilökohtainen merkitys	-0,68	0,495	0,86	0,394
loppu-kysely	subjektiivinen kompetenssi	-1,73	0,083	1,21	0,227
	tehtävien viehätys	-0,37	0,713	0,54	0,588
	henkilökohtainen merkitys	-0,01	0,998	-0,01	0,990

7.2.2 Luokkien väliset erot alku- ja loppukyselyssä

Luokkien välistä vertailua tehtiin epäparametrisen Kruskal-Wallisin ja varianssianalyysin avulla. Kruskal-Wallisin testissä vertailtiin luokkien välistä järjestystä sekä luokkien välisten erojen tilastollista merkitsevyyttä kokonaisuudessaan ja varianssianalyysillä tutkittiin lisäksi luokkien luokkien välisiä eroja pareittain.

Ero luokkien (järjestysluvut = 64, 87, 57, 65, 62, 53, 65) välillä alkukyselyn subjektiivisen kompetenssin suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä X^2 (6) = 4,86; p = 0,562. Ero luokkien (44, 89, 59, 59, 63, 62, 59, 79) välillä alkukyselyn tehtävien viehätyksen suhteen oli tilastollisesti melkein merkitsevä $X^2$6) = 15,25; p = 0,018. Ero luokkien (64, 74, 77, 56, 56, 59, 63) välillä alkukyselyn tehtävien henkilökohtaisen merkityksen suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä X^2 (6) = 4,93; p = 0,553.

Ero luokkien (52, 53, 46, 66, 78, 60, 72) välillä loppukyselyn subjektiivisen kompetenssin suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä X^2(6) = 11.65; p = 0,070. Ero luokkien (34, 67, 60, 70, 74, 76, 67) välillä loppukyselyn tehtävien viehätyksen suhteen oli tilastollisesti merkitsevä X^2(6) = 20,44; p = 0,002. Ero luokkien (62, 39, 72, 49, 69, 75, 60) välillä loppukyselyn tehtävien henkilökohtaisen merkityksen suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä X^2(6) = 9,24; p = 0,161.

Taulukko 16: Luokittaiset erot pääkomponenteissa

		Kruskal-Wallis		Varianssianalyysi	
pääkomponentti		X^2(6)	p-arvo	F(6)	p-arvo
alku-kysely	subjektiivinen kompetenssi	4,86	0,562	0,70	0,654
	tehtävien viehätys	15,25	0,018	2,77	0,015
	henkilökohtainen merkitys	4,93	0,553	0,71	0,645
loppu-kysely	subjektiivinen kompetenssi	11,65	0,070	2,33	0,037
	tehtävien viehätys	20,44	0,002	3,35	0,004
	henkilökohtainen merkitys	9,24	0,161	1,75	0,115

Luokkien välisiä eroja tutkittiin myös yksisuuntaisen varianssianalyysin avulla, jotta voitiin varmistua, ettei pääkomponenttien vastauksista muodostuneiden jakaumien huipukkuus- ja vinousarvojen rajaukset vaikuta tutkimustuloksiin. Yksisuuntaisen varianssianalyysin testitulokset tukevat Kruskal-Wallisilla tehtyjä testejä, sillä ainoa tilastollisesti merkitsevä ero luokkien välillä löytyy loppukyselyn tehtävien viehätyksestä $F(6) = 3{,}35$; $p = 0{,}004$. Samoin molemmilla testeillä luokkien välillä on tilastollisesti melkein merkitsevä ero alkukyselyn tehtävien viehätys -pääkomponentin osalta. Riippumattomien ryhmien t-testi nostaa lisäksi loppukyselyn subjektiivisen kompetenssin tilastollisesti melkein merkitseväksi luokkien välillä, mutta tässä tapauksessa on parempi luottaa Kruskal-Wallisin testiin, sillä lopputestin subjektiivisen kompetenssin jakauma on hyvin huipukas (3,11)

Luokkia verrattiin myös pareittain Tukeyn Post hoc -testillä. Luokkien 1 ja 2 välillä oli tilastollisesti melkein merkitsevä ero alkukyselyn tehtävien viehätyksessä (-0,94; $p = 0{,}030$), samoin oli luokilla 1 ja 7. (-0,69; $p = 0{,}013$). Luokilla 3 ja 5 oli tilastollisesti melkein merkitsevä ero loppukyselyn subjektiivisessa kompetenssissa (-0,57; $p = 0{,}019$). Lopputestin tehtävien viehätys pääkomponentin suhteen oli tilastollisesti melkein merkitsevät erot luokilla 1 ja 4 (-0,80; $p = 0{,}049$), 1 ja 5 (-0,83; $p = 0{,}010$) sekä luokilla 1 ja 7 (-0,76; $p = 0{,}026$). Luokilla 1 ja 6 oli tilastollisesti merkitsevä ero loppukyselyn tehtävien viehtätyksessä.

7.2.3 Oppilaiden taitotasojen väliset erot alku- ja loppukyselyssä

Oppilaiden taitotasojen välistä vertailua tehtiin epäparametrisen Kruskal-Wallisin ja varianssianalyysin avulla. Kruskal-Wallisin testissä vertailtiin oppilaiden taitotasojen välistä järjestystä ja taitotasojen välisten erojen tilastollista merkitsevyyttä kokonaisuudessaan. Varianssianalyysillä tutkittiin lisäksi oppilaiden välisten taitotasojen eroja pareittain.

Ero oppilaiden taitotasojen (järjestysluvut = 88, 49, 32) välillä alkukyselyn subjektiivisen kompetenssin suhteen oli tilastollisesti merkitsevä $X^2(2) = 39{,}63$; $p < 0{,}001$. Ero oppilaiden taitotasojen (70, 58, 54) välillä alkukyselyn tehtävien viehätyksen suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä $X^2(2) = 3{,}98$; $p = 0{,}137$. Ero oppilaiden taitotasojen (77, 55, 46) välillä alkukyselyn henkilökohtaisen merkityksen suhteen oli tilastollisesti merkitsevä $X^2(2) = 13{,}28$; $p = 0{,}001$.

Samoin ero oppilaiden taitotasojen (77, 55, 43) välillä loppukyselyn subjektiivisen kompetenssin suhteen oli myös tilastollisesti merkitsevä $X^2(2) = 13{,}28$; $p = 0{,}001$. Ero oppilaiden taitotasojen (59, 66, 59) välillä loppukyselyn tehtävien viehätyksen suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä $X^2(2) = 1{,}34$; $p = 0{,}511$. Ero oppilaiden taitotasojen (66, 62, 47) välillä loppukyselyn henkilökohtaisen merkityksen suhteen ei ollut tilastollisesti merkitsevä $X^2(2) = 2{,}22$; $p = 0{,}329$.

Taulukoko 17: Taitotasojen väliset erot pääkomponenteissa

		Kruskal-Wallis		Varianssianalyysi	
pääkomponentti		$X^2(2)$	p-arvo	F(2)	p-arvo
alku-kysely	subjektiivinen kompetenssi	39,63	< 0,001	25,10	< 0,001
	tehtävien viehätys	3,98	0,137	1,37	0,259
	henkilökohtainen merkitys	13,28	0,001	6,75	0,002
loppu-kysely	subjektiivinen kompetenssi	13,28	0,001	4,91	0,009
	tehtävien viehätys	1,34	0,511	0,42	0,658
	henkilökohtainen merkitys	2,22	0,329	0,86	0,425

Oppilaiden välisiä taitotasoeroja tutkittiin myös yksisuuntaisen varianssianalyysin avulla, jotta voitiin varmistua, ettei pääkomponenttien vastauksista muodostuneiden jakaumien huipukkuus- ja vinousarvojen rajaukset vaikuta tutkimustuloksiin. Yksisuuntaisen varianssianalyysin testitulokset tukevat pääosin Kruskal-Wallisilla tehtyjä testejä, sillä ainoat tilastollisesti erittäin merkitsevät erot oppilaiden taitotasojen välillä löytyivät alkukyselyn subjektiivisestä kompetenssistä $F(2) = 25{,}10$; $p < 0{,}001$ ja henkilökohtaisesta merkityksestä $F(2) = 6{,}75$; $p = 0{,}002$. Kruskal-Wallisista hieman poikkeava mutta silti tilastollisesti merkitsevä ero löytyi loppukyselyn subjektiivisesta kompetenssista $F(2) = 4{,}91$; $p = 0{,}009$. Kummassakaan testissä ei ilmennyt tilastollista merkitsevyyttä muissa pääkomponenteissa. Riippumattomien ryhmien t-testi osoitti Kruskal-Wallisin ja varianssianalyysin tavoin, että alkukyselyn subjektiivisen kompetenssi oli oppilaiden taitotasoerojen vertailussa tilastollisesti merkitsevä. Alkutestin tehtävien viehätys -pääkomponentilla ja lopputestin henkilökohtainen merkitys -pääkomponentilla oli poikkeuksellisesti melkein tilastollinen merkitsevyys oppilaiden taitotasoerojen vertailussa.

