MINÄPYSTYVYYDEN YHTEYS ONGELMANRATKAISUUN MATEMATIIKASSA

Maija Korventausta

Pro gradu -tutkielma

Maaliskuu 2020

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

TURUN YLIOPISTO

TURUN YLIOPISTO

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

KORVENTAUSTA, MAIJA
Pro gradu -tutkielma, 34 sivua
Matematiikka
Maaliskuu 2020

Tämä pro gradu -tutkielma on kirjallisuuskatsaus, jossa analysoidaan kirjallisuuden perusteella, millainen yhteys minäpystyvyydellä on ongelmanratkaisuun matematiikassa, mitä tekijöitä niiden väliseen yhteyteen liittyy, ja miten opettaja voi vaikuttaa oppilaan minäpystyvyyteen ja ongelmanratkaisukykyyn. Minäpystyvyydellä tarkoitetaan henkilön omaa arviota siitä, kuinka hyvin hän uskoo selviytyvänsä jostain tietystä tehtävästä. Matemaattinen ongelma on jokin sellainen matemaattinen tehtävä, jonka ratkaisemiseksi yksilön täytyy yhdistellä hänelle tuttuja tietoja ja taitoja uudella tavalla. Kirjallisuudessa on havaittu yhteys minäpystyvyyden ja ongelmanratkaisun välillä. Oppilaan minäpystyvyys on yhteydessä muun muassa oppilaan sitoutuvuuteen matematiikan opiskelua ja ongelmanratkaisua kohtaan, hänen sinnikkyyteensä yrittää ratkaista ongelmia aina vain uudestaan ja ongelmien ratkaisuun liittyvään motivaatioon. Nämä tekijät ovat taas yhteydessä parempiin ongelmanratkaisutuloksiin. Selkeää kausaalista suhdetta eri tekijöiden välillä ei löydetty, sillä toisaalta taas esimerkiksi hyvät tulokset ongelmanratkaisussa kasvattavat motivaatiota, sitoutumista ja minäpystyvyyttä. Sukupuoleen liittyvistä eroista minäpystyvyydessä ja ongelmanratkaisukyvyissä ei voida tutkimusten perusteella vetää mitään tiettyä linjaa, sillä tulokset olivat moninaisia. Opettajan vaikutus oppilaan minäpystyvyyteen ja ongelmanratkaisukykyyn näyttää olevan suuri. Erityisesti opettajan emotionaalinen tuki oppilaita kohtaan on keskeisessä osassa.

Avainsanat: minäpystyvyys, ongelmanratkaisu, matematiikka

Sisällys

1 Johdanto

Koulumaailmassa on hyvin pinttynyt ennakkoluulo, että matemaattinen lahjakkuus ja osaaminen olisivat ominaisuuksia, jossa ei voi kehittyä. Kuvitellaan myös, että onnistuneet ongelmanratkaisusuoritukset ovat vain matemaattisen lahjakkuuden ansiota. Tällä tutkielmalla halutaan paneutua siihen, mitkä tekijät ovat yhteydessä matemaattisessa ongelmanratkaisussa suoriutumiseen, ja miten oppilaan minäkäsitys matematiikan osaajana ja oppijana vaikuttaa todelliseen ongelmanratkaisusuoriutumiseen. Minäpystyvyys eli ihmisen arvio siitä, miten hyvin hän pystyy suoriutumaan tietystä tehtävistä (Bandura, 1982) on hyvin keskeinen aihe koulumaailmassa ja koskee erityisesti matematiikan oppimista ja opettamista. Tämä pro gradu -tutkielma on kirjallisuuskatsaus, joka keskittyy minäpystyvyyteen erityisesti ongelmanratkaisutehtävissä koulumatematiikassa.

Minulle on tärkeää se, että oppilas tuntee olonsa turvalliseksi ja kelpaavaksi luokassa. Tähän liittyvät myös oleelliset käsitykset itsestä matematiikan oppijana ja ongelmien ratkaisijana. Minusta on ollut aina kiinnostavaa, miltä matematiikan oppiminen tuntuu, millaisia tunteita se herättää ja miten nämä tunteet ja ajatukset heijastuvat matematiikan oppimiseen ja matematiikasta suoriutumiseen. Tuorein opetussuunnitelma nostaa myös oppilaan itsetunnon tarkastelun ja luovan matemaattisen ajattelun tärkeäksi osaksi matematiikan opetusta (Opetushallitus, 2014).

Opetussuunnitelman mukaan matematiikan opetuksen tehtävä on kasvattaa oppilaan luovaa matemaattista ajattelua ja ongelmanratkaisukykyä. Matematiikan opetuksen ja annetun palautteen tulisi myös kasvattaa oppilaan itsetuntoa matematiikassa ja kehittää oppilaan myönteistä minäkuvaa matematiikan osaajana ja oppijana. (Opetushallitus, 2014). Oppilaan minäpystyvyyden kasvattaminen on siis tärkeässä osassa matematiikan opetusta myös opetussuunnitelman mukaan. Opetuksen tulisi perustua konkretiaan ja toiminnallisuuteen (Opetushallitus, 2014), johon ongelmanratkaisutehtävät ovat yksi hyvä vaihtoehto.

Opetussuunnitelmassa luokilla 7-9 matematiikan ainekohtaisessa kohdassa T20 sanotaan yhdeksi matematiikan opetuksen tavoitteeksi:

> *”ohjata oppilasta kehittämään algoritmista ajatteluaan sekä taitojaan soveltaa matematiikkaa ja ohjelmointia ongelmien ratkaisemiseen” (Opetushallitus, 2014, s. 375).*

Jo 1.-2. luokkien opetussuunnitelmassa puhutaan matematiikan kohdalla vaiheittaisten toimintaohjeiden laatimisesta (Opetushallitus, 2014, s. 129), joka viittaa algoritmisen ajattelun harjoittelun aloittamiseen. Luokilla 3.-6. oppilaat tulisi saada innostumaan ohjelmoinnista ja ohjelmointia harjoitellaan graafisessa ympäristössä (Opetushallitus, 2014, s. 235). Jotta oppilaat voisi saada innostumaan ohjelmoinnista ja ongelmien ratkaisusta, tulisi heidät saada uskomaan, että he pystyvät ohjelmoimaan ja ratkaisemaan ongelmia.

Pajares alkoi 1990-luvulla tutkia minäpystyvyyden ja matemaattisen ongelmanratkaisun yhteyttä muiden tutkijoiden kanssa (Pajares & Miller, 1994; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares, 1996; Pajares & Miller, 1997). Ennen Pajareksen ja kumppaneiden tutkimusta minäpystyvyyttä ja ongelmanratkaisua ei ollut tutkittu perusteellisesti. Pajareksen jälkeen aihetta on alettu tutkia enemmän.

On tutkittu, että oppilaan minäpystyvyyskäsitys vaikuttaa siihen, mitä oppilas tekee hallussaan olevilla tiedoilla ja taidoilla. Tämä johtaa siihen, että minäpystyvyyden kokemus on yhteydessä myös matemaattisessa ongelmanratkaisussa suoriutumiseen, ja minäpystyvyyskäsitysten pohjalta voidaan jopa ennustaa ongelmanratkaisussa onnistumista. (Pajares, 1996). Oppilailla, joiden minäpystyvyys matematiikkaa kohtaan on korkea, on yleensä myös korkeat saavutukset matematiikassa (Ozkal, 2019). Tämä vaikutus heijastuu myös ongelmanratkaisuun.

Ihmiset välttelevät joutumasta sellaisiin tilanteisiin, jotka ovat heidän selviytymiskykynsä yläpuolella (Bandura, 1977). Ongelmaa ratkaistessa matemaattinen ongelmanratkaisu tuntuu usein sarjalta epäonnistumisia (Williams, 2014), johon voikin olla vaikea tarttua. Sitkeys ja sinnikkyys yrittää aina uudelleen ja uudelleen ovatkin hyvin olennaisessa osassa onnistuneessa ongelmanratkaisussa. Minäpystyvyys on taas yhteydessä siihen, kuinka paljon yksilö jaksaa ponnistella sinnikkäästi (Pajares & Miller, 1994).

Tutkimuskysymykset muotoutuivat tutkielman teon edetessä seuraavanlaisiksi:

- Millainen yhteys minäpystyvyydellä on oppilaan ongelmanratkaisukykyyn matematiikassa? Jos yhteyttä on, millaisia tekijöitä siihen liittyy?
- Miten opettaja voi vaikuttaa oppilaan minäpystyvyyteen ja ongelmanratkaisukykyyn?

Tutkielman aluksi esitellään minäpystyvyyden ja minäkäsityksen käsitteet, tutustutaan minäpystyvyyden arviointiin ja sen pääasiallisiin lähteisiin, sekä erilaisiin ajattelutapoihin. Minäpystyvyyden ja siihen liittyvän teorian jälkeen tutustutaan ongelmanratkaisun käsitteeseen, määritellään se ja käydään läpi tunnetuimpia ongelmanratkaisumalleja.

Tutustutaan tutkimuksen valossa minäpystyvyyden ja ongelmanratkaisun yhteyteen. Käydään läpi erilaisia minäpystyvyyteen ja ongelmanratkaisuun yhteydessä olevia tekijöitä, kuten matemaattisten saavutusten vaikutus minäpystyvyyskokemuksiin, sinnikkyyden merkitys ongelmanratkaisussa, minäpystyvyyden vaikutus sinnikkyyteen, tunteiden yhteys ongelmanratkaisukykyyn ja minäpystyvyyteen, sekä sitoutuminen ongelmanratkaisuun ja sen eri tasot. Näiden lisäksi käsitellään myös motivaatiota, kontekstia, ongelmanratkaisun tarkkuutta, kestoa ja tehoa, ratkaisustrategioiden valintaa ja sukupuoleen liittyviä tutkimustuloksia ongelmanratkaisun ja minäpystyvyyden kentällä.

Lähdekirjallisuutta etsittiin tutkielmaa varten pääasiassa kasvatustieteellisestä tietokannasta ERIC ja Google Scholarista. Käytetyt hakusanat olivat math*, self-efficacy, problem solving, confidence, context, engagement, perseverance ja attitude. Käytetyt artikkelit löydettiin yhdistelemällä erilaisin kombinaatioin edellä mainittuja hakusanoja. Lisäksi sopivia artikkeleita ja konferenssijulkaisuja haettiin tutkimalla tietokannoista löydettyjen sopivien artikkelien lähdeluetteloita. Artikkelien haku rajattiin vertaisarvioiduiksi. Tieteellisten artikkelien lisäksi lähteinä käytettiin psykologiaan ja matematiikan didaktiikan aloihin liittyvää peruskirjallisuutta.

2 Minäpystyvyys ja minäkäsitys

Ennen Pajaresta tutkimukset minäpystyvyydestä matematiikan kaltaisilla aloilla akateemisessa yhteydessä ovat olleet aika rajoittuneita, eikä niitä ole paljon ollut (Pajares & Miller, 1994). Pajareksen jälkeen minäpystyvyyttä matematiikassa on tutkittu melko paljon, ja sen on todettu olevan yhteydessä moniin oppimiseen vaikuttaviin tekijöihin.

Minäpystyvyys (engl. self-efficacy) on henkilön oma arvio siitä, kuinka hyvin hän uskoo selviytyvänsä määrätystä tehtävästä (Bandura, 1982). Siinä on siis kyse henkilön luottamuksesta ja uskosta omiin kykyihinsä liittyen johonkin tiettyyn tehtävään. Minäpystyvyyskokemus vaikuttaa henkilön tekemiin päätöksiin, kuten siihen, kuinka paljon hän on valmis näkemään vaivaan jonkun tietyn ongelman selvittämiseen, ja kuinka paljon epäonnistumisia hän sietää (Bandura, 1982). Jos esimerkiksi matematiikan oppitunnilla opettaja jakaa oppilaille paljon ponnistelua ja sitkeyttä vaativan ongelmanratkaisutehtävän, sen saavat yleensä ratkaistua ne oppilaat, jotka ovat valmiita näkemään vaivaa ratkaisun eteen. Ne oppilaat, joiden minäpystyvyys, etenkin matematiikkaa kohtaan, on matala, luovuttavat nopeammin opettajan jakamien, sitkeyttä vaativien tehtävien ratkaisemisessa. Minäkäsitys ja minäpystyvyys ovat eri käsitteitä ja ilmiöitä, eikä niitä pidä sekoittaa toisiinsa (Bandura, 1982).

Minäkäsitys (engl. self-concept) tarkoittaa ihmisen käsitystä persoonallisuudestaan ja itsestään. Se tarkoittaa ihmisen käsitystä ulkonäöstään, taustastaan, taidoistaan, asenteistaan, tunteistaan ja resursseistaan. (Linnanmäki, 2004). Minäkäsitys vastaa siis esimerkiksi kysymyksiin: ”Kuka minä olen?”, ”Mistä olen kotoisin?”, ”Mitä minä osaan?”. ”Miltä minusta tuntuu matematiikan tunneilla?”, ”Miten kohtaan ongelmia?” ja ”Olenko minä hyvä matematiikassa?”. Minäkäsitykseen vaikuttavia asioita on monia. Se kehittyy vuorovaikutuksessa yksilön ja hänen ympäristönsä kanssa, ja siihen vaikuttavat merkittävästi yksilölle tärkeät ihmiset (Linnanmäki, 2004).

Minäkäsityksen ja minäpystyvyyden eroa voidaan havainnollistaa seuraavalla esimerkillä. Martta on kahdeksannen luokan oppilas, joka harrastaa viulun soittoa ja jalkapalloa. Hän on kotoisin Seinäjoelta, mutta hän on muuttanut Turkuun kolmannella luokalla, koska hänen äitinsä sai uuden työpaikan Turun kaupungilta. Martan minäkäsitykseen kuuluu se, että hän on kahdeksannella luokalla, hän osaa soittaa viulua ja hän on muutenkin musikaalinen. Hän ei ole erityisen notkea, eikä hyvä voimistelussa, mutta on nopea juoksemaan. Vahvasti minäkäsitykseen vaikuttavat Martan juuret, sillä hän on kotoisin Seinäjoelta ja puhuu Etelä-Pohjanmaan murretta. Hän on hyvä matematiikassa ja ajattelee, että on hyvä ratkaisemaan ongelmia. Muutenkin hän menestyy koulussa hyvin, lukuun ottamatta englannin kieltä. Martan matematiikkaan liittyvä minäpystyvyys on korkea: hän on saanut matematiikasta onnistumisen kokemuksia ja hän tekee vaikeimmatkin kotitehtävät ahkerasti, sillä uskoo osaavansa ne, kunhan vain yrittää tarpeeksi. Martalla on kuitenkin vaikeuksia englannin kanssa. Hän turhautuu nopeasti, eikä jaksa opiskella sanakokeisiin, sillä hän ei usko, että oppisi kuitenkaan opettajan merkitsemiä sanoja. Hänen minäpystyvyytensä englannin oppimista kohtaan on matala.

Minäkäsitykseen ja minäpystyvyyteen vaikuttavat myös tekijät, joilla selitetään onnistumisia tai epäonnistumisia. Jos onnistuminen tai epäonnistuminen johtuu itsestä, sanotaan, että onnistuminen tai epäonnistuminen johtuu sisäisestä tekijästä (Linnanmäki, 2004). Esimerkiksi hyvät laskutaidot voivat olla sisäinen tekijä, joka johtaa onnistumiseen. Jos onnistuminen tai epäonnistuminen johtuu itsestä riippumattomista asioista, onnistuminen epäonnistuminen johtuu ulkoisesta tekijästä (Linnanmäki, 2004). Ulkoinen, epäonnistumiseen johtava tekijä voi olla esimerkiksi se, että opettaja on tehnyt yksinkertaisesti liian vaikean kokeen, ja kysynyt asioita, joita ei ole opettanut. Seuraavissa alaluvussa syvennytään siihen, miten yksilö arvioi omaa minäpystyvyyttään, mihin nämä arviot perustuvat ja miten erilaiset ajattelutavat ja -mallit vaikuttavat minäpystyvyyskäsityksiin ja ongelmanratkaisusuoriutumiseen.

2.1 Minäpystyvyyden arviointi

Minäpystyvyyden arviointi on päättelyprosessi, jossa pitää yhdistää henkilökohtaiset ja tilannesidonnaiset tekijät, ja nämä tekijät täytyy suhteuttaa toisiinsa sen mukaan, mihin liittyen minäpystyvyyttä ollaan arvioimassa (Bandura, 1982). Kyse on siis siitä, että jos oppilas esimerkiksi arvioi omaa matematiikkaan liittyvää minäpystyvyyttään, hänen arviointiprosessinsa voi kulkea seuraavasti: Oskari arvioi ensin omat aiemmat kokemuksensa matematiikasta, onko hän kokenut enemmän onnistumisen vai epäonnistumisen kokemuksia tämänkaltaisissa tehtävissä. Oskari on pärjännyt yleensä matematiikassa hyvin ja ratkookin usein rutiinitehtävien jälkeen opettajan antamia ongelmatehtäviä, koska hän on niin nopea laskija. Kyseiset tehtävät sujuvat Oskarilta yleensä hyvin. Sitten hän arvioi, miten vaikea kyseinen tehtävä on verrattuna niihin, millaisia hän on ennen osannut ratkaista, tai joissa hän on epäonnistunut. Tällä kertaa opettajan antamat tehtävät ovat hieman haastavampia kuin yleensä, mutta opettaja uskoo Oskarin suoriutuvan niistä hyvin. Lisäksi Oskari ottaa huomioon tilanteeseen liittyviä tekijöitä, kuten sen, onko apua saatavilla. Nyt Oskari on kuitenkin ollut sairaana ja poissa koulusta, sekä hänen perheessään on ollut riitaa aamulla. Hänen mielensä on maassa, eikä hän ole osannut tehdä matematiikan kotitehtäviä. Opettaja vaikuttaa Oskarin mielestä kiireiseltä, eikä Oskari tohdi pyytää opettajalta apua. Näiden tietojen perusteella hän tekee oman arvionsa minäpystyvyydestään kyseistä tehtävää kohtaan. Vaikka opettaja antaa hänelle samantyyppisiä ongelmanratkaisutehtäviä kuin aina ennenkin, Oskari tuntee olonsa nyt kuitenkin epävarmaksi. Hän on negatiivisen mielialansa ja lähiaikojen epäonnistumisten vuoksi arvioinut oman minäpystyvyytensä matalammaksi kuin yleensä, eikä saa ongelmia ratkaistuksi, vaikka hänen matemaattiset taitonsa riittäisivätkin.

Opiskelijoiden arvio minäpystyvyydestään auttaa määrittämään, mitä opiskelijat tekevät hallussaan olevilla tiedoilla ja taidoilla. Tämän vuoksi se, mitä opiskelijat uskovat saavuttavansa, vaikuttavat suuresti matemaattiseen ongelmanratkaisuun ja ennustavat sen onnistumista. (Pajares, 1996). Edellisen esimerkin kohdalla oppilas olisi pystynyt taitojensa perusteella ratkaisemaan opettajan antamat ongelmat, jos hänen minäpystyvyysuskomuksensa olisi ollut korkeammalla tasolla, sillä normaaliolosuhteissa hänellä ei ollut ongelmia, eikä kyse ollut hänen matemaattisista taidoistaan. Myönteisellä minäkäsityksellä on yhteys oppilaan hyvään koulumenestykseen (Linnanmäki, 2004). Jos henkilöltä puuttuu minäpystyvyys, tai hänen minäpystyvyytensä on hyvin matala, hän käyttäytyy yleensä hyvin tehottomasti, vaikka tietäisikin, mitä tilanteessa pitää tehdä. Onnistuneeseen toimintaan tarvitaan taitojen lisäksi itseluottamus, jotta taitojen käyttö on optimaalista. (Bandura, 1982).

Banduran (1982) mukaan minäpystyvyyden arviointiprosessiin vaikuttavat tilannesidonnaisten tekijöiden lisäksi henkilökohtaiset tekijät. Yksi esimerkki minäpystyvyyden arvioon liittyvästä henkilökohtaisesta tekijästä on oppilaan ikä. Lapsen käsitys itsestään on nuorempana positiivisempi kuin vanhempana. Nuorempien lasten minäpystyvyysuskomukset ovat positiivisempia kuin vanhempien lasten. Nämä muutokset minäpystyvyydessä ja minäkäsityksessä johtuvat muun muassa siitä, että vanhempana lapset oppivat vertaamaan itseään toisiin ja oppivat tulkitsemaan saamaansa palautetta. Myös kouluympäristön kilpailullisuus vaikuttaa oppilaan minäkäsitykseen ja minäpystyvyysuskomuksiin. (Aunola, 2005).

Pienet lapset eivät pysty vielä erottamaan kyvykkyyden ja odotuksen käsitteitä, vaan ne ovat sama asia. Lapset uskovat onnistuvansa, kunhan yrittävät tarpeeksi, ja tästä seuraa se, että he kokevat itsensä kyvykkäiksi. Mitä vanhemmaksi lapsi kuitenkin kasvaa, hän alkaa nähdä eron kyvykkyyden ja odotuksen välillä. Noin yhdeksänvuotiaat lapset alkavat erottaa kyvykkyyden ja odotukset toisistaan. Tämä johtaa siihen, että kyvykkyyttä ei pidetä enää onnistumisen takeena, tai onnistuminen ei välttämättä tarkoita enää kyvykkyyttä, vaan siihen vaikuttaa paljon muitakin asioita. (Aunola, 2005). Onnistumista ei välttämättä pidetä enää omana saavutuksena, vaan syy siihen voi olla esimerkiksi opettajan turhan kepeä arvostelu, tai ylioppilaskokeissa muiden kokelaiden huono menestyminen, jolloin arviointijakaumana käytettävän normaalijakauman vuoksi keskinkertaisella suorituksella saa hyvän arvosanan.

Edellä on käsitelty yleisesti sitä, mitkä tekijät vaikuttavat yksilön tekemään arvioon omasta minäpystyvyydestään jotain tiettyä tehtävää kohtaan. Nämä tekijät jaettiin karkeasti henkilökohtaisiin ja tilannesidonnaisiin tekijöihin. Tämä jako on hyvä, mutta melko vajavainen, ja jättää ilmaan aika paljon kysymyksiä siitä, mistä esimerkiksi henkilökohtainen tekijä, kuten pelko, missäkin tilanteessa johtuu. Seuraavaksi tutustutaan Banduran sosiokognitiiviseen teoriaan, joka auttaa vastaamaan tähän kysymykseen.

2.2 Banduran sosiokognitiivinen teoria

Albert Bandura loi sosiokognitiivisen teorian vuonna 1977. Sosiokognitiivisen teorian mukaan minäpystyvyyden arvioinnit perustuvat neljään pääasialliseen lähteeseen. Ne ovat aktiivinen suorituskyvyn saavuttaminen, sijaiskokemukset muita tarkkailemalla, sanallinen suostuttelu ja siihen liittyvät sosiaaliset vaikutteet, sekä fysiologiset tilat. (Bandura, 1977).

Kokemukset tai ”aktiiviset saavutukset” (engl. enactive attainments) ovat tärkeä minäpystyvyyden lähde, koska ne voivat perustua aitoihin onnistumisen kokemuksiin. Menestyminen lisää minäpystyvyyttä, kun taas epäonnistuminen alentaa sitä. Etenkin, jos ihminen epäonnistuu yrittämisen varhaisessa vaiheessa, eikä epäonnistuminen johdu ponnistelun puutteesta tai ulkoisten olosuhteitten aiheuttamista haitoista, epäonnistumisen kokemuksella on madaltava vaikutus minäpystyvyyteen. (Bandura, 1982). Korkeaan minäpystyvyyteen matematiikassa liittyvät positiiviset ja onnistuneet kokemukset matematiikasta. Lisäksi korkean minäpystyvyyden omaavilla oppilailla on usko siihen, että he menestyvät myös tulevaisuudessa vaikeammissakin tehtävissä. Matalan minäpystyvyyden tapauksessa oppilaalla saattaa olla ollut pieniä onnistumisen kokemuksia, jotka ovat kestäneet vain vähän aikaa. Onnistuneiden kokemusten jälkeen oppilas kokee taas epäonnistumisia, jolloin hän uppoaa taas epätoivoon. (Yildiz & Özdemir, 2019). Edellisessä kappaleessa esimerkiksi otettu pelon tunne, joka huonontaa yksilön minäpystyvyyttä, voi johtua esimerkiksi epäonnistumisen kokemusten sarjasta.

Sijaiskokemukset (engl. vicarious experiences) eli välilliset kokemukset vaikuttavat osittain ihmisen minäpystyvyysarvioihin. Tätä kutsutaan myös mallintamiseksi. Jonkun muun eli tässä tapauksessa mallin onnistumisen näkeminen voi kasvattaa minäpystyvyysodotuksia tarkkailijan roolissa olevien kohdalla. Tämä on kaikkein tehokkainta silloin, kun tarkkailija voi samaistua malliin ja nähdä itsensä mallin kanssa vertaisena. Tällöin tarkkailijan roolissa oleva arvioi, että hänellä on myös kyky onnistua samalla tavalla ja kyetä tekemään samanlaisia asioita. Pätevät mallit voivat opettaa tarkkailijoille myös tehokkaita strategioita, joiden avulla voi käsitellä haastavia tilanteita. (Bandura, 1982). On mahdollista, että jos oppilas työskentelee vertaistensa kanssa, jotka menestyvät tehtävissä, oppilaan minäpystyvyyden kokemus kasvaa (Martin & Rimm-Kaufman, 2015). Oppilaat usein myös peilaavat omaa suoritustaan luokkatovereidensa, vertaistensa, suorituksiin ja määrittävät sen mukaan sen, ovatko onnistuneet esimerkiksi kokeessa. Kavereiden koetulokset ovat tärkeitä sekä matalan, että korkean minäpystyvyyden omaaville oppilaille (Yildiz & Özdemir, 2019).

Sanallinen suostuttelu (engl. verbal persuasion) tai vakuuttelu on laajalti käytetty tarkoituksena saada ihmiset uskomaan omiin kykyihinsä ja näiden kykyjen avulla saavuttamaan haluamansa. Pelkästään vakuuttelemalla voi kasvattaa minäpystyvyyttä hyvin rajallisesti ainakaan pysyvästi, mutta vakuuttelu voi osaltaan edistää onnistumisen kokemusta, jos korkealle asetetut arviot ovat realististen rajojen sisäpuolella. (Bandura, 1982). Opettajien ja vertaisten opiskelijoiden mielipiteet ja vakuuttelu vaikuttavat kuitenkin enemmän oppilaan minäpystyvyyskokemukseen, kuin vanhempien mielipiteet (Yildiz & Özdemir, 2019). Varsinkin sellainen oppilas, jonka minäpystyvyys on matala ja jonka matemaattiset taidot ovat heikot, voi saada ikävää palautetta luokkatovereiltaan. Tällainen tilanne tuli esiin Yildizin ja Özdemirin (2019) tutkimuksessa, jossa oppilas, jonka minäpystyvyys on heikko, ei halua mennä matematiikan tunneilla taululle, koska pelkää kavereiden negatiivisia reaktioita. Korkean minäpystyvyyden omaava oppilas taas ei panikoi taululla, koska tietää pystyvänsä ratkaisemaan tehtävän (Yildiz & Özdemir, 2019).

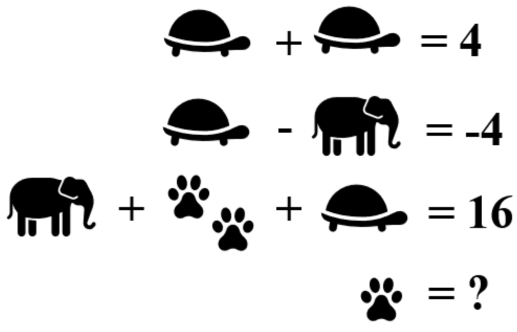
Fysiologinen tila (engl. physiological state) vaikuttaa ihmisen arviointiin omista kyvyistään. Fysiologisella tilalla tarkoitetaan esimerkiksi sitä, kun keho reagoi stressiin. Tällaisessa tilanteessa ihminen arvioi oman minäpystyvyytensä yleensä heikoksi. (Bandura, 1982). Ihmisen psykofyysisyyden vuoksi ihmisen psykologinen ja fyysinen puoli vaikuttavat toisiinsa, eikä niitä voi erottaa toisistaan. Kun ihminen on stressaantuneessa tilassa, hänen sydämensä saattaa alkaa hakata, kämmenet hikoilla ja ahdistavat ajatukset juosta mielessä. Näin saattaa reagoida myös ihminen, joka kärsii matematiikka-ahdistuksesta. Käsitellään sitä seuraavaksi.

2.3 Matematiikka-ahdistus ja työmuisti

Matematiikka-ahdistus (engl. math anxiety) on yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen ja minäpystyvyyteen. Se tarkoittaa matematiikkaan liittyvää ahdistuneisuutta. Matematiikka-ahdistus ilmenee yleensä negatiivisena tunnereaktiona, kun oppilas joutuu kohtaamaan matemaattista ongelmanratkaisua, lukuja tai jotain muuta, jonka hän yhdistää matematiikkaan. Matematiikka-ahdistusta on monen tasoista, se voi olla lievää, ja ilmetä esimerkiksi vain kielteisenä suhtautumisena, tai se voi olla vakavaa pelkoa kaikkea matematiikkaan liittyvää kohtaan. (Mononen;Aunio;Väisänen;Korhonen;& Tapola, 2017).

Työmuisti tarkoittaa lyhytkestoista muistia, johon aivot tallentavat tietoa samalla, kun työstävät sitä. Työmuistissa on keskusyksikkö, joka prosessoi tietoa, ohjaa toimintaa ja säätelee tarkkaavaisuutta, sekä tiedon varastointiin keskittyvät visuospatiaalinen luonnoslehtiö ja fonologinen silmukka kielellisten tietojen käsittelyyn. (Mononen;Aunio;Väisänen;Korhonen;& Tapola, 2017).

Esimerkkinä työmuistin tärkeydestä ongelmanratkaisussa voidaan ottaa symboliongelma (katso kuva 1), jollaiseen jokainen on varmasti törmännyt internetissä. Kysymys kuuluu, mikä luku vastaa tassun symbolia? Jos ongelman ratkaisemisessa ei käytä paperia ja kynää apuna, tulee symbolien arvot pitää mielessä ratkaisemisen ajan. Tähän tarvitaan työmuistia.



Kuva 1 Symboliongelma.

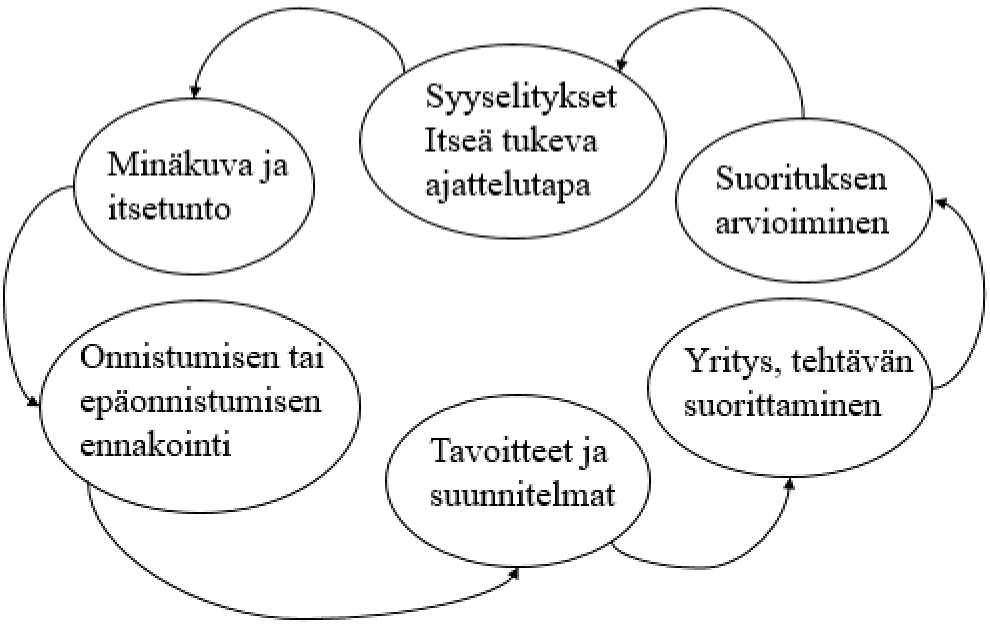
Matematiikka-ahdistuksella ja työmuistikapasiteetilla on yhteys ongelmanratkaisukykyyn. Matematiikka-ahdistus aiheuttaa oppilaassa monenlaisia tunteita, joita hänen pitää käsitellä samalla, kun pitäisi ratkaista matemaattista ongelmaa. (Mononen;Aunio;Väisänen;Korhonen;& Tapola, 2017). Huolehtiminen, tai jopa pelkääminen, vievät työmuistin kapasiteettia ongelmien ratkaisemiselta (Ashcraft & Krause, 2007).

Tietynlainen tapa ajatella voi auttaa hallitsemaan matematiikasta johtuvaa ahdistusta. Se, että oppilas ymmärtäisi vaikeuksiensa olevan hallittavissa ja harjoiteltavissa, voisi auttaa ahdistuksen käsittelyssä. Seuraavassa luvussa tutustutaan erilaisiin ajattelu- ja toimintatapoihin, jotka ovat yhteydessä myös ongelmanratkaisukykyyn ja minäpystyvyyskokemukseen.

2.4 Ajattelutavat

Kun henkilö joutuu johonkin haastavaan tilanteeseen, hänen mielensä alkaa käydä tilannetta ja siihen liittyviä eri vaihtoehtoja läpi. Haastavan tilanteen käsittelemiseen käytettäviä ajattelu- ja toimintatapoja voidaan kuvailla ajatusten ja tekojen prosessina (katso kuva 2). Ensimmäiseen vaiheeseen sijoittuvat ne kokemukset, miten tilanteeseen joutunut henkilö kokee pystyvänsä vastaamaan annettuun haasteeseen, ja ne ajatukset, miten pystyväksi henkilö kokee itsensä verrattuna muihin vastaavassa tilanteessa oleviin. Prosessin alussa koetut kokemukset vaikuttavat siihen, millaisia odotuksia henkilöllä on siitä, pystyykö hän ratkaisemaan ongelman. (Määttä, 2018). Edellä kuvattuja uskomuksia voisi kuvailla myös minäpystyvyysuskomuksiksi: ”Kuinka luottavainen olen sen suhteen, että saan ongelman ratkaistua?”.

Prosessi jatkuu tavoitteiden ja suunnitelmien luomisella, sekä tehtävän suorittamisella. Näihin kaikkiin liittyy vahvasti se, kuinka hyvin henkilö uskoo suoriutuvansa tehtävästä. Prosessin lopuksi henkilö arvioi omaa suoritustaan ja pohtii, mistä onnistuminen tai epäonnistuminen johtui, eli henkilö etsii syy-seuraussuhteita. (Määttä, 2018).



Kuva 2 Ajattelu- ja toimintatavat (Määttä, 2018, s. 48).

Carol Dweck selvitti ajattelutapoja tutkiessaan, miten lapset käyttäytyvät rakentaessaan palapelejä. Niin kauan, kun palapelit olivat helppoja, kaikki lapset suoriutuivat niiden ratkaisemisesta yhtä hyvin. Erot alkoivat näkyä, kun palapelit vaikeutuivat. Dweck jakaa ihmisen käsitykset omasta ja toisten lahjakkuudesta kahteen erilaiseen ajatusmalliin. Muuttumattoman ajattelutavan (engl. fixed mindset) mukaan ajattelevat ihmiset ajattelevat, että ihmisen lahjakkuus ja taidot ovat synnynnäisiä ja pysyviä ominaisuuksia, eikä niitä voi muuttaa tai kehittää harjoittelemalla. Kasvun ajattelutavan (engl. growth mindset) mukaan ajattelevat ihmiset taas ajattelevat, että lahjakkuus ja menestys on työn ja harjoittelun tulosta. (Dweck, 2000). Erot ajattelutavoissa johtuvat ihmisen uskomuksista sitä kohtaan, uskooko ihminen, että kunkin perusominaisuuksia voi kehittää (Tirri;Kuusisto;& Laine, 2018).

Kasvun ajattelutavan mukaan ponnistelu ja ahkerointi synnyttävät älykkyyden ja lahjakkuuden, ja ilman työtä ei voi saavuttaa omaa potentiaaliaan. Muuttumattoman ajattelutavan näkökulmasta katsottuna ponnistelu on merkki kyvyttömyydestä suorittaa tehtävää, sillä ponnistelu ei kuitenkaan tuota tulosta. (Tirri;Kuusisto;& Laine, 2018).

Ajattelutapa liittyy oleellisesti siihen, miten ihminen suhtautuu ongelmiin ja yrittääkö hän edes ratkaista niitä. Kasvun ajattelutavan mukaan ajattelevat ihmiset ovat ongelmanratkaisusuuntautuneempia, kuin muuttumattoman ajattelutavan mukaisesti ajattelevat. Muuttumattoman ajattelutavan mukaan ajattelevat ihmiset välttelevät ongelmallisia tilanteita, sillä he eivät halua näyttää epäonnistuvansa (Dweck, 2000). Dweckin mukaan muuttumattomaan ajattelutapaan liittyy haasteen edessä lamaantuminen. Jos lapsi ajattelee muuttumattoman ajattelutavan mukaisesti, että hän ei osaa ratkaista matemaattisia ongelmia, hän ei jaksa sinnikkäästi pinnistellä ongelmien ilmetessä, vaan hän usein luovuttaa. Dweckin tutkimuksessa kävi ilmi, että ne lapset, jotka motivoituivat haasteellisten tilanteiden edessä, ajattelivat kasvun ajattelutavan mukaisesti.

Todellisuudessa ihmisen ajattelutavan malli ei ole näin mustavalkoinen, vaan yksilöt sijoittuvat johonkin kohtaan muuttumattoman ja kasvun ajattelutavan väliselle janalle. Tässä tapauksessa voidaankin puhua ajattelutapojen yhdistelmästä (engl. mixed mindset). Yksilön ajattelutapa on siis jossain kasvun ja muuttumattoman ajattelutavan välissä, painottuen enemmän toiseen. (Tirri;Kuusisto;& Laine, 2018).

Optimistinen ajattelutapa on tapa ajatella niin, että odottaa onnistuvansa, kokee hallitsevansa ongelmallisenkin tilanteen ja keskittyy tehtävän ratkaisemiseen (Määttä, 2018). Optimistisiin näkemyksiin kuuluvat itseluottamus, onnistumiseen uskominen, sinnikkyys, sitkeys, itsepintaisuus, onnistuminen sisäisten tekijöiden vuoksi ja vastaavasti epäonnistuminen ulkoisten tekijöiden vuoksi (Williams, 2014). Optimistisesti omiin matemaattisiin ongelmanratkaisutaitoihinsa suhtautuva oppilas yleensä siis uskoo voivansa ratkaista tehtävän, epäonnistuessaankin jatkaa ongelman ratkaisua sitkeästi ja sinnikkäästi, ja syyttää epäonnistumisesta ulkoisia tekijöitä, sekä kasvattaa omaa itseluottamustaa onnistuneista ongelmanratkaisutilanteista. Optimistisuuden kuvaus sisältääkin samoja piirteitä, mihin minäpystyvyyden on tutkittu olevan yhteydessä ongelmanratkaisussa. Näihin palataan tarkemmin neljännessä luvussa. Jotta minäpystyvyyden yhteyttä ongelmanratkaisuun voidaan käsitellä, tulee ongelmanratkaisun käsitteen olla tuttu. Seuraavassa luvussa perehdytään ongelman käsitteeseen ja määritelmään, sekä erilaisiin ongelmanratkaisumalleihin ja -strategioihin.

3 Matemaattinen ongelmanratkaisu

Matemaattinen ongelma määritellään seuraavasti:

”Sellaisen tehtävätilanteen sanotaan olevan ongelma, jonka ratkaisemiseksi yksilö joutuu yhdistelemään hänelle tuttuja tietoja ja taitoja uudella tavalla. Jos hän voi heti tunnistaa tehtävän suorittamiseen tarvittavat toimenpiteet, niin tehtävä on hänelle standarditehtävä (eli rutiinitehtävä).” (Pehkonen;Pekama;& Seppälä, 1991, s. 11).

Edelliseen määritelmään nojaten voidaan ajatella, että ongelmatehtävä ei siis ole kaikille sama. Toisen rutiinitehtävä voi hyvin olla toiselle ongelmatehtävä. Heikkojen oppilaiden kohdalla ongelmanratkaisua voidaan lähestyä niin sanottujen pulmatehtävien avulla. Pulmatehtäviksi kutsutaan ongelmanratkaisutehtäviä, joiden ratkaisemiseksi riittää yksi oivallus. Esimerkiksi tulitikkutehtävä on pulmatehtävä, eli ”yhden oivalluksen ongelma”. (Pehkonen;Pekama;& Seppälä, 1991). Tulitikkutehtävä on ongelma, jossa tulitikuista on muodostettu kuvio, josta pitää muodostaa tietyn säännön mukaisesti toisenlainen määrätty kuvio siirtämällä tai poistamalla säännönmukainen määrä tulitikkuja.