Oppilaiden taitotasoeroja verrattiin pareittain Tukeyn Post hoc -testillä. Alkukyselyn subjektiivinen kompetenssi -pääkomponentin vertailussa oppilaiden taitotasoparien 1 ja 2 välinen ero oli tilastollisesti erittäin merkitsevä (0,50; $p < 0{,}001$), kuten myös taitotasoparien 1 ja 3 välinen ero tilastollisesti erittäin merkitsevä (0,68; $p < 0{,}001$). Alkukyselyn tehtävien viehätys -pääkomponentin vertailussa oppilaiden taitotasoparien 1 ja 2 välinen ero oli tilastollisesti erittäin merkitsevä (0,35; $p = 0{,}003$), ja taitotasoparien 1 ja 3 välinen ero oli melkein tilastollisesti merkitsevä (0,47; $p < 0{,}039$).

Loppukyselyn subjektiivinen kompetenssi -pääkomponentin vertailussa oppilaiden taitotasoparien 1 ja 2 välinen ero oli tilastollisesti merkitsevä (0,28; $p = 0{,}018$), kun taitotasoparien 1 ja 3 välinen ero ei ollut tilastollisesti (0,42; $p = 0{,}063$). Muiden oppilaiden taitotasoparien välisessä erojen vertailussa niiden pääkomponenteissa ei havaittu tilastollista merkitsevyyttä.

8 POHDINTA

Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, miten ViLLE-oppimisympäristössä laskettujen rationaalilukutehtävien määrä on yhteydessä rationaalilukujen oppimiseen. Lisäksi haluttiin selvittää, miten oppilaiden kokemus omasta osaamisesta on yhteydessä rationaalilukujen oppimiseen ja ViLLE-tehtävien määrään tutkimuksen aikana. Oppilaiden ViLLEssä laskemien tehtävien määrä vaihteli huomattavasti ja oppilaiden osaaminen jo alkutestissä oli melko vaihtelevaa. ViLLEssä tehtyjen tehtävien määrä korreloi positiivisesti rationaalilukujen oppimisen kanssa riippumatta sukupuolesta, koululuokasta tai alustavasta taitotasosta. Kyselytulosten mukaan oppilaat kokivat rationaalilukujen laskemisen helpommaksi lopussa kuin alussa. Sukupuolten välillä ei havaittu eroa kyselyvastausten suhteen, mutta luokkien väliltä löytyi eroa tehtävien viehätyksestä. Sen sijaan oppilaiden taitotasojen välisessä vertailussa havaittiin eroja subjektiivisen kompetenssin ja henkilökohtaisen merkitysten suhteen. Tutkimuksessa ei päästä kunnolla käsiksi näiden erojen juurisyihin, sillä oppilaista, luokista ja opettajista ei juuri kerätty taustatietoa.

8.1 Tulosten pohdinta

ViLLEssä tehtyjen tehtävien määrä korreloi myönteisesti oppimistulosten parantumisen kanssa. Korrelaatio ei ollut kovin vahva ja oppimistulosten parantuminen ei ainakaan tässä tutkimuksessa ollut yksiselitteisesti tehtävien määrästä johtuvaa, sillä opettajien opetusta tai oppilaiden laskemia tehtäviä muilla matematiikan oppitunneilla ei mitenkään kontrolloitu. Opettajilta ei myöskään kysytty heidän käyttämiään matematiikan kirjasarjojen nimiä, koska se ei suoraan liittynyt tämän tutkimuksen tavoitteisiin. Jatkossa kirjasarja olisi hyvä ottaa mukaan tarkasteluun, sillä kirjasarjojen välillä voi olla eroja rationaalilukujen käsittelyssä. Lisäksi varsinkin murtolukutehtävissä, joihin ViLLEn tehtävämäärällä ei ollut korrelaatiota, tuloksiin vaikutti huomattavasti oppilaiden heikko taso alkutestin murtolukutehtävissä, joka oli oletettavaa aikaisemman tutkimuksen perusteella (Siegler, Thompson & Schneider, 2011).

Toistettujen mittausten t-testillä perusteella oppilaat laskivat tilastollisesti merkitsevästi enemmän laskuja lopputestissä kuin alkutestissä. Ero oli tilastollisesti merkitsevä myös silloin kun murtoluku- ja desimaalilukutehtäviä tarkasteltiin erikseen. Aikaisempi ViLLEä hyödyntänyt tutkimus (Kurvinen, Dagiene & Laakso, 2018) antoi viitteitä siitä, että ViLLEssä tehdyt tehtävät parantavat oppilaiden matemaattisia taitoja määrällisesti enemmän kuin kynäpaperiasetelma. Tässä tutkimuksessa ei ollut mukana kontrolliryhmää, mutta sekä tässä että Kurvisen Dagienen & Laakson (2018) tutkimuksessa oppilaiden oikein ratkaistujen tehtävien määrä kasvoi 55 % alku- ja lopputestin välillä. Toisin sanoen oppilaiden matemaattisten taitojen kehitys ViLLE-oppimisympäristöä hyödynnettäessä on ollut tutkimuksesta riippumatta samansuuruista.

Desimaalilukutehtävien oppimisen ja murtolukutehtävien oppimisen välinen korrelaatio oli negatiivinen. Eli keskimäärin oppilaat, jotka saivat eniten parannettua oppimistuloksiaan toisessa laskutyypissä, pärjäsivät jopa alkutestiä heikommin toisessa laskutyypissä. Tätä saattaa selittää se, mitä tehtäviä oppilaat ovat laskeneet ViLLEssä tutkimuksen aikana. Tätä pohditaan enemmän luokkien eroja käsittelevässä pohdinnassa.

Alku- ja loppukyselyn pääkomponenttien keskiarvot paranivat subjektiivisen kompetenssin osalta ja heikentyivät tehtävien viehätys- ja tehtävien henkilökohtainen merkitys -pääkomponenttien suhteen. Oppilaat siis kokivat osaavansa laskea hieman paremmin rationaalilukuja tutkimuksen lopussa kuin sen alussa. Sen sijaan tehtävien viehätys ja niiden henkilökohtainen merkitys vähenivät tutkimuksen kuluessa. Oppilaat olivat siis lopputestissä vähemmän innokkaita tekemään rationaalilukutehtäviä yleisesti ja he eivät kokeneet tehtäviä hyödyllisiksi. On myös mahdollista, etteivät oppilaat kokeneet tehtävien laskemisen olevan itselleen merkityksellistä, kun tehtävien laskemisella ollut suoranaista vaikutusta esimerkiksi kouluarvosanaan tai arviointiin.

8.1.1 Sukupuolten väliset erot

Pojat laskivat ViLLEssä keskimäärin enemmän tehtäviä kuin tytöt ja lisäksi he paransivat kokonaisuudessaan osaamistaan enemmän alku- ja lopputestin välillä kuin tytöt. Tytöillä oli poikia voimakkaampi yhteys ViLLEssä laskettujen tehtävien määrän ja alku- ja lopputestissä oikein ratkaistujen tehtävien määrän muutoksen välillä. Tätä eroa selittää kuviosta nähtävä havainto, että varsinkin osa pojista paransi alku- ja lopputestin välillä osaamistaan huomattavasti, vaikka he olisivat tehneet keskiarvoa vähemmän tehtäviä ViLLEssä.

Pojat menestyivät niin alku- kuin lopputestissä paremmin kuin tytöt. Toisaalta tytöt pärjäsivät alkutestin murtolukutehtävissä keskimäärin hieman poikia paremmin, kun pojat pärjäsivät alkutestissä tyttöjä keskimäärin tilastollisesti merkitsevästi paremmin desimaalilukutehtävissä. Lopputestissä pojat pärjäsivät keskimäärin hieman tyttöjä paremmin niin desimaaliluku- kuin murtolukutehtävissä. Kokonaisuudessaan pojat saivat parannettua oikein ratkaistujen laskujen määrää alku- ja lopputestin välillä hieman tyttöjä enemmän. Samoin pojat paransivat määrällisesti hieman tyttöjä enemmän murtolukutehtävissä, kun taas tytöt paransivat määrällisesti hieman poikia enemmän desimaalilukutehtävissä. Erot eivät kuitenkaan olleet tilastollisesti merkitseviä. Koska pojat pärjäsivät murtolukutehtävissä tyttöjä heikommin alkutestissä, mutta paremmin lopputestissä, niin pojat paransivat tyttöjä enemmän myös suhteellisesti murtolukutehtävissä. Koska tytöt pärjäsivät sekä alku- että lopputestissä poikia heikommin, mutta saivat parannettua oikein ratkaistujen desimaalilukutehtävien määrää poikia enemmän, niin tytöt paransivat desimaalilukutaitojaan suhteellisesti poikia enemmän Tulokset ovat linjassa aikaisemman tutkimuksen kanssa (Niemi, 2008; Hansen ym., 2015; OECD, 2019) eli sukupuolten välillä löydetään tilastollisesti merkitseviä eroja, mutta erot ovat yksittäisiä. Toisin sanoen jompikumpi sukupuoli ei pärjää säännöllisesti paremmin kaikilla matematiikan alueilla, esimerkiksi sekä murtoluku- että desimaalilukutehtävissä.