Hyvin perinteinen ongelmanratkaisutehtävä on esimerkiksi vesikannu-ongelma: miten voit kantaa neljä litraa vettä joelta, jos sinulla on käytössä vain kolmen litran ja viiden litran kannut? (Kraus, 1993). Edellä esiteltyä Pehkosen, Pekaman ja Seppälän (1991) määritelmää käyttämällä voidaan todeta, että kuitenkin myös esimerkiksi sellaiset matematiikan sanalliset tehtävät, joihin ongelman ratkaisijalla ei ole valmista ratkaisumallia, määritellään tässä yhteydessä ongelmatehtäviksi. Myös mekaanisten tehtävien, kuten sievennystehtävien, joiden ratkaisemiseksi oppilaan tulee soveltaa jotain aiemmin opittua tekniikkaa uudella tavalla, voidaan sanoa olevan ongelmanratkaisutehtäviä.

Ongelmat voidaan tyyppinsä mukaan karkeasti jaotella kahteen ryhmään: avoimiin ja suljettuihin ongelmiin. Avoin ongelma on ongelma, jolla ei ole selkeästi määriteltyä alku- ja lopputilaa tai ainakaan toista näistä. Ongelmaa kutsutaan suljetuksi, jos sen alku- sekä lopputila on määritelty. (Haapasalo, 2011). Vesikannu-ongelma on suljettu ongelma, mutta avoimeksi ongelman tekisi se, että ongelman ratkaisija saisi itse valita aluksi, minkä kokoiset kaksi kannua hän valitsee, kun suljetaan ulos yhden, kahden ja neljän litran kannut.

Ongelmanratkaisun opettaminen ei ole aivan yksiselitteistä, sillä ongelman käsite on niin monimuotoinen. Sen vuoksi seuraavaksi esitellään kaksi merkittävää teoriaa ongelmanratkaisun vaiheista, joiden avulla selkiytyy, miten ongelmien ratkaisemisessa kannattaa edetä.

3.1 Pólyan ongelmanratkaisun vaiheet

George Pólya (1887–1985) oli unkarilainen matemaatikko. Hän kirjoitti kirjan *How to Solve It*, suomeksi *Ratkaisemisen taito*, jonka ensimmäinen painos julkaistiin vuonna 1945. Seuraavaksi esitellään Pólyan (2014) esittämät nelivaiheisen ongelmanratkaisun vaiheet, jotka ovat:

1. Ongelman ymmärtäminen

2. Suunnitelman tekeminen

3. Suunnitelman toteuttaminen

4. Ratkaisun tarkasteleminen

Ongelman ymmärtäminen tarkoittaa sitä ongelmanratkaisun osaprosessia, mitä läpikäydessään ongelman ratkaisija käsittää ongelman sanallisen selityksen ja sen, mikä on ongelman tuntematon, ja mitä tietoja on annettu. Koulumaailmassa tarkasteltuna voi olla tilanne, että opiskelija ei mitenkään ymmärrä annettua ongelmaa kovasta yrittämisestä huolimatta. Tällöin vika ei kuitenkaan ole opiskelijassa eli ongelman ratkaisijassa, vaan itse ongelmassa. Opettaja on valinnut ongelman väärin, ja ongelma on liian vaikea. (Pólya, 2014). Opettajan hyvin tärkeä tehtävä onkin valita oppilaille sopivan tasoisia ongelmia.

Suunnitelman tekeminen voi olla hyvin pitkä prosessi. Kun ratkaisija on tehnyt suunnitelman ongelman ratkaisemiseksi, ratkaisija tietää ainakin suurpiirteisesti, mitä eri vaiheita ongelmassa esiintyvän tuntemattoman selvittämiseksi tarvitaan. Ratkaisuidean keksiminen on suunnitelman tekemisen kannalta kaikkein tärkein vaihe. Suunnitelmaa tehdessä on hyvä pohtia, tietääkö valmiiksi jonkun samanlaisen ongelman, jonka ratkaisua voisi hyödyntää tai käyttää esimerkkinä. Ongelman uudelleen muotoilu voi myös auttaa ratkaisun keksimisessä. (Pólya, 2014).

Kun ongelman ratkaisijalla on hyvä suunnitelma, suunnitelman toteuttaminen on helppoa. Laskujen suorittaminen saattaa vaatia kärsivällisyyttä ja huolellisuutta. Ratkaisijan tulee myös olla oikeasti varma, että jokainen ongelmanratkaisun kohta on tehty oikein, ja tarvittaessa perustella tekemiään valintoja. (Pólya, 2014). Nykyään tietotekniikka auttaa suunnitelman toteuttamisessa, ja suunnitelman tekeminen nousee esimerkiksi ylioppilaskirjoituksissa entistä tärkeämmälle paikalle arvostelussa.

Ratkaisun tarkasteleminen on Pólyan esittämistä ongelmanratkaisun kohdista kaikista vähiten arvostettu, ja usein taitavatkin oppilaat jättävät sen välistä. Ratkaisun tarkastelulla voi syventää osaamistaan ja ymmärrystään, sekä kehittää ongelmanratkaisutaitoaan. (Pólya, 2014).

Pólyan nelivaiheista ongelmanratkaisumallia ei ole tarkoitettu kuvaamaan ongelmanratkaisuprosessia, vaan sen tarkoitus on toimia ohjenuorana sille, miten ongelmanratkaisutehtävissä kannattaa edetä. Todellisuudessa ongelmanratkaisuprosessi ei ole lineaarinen, vaan ratkaisija joutuu palaamaan jo läpi käymiinsä kohtiin usein uudestaan ja uudestaan. (Haapasalo, 2004). Pólyan ongelmanratkaisumallia soveltamalla ja viemällä vielä pidemmälle on kehitetty Masonin ongelmanratkaisumalli, johon mennään seuraavaksi.

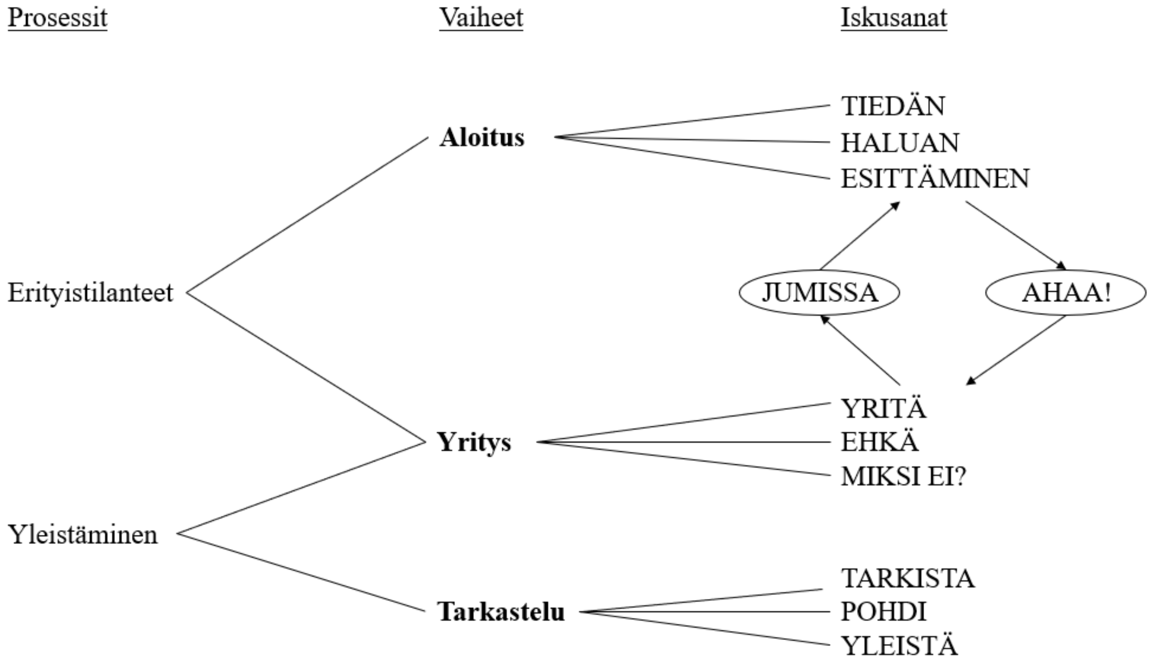
3.2 Masonin ongelmanratkaisun malli

Masonin ongelmanratkaisumalli (kuva 3) perustuu Pólyan (2014) ongelmanratkaisumalliin. Masonin malli kuvaa ongelmanratkaisua ratkaisijan kannalta (Pehkonen;Pekama;& Seppälä, 1991). Mallissa on kolme vaihetta: aloitus (engl. entry), yritys (engl. attack) ja tarkastelu (engl. review). Masonin mallin mukaan ratkaisun alkuvaiheessa kannattaa käydä läpi erityistapauksia, ja sitten yleistää niitä. (Mason;Burton;& Kaye, 1982).

Ongelman ratkaiseminen aloitetaan aloitus-vaiheesta, jonka on tarkoitus auttaa hahmottamaan ongelmaa. Tässä vaiheessa käytetään apuna iskusanoja (engl. rubric words), jotka ratkaisijan kannattaa kirjoittaa isoin kirjaimin auttamaan ongelman ratkaisemisessa. Nämä ovat ”TIEDÄN”, ”HALUAN” ja ”ESITTÄMINEN”. Näihin kohtiin tulee siis aluksi kirjoittaa, mitä ongelmasta tiedetään, mitä halutaan selvittää ja lisäksi tulee yrittää esittää ongelma eri tavalla, esimerkiksi diagrammina. ”TIEDÄN”-kohdan täyttämistä varten tehtävänanto tulee lukea huolellisesti ja siitä tulee poimia kaikki annetut tiedot ja arvot. HALUAN”-kohtaan kirjataan, mitä ongelmassa halutaan esimerkiksi todistaa tai mitä oikeastaan halutaan selvittää. ”ESITTÄMINEN”-kohta auttaa jäsentelemään tehtävänannossa saatuja tietoja tai esimerkiksi geometrisen ongelman kohdalla vasta tilanteen piirtäminen avaa ratkaisijalle, millainen ongelman asetelma oikeastaan edes on. Tämä kohta on tärkeä kuitenkin myös ei-geometrisissa ongelmissa. Diagrammin tekeminen on yksi tehokkaimmista työkaluista auttamaan hahmottamaan ongelmia. (Mason;Burton;& Kaye, 1982).

Yritys-vaihe on näistä kolmesta kaikkein tärkein ja kriittisin. Tämä vaihe kestää niin kauan, kunnes ongelma on hylätty tai ratkaistu. Tässä vaiheessa on kaksi eri tilaa: ”JUMISSA” ja ”AHAA!”. ”JUMISSA”-vaihe osoittaa sen, että ratkaisijan tulee olla sinnikäs yrittämään aina uudelleen ja uudelleen. (Mason;Burton;& Kaye, 1982). Tätä kutsutaan ongelmanratkaisusitkeydeksi tai -sinnikkyydeksi (Pehkonen;Pekama;& Seppälä, 1991), jonka käsittelyyn palataan tarkemmin vielä myöhemmin.

Viimeinen vaihe, tarkastelu, on hyvin tärkeä oppimisen kannalta. Tarkastelu-vaiheessa ratkaisun oikeellisuus pitää tarkistaa, ratkaisua tulee pohtia kriittisesti ja mahdollisesti yrittää yleistää laajempaan kontekstiin. Paras tapa tarkastella omaa ratkaisua on kirjoittaa se ylös jonkun muun luettavaksi. (Mason;Burton;& Kaye, 1982).



Kuva 3 Masonin ongelmanratkaisumalli (Mason;Burton;& Kaye, 1982, s. 83).

Masonin ja Pólyan mallit ongelmanratkaisun vaiheista antavat yleispätevän esimerkin ongelmanratkaisun lähestymisestä. Mallit eivät kuitenkaan avaa tarkemmin sitä, millaisin keinoin käsitellä tehokkaasti esimerkiksi erikoistapauksia, tai millaisen kuvan piirtäminen helpottaa ongelmanratkaisussa etenemistä. Tällaisia keksimiseen ja löytämiseen liittyvää tutkimusalaa kutsutaan heuristiikaksi (Pólya, 2014). Käsitellään seuraavassa luvussa lyhyesti heurististen strategioiden käsitettä, joka avaa ongelmanratkaisun kenttää lisää.

3.3 Heuristiset strategiat

Heuristisilla strategioilla tarkoitetaan ajatuksia liikkeelle panevia ja ajatuksia ylläpitäviä toimintoja, kuten järjestelmällinen kokeilu, tilanteen yksinkertaistaminen, mallikuvan piirtäminen ja poissulkemisen strategia (Pehkonen;Pekama;& Seppälä, 1991). Heuristiikka tutkii siis keksimiseen ja löytämiseen liittyviä menetelmiä (Pólya, 2014).

Heuristisia strategioita ja prosesseja ja ongelmanratkaisua ei voida erottaa toisistaan. Ongelma voidaankin määritellä heurististen prosessien avulla siten, että tilanne on ongelma silloin, kun sen seurauksena alkaa syntyä sellaisia heuristisia prosesseja, jotka yrittävät löytää ratkaisua ongelmaan. Määritelmä pätee myös toiseen suuntaan. Eli kun jokin tilanne saa aikaan ongelman ratkaisemiseen tähtääviä heuristisia prosesseja, tilanne on ongelma. (Haapasalo, Ongelmanratkaisukulttuuri konstruktivismin peruselementtinä, 2004).

Heurististen strategioiden ja menetelmien opettamisessa on kyse siitä, että tiedostamattomia ajatusmalleja ja strategioita tuodaan tietoisiksi. (Pehkonen;Pekama;& Seppälä, 1991). Tiedostamattomien ajatusmallien ja strategioiden tietoon tuominen on tärkeää, sillä mallien tiedostaminen voi auttaa muuttamaan omia ongelmanratkaisustrategioita tehokkaammiksi. Haastavan ongelman edessä myös hyväksi todettujen strategioiden tiedostaminen auttaa strategioiden käyttöönotossa. Ongelmanratkaisun harjoittelun alkuvaiheessa strategioiden opettamisesta voi olla kuitenkin enemmän haittaa kuin hyötyä, sillä tiettyjen menetelmien tunteminen saattaa vähentää oppilaan käyttämää luovuutta, kun oppilaan ajatusmallit ja ratkaisustrategiat kahliutuvat tunnettujen, opetettujen strategioiden ympärille (Pehkonen;Pekama;& Seppälä, 1991).

Nyt kun myös ongelmanratkaisun kenttä on tullut tutuksi, voidaan käsitellä minäpystyvyyden ja ongelmanratkaisun välistä yhteyttä. Seuraavassa luvussa keskitytään minäpystyvyyden ja ongelmanratkaisun yhteyteen, sekä asioihin, joilla on yhteys joko minäpystyvyyteen, ongelmanratkaisuun tai molempiin. Tarkasteltavia näkökulmia ovat muun muassa sinnikkyys yrittää uudelleen, työskentelykonteksti, tunteet ja motivaatio. Luvun alussa keskitytään minäpystyvyyden ja ongelmanratkaisun yhteyden isoihin linjoihin, joihin paneudutaan tarkemmin kussakin alaluvussa.

4 Minäpystyvyyden ja ongelmanratkaisun yhteys

Tutkijat ajattelevat, että oppilaan itsearviot omista kyvyistään ratkaista matemaattisia ongelmia ovat hyvä ennustus heidän todellisesta kyvystään ratkaista niitä (Pajares & Miller, 1994). Oppilaan itsearviota omista kyvyistään ratkaista ongelmia voidaan kuvata minäpystyvyydellä. Näihin arvioihin ovat yhteydessä välillisesti myös muut ennustavat tekijät, kuten matemaattinen tausta ja aikaisemmat saavutukset matematiikassa, matematiikka-ahdistus, ajatukset matematiikan hyödyllisyydestä tulevaisuudessa ja sukupuoli (Pajares & Miller, 1997). Minäpystyvyyden on tutkittu olevan yhteydessä oppilaan sisäiseen motivaatioon, tehokkuuteen, sinnikkyyteen ja avunpyytämiskäyttäytymiseen, eli siihen, kuinka herkästi oppilas pyytää opettajalta apua ongelman tullessa ilmi (Skaalvik;Federici;& Klassen, 2015). Ongelmanratkaisijan kokonaisvaltainen asenne, eli muun muassa uskomukset, arvot ja motivaation suuntautuminen vaikuttavat siihen, kuinka hyvin ongelmien ratkaiseminen ratkaisijalta sujuu (Hannula, 2015).

Yleisesti opiskelijat arvioivat osaamisensa matematiikassa ja oman uskonsa oppimiseen korkeammaksi laskennallisissa tehtävissä kuin soveltavissa ongelmanratkaisutehtävissä (Verneer;Boekaerts;& Seegers, 2000). Laskennallisilla tehtävillä tarkoitetaan tässä kontekstissa siis niin sanottuja rutiinitehtäviä, ja soveltavilla tehtävillä ongelmanratkaisutehtäviä.

Oppilaat, joilla on hyvä minäpystyvyys tietyllä alueella, erityisesti matematiikassa, kehittyvät kyseisellä alueella muita paremmin, koska hyvä menestys tukee myönteisen suhtautumisen kasvamista, ja myönteinen suhtautuminen kehittää oppilaan myönteistä minäkuvaa kyseisessä aineessa (Aunola, 2005). Opiskelijoiden arviot kyvyistään ratkaista matemaattisia ongelmia ennustavat paremmin heidän todellista kykyään ratkaista ongelmia, kuin muut muuttujat, kuten matematiikka-ahdistus, matematiikkaan liittyvä minäkäsitys tai matematiikan hyödyllisenä pitäminen. (Pajares & Miller, 1994). Tehtävien ratkaisemiseen liittyvän suorituskyvyn ja itseluottamuksen välillä on yhteys (Verneer;Boekaerts;& Seegers, 2000).

On tutkittu, että muun muassa tiedonhankkimistaitojen osaamisella on vaikutusta oppilaan minäpystyvyyteen liittyen ohjelmointiin (Coklar & Akcay, 2018). Ohjelmointitaidot vaikuttavan yksilön kognitiivisiin prosesseihin ja edistävät minäpystyvyyttä monin eri tavoin (Coklar & Akcay, 2018). Coklarin ja Akcay (2018) tutkimuksessa käsiteltiin tietotekniikan opettajaopiskelijoiden minäpystyvyyttä ja ongelmanratkaisutaitoa eri tasoisissa ohjelmointitehtävissä. Lisäksi tutkittiin opiskelijoiden käsityksiä heidän tiedonhankkimistaidoistaan. Tuloksena saatiin, että opiskelijoiden minäpystyvyysuskomukset olivat korkealla tasolla yksinkertaisten ohjelmointitehtävien kohdalla, mutta tehtävien vaikeutuessa heidän minäpystyvyytensä ja suoritustehonsa laski. Useimmilla tutkimukseen osallistuneilla opiskelijoilla on kuitenkin korkea ongelmanratkaisutaito. Huomattiin myös, että tiedonhankkimistaito vaikutti opiskelijan minäpystyvyyteen ohjelmoinnissa. Alhainen tiedonhankkimistaito ja alhainen minäpystyvyys olivat yhteydessä toisiinsa, samoin kuin korkea taito hankkia tietoa ja korkeampi minäpystyvyyden taso ohjelmoinnissa. Siksi voidaankin ehkä väittää, että jos opiskelijoiden tiedonhankintataidot paranevat, myös heidän minäpystyvyysuskomuksensa kasvavat. Myös korkeamman tason tiedonhankintataidoilla ja hyvillä ohjelmointitaidoilla on yhteys. Voidaan siis väittää, että opiskelijan hyvät tiedonhankintataidot ovat yhteydessä minäpystyvyyteen ja sekä yksinkertaisten että monimutkaisten ohjelmointitehtävien ratkaisemiseen. (Coklar & Akcay, 2018).