Sukupuolten välisiä eroja alku- ja loppukyselyn pääkomponenttien välillä tarkasteltiin Mann-Whitney U-testin sekä riippumattomien ryhmien t-testin avulla. Testien mukaan sukupuolten väliltä ei löytynyt yhtään tilastollisesti merkitsevää eroa minkään pääkomponenttien suhteen. Testien tulokset eivät olleet linjassa aiempien tutkimusten kanssa, joiden mukaan sukupuolten väliltä löytyi eroja suhtautumisessa matematiikkaan (ks. Vermeer, Boekaerts ja Seegers, 2000; Chang ym., 2016).

8.1.2 Luokkien väliset erot

Kruskall-Wallisin testin perusteella ainoa tilastollisesti erittäin merkitsevä ero kaikkien luokkien välillä saatiin ViLLEssä tehtyjen tehtävien määrässä. Eroa saattaa osaamistason lisäksi selittää myös ViLLEssä käytetty aika, vaikka tämän vaikutusta tuloksiin pyrittiinkin vähentämään poistamalla aineistosta vain hyvin vähän ViLLE-tehtäviä tehneet oppilaat. Luokkia pareittain Tukeyn Post hoc -testillä vertailtaessa löydettiin ViLLEssä tehtyjen tehtävien määrässä tilastollisesti merkitseviä eroja niiden luokkien väliltä, joiden keskiarvot poikkesivat toisistaan yli 800 tehdyllä tehtävällä.

Vertailtaessa luokkia pareittain vain joko desimaalilukujen tai murtolukujen osalta löydettiin kuitenkin joitakin tilastollisesti merkitseviä eroja. Luokka 5 paransi desimaalilukutehtävissä eniten ja se oli ainoa luokka, jonka kanssa muilla luokilla oli tilastollisesti merkitseviä eroja desimaalilukutehtävissä. Murtolukutehtävissä tilastollisesti merkitseviä eroja tuli jo useampien eri luokkien välillä. Ero luokkien välillä ei kaikissa tapauksissa näyttänyt johtuvan vain ViLLEssä laskettujen tehtävien määrästä, vaan myös siitä, että osa luokista oli todennäköisesti laskenut muita enemmän desimaalilukutehtäviä ja toiset murtolukutehtäviä. Tämä korostui esimerkiksi luokkien 1 ja 5 välillä, sillä luokka 1 paransi tilastollisesti merkitsevästi enemmän osaamistaan oikein ratkaistuissa desimaalilukutehtävissä verrattuna luokkaan 5, vaikka luokka 5 teki tilastollisesti merkitsevästi enemmän tehtäviä ViLLEssä.

Luokkien välisiä eroja alku- ja loppukyselyjen pääkomponenttien suhteen testattiin Kruskal-Wallisin testillä. Tilastollisesti merkitsevä ero luokkien välillä löytyi vain loppukyselyn tehtävien viehätys -pääkomponentista. Tulos on osittain linjassa aiemman tutkimuksen (ks. Kuiper & de Pater-Sneep, 2014) kanssa, jonka mukaan luokkien välisiä eroja löytyi asennoitumisesta matematiikan opiskeluun tietokoneavusteisen ohjelman avulla. Tämän tutkimustulosten mukaan luokkien välisiä eroja alku- ja loppukyselyn pääkomponenttien suhteen löydettiin vain yhden pääkomponentin vastauksista. Saadusta tuloksesta voidaan päätellä, että oppilaiden ajatukset rationaaliluvuista eroavat toisistaan tehtävien viehättävyydessä.

8.1.3 Oppilaiden itsearvioimien taitotasoryhmien väliset erot

Kaikkien ryhmien välisiä eroja vertaillessa löydettiin tilastollisesti melkein merkitsevä ero ViLLEssä tehtyjen tehtävien määrässä. Tukeyn Post Hoc -testin perusteella heikkotasoiseksi itsensä arvioineen ryhmän oppilaiden ViLLEssä laskema tehtävien määrä erosi tilastollisesti merkitsevästi hyvätasoiseksi itsensä arvioineen ryhmän oppilaiden tekemästä tehtävämäärästä. Tätä eroa selittänee se, että heikkotasoisten matematiikan minäpystyvyys (ks. Bandura, 1977; 2006) on heikompi kuin muilla hyvätasoisilla oppilailla. Lisäksi heikomman taitotason oppilaalla kuluu todennäköisemmin enemmän aikaa yksittäisten tehtävien tekemiseen, jolloin tehtyjen tehtävien kokonaismäärä jää alhaisemmaksi.

Oppilaiden taitotasoja vertaillessa on hyvä ymmärtää, että ryhmien sisälläkin oli vaihteluja. Esimerkiksi osa hyvätasoisista ja ViLLEssä keskiarvoa enemmän tehneistä oppilaista eivät parantaneet rationaalilukujen laskemista yhtään alku- ja lopputestin välillä. Tämä saattaa johtua oppilaan huonosta päivästä tai joidenkin oppilaiden kohdalla siitä, että heidän arvionsa omasta osaamisesta on ollut väärä.

Alustavan taitotason ryhmien vertailun tueksi tehtiin myös yksisuuntainen varianssianalyysi, joka antoi pääasiassa samat tulokset kuin Kruskal-Wallisin testi. Varianssianalyysissä ainoastaan lopputestissä oikein ratkaistujen tehtävien merkitsevyystaso laski, mutta ero ryhmien välillä oli edelleen tilastollisesti merkitsevä.

Ryhmien parittaisessa Tukeyn testin vertailussa havaittiin tilastollisesti merkitsevä ero vain hyvä- ja heikkotasoisten ryhmien välillä, mutta kaikkien ryhmien vertailussa oli tilastollinen merkitsevä ero alku- ja lopputestin oikein ratkaistujen tehtävämäärien välillä. Alku- ja lopputestin oikein ratkaistujen desimaalilaskutehtävien määrän osalta tilastollisesti merkitsevä ero löydettiin hyvä- ja keskitasoisten sekä hyvä- ja heikkotasoisten ryhmien väliltä. Kun taas oikein ratkaistujen murtolukulaskujen osalta tilastollisesti merkitsevä ero löytyi vain hyvä- ja heikkotasoisten ryhmien väliltä. Tätä eroa selittänee oppilaiden taitotasoerot desimaali- ja murtolukutaidoissa, jossa osa oppilaista on eri luokissa harjoitelleet enemmän tehtäviä joko desimaalilukulaskuista tai murtolukulaskuista. Myös opettajan oma valinta tehtäviin on voinut olla yhteydessä saatuihin eroihin.

Oppilaiden taitotasojen välinen vertailu tehtiin myös Kruskal-Wallis- ja varianssianalyysitestien avulla alku- ja loppukyselyjen pääkomponenttien suhteen. Kummankin testitulosten mukaan oppilaiden taitotasojen välillä oli tilastollisesti merkitsevät erot alku- ja loppukyselyn subjektiivisen kompetenssin ja henkilökohtaisen merkityksen suhteen. Toisaalta varianssianalyysin Tukeyn Post hoc -testituloksen mukaan tilastollisesti merkitsevä ero löytyi oppilaiden taitotasoerojen pareittain vertailussa tehtävien viehätys -pääkomponentti suhteen. Tulosten mukaan voidaan mahdollisesti todeta, että oppilaiden alustavalla taitotasolla on merkitystä oppilaiden subjektiiviseen kompetenssiin ja henkilökohtaiseen merkityksen tehtävien laskemisessa. Tätä tukee myös Banduran (1977; 2006) minäpystyvyyden pystyvyys- ja tulosodotusten merkitykset oppijan näkökulmasta, jossa esimerkiksi oppilaan oma kielteinen suhtautuminen omiin taitoihin ennakoi myös heikompia odotuksia omista oppimisen tuloksista.

8.1.4 Luotettavuus

Osalla tutkimukseen osallistuneista luokista oli syysloma ennen lopputestiä. Syysloma ei vienyt oppilailta ViLLE-oppituntia, mutta vähensi muita matematiikan tunteja, jolloin jokin asia ei ehkä ollut kaikilla oppilailla niin tuoreessa muistissa kuin toisilla oppilailla, joilla syysloma ei vaikuttanut matematiikan tunteihin. Koska tutkimuksessa otettiin huomioon vain ViLLEssä tehdyt tehtävät, niin myös poissaolot näiltä oppitunneilta saattoivat vaikuttaa merkittävästi joidenkin oppilaiden laskettujen laskujen määrään. Tätä vaikutusta pyrittiin vähentämään poistamalla aineistosta ne oppilaat, joilla palautettuja tehtäviä oli korkeintaan joka toisella ViLLE-oppitunnilla.