Tutkimuksen tuloksena saatiin myös, että ongelmanratkaisutaidoilla ei ole kuitenkaan vaikutusta opiskelijoiden minäpystyvyyskäsityksiin ohjelmoinnissa (Coklar & Akcay, 2018). Tämä tulos on hyvin mielenkiintoinen, sillä intuitiivisesti voisi ajatella, että koska ohjelmoinnin osaaminen vaatii hyviä ongelmanratkaisutaitoja, olisivat ongelmanratkaisutaidot tietysti yhteydessä minäpystyvyyskäsityksiin. Coklarin ja Akcayn (2018) mukaan kuitenkaan yksinkertaisten ohjelmointitehtävien ratkaisemisella ja ongelmanratkaisutaidolla ei ollut yhteyttä, sillä yksinkertaisten ongelmien ratkaisuissa ei ollut eroa niillä opiskelijoilla, joilla oli korkeat ongelmanratkaisutaidot, niihin opiskelijoihin, joiden ongelmanratkaisutaidot olivat matalammat. Ongelmanratkaisutaidoilla ei siis ole vaikutusta opiskelijan minäpystyvyyteen ratkaistaessa helppoja, tai vaativampia ohjelmointitehtäviä. (Coklar & Akcay, 2018). Coklarin ja Akcayn tutkimus herättää kysymyksen siitä, voisiko tiedonhankkimistaitojen opettamisella olla vaikutusta oppilaan minäpystyvyyskäsitykseen matemaattista ongelmanratkaisua kohtaan.

Oppilaan minäpystyvyyttä matematiikassa ja erityisesti ongelmanratkaisutehtävissä on tutkittu antamalla oppilaille lista tehtäviä ja kysymällä joko kaikista tehtävistä yleisesti tai tehtävä kerrallaan, kuinka itsevarma olo oppilaalla on siitä, että hän pystyy ratkaisemaan kyseisen tai kyseiset tehtävät oikein. Mittarina on käytetty Likert-asteikkoa. (esim. Pajares, 1997; Hoffman & Schrawb, 2009). Esimerkiksi Hoffmanin ja Schrawbin (2009) tutkimuksessa minäpystyvyyttä tutkittiin kysymällä osanottajilta heidän varmuuttaan ratkaista kahdeksan erilaista kertolaskua ilman laskinta tarkasti, ja Jungertin ja Anderssonin (2013) tutkimuksessa oppilaita pyydettiin vastaamaan neliportaisella Likert-asteikolla, kuinka varmoja he olivat osaavansa laskea kunkin kohdan, esimerkiksi ”Sinun on laskettava 96/3 ilman laskinta.”. Tällaisten algebrallisten tehtävien ongelmanratkaisutehtäväluonne riippuu hyvin paljon ongelman ratkaisijasta, jolloin nämä eivät varmastikaan ole kaikille tutkimukseen osallistuneille todellisia ongelmia, vaan saattavat olla rutiinitehtäviä. Esimerkiksi Jungertin ja Anderssonin (2013) tutkimuksessa tutkimuksen kohteena olivat lapset, joilla oli oppimisvaikeuksia, eikä artikkelissa suoraan sanottu, että kyseiset tehtävät olisivat olleet ongelmanratkaisutehtäviä. Johtopäätösten vetämisestä tämän tyyppisten tutkimusten kohdalla ongelmanratkaisuun on oltava siis tarkkana, mutta jotain suuntaviivoja voidaan minäpystyvyyden ja ongelmanratkaisun yhteydestä ja minäpystyvyyden ja matematiikan yleisemmästä yhteydestä vetää matematiikan luonteen vuoksi.

Pajareksen ja Kranzlerin (1995), sekä Pajareksen ja Millerin (1994) tutkimuksissa on molemmissa mainittu esimerkkinä käsitellystä ongelmasta seuraava ongelma: ”On kolme lukua. Toinen luku on kaksi kertaa yhtä suuri kuin ensimmäinen, ja ensimmäinen luku on kolmasosa kolmannesta luvusta. Lukujen summa on 48. Etsi suurin luku.” (Pajares & Kranzler, 1995; Pajares & Miller, 1994). Tutkimuksissa käytetyt ongelmat ovat siis hyvin moninaisia, ja tuleekin pohtia, täyttävätkö ne kaikki ongelman määritelmän. Edellä esitetty suurimman luvun ongelma on selvä ongelmatehtävä, kuten on myös seuraava Pajareksen ja Millerin (1997) tutkimuksen ongelma: ”Kauppiaalla on x kg teetä varastossa. Hän myy 15 kg ja sitten vastaanottaa uuden erän varastoon, joka painaa $2y$ kg. Paljonko hänellä nyt on teetä?” (Pajares & Miller, 1997). Pajareksen ja kumppaneiden tutkimuksen kohteena ovat kahdeksasluokkalaiset, joille tällaisten ongelmien voidaan olettaa olevan kolmannen luvun määritelmän mukaan ongelmanratkaisutehtäviä.

Seuraavissa alaluvuissa paneudutaan eri osa-alueisiin, joilla on yhteys minäpystyvyyteen ja ongelmanratkaisuun. Käsitellään ensin matemaattisia saavutuksia, erityisesti ongelmanratkaisun näkökulmasta.

4.1 Matemaattiset saavutukset

Matemaattisia saavutuksia on tutkittu hyvin monipuolisilla menetelmillä. Oppilaiden pitää arvioida pituuksia, pinta-aloja ja aikaa, tehdä peruslaskutoimituksia ja sanallisia ongelmanratkaisutehtäviä ja vaikeampia ongelmanratkaisutehtäviä, joiden ratkaisemiseen saa käyttää apuna laskinta (Jungert & Andersson, 2013). Voidaan sanoa, että niillä oppilailla, joilla on korkea minäpystyvyys matematiikassa, on myös korkeat saavutukset matematiikassa (Ozkal, 2019).

Monet oppilaat ovat yli-itsevarmoja matemaattisista valmiuksistaan (Pajares & Kranzler, 1995). Tämä tulos on jo 25 vuotta vanha, eikä se välttämättä pidä enää paikkaansa. Monet oppilaat uskovat itseensä todella vähän. Toisaalta aina löytyy niitä oppilaita, jotka kuvittelevat itsestään liikoja. Peruskoulun alussa oppilaan minäkäsitys ja minäpystyvyysuskomukset eivät ole yhtä kiinteästi yhteydessä suoriutumiseen, kuin myöhemmillä luokilla (Aunola, 2005). Suoriutuminen on peruskoulun alussa parempi motivaation ja minäpystyvyyden ennustaja kuin motivaatio ja minäpystyvyysuskomukset suoriutumisen ennustajana. Yläkouluikäisillä oppilailla eli 13-vuotiaista ylöspäin motivaatio ja minäpystyvyysuskomukset vaikuttavat kuitenkin jo selkeästi suoriutumiseen, eikä päinvastoin. (Aunola, 2005). Kuudennen, seitsemännen ja kahdeksannen luokan oppilaita tutkittaessa on huomattu, että minäpystyvyysuskomukset matematiikan oppimista ja matemaattista esittämistä kohtaan ennustavat oppilaan matemaattisia saavutuksia merkitsevällä tavalla positiivisesti (Ozkal, 2019). Tämä tulos on uskottava, sillä tämän ikäisillä oppilailla on matematiikan opiskelua takana jo useampi vuosi, jolloin he ovat keränneet jo sekä onnistumisen että epäonnistumisen kokemuksia, ja pystyvät täten peilaamaan omia taitojaan ja eteen tulevia ongelmia edellisiin kokemuksiin melko luotettavasti. Erityisesti positiiviset kokemukset kantavat eteenpäin ja kasvattavat minäpystyvyyttä.

Jungert ja Andersson (2013) tutkivat viidennen luokan oppilaiden saavutuksia ja minäpystyvyysuskomuksia matematiikassa, äidinkielessä ja vieraassa kielessä. Tutkittavia oppilaita oli kaksi ryhmää: oppilaat, joilla oli oppimisvaikeuksia matematiikassa, matematiikassa ja lukemisessa, tai ei oppimisvaikeuksia lainkaan. Oppimisvaikeuksista kärsivien lasten suurimpia ongelmia ovat lukutaitoon, kirjoittamiseen ja matematiikkaan liittyvien perustaitojen hankkimisen ongelmat. (Jungert & Andersson, 2013).

Kontrolliryhmä pärjäsi merkittävästi paremmin matematiikan osaamista ja ongelmanratkaisukykyä mittaavissa testeissä kuin oppilaat, joilla oli vaikeuksia oppimisessa. Kontrolliryhmän lapsilla oli myös huomattavasti korkeampi minäpystyvyys omaa osaamistaan kohtaan. Oppilailla, joilla oli vaikeuksia vain matematiikassa, oli myös heikompi minäpystyvyys matematiikkaa kohtaan kuin kontrolliryhmän lapsilla. Minäpystyvyyden heikkouden uskotaan johtuvan täysin näiden oppilaiden heikommista saavutuksista matematiikassa. Niiden oppilaiden, joilla oli vaikeuksia matematiikan lisäksi lukemisessa, minäpystyvyys oli matematiikan lisäksi myös muita aineita kohtaan hyvin heikko. Matalampi minäpystyvyys lapsilla, joilla oli vaikeuksia oppimisessa, voisi siis ensisijaisesti selittyä heidän historiallaan, joka oli täynnä heikkoja oppimissaavutuksia ja -tuloksia. (Jungert & Andersson, 2013). Oppimisvaikeuksista kärsivät oppilaat kokevat ongelmia ratkaistessaan hyvin monenlaisia tunteita, joita käsitellään seuraavaksi.

4.2 Tunteet

Ilo, tyytyväisyys, epätoivo, ahdistus ja viha ovat kaikki sellaisia tunteita, joita oppilas voi tuntea ongelmanratkaisuprosessin aikana. Tunteet ovat olennainen osa ongelmanratkaisuprosessia (Hannula, 2015). Oppilaan tunteet matematiikkaa kohtaan ja saavutukset matematiikassa kulkevat usein käsi kädessä. Kun oppilas tuntee olevansa matemaattisempi, hänellä näyttää olevan mukavampaa työskennellessään osana ryhmää ja auttaessaan muita (Martin & Rimm-Kaufman, 2015).

On melko uskottavaa, että positiiviset tunteet eli emotionaalinen sitoutuminen liittyen matemaattisiin suorituksiin ja ongelmien ratkaisuun lisäävät tulevaisuudessa matematiikkaan liittyviä minäpystyvyyden tunteita (Martin & Rimm-Kaufman, 2015). Martin ja Rimm-Kaufmann saivat tutkimuksessaan selville, että ne oppilaat, joiden minäpystyvyys matematiikassa on korkeampi kuin muilla saman luokan oppilailla, kokevat myös enemmän emotionaalista sitoutumista matematiikan opiskelua kohtaan. Tässä tutkimuksessa keskityttiin erityisesti matematiikan opiskeluun, kun yleensä tätä aihetta tutkittaessa on tutkittu yleisesti kouluun ja opiskeluun sitoutumista. Pelkkään matematiikkaan keskittyminen lisää sen luotettavuutta, että positiiviset tunteet matematiikkaa kohtaan kasvattavat myös minäpystyvyyttä matematiikkaan liittyen.

Martinin ja Rimm-Kaufmanin tulos minäpystyvyyden ja positiivisten tunteiden yhteydestä matematiikassa on todettu myös muiden tutkijoiden toimesta. Ozkalin (2019) mukaan oppilaiden, joilla on korkea minäpystyvyys liittyen matematiikan oppimiseen ja matemaattisiin saavutuksiin, voidaan todeta osoittavan kiinnostuvaa käyttäytymistä ja tunteita matematiikan opiskelua kohtaan. Tunteet vaikuttavat matematiikkaan liittyvän motivaation, asenteiden ja uskomusten muodostumiseen ja kehittymiseen. Erityisesti yksittäisten ongelmien tapauksessa tunteilla on merkittävä rooli koskien itsesäätelyä, keskittymiskykyä ja kognitiivisia prosesseja. (Hannula, 2015). Tunteet siis vaikuttavat siihen, miten hyvin oppilas haluaa keskittyä ongelman ratkaisemiseen, millaisia ratkaisustrategioita hän käyttää, ja miten hän suhtautuu epäonnistumiseen.

Lopez ja Lent (1992) tutkivat lukiolaisten matemaattisen minäpystyvyyden lähteitä. Tutkimuksen tuloksena saatiin, että lukiolaisten aiempi matemaattinen minäpystyvyys ja tunteet vaikuttavat siihen, millaiseksi he arvioivat kurssia käydessään omat matemaattiset kykynsä. Aiemmin koettu ahdistus ja epäonnistumiset saattavat merkittävästi heikentää oppilaan minäpystyvyyttä matematiikkaa ja sillä hetkellä käytävää kurssia kohtaan. Nämä vaikuttavat muun muassa myös seuraaville kursseille ilmoittautumiseen. (Lopez & Lent, 1992). Huonoilla matemaattisilla saavutuksilla on tutkittu olevan yhteyttä ahdistuneisiin, tyytymättömiin ja toisia häiritseviin oppilaisiin matematiikan tunneilla (Ozkal, 2019).

Yildiz ja Özdemir (2019) tekivät tutkimuksen kahdesta peruskoulun oppilaasta, joiden matemaattiset taidot olivat eri tasolla. He tutkivat matemaattisten taitojen ja minäpystyvyysuskomusten yhteyttä toisiinsa, sekä sitä, millaisia tunteita tutkittavat oppilaat kuvailivat heillä olevan matematiikkaa kohtaan. (Yildiz & Özdemir, 2019). Tämä tutkimus käsitteli yleisesti matemaattisia taitoja eikä spesifisti ongelmanratkaisua, mutta tutkittavien oppilaiden kokemat tunteet ovat hyvin linjassa ongelmanratkaisusta ja minäpystyvyydestä tehdyn tutkimuksen kanssa, jonka vuoksi oppilaiden tunteiden kuvailu ja siitä tehdyt päätelmät ovat peilattavissa myös ongelmanratkaisun kontekstiin.

Jos oppilaasta tuntuu, että hän epäonnistuu aina, huolimatta siitä, että kuinka paljon hän opiskelee tai yrittää, on kyse siitä, että oppilaan minäpystyvyys on matala. Matalaan minäpystyvyyteen liittyy usein myös muita negatiivisia tunteita, kuten se, että oppilas ei pidä matematiikasta. Myös yleinen tunne epäonnistumisesta on tavallinen. (Yildiz & Özdemir, 2019).

Korkean minäpystyvyyden omaava oppilas kokee positiivisia tunteita matematiikkaa kohtaan. Hän pitää matematiikasta, koska kokee, että osaa ratkaista annetut tehtävät. Jos hän ei heti osaa ratkaista annettuja tehtäviä, hän yrittää kovemmin tai pyytää opettajalta apua. Korkea minäpystyvyys matematiikassa näkyy siinä, että oppilas ajattelee, että pystyy ratkaisemaan annetut tehtävän, kun hän vain yrittää kovemmin. (Yildiz & Özdemir, 2019). Voidaan siis sanoa, että korkeasta minäpystyvyydestä näyttää seuraavan sinnikkyyttä. Perehdytään siihen seuraavaksi tarkemmin. Sinnikkyys onkin hyvin olennaisessa osassa ongelmanratkaisua.

4.3 Sinnikkyys

Korkea minäpystyvyys voi auttaa oppilasta ratkomaan matemaattisia ongelmia. Tämä ei johdu välttämättä suoraan siitä, että korkean minäpystyvyyden omaava oppilas olisi automaattisesti parempi ongelmanratkaisija kuin oppilas, jonka minäpystyvyys on matalampi, vaan korkea minäpystyvyys synnyttää suuremman kiinnostuksen ongelmanratkaisuun ja auttaa keskittymään ongelmien parissa työskentelyyn. (Pajares & Kranzler, 1995). Tutkimuksissa onkin löydetty yhteys ongelmien ratkaisuun liittyvän suorituskyvyn, itseluottamuksen ja sitkeyden välillä (Verneer;Boekaerts;& Seegers, 2000). Sitkeys ja sinnikkyys ovat tässä synonyymeja. Molemmilla tarkoitetaan sitä, että sitkeä tai sinnikäs yksilö yrittää tehtävän ratkaisemista uudestaan ja uudestaan vastoinkäymisistä huolimatta, eikä luovuta heti epäonnistuttuaan.

Minäpystyvyysuskomusten oletetaan vaikuttavan oppilaan tekemiin valintoihin ja siihen, kuinka paljon oppilas näkee vaivaa opintojensa eteen (Pajares & Kranzler, 1995). Matemaattiseen minäpystyvyyteen vaikuttaa hyvin vahvasti kuitenkin myös oppilaan itseluottamus matematiikassa.

Yksilöt, joiden minäpystyvyys on korkealla tasolla, ovat ponnekkaampia, kuin yksilöt, joiden minäpystyvyyden taso on matalampi. Eli korkeamman minäpystyvyyden omaavat yksilöt näkevät paljon vaivaa ja yrittävät kognitiivisesti haastavampia ongelmia. (Hoffman, 2010). Minäpystyvyys vaikuttaa vahvasti siihen, kuinka paljon yksilö jaksaa ponnistella jonkun asian eteen, ja kuinka kauan hän jaksaa jatkaa ponnistelua sinnikkäästi (Pajares & Miller, 1994). Sinnikkyys on siis pitkäjänteisyyttä vastoinkäymisten edessä, eli sinnikäs yksilö ei luovuta helposti.

Minäpystyvyysuskomukset määrittävät sen, kuinka paljon ihminen on valmis käyttämään aikaa ja resursseja, kuinka paljon hän on siis valmis näkemään vaivaa jonkin asian eteen (Bandura, 1982). Matemaattinen ongelmanratkaisu näyttäytyy usein ensin sarjana epäonnistumisia, ennen kuin oikea ratkaisustrategia löytyy (Williams, 2014). Tämän vuoksi sinnikkyys on hyvin tärkeä tekijä ongelmanratkaisussa.

Itseluottamuksen ja sinnikkyyden eri kombinaatiot eli yhdistelmät vaikuttavat ongelmanratkaisun tuloksiin. Williams (2014) havaitsi tutkimuksessaan, jossa tutkittiin itseluottamuksen ja sinnikkyyden eri kombinaatioita ryhmässä toteutetussa ongelmanratkaisutilanteessa, että kaikki itseluottamuksen ja sinnikkyyden kombinaatiot havaittiin. Eri kombinaatiot vaikuttavat ongelmanratkaisutaitoon ryhmässä eri tavalla. Oppilas, jonka todettiin olevan itsevarma, mutta ei sinnikäs, ei ollut kovin hyvä työskentelemään ryhmässä. (Williams, 2014). Itsevarmuus saa oppilaan mahdollisesti ajattelemaan, että hän on oikeassa, eikä muiden ajatuksien kuuntelu ole merkittävää. Jos tähän kategoriaan luokiteltu oppilas ei onnistu heti, hän luovuttaa helposti, sillä häneltä puuttuu sinnikkyys. Sinnikkäät, mutta omista ongelmanratkaisutaidoistaan epävarmat oppilaat suhtautuvat ryhmäänsä negatiivisesti (Williams, 2014). Ryhmän onnistuessa he toteavat, että oli hyvä kuulla, mitä muut ryhmät puhuivat. Itsevarmat ja sinnikkäät oppilaat kyseenalaistavat ratkaisujaan ja yrittävät päästä mahdollisimman hyvään ratkaisuun. (Williams, 2014).

Williamsin (2014) tutkimuksessa ei keskitytä niihin konteksteihin, joista oppilaat tulevat. Kouluja ja luokkia, kuten ryhmien ilmapiiriä, ei kuvailla. On hyvin intuitiivista ajatella, että kaikki itseluottamuksen ja sinnikkyyden kombinaatiot löytyvät, varsinkin, jos oppilasryhmä on hyvin heterogeeninen muissakin asioissa. Itseluottamus ja minäpystyvyys liippaavat käsitteinä läheltä toisiaan, mutta ovat kuitenkin eri asia. Monet muut tutkimukset sanovat, että minäpystyvyys vaikuttaa ongelmanratkaisusinnikkyyteen, jolloin voisi ajatella, että sellaiset oppilaat ovat harvinaisia, joilla on korkea minäpystyvyys matemaattisten ongelmien ratkaisuun liittyen, mutta jotka eivät ole sinnikkäitä. Voi olla, että tähän kategoriaan kuuluvat oppilaat eivät ole saaneet tarpeeksi haastavia ongelmia ratkottavakseen, vaan he ovat keskimäärin taitavampia, kuin muu ryhmä, mutta opettaja ei ole eriyttänyt heitä opetuksessaan. Tällöin heidän sinnikkyytensä ei kasva, sillä heidän ei tarvitse koskaan ponnistella onnistuessaan ongelmien ratkaisussa.

Lapsen uskomukset omasta osaamisestaan vaikuttavat hänen sinnikkyyteensä yrittää tehtävää uudestaan ja uudestaan. Jos lapsi luottaa omiin kykyihinsä ja hän epäonnistuu, hän ajattelee, ettei ole vain yrittänyt tarpeeksi ja yrittää sitkeästi uudelleen. Jos lapsi ei kuitenkaan luota omiin kykyihinsä, hän saattaa luovuttaa melko nopeasti, jotta välttäisi tunteen epäonnistumisesta. (Aunola, 2005). Sinnikkyys näyttää vaativan sitoutumista oppimiseen ja opiskeluun, sillä ilman sitoutunutta asennetta yksilö tuskin jaksaa toimia sinnikkäästi. Käsitellään seuraavassa luvussa opiskeluun ja ongelmanratkaisuun liittyvää sitoutumista, sekä sen erilaisia ilmenemisen muotoja.

4.4 Sitoutuminen

Minäpystyvyysuskomukset vaikuttavat ihmisen toimintaan. Ihmiset välttävät toimintaa, jonka uskovat olevan oman selviytymiskykynsä yläpuolella ja sitoutuvat helpommin sellaiseen toimintaan, johon varmasti uskovat kykenevänsä. (Bandura, 1977). Matematiikan opiskeluun sovellettuna tämä voisi tarkoittaa esimerkiksi sitä, että oppilas, jonka minäpystyvyys sanallisten ongelmien ratkaisemiseen matematiikassa on heikko, välttelee sanallisia ongelmia viimeiseen asti, mutta harjoittelee opettajan antamia mekaanisia laskutehtäviä ihan mielellään. Oppilaat, joilla on korkeampi minäpystyvyys, osallistuvat opetukseen innokkaammin ja sitoutuvat siihen paremmin, kuin oppilaat, joiden minäpystyvyys on matalampi (Bandura, 1977). Uudemmatkin tutkimustulokset puoltavat Banduran (1977) näkemystä (Ozkal, 2019).

Sitoutumisen tapa voidaan karkeasti jakaa kolmeen eri tyyppiin: käyttäytymiseen (engl. behavioral engagement), kognitiiviseen (engl. cognitive engagement) ja motivaatioon (engl. motivational engagement). (Linnenbrink & Pintrich, 2003). Näiden lisäksi puhutaan usein myös sosiaalisesta sitoutumisesta (engl. social engagement) (Martin & Rimm-Kaufman, 2015).

Tarkasteltaessa sitoutumista ongelmanratkaisun näkökulmasta koulun matematiikan tunnilla sitoutuminen käyttäytymisen avulla tarkoittaa sitä, että oppilas esimerkiksi tekee opettajan antamat tehtävät ja tulee oppitunneille ajoissa. Hän ei kuitenkaan välttämättä keskity ongelmien ratkaisemiseen, vaan saattaa ulkoapäin katsottuna näyttää tekevän töitä ratkaisun eteen, mutta todellisuudessa miettiä, minkä elokuvan katsoisi illalla ystävien kanssa. Opettaja kiinnittää usein huomiota nimenomaan käyttäytymisen avulla sitoutumiseen, ja on tyytyväinen, kun näyttää siltä, että oppilaat tekevät hommia (Linnenbrink & Pintrich, 2003). Käyttäytymisen avulla sitoutuminen ei ole kuitenkaan niin negatiivista, millainen kuva siitä saattaa edellisen esimerkin vuoksi välittyä. Myös ponnistelu, sitkeys ja avun hakeminen ovat esimerkkejä käyttäytymisen avulla sitoutumisesta (Linnenbrink & Pintrich, 2003).

Kognitiivinen sitoutuminen tarkoittaa todellista keskittymistä ongelmaan ja sen ratkaisemiseen. Siinä on kyse siitä, että oppilas ajattelee syvällisesti opittavaa sisältöä. Kognitiiviseen sitoutumiseen kuuluvat strategioiden käyttö, metakognitio eli tietoisuus omasta ajattelusta, tietämisestä, oppimisesta ja siihen liittyvistä toiminnoista. Kaikki opettajat haluavat, että heidän oppilaansa ovat käyttäytymisen lisäksi myös kognitiivisesti sitoutuneita. Kognitiivinen sitoutuminen on kuitenkin vaikeaa havaita. Oppilaan kielenkäyttöä ja keskusteluita havainnoimalla se on kuitenkin mahdollista saada selville. (Linnenbrink & Pintrich, 2003). Seuratessa ongelmanratkaisutilanteita opettaja voi kierrellä luokassa ja tarkkailla, mistä oppilaat keskustelevat. Jos oppilaat keskustelevat eri vaihtoehdoista ongelman ratkaisulle, he yleensä ovat kognitiivisesti sitoutuneita. Jos ryhmän joku jäsen karkaa koko ajan juttelemaan viikonlopun suunnitelmista, mutta kuitenkin istuu ryhmän kanssa, hän on todennäköisesti käyttäytymisen avulla sitoutunut ratkaisemaan ongelmaa, mutta kognitiivisesti ei. Metakognitiiviset opiskelijat ovat niitä, jotka pohtivat omaa ajatteluaan, toimintaansa ja käyttäytymistään, sekä seuraavat ja säätelevät omaa oppimistaan (Linnenbrink & Pintrich, 2003). Metakognitiivinen opiskelija on kiinnostunut ongelmanratkaisussa muun muassa ratkaisun tarkastelemisesta (Pólya, 2014).

Motivaation avulla sitoutuminen sisältää oppilaan kiinnostuksen kohteet, arvot ja arvostukset hyödyllisyydestä ja tehtävän vaikuttavuuden heidän elämäänsä (Linnenbrink & Pintrich, 2003). Oppilas voi olla sitoutunut ongelmanratkaisuun, jos hän on aidosti kiinnostunut ongelman ratkaisemiseen liittyvästä toiminnasta tai varsinaisesti ratkaisusta. Oppilas saattaa olla myös emotionaalisesti sitoutunut (Liu, ym., 2018) ongelmanratkaisuun, eli hänellä saattaa olla vain sisäinen halu oppia ratkaisemaan tehtäviä. Hyödyllisyys motivaation lähteenä tarkoittaa sitä, että oppilas puntaroi ongelman ratkaisemisen hyödyllisyysarvon, ja pohtii, kuinka hyödyllistä ongelman sisältö tai sen ratkaiseminen on. Kun oppilas puntaroi sitä, onko ongelmanratkaisun tai matematiikan oppimisella merkitystä hänen elämässään tulevaisuudessa, puhutaan vaikuttavuudesta. Ongelmanratkaisun oppiminen voi tuntua oppilaasta tärkeältä, jos hän esimerkiksi haluaa tulevaisuudessa lääkäriksi, koska tällöin ongelmanratkaisutaidolla on suoraan hyödyllisyysarvo hänen elämässään, mutta lisäksi ongelmanratkaisutaidot vaikuttavat esimerkiksi siihen, miten hyvin saattaa pärjätä pääsykokeissa.

Sitoutumisen arviointi voi luotettavan tutkimuksen näkökulmasta olla vaikeaa. Sitoutumisen syvyyttä voi olla haastavaa arvioida ulkopuolelta, sillä usein ne oppilaat, jotka ovat sitoutuneita vain käyttäytymiseltään, ovat usein taitavia peittelemään sitä, että eivät oikeasti opiskele aktiivisesti, vaan he näyttävät usein ulkopuolisen silmin siltä, että opiskelu sujuu mallikkaasti. Jos oppilasta pyydetään itse arvioimaan omaa sitoutumistaan, hän saattaa liioitella sitoutumistaan positiiviseen suuntaan paljonkin, sillä saattaa pelätä jäävänsä kiinni opiskelun välttelystä.

Korkea minäpystyvyys liittyy syvempien prosessointistrategioiden, kuten metakognitiivisten strategioiden käyttöön (Linnenbrink & Pintrich, 2003). Ongelmanratkaisun yhteydessä tämä tarkoittaa sitä, että korkean minäpystyvyyden omaava oppilas on useimmin myös kognitiivisesti sitoutunut, eli oppilas pohtii ongelmia syvällisesti, sekä sen lisäksi pohtii omaa työskentelyään ja reflektoi valintojaan. Opiskelijat, jotka uskovat pystyvänsä suorittamaan tehtävän, käyttävät todennäköisemmin mukautuvia strategioita (Linnenbrink & Pintrich, 2003), jolloin ongelmanratkaisussa onnistuminen on todennäköisempää.

Martin ja Rimm-Kaufman (2015) tutkivat matematiikan minäpystyvyyden merkitystä oppilaiden käsityksiin heidän emotionaalisesta ja sosiaalisesta sitoutumisestaan matematiikan tunneille, sekä sitä, että missä määrin korkealaatuinen opettajan ja oppilaan välinen vuorovaikutus kompensoi oppilaan heikkoa matematiikan minäpystyvyyttä ja sitoutuvuutta opetukseen osallistumiseen. Tutkimukseen osallistuvia opettajia (n = 73) tarkkailtiin kolme kertaa vuoden aikana, jolloin mitattiin opettajien ja oppilaiden välisen vuorovaikutuksen laatua. Viidennen luokan oppilaat (n = 387) kertoivat minäpystyvyydestään matematiikassa kouluvuoden alussa, ja sitten tutkittiin heidän emotionaalista sitoutumistaan heti niiden oppituntien jälkeen, kun ensin oli tarkkailtu opettajia. Niissä luokissa, joissa opettajien emotionaalinen tuki oli korkea, oppilaat kokivat samanlaista emotionaalista ja sosiaalista sitoutumista, riippumatta heidän minäpystyvyydestään. Positiivinen suhde minäpystyvyyden ja sitoutumisen välillä oli vain niissä luokissa, joissa emotionaalisen tuen taso oli keskimääräistä matalampi. (Martin & Rimm-Kaufman, 2015).

On hyvä pohtia, miksi opettajan antaman emotionaalisen tuen merkitys näyttää olevan näin suuri. Kyseisessä tutkimuksessa (Martin & Rimm-Kaufman, 2015) keskityttiin nimenomaan oppilaiden omaan käsitykseen heidän emotionaalisesta ja sosiaalisesta sitoutumisestaan, eikä ulkopuolisen tarkkailijan tai heidän opettajansa tekemään arvioon. Oppilaiden itse tekemät arviot voivat olla erilaisia keskenään, eivätkä välttämättä siis täysin vertailukelpoisia. Esimerkiksi kaksi oppilasta, joiden emotionaalinen sitoutuminen ulkopuolisen silmin arvioitaisiin yhtä suureksi, on voitu oppilaiden omasta toimesta arvioida eri tasoille. Vaikka oppilaiden itse tekemät arviot eivät olisi täysin luotettavia, voidaan niiden kuitenkin olettaa antavan osviittaa siitä, millainen yhteys opettajan antamalla emotionaalisella tuella, oppilaan emotionaalisella ja sosiaalisella sitoutumisella, sekä oppilaan matemaattisella minäpystyvyyskokemuksella on. Mittaukset tehtiin kolme kertaa vuoden aikana luotettavuuden lisäämiseksi. On tärkeää, että mittauksia tehtiin pitkin vuotta, koska todellisuudessa minäpystyvyyden tunteet ja sosiaalinen ja emotionaalinen sitoutuminen ovat luonteeltaan syklisiä (Martin & Rimm-Kaufman, 2015). Tulosten mukaan minäpystyvyys viidennellä luokalla johtaa suurempaan emotionaaliseen ja sosiaaliseen sitoutumiseen läpi koko vuoden (Martin & Rimm-Kaufman, 2015).

Oppilaat, joilla on korkeampi minäpystyvyys matematiikassa verrattuna luokan muihin oppilaisiin, ilmoittivat kokevansa enemmän emotionaalista ja sosiaalista sitoutumista matematiikan tunteja kohtaan (Martin & Rimm-Kaufman, 2015). Eli korkean minäpystyvyyden omaavat oppilaat haluavat opiskella matematiikkaa, ja ovat matematiikan tunneilla sosiaalisissa kontakteissa luokkatovereidensa ja opettajansa kanssa. Sosiaalinen sitoutuminen tarkoittaa positiivista kommunikaatiota vertaisten välillä oppitunnin sisältöön liittyen (Martin & Rimm-Kaufman, 2015). Voidaan siis todeta, että minäpystyvyys voi johtaa suurempaan sitoutumiseen (Linnenbrink & Pintrich, 2003).

Ongelmanratkaisussa yhdeksi erityisen tärkeäksi asiaksi on muodostunut sitkeys yrittää ratkaisemista uudestaan ja uudestaan, jolloin voidaan päätellä, että korkeamman tason minäpystyvyys vaikuttaa ongelmanratkaisukykyyn sitoutumisen kautta. On myös tutkittu, että parempien saavutusten kautta palataan takaisin minäpystyvyyteen, eli mitä enemmän opiskelija on sitoutunut ja etenkin, mitä enemmän opiskelija oppii ja suorittaa, sitä korkeampi on hänen minäpystyvyytensä (Linnenbrink & Pintrich, 2003). Positiivinen ja tuttu oppimisympäristö ja oppimisen konteksti voi vaikuttaa sitoutumiseen. Seuraavassa luvussa käsitellään lyhyesti tätä oppimisen kontekstia ja sen yhteyttä minäpystyvyyteen ja ongelmanratkaisuun.

4.5 Konteksti

Oppimisen kontekstilla on tärkeä rooli matematiikan opiskelussa (Simamora;Saragih;& Hasratuddin, 2019). Oppimisen kontekstilla tarkoitetaan esimerkiksi oppimateriaaleihin liittyvää kulttuurista kontekstia ja käsiteltäviä aihealueita, fyysistä oppimisympäristöä, sekä opettajan ja muiden oppilaiden kanssa tapahtuvaa vuorovaikutusta. Simamora, Saragih ja Hasratuddin (2019) esittelivät artikkelissaan opastetun tutkivan oppimisen (engl. guided discovery learning) mallin, joka hyödyntää oppimista kulttuurikontekstissa. Tässä tutkimuksessa keskityttiin erityisesti paikalliseen Batak Toban kulttuuriin, mutta samaa mallia voi soveltaa myös muihin kulttuureihin.

Opastettu tutkiva oppiminen on ongelmanratkaisua, jossa oppiminen tapahtuu kulttuurikontekstissa pienissä ryhmissä oppilaskeskeisesti, tutkimalla, etsimällä ja löytämällä. Oppimista ohjaa opettaja, joka antaa ohjeita ja suuntaviivoja oppilaiden tekemälle tutkimukselle. Oppimateriaalit ovat kulttuurikontekstiin sidottuja. (Simamora;Saragih;& Hasratuddin, 2019).

Tutkimuksen tuloksena saatiin, että oppilaiden matemaattinen ongelmanratkaisukyky lisääntyi, kun käytettiin opastetun tutkivan oppimisen mallia ja kulttuurikontekstiin sidottuja oppimateriaaleja. Myös oppilaiden minäpystyvyys kasvoi. (Simamora;Saragih;& Hasratuddin, 2019).

Opastettu tutkiva oppiminen kuulostaa itsessään hyvin tehokkaalta keinolta innostaa oppilaita tutkimaan ja ratkaisemaan ongelmia. Oppimisen kontekstin vaikutuksen tärkeyttä on kuitenkin vaikeampi niellä. On uskottavaa, että oppiminen ja ongelmien ratkaiseminen on helpompaa ja mielekkäämpää, kun esimerkiksi ongelmien muotoilussa käytetyt käsitteet ovat tuttuja, eikä niiden ymmärtämiseen tarvitse käyttää aikaa. Simamoran, Saragihin ja Hasratuddinin (2019) tutkimuksen tulos minäpystyvyyden kasvusta liittyen kontekstiin ja opastettuun tutkivaan oppimiseen on varmasti todellinen, mutta kontekstin ja opastetun tutkivan oppimisen suhdetta ja tärkeysjärjestystä liittyen minäpystyvyyteen olisi hyvä tutkia lisää. Intuitiivisesti voidaan kuitenkin ajatella, että mielenkiintoisten ja todellisten ongelmien ratkaiseminen on myös usein motivoivampaa, kuin ongelmien ratkaiseminen ilman tosielämän kontekstia.

Oppiminen ja siihen kohdistuva toiminta saa motivaationsa aina jostain. Eli toiminnalle, tässä tapauksessa ongelman ratkaisemiselle ja opiskelulle on jokin syy. Motivaation lähde voi olla sisäinen tai ulkoinen. Seuraavassa kappaleessa tutustutaan motivaatioon, odotusarvoteoriaan ja siihen, miten motivaatio ja minäpystyvyys ovat yhteydessä toisiinsa.

4.6 Motivaatio

Motivaatiopsykologialla pyritään selittämään, miksi ihmiset toimivat niin kuin toimivat. Motivaatio näkyy ihmisten valinnoissa yksittäisissä tilanteissa, mutta myös pidemmillä ajanjaksoilla. (Nurmi & Salmela-Aro, 2005). Minäpystyvyydellä on tärkeä merkitys kiinnostuksen lisäämisessä matematiikkaa kohtaan, koska minäpystyvyys voi auttaa ylläpitämään oppimisen motivaatiota haasteista huolimatta (Martin & Rimm-Kaufman, 2015).

Motivaatio voi perustua yksilön sisäisiin tai ulkoisiin tekijöihin. Sisäsyntyinen motivaatio tarkoittaa motivaatiota, joka johtuu suoraan asiasta tai toiminnasta itsestään, johon motivaatio kohdistuu. Ulkosyntyinen motivaatio tarkoittaa sitä, että tehtävään tai toimintaan motivoidutaan jonkun ulkoisen asian, kuten palkinnon vuoksi. (Aunola, 2005). Ulkoisella tekijällä tarkoitetaan esimerkiksi lapsen halua saada hyvä koenumero, jotta vanhemmat olisivat tyytyväisiä. Sisäisellä tekijällä tarkoitetaan esimerkiksi ihmisen todellista sisäistä halua oppia jokin taito itsensä vuoksi.

Odotusarvoteoria tarkoittaa sitä, että yksilön uskomukset ja ennakkokäsitykset liittyen tehtävistä suoriutumiseen ja omaan itseensä, sekä toimintaan ja tehtäviin liittyvät arvostukset vaikuttavat yksilön toteutuneeseen tehtävien valitsemiseen, sitkeyteen ja suoriutumiseen. Odotukset tarkoittavat siis kaikkia niitä ennakkokäsityksiä, joita yksilöllä on itsestään liittyen tietynlaisesta tehtävästä suoriutumiseen ja kyseiseen tehtävään. Arvostukset taas tarkoittavat sitä, kuinka kiinnostunut yksilö on kyseisestä tehtävästä, joka taas johtaa tehtävään sitoutumiseen ja kasvattaa sitkeyttä. (Aunola, 2005).

Erityisesti lapsilla tehtävän arvostaminen on hyvin olennaisessa osassa siinä, onko lapsi motivoitunut tarttumaan tehtävään vai ei. Jos lapsi ei arvosta tehtävää eikä ole siitä kiinnostunut, vaikka hän uskoisi pystyvänsä suoriutumaan tehtävästä, hän ei yleensä ala sitkeästi suorittaa tehtävää. Tämä näkyy erityisesti sellaisissa tilanteissa, kun tehtävään tarvittavan sitoutumisen tulisi olla pitkäjänteistä ja sitkeää. (Aunola, 2005). Ongelmanratkaisutehtävät ovat hyvä esimerkki tämäntyyppisistä tehtävistä. Tämän vuoksi olisikin hyvin tärkeää saada lapset ja nuoret innostumaan matematiikasta ja ongelmanratkaisusta, sillä aiheesta innostuminen ja kiinnostuminen saa aikaan myös arvostusta kyseistä asiaa kohtaan, ja tällöin haasteisiin myös tarttuu helpommin.

Odotusaroteorian mukaan yksilön uskomukset vaikuttavat hänen motivaatioonsa suorittaa tehtävää (Aunola, 2005). Minäpystyvyysuskomukset ovat siis tärkeässä osassa myös motivaatiossa ja tehtäviin suuntautumisessa. Uskomukset vaikuttavat siihen, mitä ihmiset tekevät niillä tiedoilla ja taidoilla, jotka heillä on (Pajares & Miller, 1994).

Sahendran, Budiarton ja Fuadin (2018) tutkimuksen mukaan oppilas, jolla on korkea minäpystyvyys matematiikassa, ajattelee, että matematiikalla on tärkeä ja hyödyllinen rooli jokapäiväisessä elämässä (Sahendra;Budiarto;& Fuad, 2018). Tämä voi pitää paikkansa yleisemminkin hyvin monen oppilaan kohdalla, mutta tuloksen paikkansapitävyyttä on syytä epäillä aivan kaikkien kohdalla. Sahenda, Budiarto ja Fuad (2018) vertailivat tutkimuksessaan kahden kahdeksasluokkalaisen naispuolisen opiskelijan minäpystyvyyskokemuksia. Näiden opiskelijoiden matemaattiset taidot olivat yhdenvertaiset.