ViLLEen luodusta tehtäväpaketista opettajilla oli suuri valta valita tehtäviä, jotka hän näki omalle luokalleen parhaiten sopivaksi. Näin kaikki oppilaat eivät välttämättä laskeneet täysin samoja tehtäviä, mikä osin saattoi vaikuttaa tehtyjen tehtävien määrään. Opettajat noudattivat hyvin yhden ViLLE-oppitunnin viikkotahtia, mutta oppilaiden käyttämä kokonaisaika tehtävien tekoon ViLLEssä saattoi silti vaihdella huomattavasti. Lisäksi tutkimuksessa ei selvitetty, kuinka paljon tehtäviä oppilaat laskivat muilla matematiikan tunneilla, kotona tai oliko jollain oppilaalla muuta suurempaa mielenkiintoa matematiikkaa kohtaan.

Laskutehtäviä tarkastaessa havaittiin, että osalla oppilaista oli ensimmäisellä sivulla lähes kaikki tehtävät oikein, mutta seuraavilla sivuilla ei ollut edes juuri yritetty laskea tehtäviä. Syitä tälle voi olla huolellisuus, vaikeaan tehtävään kiinni jääminen tai ettei oppilas ohjeista huolimatta ollut ymmärtänyt, että tehtäviä on usealla eri sivulla. Mahdollista toki on, että juuri tuo yksi sivu tehtäviä on ollut se oppilaan maksimi.

Koska tehtäviä sai laskea haluamassaan järjestyksessä, niin sivu, jolta oppilas aloitti tehtävien laskemisen, saattoi jonkin verran vaikuttaa oikein laskettujen tehtävien määrään siitä huolimatta, että tehtäviä oli sijoitettu oletetun vaikeuden mukaan melko tasaisesti jokaiselle sivulle. Laskuja tarkastaessa pystyi lisäksi havaitsemaan, että osa oppilaista osasi etsiä itselleen helpot tehtävät, kuten vain desimaalilukutehtävät, eivätkä he mahdollisesti edes yrittäneet laskea itselleen haastavia laskuja.

Oppilaat jaettiin ryhmiin heidän itsensä antaman arvion perusteella. Oppilaat ovat voineet käsittää tämän monella tapaa ja olisikin ollut parempi varmentaa arviot opettajilla. Lisäksi arvion olisi voinut antaa numeroarvioinnin sijaan suoraan sijoittamalla itsensä suhteessa muihin joko hyvätasoisiin, keskitasoisiin tai heikkotasoisiin.

8.1.5 Jatkotutkimusmahdollisuuksia

Jatkotutkimuksissa voitaisiin pyrkiä ottamaan mukaan kaikki oppilaiden koulussa ja läksynä laskemat laskut sekä vertailla eri laitteilla ja oppimisympäristöissä laskettujen tehtävien vaikutusta oppimistuloksiin. Lisäksi testien välissä lasketut tehtävät olisi hyvä eritellä selkeästi erikseen murto- ja desimaalilukutehtäviin sekä näitä yhdisteleviin tehtäviin. Aiemmissa ViLLE-tutkimuksissa käytettyjä kontrolli- ja testiryhmiä olisi ollut järkevää kiinnostavaa hyödyntää, sillä se kertoisi todennäköisesti tarkemmin teknologian merkityksestä oppilaiden rationaalilukujen oppimiseen. Tämä tutkimus oli ajallisesti melko lyhyt, joten tulosten perusteella yksi hyvä näkökulma olisi pidentää tutkimusaineistoon käytettyä kokonaisaikaa, jotta saataisiin esiin mahdollisesti tarkempia eroja oppilaiden oppimisesta.

Lisää tutkimusta vaatisi myös oppilaiden käsitykset matematiikan luonteesta. Tämä tutkimus keskittyi oikein ratkaistujen laskujen määrään, mutta mielenkiintoista olisi tutkia sitä, miten alakouluikäiset hahmottavat laskemiaan rationaalilukutehtäviä ja niiden teoriaa, kuten rationaalilukujen suuruusjärjestystä ja seuraajaluonnetta.

Opettajan mielenkiinto kuhunkin opetettavaan aineeseen tai aihealueeseen olisi myös mielenkiintoinen jatkotutkimuskohde. Varsinkin luokanopettajilla saattaa olla selkeitä suosikkiaineita, joiden opettamiseen heillä on taitoa ja motivaatiota. Toisaalta heillä saattaa olla myös aineita, joiden aihealueet eivät kuulu heidän vahvuuksiinsa tai ainakaan heillä ei ole välttämättä yhtä suurta intoa opettaa kyseistä ainetta motivoivasti. Tämä saattaa olla yhtenä vaikuttavana tekijänä siinä, mitä aineita oppilaat pitävät mielekkäinä sekä siinä, miten oppilaat mitäkin ainetta oppivat.

Koska matemaattisten taitojen oppiminen on kumuloituvaa, niin erityisesti kiinnostaisi seurata, miten oppilaiden matemaattiset taidot kehittyvät peruskoulun aikana ja etenkin, että edistääkö rationaalilukujen hallinta yhtälöiden hallintaa tai onko yhtälöiden oppiminen jopa suoraan yhteydessä aikaisempaan murtolukujen osaamiseen. Yhtälössä olevaa murtolukua pitää käsitellä sekä yhtenäisenä murtolukuna, mutta sitä täytyy ymmärtää myös jakolaskuna, jotta voi ymmärtää, miten murtoluvun nimittäjä saadaan pois kertomalla. Tämän vuoksi yhtälön ratkaiseminen on matemaattisesti hankalaa ja olisikin hyödyllistä tietää, kuinka paljon yhtälönratkaisutaitoja voi tukea harjoittelemalla murtolukujen lainalaisuuksia.

9 LÄHTEET

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M. K., & Nurmi, J. E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. Journal of educational psychology, 96(4), 699.

Arjen tietoyhteiskunnan neuvottelukunta (2010). Kansallinen tieto- ja viestintätekniikan opetuskäytön suunnitelma. Liikenne- ja viestintäministeriö, Opetusministeriö ja Opetushallitus. Haettu osoitteesta https://julkaisut.valtioneuvosto.fi/bitstream/handle/10024/-78193/Kansallinen_tieto-_ja_viestint%c3%a4tekniikan_opetusk%c3%a4yt%c3%b6n_suunnitelma.pdf?sequence = 1&isAllowed = y (19.1.2020)

Attard, C., & Curry, C. (2012). Exploring the Use of iPads to Engage Young Students with Mathematics. Teoksessa Dindyal, J., Cheng, L.P. & Ng, S.F. (toim.) Mathematics Education Research Group of Australasia: Expanding Horizons: Proceedings of the 35th Annual Conference of The Mathematics Education Research Group of Australasia. Singapore, 75–82.

Bandura, A. (1977). Self-efficacy: toward a unifying theory of behavioral change. Psychological review, 84(2), 191.

Bandura, A., Freeman, W. H., & Lightsey, R. (1999). Self-efficacy: The exercise of control, 158-166.

Bandura, A. (2006). Guide for Constructing Self-Efficacy Scales. Teoksessa F. Pajares & T. Urdan (toim). Self-Efficacy Beliefs of Adolescents. Information Age Publishing, 307–337.

Brosvic, G. M., Dihoff, R. E., Epstein, M. L., & Cook, M. L. (2006). Feedback facilitates the acquisition and retention of numerical fact series by elementary school students with mathematics learning disabilities. The Psychological Record, 56(1), 35–54.

Carlson, J. G., & Misshauk, M. J. (1972). Introduction to gaming: management decision simulations. New York: John Wiley & Sons.

Chang, M., Evans, M. A., Kim, S., Norton, A., Deater-Deckard, K., & Samur, Y. (2016). The effects of an educational video game on mathematical engagement. Education and Information Technologies, 21(5), 1283–1297.

Codding, R. S., Burns, M. K., & Lukito, G. (2011). Meta-analysis of mathematic basic-fact fluency interventions: A component analysis. Learning Disabilities Research & Practice, 26(1), 36–47.

Chiu, Y. H., Kao, C. W., & Reynolds, B. L. (2012). The relative effectiveness of digital game-based learning types in English as a foreign language setting: A meta-analysis. British journal of educational technology, 43(4), E104–E107.

Delazer, M., Domahs, F., Lochy, A., Bartha, L., Brenneis, C., & Trieb, T. (2004). The acquisition of arithmetic knowledge-an FMRI study. Cortex; a journal devoted to the study of the nervous system and behavior, 40(1), 166–167.