Hyödyllisyyden kokemus motivoi oppilasta opiskelemaan ja harjoittelemaan ongelmien ratkaisua sitkeästi. Hyödyllisyyden kokemus liittyy usein johonkin oppilaan kiinnostuksenkohteeseen. Opettajan olisikin tärkeää integroida matemaattinen ongelmanratkaisu osaksi oppilaiden jokapäiväistä elämää, myös muuten, kuin teettämällä oppilailla keinotekoisesti esimerkiksi laskennallisia leivontaan liittyviä tilavuudenmuutostehtäviä. Matematiikan opettaja voi tehdä yhteistyötä muiden aineiden opettajien kanssa, kuten kotitalouden opettajan kanssa, ja tehdä reseptien muuntamisesta matemaattisen ongelman, jolle ei anneta suoraa laskukaavaa.

Personoidut ohjeet saavat aikaan parempia matemaattisia saavutuksia ongelmanratkaisutehtävissä. Personoiduilla ohjeilla tarkoitetaan oppilasta varten tehtyjä ohjeita, jotka ohjaavat ratkaisemaan juuri heitä kiinnostavia, tuttuja ongelmia. Tällöin oppimisen konteksti on oppilaalle tuttu. (Akinsola & Awofala, 2009). Ongelmanratkaisua personoiduilla ohjeilla voidaan toteuttaa koulussa esimerkiksi yhdessä muiden oppiaineiden kanssa. Käsitöistä kiinnostunut oppilas voi neuloa käsityötunneilla lapaset, joiden ohjetta täytyy soveltaa, sillä koululla ei ole ohjeen mukaista lankaa. Tällöin oppilaan täytyy laskea valitsemansa langan ja ohjeen alkuperäisen langan ilmoitettujen neuletiheyksien mukaisesti tarvittavat silmukkamäärät ja muut muutokset ohjeeseen. Käsitöiden opettajan ja matematiikan opettajan mahdollisesti yhdessä laatimat personoidut ohjeet ja saatavissa oleva apu auttavat oppilasta ongelmanratkaisussa eteenpäin.

Sekä oppilaan kiinnostus matematiikkaa kohtaan, että motivoitunut käyttäytyminen voidaan ennustaa vahvasti minäpystyvyyden avulla. Myös opettajan antama emotionaalinen tuki on yhteydessä oppilaan motivaatioon. (Skaalvik;Federici;& Klassen, 2015). Opettajan antama emotionaalinen tuki voidaan määritellä esimerkiksi termien lämpimyys, ystävällisyys, kunnioittaminen, empatia ja huolenpito avulla (Patrick;Kaplan;& Ryan, 2011). Opettajan ja oppilaan vuorovaikutukseen palataan myöhemmin kappaleessa 5.2.

Motivaatiotehokkuushypoteesin (engl. motivational efficiency hypothesis) mukaan positiiviset motivaatiouskomukset, kuten minäpystyvyys, henkilökohtaiset tavoiteorientaatiot, sisäinen motivaatio, tehtäviin sitoutuminen ja metakognitiivisen strategian käyttö kasvattavat ongelmanratkaisutehokkuutta (Hoffman & Schraw, 2007; viitattu lähteessä Hoffman & Spatariu, 2008). Käsitellään ongelmanratkaisun tehokkuutta, tarkkuutta ja kestoa seuraavassa kappaleessa.

4.7 Ongelmanratkaisun tarkkuus, kesto ja tehokkuus

Positiivinen suhtautuminen matematiikkaan on yhteydessä parempaan suorituskykyyn ratkaista matemaattisia ongelmia (Hannula, 2015). Motivaatiotehokkuushypoteesi ennustaa, että motivaatiouskomukset, kuten minäpystyvyys, kasvattavat ongelmanratkaisutehokkuutta (Hoffman & Schraw, 2007; viitattu lähteessä Hoffman & Spatariu, 2008). Ongelmanratkaisun tehokkuus määritellään oikein ratkaistujen ongelmien suhteena ongelmanratkaisuun käytettyyn aikaan. Minäpystyvyys ja metakognitiivisuus lisäävät ongelmanratkaisun suorituskykyä ja tehokkuutta, koska ne aktivoivat pohdintaa ja strategiatietoa. (Hoffman & Spatariu, 2008). Metakognitiivisuudella tarkoitetaan tietoisuutta omasta oppimisesta.

Yleisesti matemaattisilla kyvyillä, minäpystyvyydellä, ongelmanratkaisutarkkuudella ja ongelmanratkaisutehokkuudella on merkittävä positiivinen suhde (Hoffman & Spatariu, 2008). Positiivinen suhde tarkoittaa, että tässä tapauksessa esimerkiksi korkea minäpystyvyys ja korkea ongelmanratkaisutarkkuus- ja tehokkuus ovat yhteydessä toisiinsa. Syy-seuraussuhdetta ei kuitenkaan voi tästä päätellä.

Hoffmanin (2010) tutkimuksessa minäpystyvyys on tilastollisesti merkitsevä ongelmanratkaisutarkkuuden ennustaja. Minäpystyvyyden ja korkean työmuistikapasiteetin yhteisvaikutuksen on tutkittu olevan tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä ongelmanratkaisun suorituskykyyn. Myös minäpystyvyyden vaikutus ongelmanratkaisun suorituskykyyn on tutkimuksessa tilastollisesti merkitsevää. Työmuistikapasiteetti ei kuitenkaan yksittäin ole merkitsevästi yhteydessä ongelmanratkaisun suorituskykyyn. (Hoffman & Schraw, 2009).

Korkea työmuistikapasiteetti ja korkea minäpystyvyys liittyvät yhdessä parempaan ongelmanratkaisukykyyn. Minäpystyvyyden vaikutus ongelmanratkaisuun liittyvän suorituskyvyn ja tehokkuuden vaihteluun oli korkeampi kuin monien muiden muuttujien vaikutus. (Hoffman & Schraw, 2009). Tämä tukee motivaatiohypoteesin väitettä, eli sitä, että minäpystyvyys liittyy ongelmanratkaisutehokkuuteen ja ongelmanratkaisukykyyn (Hoffman & Schraw, 2007; viitattu lähteessä Hoffman & Spatariu, 2008). Matematiikka-ahdistus vaikuttaa negatiivisesti ongelmanratkaisukykyyn, sillä matematiikka-ahdistuneisuus huonontaa työmuistikapasiteettia. Huolissaan oleminen ja siihen keskittyminen vie työmuistikapasiteettia, joka olisi ilman ahdistusta ongelmanratkaisun käytössä. (Ashcraft & Krause, 2007).

Minäpystyvyys lisää ongelmien ratkaisuun liittyvää tehokkuutta parantaen ennemmin strategioiden valitsemista kuin lyhentämällä ongelman ratkaisuun käytettyä aikaa (Hoffman & Schraw, 2009). Matematiikka-ahdistuksen ajatellaan hidastavan ongelmanratkaisukykyä (Hoffman, 2010). Jotkut tutkijat kuitenkin uskovat, että korkeasti matematiikka-ahdistuneet yksilöt ovat nopeampia ratkaisemaan matemaattisia ongelmia, kuin vähemmän ahdistuneet, koska he haluavat päästä ongelman loppuun mahdollisimman nopeasti (Ashcraft & Krause, 2007). Tämä ei kuitenkaan tarkoita sitä, että korkeasti ahdistuneet suorittaisivat ongelmatehtävät tarkasti ja tehokkaasti, vaan ennemmin päinvastoin.

Ongelmanratkaisun tehokkuus määritellään oikein ratkaistujen ongelmien suhteena ongelmanratkaisutehtäviin käytettyyn aikaan verrattuna. Esimerkiksi Hoffmanin ja Schrawin (2009) tutkimuksessa oppilaille annettiin 32 päässälaskutehtävää, ja ongelmanratkaisun kestoksi määriteltiin se aika, joka oppilaalta meni ratkaista nämä kaikki tehtävät. Tässä tapauksessa ongelmanratkaisun tehokkuus saataisiin jakamalla oikein ratkaistujen tehtävien määrä kaikkiin tehtäviin käytetyllä ajalla.

Hoffmanin ja Schrawin tutkimuksen kohdalla on taas hyvä pohtia ongelman määritelmää. Hoffman ja Schraw (2009) tutkivat minäpystyvyysuskomusten ja työmuistikapasiteetin vaikutusta matemaattisen ongelmanratkaisun suorituskykyyn, vasteaikaan ja tehokkuuteen. Tutkimuksessa testattiin motivaatiotehokkuushypoteesia, jonka mukaan motivaatiouskomukset, kuten minäpystyvyys, lisäävät ongelmanratkaisutehokkuutta. Hoffman ja Schraw (2009) kirjoittavat artikkelissaan, että ongelman monimutkaisuus on kriittinen muuttuja, joka vaikuttaa ongelman suorituskykyyn. He käsittelevät tutkimuksessaan ongelmina monen eri vaikeustason kertolaskuja, jotka vaativat työmuistilta hyvin eri tavoilla kapasiteettia. Hoffman ja Schraw (2009) käsittelevät tutkimuksessaan neljän vaikeustason kertolaskuja, jotka luokiteltiin luokkiin a, b, c ja d. Luokkaan a kuuluvat ongelmat, joissa kerrotaan kaksinumeroinen luku yksinumeroisella, ja vastauksena on kolminumeroinen luku (esimerkiksi $49 \times 9 = 441$). Luokkaan b kuuluvat ongelmat, joissa kerrotaan kaksinumeroinen luku kaksinumeroisella luvulla, ja vastauksena saadaan kolminumeroinen luku (esimerkiksi $45 \times 12 = 540$). Luokkaan c kuuluvat ongelmat, joissa kerrotaan kaksinumeroinen luku kaksinumeroisella, ja tuloksena saadaan nelinumeroinen luku (esimerkiksi $98 \times 52 = 5096$). Viimeiseen eli luokkaan d kuuluvat ongelmat, joissa kerrotaan kolminumeroinen luku kaksinumeroisella, ja vastauksena saadaan nelinumeroinen luku (esimerkiksi $291 \times 17 = 4947$). (Hoffman & Schraw, 2009). Helppojen kertolaskujen (tässä tapauksessa luokkaan a kuuluvien ongelmien) luokitteleminen ongelmatehtäviksi on hieman kyseenalaista. Toisaalta jo tällaiset kertolaskut voidaan luokitella ongelmiksi, sillä niiden vastaukset eivät yleensä ole rutinoituneet, eikä niiden ratkaisemiseen päässä ole suurimmalla osalla valmista ratkaisumallia, vaan ratkaiseminen vaatii soveltamista. Ongelman määritelmään kuuluu kuitenkin hyvin oleellisella tavalla se, että tehtävän määritteleminen ongelmaksi riippuu hyvin paljon siitä, kenelle ongelma on kohdistettu. Tämän tutkimuksen osallistujat olivat yliopisto-opiskelijoita koulutuspsykologian johdattelevalla kurssilla Yhdysvalloissa. Heiltä ei voi siis välttämättä olettaa kehittyneitä ja automatisoituneita ratkaisustrategioita ainakaan vaikeampien kertolaskujen ratkaisemisen kohdalla. Täten voidaan pitää ihan perusteltuna ratkaisuna tutkijoilta puhua artikkelissaan näistä kertolaskuista ongelmina.

Hoffmanin ja Schrawin (2009) mukaan useita vaiheita sisältävät vaikeammat ongelmat ovat hitaampia ratkaista, johtavat heikentyneeseen suoritustarkkuuteen, ja niiden ratkaisemiseen tarvitaan enemmän resursseja työmuistilta. Saman tutkimuksen tuloksena saatiin, että minäpystyvyyden ja työmuistikapasiteetin yhteisvaikutus ongelmanratkaisun tehokkuuteen on tilastollisesti merkitsevää ja molemmat muuttujat liittyvät myös yksittäin tehokkaampaan ongelmanratkaisuun.

Eri tekijät vaikuttavat ongelmanratkaisukykyyn, tarkkuuteen ja tehokkuuteen eri tavoin riippuen siitä, kuinka monimutkainen ongelma on ratkaisijalleen. Kun ongelman monimutkaisuus lisääntyy, minäpystyvyyden merkitys ongelmanratkaisutarkkuuden ennustajana kasvaa (Hoffman & Schraw, 2009). Lisäksi erittäin monimutkaisissa ongelmissa työmuistikapasiteetti on merkittävä ongelmanratkaisun tehokkuuden ennustaja (Hoffman & Schraw, 2009), joka on hyvin intuitiivista.

Kuten jo aiemmin luvussa 4.6 mainittiin, personoidut ohjeet ongelmanratkaisussa saavat aikaan parempia tuloksia. Yksi syy tähän voi olla se, että personoidut ongelmat vähentävät oppilaan henkistä kuormitusta liittyen ongelman ymmärtämiseen, sillä ongelman konteksti, eli sisältö, asiayhteys ja käytetyt termit, ovat oppilaalle ennalta tuttuja. Kuormituksen väheneminen vähentää myös oppilaan kognitiivista kuormitusta, jolloin suorituskyky ratkaista ongelmia paranee. (Akinsola & Awofala, 2009). Oikean ratkaisustrategian valitseminen on myös hyvin oleellisessa osassa tehokasta ongelmanratkaisua. Seuraavassa luvussa käsitellään tarkemmin sitä, miten ratkaisustrategioiden valinta on yhteydessä ongelmanratkaisusuorituksiin ja minäpystyvyyteen.

4.8 Ratkaisustrategioiden valinta

Oikeanlaisen ratkaisustrategian valinta on oleellisesti yhteydessä ongelmanratkaisutuloksiin. Yksilöt, joiden minäpystyvyys on korkealla tasolla, käyttävät tuottavampia ongelmanratkaisustrategioita (Hoffman, 2010). Tuottavilla ongelmanratkaisustrategioilla tarkoitetaan tapoja ratkaista ongelmia niin, että niillä saadaan tehokkaasti oikeita tuloksia. Yleisesti voidaan ajatella, että mitä taitavampi ongelman ratkaisija on, sitä enemmän hänellä on erilaisia ratkaisustrategioita myös käytettävissään.

Pajares ja Miller (1997) tutkivat matematiikkaan liittyvän minäpystyvyyden ja ongelmanratkaisun yhteyttä peruskoulussa. Tutkimuksessa toinen ryhmä vastasi matemaattisiin ongelmanratkaisutehtäviin, jotka olivat monivalinta-muodossa, kun kontrolliryhmä joutui vastaamaan avoimiin kysymyksiin ilman vastausvaihtoehtoja. Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, vaikuttaako arviointimuodon muuttaminen oppilaan antamiin minäpystyvyysarvioihin omasta osaamisestaan, vai muuttaako arviointimuodon muuttaminen minäpystyvyyskokemuksen ja suorituksen välistä suhdetta. Tuloksena saatiin, että monivalintoihin vastanneet oppilaat saivat enemmän pisteitä ongelmanratkaisutehtävistä, kuin kontrolliryhmän oppilaat. Tämä tulos ei ollut sinänsä kovin yllättävä, koska intuitiivisesti voidaan ajatella, että ratkaisujen oikeellisuus olisi vähintään helppo tarkistaa monivalintavaihtoehtojen avulla. Mielenkiintoinen huomio oli kuitenkin se, että opiskelijoiden luottamus omaan osaamiseensa eli minäpystyvyys oli molemmilla ryhmillä samaa suuruusluokkaa. Olisikin syytä pohtia, mistä tämä johtuu. Voi olla, että oppilaat eivät vain osanneet hyödyntää monivalintavaihtoehtoja. Pajares ja Miller (1997) toteavat, että oppilaat eivät välttämättä ymmärtäneet katsoa vaihtoehtoja vielä silloin, kun tekivät arviota omasta minäpystyvyydestään.

Opiskelijat, joilla on korkea minäpystyvyys, käyttävät useita esitysmuotoja ratkaistessaan ongelmia tai luonnostellessaan niitä. Useiden esitysmuotojen käyttäminen helpottaa ratkaisun oikeellisuuden tarkistamista. Matalan minäpystyvyyden omaavat opiskelijat käyttävät yleensä vain yhtä esitysmuotoa. (Sahendra;Budiarto;& Fuad, 2018). Tällöin ainoa tapa tarkistaa ratkaisun oikeellisuus on laskea uudestaan (Sahendra;Budiarto;& Fuad, 2018), jolloin esimerkiksi ratkaisussa oikeana pidetty looginen virhe voi jäädä huomaamatta.

Edellä on käsitelty eri tekijöiden vaikutuksia ja yhteyttä minäpystyvyyteen ja ongelmanratkaisuun. Tämän luvun viimeisessä alaluvussa käsitellään paljon keskustelua herättänyttä aihetta: sukupuolen vaikutusta ongelmanratkaisukykyyn, matemaattiseen taitavuuteen ja matematiikkaan liittyviin minäpystyvyyskäsityksiin.

4.9 Sukupuolen vaikutus

Sukupuolen vaikutus matematiikan oppimiseen ja osaamiseen, sekä ongelmanratkaisuun puhuttaa edelleen. Sukupuolen vaikutuksesta minäpystyvyyteen matematiikassa on kuitenkin saatu monenlaisia tuloksia eikä tuloksista voida yleistää mitään tiettyä linjaa. Yleisesti tutkimusten perusteella voidaan kuitenkin päätellä, että jos eroa tyttöjen ja poikien välillä on minäpystyvyydestä matematiikassa löytynyt, on tyttöjen minäpystyvyys yleensä matalampi kuin poikien (Pajares & Miller, 1997). Seuraavaksi esitellään muutamien tutkimusten tuloksia ja näkökumia liittyen tyttöjen ja poikien eroihin minäpystyvyyskäsityksissä ja ongelmanratkaisutaidoissa.

On tutkittu, että pojat suoriutuvat ongelmanratkaisusta paremmin kuin tytöt (Verneer;Boekaerts;& Seegers, 2000). Läheskään aina merkittävää eroa ei kuitenkaan ole löydetty (Jungert & Andersson, 2013). On kuitenkin tutkittu myös, että tyttöjen ja poikien välillä ei ole eroa matemaattisten saavutusten ja minäpystyvyyden välillä, eikä myöskään pelkissä matemaattisissa saavutuksissa. Tällaiset tulokset korreloivat hyvin sen kanssa, että myöskään älykkyydestä ei ole löydetty tasaista sukupuolieroa. (Ayotola & Adedeji, 2009).

Sukupuolen todettiin monessa kohtaa olevan kuitenkin yhteydessä matematiikka-ahdistuksen kanssa (Pajares & Kranzler, 1995). Matematiikka-ahdistuksen voidaan siten taas ajatella vaikuttavan minäpystyvyyden kokemukseen. Sukupuoli ei tutkimuksen mukaan korreloi matemaattisten kykyjen ja matemaattisten ongelmanratkaisutaitojen kanssa (Pajares & Kranzler, 1995). Verneerin, Boekaertsin ja Seegersin (2000) tutkimuksessa tytöt arvioivat itseluottamuksensa matalammaksi kuin pojat koskien ongelmanratkaisua (Verneer;Boekaerts;& Seegers, 2000). Tässä tutkimuksessa ongelmanratkaisu oli määritelty niin, että kyseessä oli ongelma, jonka ratkaiseminen vaatii muutakin kuin automaattisen toimintasarjan tai pelkän säännön soveltamisen.

Pajareksen ja Millerin tutkimuksessa (1994) miehet raportoivat suurempaa minäpystyvyyttä matematiikassa kuin naiset. Polkuanalyysin mukaan erot suorituskyvyissä johtuivat eroista minäpystyvyydessä matematiikassa. Tähän johdonmukaisesti liittyen matematiikka-ahdistus oli naisilla myös suurempaa kuin miehillä. Kuitenkaan matemaattisen minäkäsityksen ja matematiikan hyödyllisyyden kokemuksen erot eivät olleet naisten ja miesten välillä merkittäviä. Voidaankin päätellä, että naisopiskelijoiden heikompi suorituskyky ja heikompi minäkäsitys johtuivat suurelta osin heikoimmista arvioista heidän kyvyistään, eli minäpystyvyydestä. (Pajares & Miller, 1994).

Lahjakkaitakaan oppilaita tutkittaessa tulokset eivät ole kovin selviä. Toinen tutkimus sanoo, että poikien itseluottamus on parempi kuin tyttöjen. Tytöt, joiden minäpystyvyys matematiikassa on matala, pärjäsivät kuitenkin paremmin kuin pojat, joiden minäpystyvyys on matala. Kuitenkin pojat, joilla oli korkea minäpystyvyys, pärjäsivät matematiikassa paremmin, kuin tytöt, joilla oli korkea minäpystyvyys. (Pajares & Miller, 1997). Toisen tutkimuksen mukaan taas on mielenkiintoista, että tutkittaessa lahjakkaiden oppilaiden minäpystyvyyttä ja suorituskykyä matematiikassa, lahjakkaat tytöt ylittivät suorituskyvyllään lahjakkaat pojat, mutta minäpystyvyydessä ei ollut lahjakkaiden tyttöjen ja poikien välillä eroa (Pajares, 1996).

On kuitenkin käynyt ilmi, että poikien ja tyttöjen motivaation suunta matematiikassa on erilainen (Verneer;Boekaerts;& Seegers, 2000). Minäpystyvyyskokemus matematiikassa vaikuttaa poikien kohdalla siihen, miten kiinnostavana oman urakehityksensä kannalta oppilas kokee matemaattiset alat. Tytöillä merkittävä tekijä ei ole niinkään matemaattinen minäpystyvyys, vaan erityisesti matematiikka-ahdistus, joka vaikuttaa matemaattiseen urakehitykseen luotaantyöntävästi. Minäpystyvyydellä matematiikassa on kuitenkin vaikutusta myös tyttöjen urakehitykseen. (Huang;Zhang;& Hudson, 2019).

Selkeää linjaa sukupuolieroista matemaattisessa ongelmanratkaisutaidoissa ja minäpystyvyydessä ei voida siis vetää. Tämän aiheen tutkiminen on kuitenkin tärkeää, sillä on tärkeää ymmärtää erilaisten yksilöiden kokemuksia ja tarpeita liittyen minäpystyvyyskokemuksiin matematiikassa ja ongelmanratkaisussa. Erilaisten yksilöiden kokemusten ymmärtäminen auttaa keksimään keinoja, joiden avulla opettaja voi tukea oppilaan ongelmanratkaisukykyä ja minäpystyvyyttä ongelmanratkaisijana ja matematiikan osaajana ja oppijana.

Seuraavassa luvussa keskitytään siihen, mitä opettaja voi tehdä, jotta oppilaan minäpystyvyys ja ongelmanratkaisukyky kasvaisivat. Alaluvuissa käsitellään ongelmanratkaisustrategioiden ja -taitojen opettamista, sekä opettajan ja oppilaan välistä vuorovaikutusta, sekä vuorovaikutuksen merkitystä oppilaan minäpystyvyyskokemuksessa.

5 Opettajan vaikutus oppilaan minäpystyvyyteen

Opettajan asenteella ja toiminnalla on vaikutusta oppilaan kokemuksiin. Opettajat voivat rohkaista oppilaan minäpystyvyyskäsityksiä matematiikassa. Opettaja voi rohkaista oppilasta kyseenalaistamaan omat minäpystyvyyskäsityksensä, kannustaa ja auttaa tunnistamaan oppilaan vallalla olevat uskomukset ja näiden aiheuttamat vaikutukset kokemuksiin matematiikan kursseista. Opettaja voi myös rohkaista opiskelijoita pohtimaan seurauksia, joita kielteiset asenteet matematiikkaa ja sen opiskelua kohtaan saattavat aiheuttaa, esimerkiksi tulevaisuudessa uraa valittaessa. (Lopez & Lent, 1992). Opettajan merkitys rohkaisijana näyttää olevan siis melko suuri.

Kun opettaja antaa oppilaalle kannustavaa palautetta, joka kohdistuu oppilaan sellaisiin toimintoihin ja osa-alueisiin, joihin oppilas pystyy vaikuttamaan, voidaan vaikuttaa oppilaan minäpystyvyysuskomuksiin positiivisesti (Kaarakka;Ali-Löytty;& Huhtanen, 2018). Valitettavan usein tilanne on kuitenkin se, että opettajalla ei ole aikaa keskittyä erikseen jokaisen oppilaan henkilökohtaisiin tarpeisiin, eikä ohjaus ole tällöin välttämättä riittävän kohdennettua. Opettajan onkin oltava hyvin tarkka siinä, millaista palautetta antaa, kun haluaa vaikuttaa oppilaan minäpystyvyysuskomuksiin. Väärin kohdistettu, täysin harmittomalta vaikuttava palaute voi auktoriteetilta, tässä tapauksessa opettajalta, tullessaan vaikuttaa hyvinkin negatiivisesti ja vain pahentaa tilannetta.

Opettajan antaman palautteen ja suoranaisen ongelmanratkaisun opettamisen lisäksi opettajan on hyvä olla tietoinen minäpystyvyyden ja ongelmanratkaisun yhteyksistä, sekä auttaa myös opiskelijoita ymmärtämään niitä (Linnenbrink & Pintrich, 2003). Jotta oppilas voisi ymmärtää ongelmanratkaisun ja minäpystyvyyden yhteyttä, hänellä tulee olla henkilökohtaisia kokemuksia ongelmanratkaisusta. Näitä kokemuksia vasten peilaten oppilaan on mahdollista ymmärtää ongelmanratkaisua ja tulla tietoiseksi omista valinnoistaan. Ongelmanratkaisun ymmärtämisessä on oleellisessa osassa ongelmanratkaisustrategioiden tiedostaminen. Ongelmanratkaisustrategioiden opettamista käsitellään seuraavassa alaluvussa.

5.1 Ongelmanratkaisustrategioiden opettaminen

Heurististen strategioiden eli ongelmanratkaisustrategioiden opettaminen on hyvin konkreettinen tapa parantaa oppilaan ongelmanratkaisukyvykkyyttä. Niihin liittyy kuitenkin myös ongelmia. Ongelmanratkaisustrategiat voivat olla oppilaille täysin vieraita. Huonon minäpystyvyyden omaava oppilas on voinut kokea sarjan epäonnistumisia, eikä ole välttämättä ratkaissut yhtään ongelmaa onnistuneesti. Jotta oppilas voisi kokea onnistumisen kokemuksia, hänelle tulee tarjota sellaisia ongelmia, joihin hänen on mahdollista päästä ponnistelemalla (Linnenbrink & Pintrich, 2003). Pitkällä aikavälillä onnistumisen kokemukset voivat muokata oppilaan käsitystä itsestään matematiikan oppijana ja matematiikkaan ja ongelmanratkaisuun liittyviä minäpystyvyysuskomuksia.

Opettaja voi auttaa opiskelijaa ongelman ymmärtämisessä esimerkiksi niin, että pyytää opiskelijaa toistamaan ongelman omin sanoin ja pyytämään opiskelijaa selittämään, mitä tuntemattomia ongelmassa oikeastaan halutaan selvittää. Myös kuvan piirtäminen tilanteesta auttaa usein hahmottamaan ongelmaa. (Pólya, 2014). Pólyan (2014) mukaan kuvan piirtäminen ja ongelman ymmärtäminen on ongelmanratkaisun ensimmäinen vaihe. Kuvan piirtäminen tulisikin saada oppilaille automaattiseksi tavaksi ongelmien hahmottelussa silloinkin, kun kyseessä on ei-geometrinen ongelma.

Jos opiskelijalla on vaikeuksia keksiä ongelmanratkaisulle suunnitelmaa, opettajan tärkein tehtävä on yrittää vaikuttaa huomaamattomasti oppilaan ajatteluun niin, että oppilas saa ratkaisuidean ja kokee sen olevan omansa (Pólya, 2014). Opettaja voi esimerkiksi kysyä oppilaalta johdattelevia kysymyksiä, joihin vastaaminen auttaa oppilasta pohtimaan ongelmassa sitä kohtaa, mistä kannattaisi lähteä ratkaisussa liikkeelle.

Suunnitelman toteuttamisessa opiskelijan suurimmat sudenkuopat ovat laskuvirheiden tekeminen ja ratkaisusuunnitelman unohtaminen. Opettajan tulee muistuttaa oppilasta jokaisen vaiheen tarkistamisesta, vaikka se saattaakin vaikuttaa työläältä. Ratkaisusuunnitelman unohtaminen on vaarana erityisesti silloin, kun opiskelija ei ole tehnyt ratkaisusuunnitelmaa kokonaan itse vaan on saanut sen suoraan opettajalta tai toiselta oppilaalta. (Pólya, 2014). Oppilasta onkin hyvä kehottaa kirjoittamaan ratkaisusuunnitelmansa paperille ennen ratkaisun yrittämistä, jotta hän hahmottaa ratkaisuideansa kokonaisuuden, eikä unohda ratkaistessaan tärkeitä välivaiheita, joiden avulla perustellaan ratkaisun oikeellisuutta.

Opettajan on hyvä ohjata oppilasta tarkastelemaan ratkaisujaan. Opettaja voi kehottaa oppilasta pohtimaan vaihtoehtoisia ratkaisumahdollisuuksia (Pólya, 2014), joiden avulla oppilas oppisi näkemään, että matematiikassa ei ole vain yhtä oikeaa ratkaisua ja näin oppilaan minäpystyvyys ja itseluottamus voisi kasvaa. Nopealle oppilaalle voikin joskus lisätehtävien sijaan antaakin tehtäväksi keksiä tunnilla ratkaistuihin ongelmiin vaihtoehtoisia ratkaisuja. Ratkaisujen tarkastelu ja eri ratkaisuvaihtoehtojen keksiminen voivat parhaassa tapauksessa innostaa oppilasta ratkaisemaan matemaattisia ongelmia myös matematiikan tuntien ulkopuolella, tai oppilas saattaa innostua keksimään eri ratkaisuvaihtoehtojen avulla myös omia ongelmia, joita ratkaista.

Koska korkean minäpystyvyyden omaavat oppilaat käyttävät yleensä useampaa esitysmuotoa ratkaistessaan ongelmia kuin oppilaat, joiden minäpystyvyys matematiikassa on matala, opettajan tulisi kiinnittää huomiota opiskelijoiden esitystapoihin. Kun oppilas ohjataan käyttämään useampia ratkaisu- ja esitystapoja, hänen minäpystyvyytensä matemaattista ongelmanratkaisua kohtaan kasvaa. (Sahendra;Budiarto;& Fuad, 2018). Opettajan ei pidä suhtautua oppilaan käyttämiin esitystapoihin negatiivisesti, mutta hän voi rakentavalla palautteella, positiivisin ottein ohjata oppilasta esimerkiksi esimerkkien avulla huomaamaan, että ongelmiin on olemassa useita ratkaisu- ja esitystapoja. Tärkeää olisikin luoda opetustilanteisiin sellaista kulttuuria, että oppilaat eivät kokisi, että matemaattisiin ongelmiin on aina olemassa oikea vastaus, joka saadaan joka kerralla vain opettajan taululla esittämällä tavalla. Tällaisen kulttuurin luominen on hyvin tärkeää, ja yhtenä avaimena siihen on opettajan ja oppilaan välinen vuorovaikutus. Käsitellään sitä seuraavaksi.

5.2 Opettajan ja oppilaan vuorovaikutus

Oppilaan kokemien tunteiden merkitys ongelmanratkaisukykyyn tulisi tunnustaa myös opetuksessa (Hannula, 2015). Tutkijat suosittelevat, että opettajan tulisi löytää keinoja parantaa oppilaan matemaattista minäpystyvyyttä ja korostettava oppilaan itseluottamusta, jotta oppilas voi menestyä matematiikassa ja ongelmien ratkaisemisessa (Ayotola & Adedeji, 2009). Opettajien antama emotionaalinen tuki liittyy positiivisesti sekä opiskelijoiden minäpystyvyyteen että motivaatioon (Skaalvik;Federici;& Klassen, 2015). Opettajan antama emotionaalinen tuki tarkoittaa sitä, että opettaja on oppilasta kohtaan lämmin ja ystävällinen, hän kunnioittaa oppilasta, sekä osoittaa tälle empatiaa ja huolenpitoa (Patrick;Kaplan;& Ryan, 2011). Hyvä motivaatio liittyy taas suoritukseen ja ongelmanratkaisuun (Skaalvik;Federici;& Klassen, 2015). Tämän vuoksi opettajien tulee siis olla lämpimiä, ystävällisiä, oppilaitaan kunnioittavia ja empaattisia (Skaalvik;Federici;& Klassen, 2015), jotta oppilaiden minäpystyvyyttä tuettaisiin mahdollisimman hyvin.

Joidenkin oppilaiden kohdalla ajattelutavan muutos voi ratkaista heikon minäpystyvyyden ja heikkojen ongelmanratkaisutulosten ongelman. Jos oppilas uskoo, että hän on tyhmä, eikä hän voi oppia matematiikkaa tai ongelmanratkaisua, vaikka hän kuinka yrittäisi, on kyse muuttumattomasta ajattelutavasta. Tällöin opettajan tulee yrittää vahvistaa uskoa siihen, että pätevyys ja kyvyt ovat muutettavissa ja hallittavissa olevia piirteitä (Linnenbrink & Pintrich, 2003). Oppilasta tulisi siis ohjata muuttumattomasta ajattelutavasta kohti kasvun ajattelutapaa. Heikkojen suoritusten kohdalla opettaja voi esimerkiksi kannustaa oppilasta harjoittelemaan enemmän, jotta hän selviytyisi vaikeammistakin ongelmista.

Opettaja voi myös omalla tiedostavalla puhetavallaan vaikuttaa oppilaan minäkäsitykseen ja itsetuntoon. Koska onnistumisten ja epäonnistumisen selittäminen sisäisten ja ulkoisten tekijöiden avulla vaikuttaa oppilaan käsitykseen itsestään oppijana, tulisi opettajan johdonmukaisesti yrittää kasvattaa oppilaan itseluottamusta. Opettajan tulee korostaa sisäisen menestymisen syitä, esimerkiksi sanomalla onnistuneen tehtävän jälkeen ”ajattelit ihan oikein, hyvin hoksattu” ja välttämällä sanomasta esimerkiksi ”tämähän oli helppo tehtävä”. Samoin vaikeiden, vielä ratkaisemattomien ongelmien edessä opettajan tulisi korostaa ulkoisia tekijöitä, kuten tehtävän vaikeutta, ja kannustaa yrittämään lisää, esimerkiksi sanomalla ”tehtävä on kyllä haastava, mutta yritä vielä uudestaan”. (Linnanmäki, 2004). Linnenbrink ja Pintrich (2003) suosittelevat artikkelissaan, että opettajan tulisi ennemmin edistää opiskelijoiden alakohtaisia minäpystyvyyskäsityksiä kuin oppilaan kokonaisvaltaista itsetuntoa. Matematiikan kohdalla opettajan tulisi siis kiinnittää puheessaan huomiota siihen, että hän vahvistaa oppilaan kykyä ja uskoa siinä, että oppilas pystyy ratkaisemaan tehtäviä, eikä vain kehua yleisesti oppilaan älykkyyttä. Alakohtainen palautteenanto on hyvin yksityiskohtaista, ja voi olla myös täten toimiva tapa rakentaa oppilaan kokonaisvaltaista itsetuntoa.

Martin ja Rimm-Kaufman (2015) huomasivat tutkimuksessaan, että korkean emotionaalisen tuen luokassa, eli sellaisessa luokassa, jossa opettaja osoittaa oppilaita kohtaan emotionaalisia tunteita ja opettajien ja oppilaiden välillä on herkkä, reagoiva vuorovaikutus, oppilaat ilmoittivat sekä samanlaiset emotionaalisen että sosiaalisen sitoutumisen tasot riippumatta heidän alkuperäisestä minäpystyvyydestään. Tämä on hyvin mielenkiintoinen tulos, sillä minäpystyvyyden vaikutus sitoutumiseen on melko todennäköistä (Linnenbrink & Pintrich, 2003). Korkea emotionaalinen tuki opettajalta oppilaalle kompensoi oppilaan heikkoa minäpystyvyyttä matematiikan opiskeluun sitoutumisessa (Martin & Rimm-Kaufman, 2015).

Tampereen teknillisessä yliopistossa tehdyssä kehittämistutkimuksessa tutkittiin MATLAB-opetusohjelmien vaikutusta opiskelijan oppimistuloksiin ja minäpystyvyyteen, kun koeryhmä sai ohjelman tarjoamaa ohjausta ja välitöntä palautetta, ja kontrolliryhmä ei saanut. Kontrolliryhmän opiskelu tapahtui itsenäisesti opetusmateriaalia apuna käyttäen. Tutkimuksen tuloksena saatiin, että opetusohjelmien avulla tapahtuneella harjoittelulla on positiivinen yhteys laskentaohjelmistojen käyttöä kohtaan (Kaarakka;Ali-Löytty;& Huhtanen, 2018). Erityisen mullistavia tuloksia tästä tutkimuksesta ei saatu. Kontrolliryhmän kohdalla usko oppia käyttämään MATLABia aleni tilastollisesti merkitsevästi, kun taas koeryhmällä ei havaittu merkitsevää alenemista (Kaarakka;Ali-Löytty;& Huhtanen, 2018). Molempien ryhmien kohdalla usko omiin kykyihin ja mahdollisuuksiin hyödyntää eri laskentaohjelmistoja myöhemmin opinnoissa ja työssä vahvistui, ja koeryhmällä tämä kasvu oli tilastollisesti merkitsevää (Kaarakka;Ali-Löytty;& Huhtanen, 2018).

Kaarakan, Ali-Löytyn ja Huhtasen (2018) tutkimus antaa mielenkiintoisen näkökulman automaattiseen palautteenantoon. Tätä aihetta pitäisikin tutkia enemmän. Jos aihetta lisää tutkimalla selviäisi, että jonkin ohjelmiston automaattinen kannustus vaikuttaa opiskelijan minäpystyvyyteen samalla tavoin kuin opettajan henkilökohtaisesti antama palaute, olisi kannattavaa keskittyä luomaan oppimisympäristöjä, joiden kautta olisi mahdollista vaikuttaa opiskelijoiden asenteisiin, minäpystyvyyteen ja motivaatioon automaattisen palautteen avulla. Tämän avulla voitaisiin ehkä vaikuttaa myös oppimistuloksiin. (Kaarakka;Ali-Löytty;& Huhtanen, 2018).

6 Pohdinta

Yleisesti ottaen voidaan todeta, että oppilaiden, joiden minäpystyvyys matematiikassa on korkea, saavutukset matematiikassa ovat korkeammalla tasolla verrattuna heikomman minäpystyvyyden omaaviin oppilaisiin (Ozkal, 2019). Tämä tulos on hyvin uskottava ja nähtävissä koulumaailmassa. Epäonnistumisista ja heikosta minäpystyvyydestä syntyy helposti kierre, johon on melko vaikea puuttua. Kun oppilas epäonnistuu useimmiten kaikessa matematiikkaan liittyvässä, hän ei saa myöskään onnistumisen kokemuksia, jotka vahvistaisivat hänen minäpystyvyyttään. Korkean minäpystyvyyden omaava oppilas taas kokee matematiikkaa kohtaan positiivisia tunteita ja uskoo, että osaa ratkaista tehtävät, kun vain jatkaa yrittämistä (Yildiz & Özdemir, 2019). Eri tekijöiden vaikutukset ongelmanratkaisukykyyn riippuvat ongelman monimutkaisuudesta. Ongelman monimutkaisuuden kasvaessa minäpystyvyyden merkitys ongelmanratkaisutarkkuuden ennustamisessa kasvaa. (Hoffman & Schraw, 2009).

Korkeat matemaattiset saavutukset eivät kuitenkaan oman kokemukseni mukaan ole aina yhteydessä kiinnostukseen ja motivaatioon matematiikkaa kohtaan. Olen tavannut oppilaita, jotka uskovat omiin kykyihinsä, eivätkä viitsi harjoitella peruslaskutoimituksia tai ongelmien ratkaisemista, mutta menestyvät kuitenkin kokeissa hyvin tai jopa kiitettävän tasoisesti. Tämä saattaa johtaa siihen, että vaikka uskoa omaan osaamiseen on, mutta ei intoa tai kiinnostusta harjoitella, ei näiden oppilaiden kohdalla päästä välttämättä koskaan korkealle tasolle ongelmanratkaisutaitojen osalta, sillä he eivät ole harjoitelleet sinnikkyyttä. Oppilaan minäpystyvyysusko kuitenkin säilyy, sillä hän onnistuu kokeissa. Näiden oppilaiden kohdalla opettajan olisikin hyvin tärkeää saada oppilas innostumaan matematiikan opiskelusta, jotta emme hukkaisi potentiaalia tulevaisuuden osaajista. Ozkalin (2019) mukaan ne oppilaat, joiden minäpystyvyys matematiikkaa kohtaan on korkea, osoittavat kiinnostusta ja positiivisia tunteita matematiikan opiskelua kohtaan. Edellisen havainnon mukaan tämä ei kuitenkaan pidä aina paikkaansa. Minäpystyvyydellä on kuitenkin tärkeä merkitys kiinnostuksen lisäämisessä, koska korkea usko omaan osaamiseen voi auttaa pitämään motivaatiota yllä haasteista ja vastoinkäymisistä huolimatta (Martin & Rimm-Kaufman, 2015). Jos itseensä uskova oppilas alkaa kokea vastoinkäymisiä, eikä hänellä ole motivaatiota itse oppimista kohtaan, on opettajan tilanne vaikea. Tällöin opettajan täytyy tukea kyseistä oppilasta erityisesti joko motivaation etsimisessä, tai etsiä oppilaan kanssa keinoja tukea hänen minäpystyvyyttään muilla tavoin, kuin vain onnistumisen kokemuksiin nojaamalla.