Desoete, A., & Grégoire, J. (2006). Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. Learning and individual differences, 16(4), 351-367.

Devlin, K. (2011). Mathematics education for a new era: Video games as a medium for learning. AK Peters/CRC Press.

Dick, W., Carey, L., & Carey, J. O. (2005). The systematic design of instruction(6th ed.). Boston, MA: Pearson/Allyn and Bacon.

Dietz, K., Goldman, S. R., Heffernan, N. T., Heffernan, C. L., Pellegrinao, J. W., & Soffer, D. A. (2012). Spacingand formative assessment. Paper presented at American Educational Research Association. Vancouver, Canada.

Dowker, A. (1998). Individual differences in normal arithmetical development. Teoksessa Donlan, C. (toim.) Studies in developmental psychology. The development of mathematical skills, 275–302. Psychology Press/Taylor & Francis: Great Britain.

Edwy, R., & Vodanovich, S. (2017, April). The use of 21st century technology in New Zealand primary schools: A systematic literature review. In Computer Supported Cooperative Work in Design (CSCWD), 2017 IEEE 21st International Conference on, 109–114.

Egenfeldt-Nielsen, S. (2007). Third generation educational use of computer games. Journal of Educational Multimedia and Hypermedia, 16(3), 263–281.

Ermi, L., Heliö, S., & Mäyrä, F. (2004). Pelien voima ja pelaamisen hallinta. Lapset ja nuoret pelikulttuurien toimijoina. Tampereen yliopiston hypermedialaboratorion verkkojulkaisuja, 6.

Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: a 5-year longitudinal study. Developmental psychology, 47(6), 1539.

Goodyear, P., & Retalis, S. (2010). Technology-enhanced learning. Rotterdam: Sense Publishers.

Hansen, N., Jordan, N., Fernandez, E., Siegler, R., Fuchs, L., Gerstend, R., & Micklos, D. 2015. General and math-specific predictors of sixth-graders' knowledge of fractions. Dealaware: University of Delaware

Harviainen, J. T., Meriläinen, M., & Tossavainen, T. (2013). Pelikasvattajan käsikirja. Tampere: Tammerprint Oy.

Habgood, M. J., & Ainsworth, S. E. (2011). Motivating children to learn effectively: Exploring the value of intrinsic integration in educational games. The Journal of the Learning Sciences, 20(2), 169–206.

Henriksen, T. D. (2008). Extending the experiences of learning games: or why learning games should not be fun, educative or realistic. Teoksessa Leino, O., Wirman, H., & Fernandez, A. (toim.) Extending experiences: structure, analysis and design of computer game player experience. LUP/Lapin yliopistokustannus, 140–162.

Holsti, L., Takala, T., Martikainen, A., Kajastila, R., & Hämäläinen, P. (2013). Body-controlled trampoline training games based on computer vision. Teoksessa Mackey, W. E. (toim.) CHI'13 Extended Abstracts on Human Factors in Computing Systems, 1143–1148.

Hämäläinen, R., & Oksanen, K. (2012). Challenge of supporting vocational learning: Empowering collaboration in a scripted 3D game – How does teachers' real-time orchestration make a difference? Computers & Education, 59(2), 281–293.

Ilomäki, L., & Lakkala, M. (2011). Koulu, digitaalinen teknologia ja toimivat käytännöt. Teoksessa Kankaanranta, M. & Vahtivuori-Hänninen, S. (toim.) Opetusteknologia koulun arjessa II. Jyväskylä: Jyväskylän yliopistopaino, 55–73.

Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. Journal of experimental child psychology, 85(2), 103–119.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N., & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. Learning Disabilities Research & Practice, 22(1), 36–46.

Joseph, L., Eveleigh, E., Konrad, M., Neef, N., & Volpe, R. (2012). Comparison of the efficiency of two flashcard drill methods on children's reading performance. Journal of Applied School Psychology, 28(4), 317–337.

Järvilehto, L. (2014). Hauskan oppimisen vallankumous. Jyväskylä: PS-kustannus.

Kankaanranta, M., Vahtivuori-Hänninen, S. & Koskinen, J. (2011). Opetusteknologia koulun arjessa - Ensituloksia. Teoksessa Kankaanranta, M. (toim.) Opetusteknologia koulun arjessa. Jyväskylän yliopisto: Koulutuksen tutkimuslaitos ja Agora Center, 7–16.

Kopisto, K. (2014). Oppiminen pelissä: Pelit, pelillisyys ja leikillisyys opetuksessa. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M. & Kopisto, K. (toim.) Oppiminen pelissä: Pelit, pelillisyys ja leikillisyys opetuksessa. Tampere: Vastapaino, 15–22.

Ke, F. (2011). A qualitative meta-analysis of computer games as learning tools. Teoksessa Gaming and Simulations: Concepts, Methodologies, Tools and Applications. IGI Global, 1619–1665.

Kikas, E., Peets, K., Palu, A., & Afanasjev, J. (2009). The role of individual and contextual factors in the development of maths skills. Educational psychology, 29(5), 541-560.

Kloosterman, P., Raymond, A. M., & Emenaker, C. (1996). Students' beliefs about mathematics: A three-year study. The Elementary School Journal, 97(1), 39–56.

Koponen, T., Salminen, J., & Sorvo, R. (2019). Matematiikan perustaitojen oppimisvaikeudet. Teoksessa Ahonen, M. Aro, T. Aro, M.-K. Lerkkanen & T. Siiskonen (toim.) Oppimisen vaikeudet. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 324–349.

Koskinen, A., Kangas, M., & Krokfors, L. (2014). Oppimispelien tutkimus pedagogisesta näkökulmasta. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M. & Kopisto, K. (toim.) Oppiminen pelissä: Pelit, pelillisyys ja leikillisyys opetuksessa. Tampere: Vastapaino, 23–37.

Kupari, P., Välijärvi, J., Andersson, L., Arffman, I., Nissinen, K., Puhakka, E., & Vettenranta, J. (2013). PISA12 ensituloksia. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 20/2013. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto, Koulutuksen tutkimuslaitos.

Kupiainen, R. (2013). Diginatiivit ja käyttäjälähtöinen kulttuuri. Widerscreen, 1(2013), 2013-1.

Kurvinen, E., Dagienė, V., & Laakso, M-J. (2018). The Impact and Effectiveness of Technology Enhanced mathematics Learning. Teoksessa Constructionism 2018: Constructionism, Computational Thinking and Educational Innovation, Vilnius: Lithuania. Conference Proceedings, 344–356.

Kurvinen, E., Lindén, R., Rajala, T., Kaila, E., Laakso, M. J., & Salakoski, T. (2014). Automatic assessment and immediate feedback in first grade mathematics. Teoksessa Proceedings of the 14th Koli Calling International Conference on Computing Education Research, 15–23.

Lehtinen, E., Hannula-Sormunen, M., McMullen, J., & Gruber, H. (2017). Cultivating mathematical skills: From drill-and-practice to deliberate practice. ZDM, 49(4), 625–636.

Lehtinen, E., Lehtinen, H., & Brezovszky, B. (2014). Matematiikka pelissä. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M., & Kopisto, K. Oppiminen pelissä: Pelit, pelillisyys ja leikillisyys opetuksessa. Tampere: Vastapaino, 38–55.

Li, Q., & Ma, X. (2010). A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning. Educational Psychology Review, 22(3), 215–243.

Linnenbrink, E. A. & Pintrich, P. R. (2003). The Role of Self-efficacy Beliefs in Student Engagement and Learning in the Classroom. Reading & Writing Quarterly 19 (2), 119–137.

Malaty, G. 2003. Johdatus matematiikan rakenteeseen. Opetushallitus. Helsinki.

Marjanen, P. (2010). Serious game pedagogy as a perspective on children's learning. 'Teoksessa Mozgaleva, P. I., Gulyaeva, K., & Zamyatina, O. M. (2014). Proceedings of the European Conference on Games-based Learning. Frankfurt: Dechema eV, 235–241.

McMullen, J., Laakkonen, E., Hannula-Sormunen, M., & Lehtinen, E. (2015). Modeling the developmental trajectories of rational number concept (s). Learning and Instruction, 37, 14–20.

Merenluoto, K. & Lehtinen, E. 2004. Number concept and conceptual change: Towards a systemic model of the processes of change. Learning and instruction, 14 (5), 519–534.

Metsämuuronen, J. (2013). Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005−2012. Koulutuksen seurantaraportti, 4.

Mulé, C. M., Daniels, B., Volpe, R. J., Briesch, A. M., Joseph, L. M., Harris, K., & Leslie, L. K. (2018). A comparative effectiveness study of two high-frequency word interventions: Traditional drill and WordSheets. Journal of Behavioral Education, 27(2), 240–261.

Mäyrä, F. (2014). Alkusanat. Teoksessa Krokfors, L., Kangas, M., & Kopisto, K. Oppiminen pelissä: Pelit, pelillisyys ja leikillisyys opetuksessa. Tampere: Vastapaino, 10–11.

Niemi, K. 2008. Matematiikan oppimisen kansallinen arviointi 2007. Helsinki: Opetushallitus

Noppari, E., Uusitalo, N., Kupiainen, R., & Luostarinen, H. (2008). ´ Mä oon nyt online!´: Lasten mediaympäristö muutoksessa. Haettu osoitteesta https://trepo.tuni.fi/bitstream/handle/10024/65730/978-951-44-7293-0.pdf (4.4.2020)

Noppari, E. (2014). Mobiilimuksut. Lasten ja nuorten mediaympäristön muutos, osa 3. Tampereen yliopisto. Haettu osoitteesta https://trepo.tuni.fi/bitstream/handle/10024/95272/mobiilimuksut_2014.pdf?sequence = 1&isAllowed = y (14.1.2020)

OECD. (2019). PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do, PISA, OECD Publishing, Paris. Haettu osoitteesta https://doi.org/10.1787/5f07c754-en. (5.4.2020)

OECD. (2019). PISA 2018 Results (Volume II): Where All Students Can Succeed, PISA, OECD Publishing, Paris. Haettu osoitteesta https://doi.org/10.1787/b5fd1b8f-en. (5.4.2020)

OECD. (2015). Students, Computers and Learning. Making the Connection. Paris: OECD. Haettu osoitteesta http://dx.doi.org/10.1787/9789264239555-en (13.1.2020)

Opetushallitus. (2011). Tieto- ja viestintätekniikka opetuskäytössä - Välineet, vaikuttavuus ja hyödyt. Tilannekatsaus toukokuu 2011. Muistiot 2011:2. Haettu osoitteesta https://docplayer.fi/97635-Tieto-ja-viestintatekniikka-opetuskaytossa.html (13.1.2020)

Opetushallitus. (2014). Perusopetussuunnitelman perusteet 2014. Helsinki

Pajares, F. (1997). Current Directions in Self-Efficacy Research. Teoksessa M. Maehr & P. R. Pintrich (toim). Advances in Motivation and Achievement. Vol. 10, Greenwich, CT: JAI Press, 1–49.

Pajares, F. (2002). Overview of Social Cognitive Theory and of Self-Efficacy. Haettu osoitteesta http://www.uky.edu/~eushe2/Pajares/eff.html (20.3.2020)

Pajares, F. 2006. Self-efficacy during childhood and adolescence. Implications for teachers and parents. Teoksessa F. Pajares & T. C. Urdan. (toim.) Self-efficacy beliefs of adolecents, 339–367.

Parker, P. D., Marsh, H. W., Ciarrochi, J., Marshall, S., & Abduljabbar, A. S. (2014). Juxtaposing math self-efficacy and self-concept as predictors of long-term achievement outcomes. Educational Psychology, 34(1), 29–48.

Petersen, J. L., & Hyde, J. S. (2017). Trajectories of self-perceived math ability, utility value and interest across middle school as predictors of high school math performance. Educational Psychology, 37(4), 438–456.

Prensky, M. 2003. Digital game-based learning. Computers in Entertainment (CIE), 1(1), 21.

Rigby, S., & Ryan, R. M. (2011). Glued to games: How video games draw us in and hold us spellbound: How video games draw us in and hold us spellbound. Santa Barbara, California: Praeger.

Rodriguez-Aflecht, G. (2018). Exploring motivational effects of a mathematics serious game. Teoksessa Turun yliopiston julkaisuja B (Vol. 457). Tampere: Suomen yliopistopaino Oy.

Salokoski, T., Mustonen, A., Sipari, T., & Pulkkinen, L. (2002). Lapset tietokonepelien pelaajana. Psykologia, 37(2), 128–137.

Scheffler, P. (2016). Implementing bilingual pattern practice. RELC Journal, 47(2), 253–261.

Schweinle, A., & Mims, G. A. (2009). Mathematics self-efficacy: Stereotype threat versus resilience. Social Psychology of Education, 12(4), 501–504.

Siegler, R, Thompson, C., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. Cognitive Psychology (62) 273–296

Siegler, R. S. (2016). Magnitude knowledge: The common core of numerical development. Developmental Science, 19(3), 341–361.

Silfverberg, H. (2018). Tieto- ja viestintätekniikka matematiikan oppimisessa. Teoksessa Joutsenlahti, J., Räsänen, P., & Silfverberg, H. (toim.) Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 394–409.

Squire, K. D., & Jan, M. (2007). Mad City Mystery: Developing scientific argumentation skills with a place-based augmented reality game on handheld computers. Journal of science education and technology, 16(1), 5–29.

Suoninen, A. (2002). Lasten pelikulttuuri. Teoksessa E. Huhtamo & S. Kangas (toim.) Mariosofia. Elektronisten pelien kulttuuri. Helsinki: Gaudeamus, 95–130.

Tapscott, D. 2009. Grown up digital. How the net generation is changing your world. New York: Mc-GrawHill.

Tynjälä, P. (1999). Oppiminen tiedon rakentamisena. Tampere: Tammi.

Vermeer, H., Boekaerts, M., & Seegers, G. (2000). Motivational and Gender Differences: Sixth-Grade Students' Mathematical Problem-Solving Behavior. Journal of Educational Psychology 92 (2), 308–315.

Vamvakoussi, X., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2012). Naturally biased? In search for reaction time evidence for a natural number bias in adults. The Journal of Mathematical Behavior, 31(3), 344–355.

Van der Kleij, F., Eggen, T., Timmers, C., & Veldkamp, B. (2011). Effects of feedback in a computer-based assessment for learning. Computers & Education 58 (2012) 263–272.

Van der Kleij, F. M., Feskens, R. C., & Eggen, T. J. (2015). Effects of feedback in a computer-based learning environment on students' learning outcomes: A meta-analysis. Review of educational research, 85(4), 475–511.

Van Hoof, J., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2015). Inappropriately applying natural number properties in rational number tasks: Characterizing the development of the natural number bias through primary and secondary education. Educational Studies in Mathematics, 90(1), 39-56. Haettu osoitteesta https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs10649-015-9613-3.pdf (14.1.2020)

ViLLE. (2019). ViLLE-oppimisjärjestelmä. Turun yliopiston oppimisanalytiikan keskus. Haettu osoitteesta https://oppimisanalytiikka.fi/2019/ville (5.4.2020)

Vogel, J. J., Vogel, D. S., Cannon-Bowers, J., Bowers, C. A., Muse, K., & Wright, M. (2006). Computer gaming and interactive simulations for learning: A meta-analysis. Journal of Educational Computing Research, 34(3), 229–243.

Wastiau, P., Blamire, R., Kearney, C., Quittre, V., Van de Gaer, E., & Monseur, C. (2013). The Use of ICT in Education: a survey of schools in E urope. European Journal of Education, 48(1), 11–27.

Watson, W. R., Mong, C. J., & Harris, C. A. (2011). A case study of the in-class use of a video game for teaching high school history. Computers & Education, 56(2), 466–474.

Wenno, I. H., Wattimena, P., & Maspaitela, L. (2016). Comparative Study between Drill Skill and Concept Attainment Model towards Physics Learning Achievement. International Journal of Evaluation and Research in Education, 5(3), 211–215.

Wigfield, A. & Eccles, J. S. 2000. Expectancy-Value Theory of Achievement Motivation. Contemporary Educational Psychology, 25 (1), 68–81.

Williams, L. P. (2000). The effect of drill and practice software on multiplication skills:" Multiplication Puzzles" versus" the mad minute.". ERIC Clearinghouse.

Whitton, N. (2009). Learning with digital games: A practical guide to engaging students in higher education. New York: Routledge.

Wu, W. H., Chiou, W. B., Kao, H. Y., Hu, C. H. A., & Huang, S. H. (2012a). Re-exploring game-assisted learning research: The perspective of learning theoretical bases. Computers & Education, 59(4), 1153–1161.

Wu, W. H., Hsiao, H. C., Wu, P. L., Lin, C. H., & Huang, S. H. (2012b). Investigating the learning-theory foundations of game-based learning: a meta-analysis. Journal of Computer Assisted Learning, 28(3), 265–279.

Zhang, P. (2014). Basic Land Drills for Swimming Stroke Acquisition. JTRM in Kinesiology.

Young-Loveridge, J., Taylor, M., Sharma, S., & Hāwera, N. (2006). Students' perspectives on the nature of mathematics, 583–590.

Yu, F. Y., & Chen, Y. J. (2014). Effects of student-generated questions as the source of online drill-and-practice activities on learning. British Journal of Educational Technology, 45(2), 316–329.

10 LIITTEET

LIITE 1: ALKU- JA LOPPUTESTIN KYSELY

Nimi:_________________
Sukupuoli: tyttö/poika
Arvio omasta matematiikan osaamisestasi (4-10):_________

Lue seuraavat kysymykset huolellisesti ja valitse **rastita pallo** (○) itseäsi **parhaiten kuvaava** vaihtoehto. Kysymyksissä **viitataan tehtäviin**, joita laskit aiemmin tällä tunnilla. Tässä muutama esimerkki tehtävistä, joita laskit aiemmin tällä tunnilla.

$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} =$ $\quad$ $2\frac{6}{7} + 5\frac{1}{2} =$

$0{,}71 - 0{,}4 =$ $\quad$ $3{,}4 + 1{,}02 =$

1. **Kuinka hyvin arvelet onnistuvasi tämänkaltaisissa tehtävissä?**
   - o erittäin huonosti
   - o en kovin huonosti
   - o en huonosti enkä hyvin
   - o hyvin
   - o erittäin hyvin

2. **Kuinka helppoja tämänkaltaiset tehtävät olivat sinulle?**
   - o ei yhtään helppoja
   - o ei kovin helppoja
   - o ei helppoja eikä vaikeita
   - o helppoja
   - o todella helppoja

3. **Kuinka hyvin arvelet pystyväsi laskemaan tämänkaltaisia tehtäviä?**
   - o erittäin huonosti
   - o huonosti
   - o en huonosti enkä hyvin
   - o hyvin
   - o todella hyvin

4. **Kuinka usein onnistut tämänkaltaisissa tehtävissä ilman apua?**
   - o tuskin koskaan
   - o harvoin
   - o joskus
   - o usein
   - o melkein aina

5. Kuinka vaikeina pidät tämänkaltaisia tehtäviä? (aiemmin tällä tunnilla laskemiasi tehtäviä)
- o en yhtään vaikeina
- o harvoin vaikeina
- o en vaikeina enkä helppoina
- o hyvin vaikeina
- o todella vaikeina

6. Kuinka paljon sinun täytyy tavallisesti yrittää tämänkaltaisissa tehtävissä, jotta pääset kokeesta läpi?
- o minun ei tarvitse yrittää ollenkaan parastani
- o yritän jonkin verran
- o minulle riittää normaali suoritus
- o yritän jonkin verran enemmän kuin normaalisti
- o minun täytyy yrittää niin hyvin kuin pystyn

7. Millaisen arvosanan arvelet saavasi tämänkaltaisista tehtävistä?
- o 4
- o 5-6
- o 7-8
- o 9
- o 10

8. Kuinka hyvä olet tämänkaltaisissa tehtävissä verrattuna oman luokan oppilaisiin?
- o keskimääräistä erittäin paljon huonompi
- o keskimääräistä huonompi
- o en keskimääräistä huonompi enkä parempi
- o keskimääräistä parempi
- o keskimääräistä todella paljon parempi

9. Huvittaako sinua aloittaa tämänkaltaisia tehtäviä?
- o erittäin vähän
- o vähän
- o normaalisti
- o paljon
- o erittäin paljon

10. Kuinka innostunut olet tämänkaltaisista tehtävistä?
- o en yhtään innostunut
- o en kovin innostunut
- o en ole mitään mieltä
- o innostunut
- o hyvin innostunut

11. Kuinka mieluisana koet tämänkaltaiset tehtävät?
- o en yhtään mieluisana
- o en kovin mieluisana
- o en ole mitään mieltä
- o mieluisana
- o hyvin mieluisana

12. Kuinka hyödylliseksi koet tämänkaltaiset tehtävät?
- o en yhtään hyödylliseksi
- o melko hyödylliseksi
- o en ole mitään mieltä
- o hyödyllisenä
- o hyvin hyödyllisenä

13. Kuinka tärkeää sinulle on onnistua tämänkaltaisissa tehtävissä?
- o en yhtään tärkeänä
- o en kovin tärkeänä
- o en ole mitään mieltä
- o tärkeänä
- o hyvin tärkeänä.

14. Kunka paljon aiot satsata tämänkaltaisiin tehtäviin
- o minun ei tarvitse yrittää ollenkaan parastani
- o yritän jonkin verran
- o minulle riittää normaali suoritus
- o yritän jonkin verran enemmän kuin normaalisti
- o minun täytyy yrittää niin hyvin kuin pystyn

15. Tavoitteeni näissä tehtävistä on saada arvosanaksi …
- o 4
- o 5-6
- o 7-8
- o 9
- o 10

16. Kuinka paljon aiot panostaa näihin tehtäviin?
- o hyvin vähän
- o melko vähän
- o en vähän enkä paljoa
- o paljon
- o erittäin paljon

17. Jos saisit niin paljon aikaa näihin tehtäviin kuin haluaisit, kuinka paljon aikaa käyttäisit niihin?
- o aloittaisin ja päättäisin myöhemmin, kuinka kauan aion tehdä
- o käytän vähemmän aikaa kuin normaalisti
- o käytän aikaa normaalisti
- o käytän aikaa enemmän kuin normaalisti
- o teen siihen asti, kunnes olisin täysin tyytyväinen

LIITE 2: ALKU- JA LOPPUTESTIN LASKUT

Nimi:____________________________

Lue ohjeet huolella läpi.

1. **Laske** laskut
2. **Anna** vastaukset murto- tai desimaalilukuna (ÄLÄ anna vastausta sekalukuna)
3. **Sievennä** vastauksesi
4. **Siirry** seuraavaan kohtaan, **jos et osaa** heti laskea laskua

$\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=$	$\frac{1}{5}+\frac{2}{3}=$
$\frac{7}{8}+\frac{2}{8}=$	$0{,}4+0{,}2=$
$5{,}29-4{,}2=$	$\frac{5}{7}-\frac{1}{2}=$
$0{,}71-0{,}4=$	$0{,}38-0{,}14=$
$3{,}4+1{,}02=$	$0{,}11+0{,}7=$
$2\,\frac{6}{7}+5\,\frac{1}{2}=$	$2\,\frac{3}{4}+4\,\frac{1}{8}=$
$3\,\frac{2}{3}-\frac{3}{4}=$	$2{,}7+11{,}22=$
$5{,}12-3{,}23=$	$\frac{7}{3}-\frac{2}{6}=$

$1{,}2 + 0{,}2 =$	$2{,}21 - 1{,}23 =$
$5\frac{1}{7} + \frac{1}{2} =$	$1\frac{2}{7} + 2\frac{1}{3} =$
$1{,}3 + 5{,}72 =$	$\frac{7}{3} - \frac{4}{3} =$
$13{,}2 - 4{,}98 =$	$\frac{3}{5} - \frac{1}{7} =$
$\frac{7}{5} + \frac{2}{3} =$	$\frac{1}{4} + \frac{4}{5} =$
$4\ \frac{3}{5} - 2\ \frac{1}{2} =$	$\frac{5}{4} + \frac{3}{6} =$
$3{,}72 - 2{,}33 =$	$9{,}88 + 11{,}13 =$
$11{,}11 - 5{,}7 =$	$\frac{7}{2} + \frac{2}{7} =$
$\frac{11}{3} - \frac{3}{11} =$	$\frac{9}{4} - \frac{3}{2} =$
$1{,}3 + 5{,}72 =$	$\frac{2}{4} + \frac{1}{2} =$
$5{,}67 + 2 =$	$\frac{4}{9} - \frac{1}{3} =$

$\frac{1}{3}+\frac{2}{4}=$	$\frac{2}{5}+\frac{4}{10}=$

LIITE 3: TUTKIMUSLUPALOMAKE HUOLTAJILLE

Hyvä huoltaja

Olemme Turun yliopiston opettajankoulutuslaitoksen neljännen vuoden opiskelijoita. Luokanopettajan opintoihimme sisältyy pro gradu -tutkimus liittyen kasvatuksen eri osa-alueisiin.

Toivomme, että lapsenne voisi osallistua tutkimukseen, jossa tutkitaan laskettujen murto- ja desimaalilukutehtävien määrän yhteyttä osaamistulosten parantumiseen. Tutkimus toteutetaan koko luokan kesken, jossa oppilaat harjoittelevat ja laskevat kerran viikossa yhden ViLLE-tunnin aikana opetussuunnitelman mukaisia tehtäviä eivätkä joudu tekemään mitään muuta ylimääräistä. Tietokoneella tehtävät ViLLE-tehtävät tukevat matematiikan oppimista ja opettamista. Tutkimus ei muuta oppituntien rakennetta mitenkään eivätkä tunnit poikkea normaalista matematiikan tunnista.

Tutkimuksemme tavoitteena on selvittää *laskettujen murto- ja desimaalilukutehtävien määrän yhteyttä matemaattisten taitojen kehitykseen kokeilun aikana*. Tutkimus olisi tarkoitus aloittaa 5. luokan syksyn alkupuolella, kun oppilaat ovat jo edellisvuonna tutustuneet matematiikan oppikirjojen mukaisesti murto- ja desimaalilukuihin ja niiden yhteen- ja vähennyslaskuihin. Tutkimus on suunniteltu kestävän noin 2 kuukautta, jonka aikana oppilaat saavat harjoitella kerran viikossa yhden tunnin murto- ja desimaalilukutehtäviä ViLLE-ympäristössä. *Jotta voimme tutkia oppilaan edistymistä murto- ja desimaalilukujen laskemisessa, oppilaat tekevät ViLLE-tehtävien lisäksi alkutestin ja lopputestin.*

Tutkimukseen osallistuvien *lasten nimiä, kouluja tai opettajia ei tulla julkistamaan vaan kaikki tiedot käsitellään luottamuksellisesti ja anonyymisti*. Aineisto anonymisoidaan siten, ettei siitä pysty päättelemään lapsenne nimeä. On mahdollista, että Pro gradun lisäksi tutkimus raportoidaan tieteellisessä julkaisussa yhteistyössä tutkimusta ohjanneiden tutkijoiden kanssa. Aineistoa säilytetään Turun yliopiston tietosuojatulla Seafile-palvelimella 5 vuotta tutkimuksen julkaisemisen jälkeen.

Pyydämme, että täyttäisitte oheisen huoltajan suostumuksen ja palauttaisitte sen lapsenne opettajalle 29.08.2019 mennessä. Mikäli toivotte lisätietoja tutkimuksesta, voitte ottaa yhteyttä Tane Nguyeniin tai Mika Mäkelään. Vastaamme mielellämme kysymyksiinne.

Ystävällisin terveisin,

______________________________	______________________________
Tane Nguyen	Mika Mäkelä
Puh. 050 443 4302, vathng@utu.fi	Puh. 044 071 1994, mikmaky@utu.fi

Leikkaa tästä ja palauta opettajalle 29.08.2019 mennessä

Suostun, että lapseni ____ osallistuu edellä kuvattuun murto-ja desimaalilukujen oppimista koskevaan tutkimukseen.
(lapsen nimi)

En suostu, että lapseni ____ osallistuu edellä kuvattuun murto-ja desimaalilukujen oppimista koskevaan tutkimukseen.
(lapsen nimi)

______________________________	______________________________
Päiväys	Huoltajan allekirjoitus ja nimenselvennys

LIITE 4: TAULUKOT

Taulukko 18: Pääkomponenttien lataukset

	alkukysely			loppukysely		
kysymys	PK1	PK2	PK3	PK1	PK2	PK3
1	**0,69**	0,36	0	**0,70**	0	0
2	**0,70**	0	0	**0,77**	0	0
3	**0,66**	0,44	0	**0,77**	0	0
4	**0,55**	0	0	**0,70**	0	0
5	**0,52**	0	0	**0,67**	0	0
6	0	0	0	0	0	0
7	**0,59**	0	0	**0,65**	0	0
8	**0,57**	0	0,38	**0,54**	0	0
9	0,31	**0,57**	0		**0,76**	0
10	0	**0,95**	0	0	**0,86**	0
11	0,33	**0,64**	0	0	**0,81**	0
12	0	0,32	**0,45**	0	0,40	**0,41**
13	0	0	**0,70**	0	0	**0,75**
14	0	0	0	0	0	0
15	0,39	0	**0,40**	0	0	**0,37**
16	0	0	**0,47**	0	0	**0,63**
17	0	0	0	0	0	0

Taulukko 19: Sukupuolten väliset järjestysluvut tehtävämäärissä

		sukupuoli	järjestysluku
kaikki tehtävät	ViLLE	pojat	65,03
		tytöt	61,30
	alkutesti	pojat	73,31
		tytöt	54,36
	lopputesti	pojat	74,52
		tytöt	53,35
	muutos	pojat	66,26
		tytöt	60,26
desimaaliluku tehtävät	alkutesti	pojat	76,34
		tytöt	51,82
	lopputesti	pojat	76,59
		tytöt	51,61
	muutos	pojat	62,90
		tytöt	63,08
murtoluku tehtävät	alkutesti	pojat	61,22
		tytöt	64,49
	lopputesti	pojat	67,43
		tytöt	59,29
	muutos	pojat	67,72
		tytöt	59,04

Taulukko 20: Luokkien väliset järjestysluvut tehtävämäärissä

		luokka	järjestysluku
	ViLLE	1	28,59
		2	20,43
		3	70,88
		4	99,80
		5	95,38
		6	37,59
		7	63,26
kaikki tehtävät	alkutesti	1	50,75
		2	51,86
		3	77,78
		4	75,10
		5	71,56
		6	63,13
		7	51,88
	lopputesti	1	50,68
		2	46,50
		3	68,53
		4	81,30
		5	69,65
		6	66,72
		7	55,18
	kokonais-muutos	1	61,61
		2	51,71
		3	55,72
		4	73,60
		5	61,71
		6	64,72
		7	65,82
desimaaliluku-tehtävät	alkutesti	1	56,93
		2	58,71
		3	64,69

		4	72,00
		5	74,06
		6	62,66
		7	52,66
	lopputesti	1	46,14
		2	44,50
		3	60,88
		4	64,93
		5	91,00
		6	62,81
		7	56,46
	muutos	1	50,73
		2	45,79
		3	60,06
		4	56,17
		5	82,52
		6	58,81
		7	68,54
murtoluku-tehtävät	alkutesti	1	44,14
		2	45,79
		3	93,97
		4	77,77
		5	63,83
		6	63,41
		7	54,68
	lopputesti	1	62,57
		2	57,86
		3	76,56
		4	88,67
		5	37,65
		6	73,50
		7	58,36
	muutos	1	75,52
		2	67,36

	3	54,53
	4	82,40
	5	35,23
	6	73,16
	7	64,70

Taulukko 21: Taitotason mukaiset järjestysluvut tehtävämäärissä

		taitotaso	järjestysluku
	ViLLE	hyvä	69,32
		keskitaso	62,94
		heikko	33,05
kaikki tehtävät	alkutesti	hyvä	76,61
		keskitaso	56,85
		heikko	38,85
	lopputesti	hyvä	78,68
		keskitaso	56,13
		heikko	33,75
	kokonaismuutos	hyvä	68,90
		keskitaso	61,28
		heikko	46,25
desimaaliluku-tehtävät	alkutesti	hyvä	77,26
		keskitaso	56,19
		heikko	40,20
	lopputesti	hyvä	76,66
		keskitaso	56,63
		heikko	40,15
	muutos	hyvä	61,71
		keskitaso	64,09
		heikko	61,90
murtoluku-tehtävät	alkutesti	hyvä	67,86
		keskitaso	61,61
		heikko	48,95
	lopputesti	hyvä	74,80
		keskitaso	58,06
		heikko	39,45
	muutos	hyvä	74,33
		keskitaso	57,59
		heikko	44,85

Taulukko 22: Sukupuolten väliset järjestysluvut pääkomponenteissa

	pääkomponentti	sukupuoli	järjestysluku
alkukysely	subjektiivinen kompetenssi	pojat	68,89
		tytöt	58,07
	tehtävien viehätys	pojat	65,20
		tytöt	61,15
	henkilökohtainen merkitys	pojat	65,39
		tytöt	61,00
loppukysely	subjektiivinen kompetenssi	pojat	69,11
		tytöt	57,88
	tehtävien viehätys	pojat	64,28
		tytöt	61,93
	henkilökohtainen merkitys	pojat	62,99
		tytöt	63,01

Taulukko 23: Luokkien väliset järjestysluvut pääkomponenteissa

luokka	aPK1	aPK2	aPK3	lPK1	lPK2	lPK3
1	63,55	43,91	63,77	52,27	33,55	61,91
2	87,07	89,36	74,07	53,00	67,14	39,14
3	57,07	58,78	77,31	46,19	59,59	71,50
4	65,47	62,70	55,77	65,73	70,17	48,67
5	62.36	62,21	55,83	77,77	73,77	69,33
6	53,25	59,09	59,97	60,47	75,56	75,25
7	64,76	78,56	63,22	71,80	67,26	59,88

Taulukko 24: Taitotason mukaiset järjestysluvut pääkomponenteissa

	pääkomponentti	taitotaso	järjestysluku
alkukysely	subjektiivinen kompetenssi	1	88,08
		2	49,57
		3	32,60
	tehtävien viehätys	1	70,95
		2	58,60
		3	54,35
	henkilökohtainen merkitys	1	77,51
		2	55,02
		3	46,80
loppukysely	subjektiivinen kompetenssi	1	77,31
		2	55,65
		3	43,55
	tehtävien viehätys	1	59,02
		2	66,43
		3	59,10
	henkilökohtainen merkitys	1	66,30
		2	62,91
		3	47,75