Koulumaailmassa on pitkään ollut vallalla käsitys siitä, että poikien matemaattiset kyvyt, ongelmanratkaisutaidot ja taidot muissakin luonnontieteissä ovat paremmat kuin tyttöjen. Tällainen yhteiskunnan yleinen asenne ei ole kovin helposti korjattavissa, vaikka tutkimukset osoittavat, että johdonmukaista eroa tyttöjen ja poikien väliltä ei ole löydetty. Asenteet siirtyvät sukupolvilta toisille, ja luonnollisesti vaikuttavat myös lasten matemaattiseen minäkäsitykseen ja minäpystyvyyskokemukseen, joka taas on tutkitusti yhteydessä saavutuksiin matematiikassa (Ayotola & Adedeji, 2009), ongelmanratkaisukykyyn ja moniin siihen liittyviin asioihin. Se, millaisia eroja, minäpystyvyydessä havaitaan tytöillä ja pojilla, riippuu myös siitä, millä matematiikan vaikeustasolla eroja tarkastellaan. Tämänkään vuoksi on hyvin vaikeaa vetää mitään yleistä linjaa tuloksista. Yleisen linjan vetäminen tyttöjen ja poikien minäpystyvyyskokemuksista ei muutenkaan nykymaailmassa, missä sukupuolisensitiivisyys on pinnalla, ole välttämättä kovinkaan tarpeellista. Tärkeintä on ymmärtää eri ilmiöitä, joita minäpystyvyyteen ja ongelmanratkaisuun liittyy, ja niiden pohjalta rakentaa oppilaiden kestävämpää minäpystyvyyttä ja parempia ongelmanratkaisutaitoja.

Tutkimustulosten mukaan minäpystyvyysuskomukset vaikuttavat oppilaan tekemiin valintoihin esimerkiksi siinä, kuinka paljon vaivaa oppilas on valmis näkemään opintojensa eteen (Pajares & Kranzler, 1995). Minäpystyvyyskokemus vaikuttaa siis hyvin olennaiselta tekijältä ongelmanratkaisun kannalta, sillä hyväkin ongelmanratkaisija tarvitsee monta yrityskertaa onnistuakseen. Williams (2014) toteaakin, että matemaattinen ongelmanratkaisu voi vaikuttaa usein sarjalta epäonnistumisia ennen ratkaisun saavuttamista. On hyvä pohtia, mitä opettaja voisi tehdä sen eteen, että oppilaat uskoisivat enemmän itseensä ongelman ratkaisijoina ja matematiikan oppijoina, sekä tulisivat sinnikkäämmäksi. Kokemukseni nimittäin on, että nykyaikana oppilaat luovuttavat hyvin helposti, jos eivät osaa ratkaista lyhyitäkään tehtäviä, puhumattakaan pidempiin projekteihin paneutumisesta.

Oppilaat, joilla on oppimisvaikeuksia, kärsivät heikosta minäpystyvyydestä matematiikkaa kohtaan (Jungert & Andersson, 2013). Tämä saattaa heikentää heidän asemaansa entisestään, jos ei ole kyse vain siitä, että heikommin matematiikassa pärjäämisestä seuraa myös minäpystyvyyskokemuksen aleneminen. Jungert ja Andersson (2013) uskovat, että lapsilla, joilla on oppimisvaikeus, matala minäpystyvyys voisi pääosin selittyä heikkojen saavutusten historialla. Matalaan minäpystyvyyteen liittyvät negatiiviset tunteet (Yildiz & Özdemir, 2019) saattavat johtaa jopa matematiikka-ahdistukseen tai pelkoon, jotka taas vaikeuttavat matematiikan opiskelua entisestään.

Opettajan tehtävä ei ole helppo. Oppilaat tulisi saada siis sitoutumaan ongelmien ratkaisemiseen, ja saada heidät yrittämään ratkaisuja aina uudestaan ja uudestaan. Banduran (1977) mukaan ihmiset välttävät toimintaa, jonka uskovat olevan oman selviytymiskykynsä yläpuolella ja sitoutuvat helpommin sellaiseen toimintaan, johon varmasti uskovat kykenevänsä. Opettajan onkin sitoutumisen takaamiseksi varmistettava, että ne ongelmat, joista kukin oppilas lähtee liikkeelle, ovat oppilaiden taitotasoon sopivia. Liian vaikeat tehtävät saavat aikaan vain lamaantumisen ja epäonnistumisen kokemuksia, joista seuraa negatiivisia tunteita matematiikkaa kohtaan, ja pidemmällä aikavälillä minäpystyvyyskokemuksen laskua. Liian helpot tehtävät taas eivät innosta oppilaita, eivätkä kasvata ongelmanratkaisussa tarvittavaa sinnikkyyttä, sillä liian helppojen tehtävien ratkaiseminen ei vaadi riittävästi ponnisteluja oikean ratkaisun löytämiseksi. Oppilaan onnistumisen kokemusten lisäämiseksi olisi tärkeää tarjota ongelmia, jotka oppilaan on mahdollista ratkaista ponnistelemalla (Linnenbrink & Pintrich, 2003).

Ongelmana oppilaiden sitouttamiseen on myös se, että opettaja kiinnittää huomionsa yleensä lähinnä käyttäytymisen avulla tapahtuvaan sitoutumiseen (Linnenbrink & Pintrich, 2003). Sitoutumista on tutkittu jonkun verran (Linnenbrink & Pintrich, 2003; Martin & Rimm-Kaufman, 2015), mutta sitoutumisen tason arviointi ei ole aina aivan helppoa. Sitoutumista ja siihen liittyviä seikkoja tulisikin tutkia enemmän erityisesti siitä näkökulmasta, kuka arvioi sitoutumisen asteen, ja mitä seikkoja arvioinnin luotettavuuteen tällöin liittyy.

Positiiviset tunteet matemaattisiin suorituksiin ja ongelmanratkaisuun lisäävät matematiikkaan liittyviä minäpystyvyyden kokemuksia (Martin & Rimm-Kaufman, 2015). Oppimisympäristö tulisikin saada sellaiseksi, että oppilas voi turvallisesti näyttää sekä positiiviset, että negatiiviset tunteet matematiikkaa kohtaan. Opettajan tulisi siis vahvistaa ja tukea erityisesti positiivisia tunteita. On havaittu, että opettajan antamalla emotionaalisella tuella on melko suuri merkitys oppilaiden sitoutumisen muotoon ja asteeseen (Martin & Rimm-Kaufman, 2015). Oppilaan minäpystyvyyskäsityksiin voidaan vaikuttaa tutkimuksen mukaan kohdistamalla positiivista palautetta sellaisiin osa-alueisiin, joihin oppilas pystyy omalla toiminnallaan vaikuttamaan (Kaarakka;Ali-Löytty;& Huhtanen, 2018). Tällöin siis huomio kannattaisi kiinnittää muun muassa uudelleen yrittämisen vahvistamiseen ja opiskeluun sitoutumiseen, joilla on vaikutusta myös ongelmanratkaisun onnistumisen kannalta.

Oppilaiden eriyttäminen oman taitotasonsa ja lähtökohtiensa mukaan voi olla yksi avain positiivisten minäpystyvyyskokemusten ja ongelmanratkaisutaitojen lisäämiseen. Tätä tukee muun muassa Simamoran, Saragihin ja Hasratuddinin (2019) tutkimus opastetun tutkivan oppimisen mallista ja kulttuurikontekstiin sidottujen oppimateriaalien käytöstä. Jotta eriyttäminen suuressakin oppilasryhmässä olisi mahdollista, oppilaille tulee opettaa tiedon etsimistä itsenäisesti ja tukea heidän tiedonhankkimistaitojaan. Coklarin ja Akcayn (2018) mukaan opiskelijan hyvät tiedonhankkimistaidot ovat yhteydessä minäpystyvyyteen ja ohjelmointitehtävien ratkaisemiseen. Tiedonhankkimistaitoja opettamalla voidaan siis mahdollisesti tukea oppilaan minäpystyvyyttä matemaattista ongelmanratkaisua kohtaan. Tämä tukisi myös oppilaan opiskelun itseohjautuvuutta.

Ne oppilaat, joiden minäpystyvyys on korkealla tasolla, käyttävät tuottavampia ongelmanratkaisustrategioita (Hoffman, 2010), ja korkea minäpystyvyys vaikuttaa ratkaisustrategian valitsemiseen (Hoffman & Schraw, 2009). Suoritusten nopeuteen minäpystyvyydellä ei niinkään ole vaikutusta. (Hoffman & Schraw, 2009). Ratkaisustrategioiden opettamisesta voidaan olla montaa eri mieltä. Jos strategioita ei opeteta oppilaalle, eikä oppilas saa ohjausta esimerkiksi Masonin tai Pólyan ongelmanratkaisumallien soveltamiseen, voi oppilaan olla hyvin vaikeaa päästä jyvälle ongelmanratkaisusta. Jos oppilas ei tunnista erilaisia ratkaisuvaihtoehtoja, korkean minäpystyvyyden omaava oppilas ei välttämättä löydä mahdollisia ratkaisuvaihtoehtoja, joista valita. Strategioiden opettamiseen ei ole yhtä oikeaa vastausta, vaan se riippuu hyvin paljon ratkaisijasta. Toiset jäävät jumiin opetettuihin strategioihin, kun taas toiset oppilaat saavat valmiista strategioista inspiraatiota omiin ratkaisuihinsa, ja valmiiden mallien soveltaminen on heille luontaista. Tärkeintä strategioiden opettamisessa on mallintaa ongelmien ratkaisemista ja näyttää, että ongelmia voidaan ratkaista monilla eri tavoilla. Useissa tilanteissa on myös järkevää näyttää oppilaille muutamia ongelmanratkaisustrategioita, joissa ei päästä heti suoraan oikeaan ratkaisuun, vaan joudutaan kokeilemaan systemaattisesti erilaisia vaihtoehtoja. Erityisen tärkeää on myös ohjata oppilaat tarkastelemaan ratkaisujaan, kun oikea ratkaisu on löytynyt (Pólya, 2014), vaikka se saattaakin tuntua oppilaista ikävältä vaiheelta.

Tämän tutkielman mukaan minäpystyvyydellä ja ongelmanratkaisulla on havaittu yhteys kirjallisuudessa. Tämä yhteys on hyvin monimuotoinen, eikä selkeää kausaalista suhdetta ole todettu. Oppilaan minäpystyvyys vaikuttaa siihen, millä tavoin hän on sitoutunut ongelmiin ja matematiikan opiskeluun, ja kuinka sinnikkäästi hän jaksaa yrittää. Sitoutuvuus ja sinnikkyys taas ovat useimmiten yhteydessä ongelmanratkaisussa onnistumiseen. Toisaalta asia voidaan nähdä niin, että onnistumisen kokemusten kautta oppilaan minäpystyvyys kasvaa, mikä taas vaikuttaa positiivisesti ongelmanratkaisukykyyn. Opiskeluun liittyvä konteksti ja motivaatio taas ovat yhteydessä sekä minäpystyvyyteen että ongelmanratkaisuun. Sukupuoleen liittyvistä eroista minäpystyvyydessä ja ongelmanratkaisukyvyissä ei voida vetää mitään tiettyä linjaa. Näyttää siis siltä, että minäpystyvyyden ja ongelmanratkaisun yhteys on hyvin moninainen. Opettajan vaikutus oppilaan minäpystyvyyteen ja ongelmanratkaisukykyyn on suuri. Opettaja voi parantaa oppilaan minäpystyvyyttä ja ongelmanratkaisua esimerkiksi emotionaalisen tuen tehostamisella, eriyttämällä oppilaita ja opettamalla harkiten erilaisia ongelmanratkaisustrategioita.

Lähteet

Akinsola , M. K.;& Awofala, A. O. (2009). Effect of personalization of instruction on students' achievement and self-efficacy in mathematics word problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 40*(3), 389-404.

Ashcraft, M.;& Krause, J. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review, 14*(2), 243-248.

Aunola, K. (2005). Motivaation kehitys ja merkitys kouluiässä. Teoksessa K. Salmela-Aro;& J.-E. Nurmi, *Mikä meitä liikuttaa: Modernin motivaatiopsykologian perusteet* (ss. 105-126). Jyväskylä: PS-kustannus.

Ayotola, A.;& Adedeji, T. (2009). The relationship between mathematics self-efficacy and achievement in mathematics. *Procedia Social and Behavioral Sciences, 1*(1), 953-957.

Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological Review, 84*(2), 191-215.

Bandura, A. (1982). Self-efficacy mechanism in human agency. *American Psychologist, 37*(2), 122-147.

Coklar, A. N.;& Akcay, A. (2018). Evaluating programming self-efficacy in the context of inquiry skills and problem-solving skills: A perspective from teacher education. *World Journal on Educational Technology: Current Issues, 10*(3), 153-164.

Dweck, C. S. (2000). *Self-theories: Their Role in Motivation, Personality, and Development.* New York, London: Psychology Press, Taylor & Francis Group.

Haapasalo, L. (2004). Ongelmanratkaisukulttuuri konstruktivismin peruselementtinä. Teoksessa P. Räsänen;P. Kupari;T. Ahonen;& P. Malinen, *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (ss. 84 - 99). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Haapasalo, L. (2011). *Oppiminen, tieto ja ongelmanratkaisu* (Kahdeksas päivitetty painos p.). Joensuu: MEDUSA-Software.

Hannula, M. S. (2015). Emotions in problem solving. *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (ss. 269-288). Springer.

Hoffman, B. (2010). "I think I can, but I'm afraid to try": The role of self-efficacy beliefs and mathematics anxiety in mathematics problem-solving efficiency. *Learning and Individual Differences, 20*(3), 276-283.

Hoffman, B.;& Schraw, G. (2007). *The effect of self-efficacy on math problem-solving efficiency.* Chicago, IL, April 9, 2007: Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association.

Hoffman, B.;& Schraw, G. (2009). The influence of self-efficacy and working memory capacity on problem-solving efficiency. *Learning and Individual Differences, 19*(1), 91-100.

Hoffman, B.;& Spatariu, A. (2008). The influence of self-efficacy and metacognitive prompting on math problem-solving efficiency. *Contemporary Educational Psychology, 33*(4), 875-893.

Huang, X.;Zhang, J.;& Hudson, L. (2019). Impact of math self-efficacy, math anxiety, and growth mindset on math and science career interest for middle school students: The gender moderating effect. *European Journal of Psychology of Education, 34*(3), 621-640.

Jungert, T.;& Andersson, U. (2013). Self-efficacy beliefs in mathematics, native language literacy and foreign language amongst boys and girls with and without mathematic difficulties. *Scandinavian Journal of Educational Research, 57*(1), 1-15.

Kaarakka, T.;Ali-Löytty, S.;& Huhtanen, M. (2018). Kehittämistutkimus: Vuorovaikutteisten MATLAB-opetusohjelmien vaikutus minäpystyvyyteen ja oppimistuloksiin yliopistomatematiikassa. *FMSERA Journal, 2*(1), 78-88.

Kraus, W. H. (1993). Don't give up! *The Mathematics Teacher, 86*(2), 110-112.

Linnanmäki, K. (2004). Minäkäsitys ja matematiikan oppiminen. Teoksessa P. Räsänen;P. Kupari;T. Ahonen;& P. Malinen, *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (ss. 241 - 254). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Linnenbrink, E. A.;& Pintrich, P. R. (2003). The role of self-efficacy beliefs in student engagement and learning in the classroom. *Reading & Writing Quarterly, 19*(2), 119-137.

Liu, R.-D.;Zhen, R.;Ding, Y.;Liu, Y.;Wang, J.;Jiang, R.;& Xu, L. (2018). Teacher support and math engagement: roles of academic self-efficacy and positive emotions. *Educational Psychology, 38*(1), 3-16.

Lopez, F. G.;& Lent, R. W. (1992). Sources of mathematics self-efficacy in high school students. *Career Development Quarterly, 41*(1).

Martin, D. P.;& Rimm-Kaufman, S. E. (2015). Do student self-efficacy and teacher-student interaction quality contribute to emotional and social engagement in fifth grade math? *Journal of School Psychology, 53*(5), 359-373.

Mason, J.;Burton, L.;& Kaye, S. (1982). *Thinking mathematically.* Harlow: Addison-Wesley Publishing Company.

Mononen, R.;Aunio, P.;Väisänen, E.;Korhonen, J.;& Tapola, A. (2017). *Matemaattiset oppimisvaikeudet.* Jyväskylä: PS-kustannus.

Määttä, S. (2018). Ajattelu- ja toimintatavat opintomenestyksen selittäjinä. Teoksessa A.-E. Salo;A. Kajamies;K. Salmela-Aro;& K. Aunola, *Motivaatio ja oppiminen.* Jyväskylä: PS-Kustannus.

Nurmi, J.-E.;& Salmela-Aro, K. (2005). Modernin motivaatiopsykologian perusta ja käsitteet. Teoksessa J.-E. Nurmi;& K. Salmela-Aro, *Mikä meitä liikuttaa: Modernin motivaatiopsykologian perusteet* (ss. 10-27). Jyväskylä: PS-kustannus.

Opetushallitus. (2014). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014.* Helsinki: Opetushallitus.

Ozkal, N. (2019). Relationships between self-efficacy beliefs, engagement and academic performance in math lessons. *Cypriot Journal of Educational Sciences, 14*(2), 190 - 200.

Pajares, F. (1996). Self-efficacy beliefs and mathematical problem solving of gifted. *Contemporary Educational Psychology, 21*(4), 325-344.

Pajares, F.;& Kranzler, J. (1995). Self-efficacy beliefs and general mental ability in mathematical problem-solving. *Contemporary Educational Psychology, 20*(4), 426-443.

Pajares, F.;& Miller, M. D. (1994). Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology, 86*(2), 193-203.

Pajares, F.;& Miller, M. D. (1997). Mathematics self-efficacy and mathematical problem solving: Implications of using different forms. *The Journal of Experimental Education, 65*(3), 213-228.

Patrick, H.;Kaplan, A.;& Ryan, A. M. (2011). Positive classroom motivational environments: Convergence between mastery goal structure and classroom social climate. *Journal of Educational Psychology, 103*(2), 367-382.

Pehkonen, E.;Pekama, E.;& Seppälä, R. (1991). *Matemaattinen ongelmanratkaisu: Tehtäviä peruskoulun ja lukion matematiikan opetukseen.* Helsinki: MFKA-Kustannus Oy.

Pólya, G. (2014). *Ratkaisemisen taito: Kuinka lähestyä matemaattisia ongelmia.* (J. Järnström, Käänt.) Tallinna: AS Pakett.

Sahendra, A.;Budiarto, M. T.;& Fuad, Y. (2018). Students’ representation in mathematical word problem solving: Exploring students’ self-efficacy. *Journal of Physics: Conference Series, conference 1*, *947.* doi:10.1088/1742-6596/947/1/012059

Simamora, R. E.;Saragih, S.;& Hasratuddin. (2019). Improving students’ mathematical problem solving ability and self-efficacy through guided discovery learning in local culture context. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 14*(1), 61-72.

Skaalvik, E. M.;Federici, R. A.;& Klassen, R. M. (2015). Mathematics achievement and self-efficacy: Relations with motivation for mathematics. *International Journal of Educational Research, 72*, 129-136.

Tirri, K.;Kuusisto, E.;& Laine, S. (2018). Kasvun ajattelutapa motivoi oppimaan. Teoksessa A.-E. Salo;A. Kajamies;K. Salmela-Aro;& K. Aunola, *Motivaatio ja oppiminen.* Jyväskylä: PS-kustannus.

Verneer, H. J.;Boekaerts, M.;& Seegers, G. (2000). Motivational and gender differences: Sixth-grade students' mathematical problem-solving behavior. *Journal of Educational Psychology, 92*(2), 308-315.

Williams, G. (2014). Optimistic problem-solving activity: enacting confidence, persistence, and perseverance. *ZDM, 46*(3), 407–422.

Yildiz, P.;& Özdemir, I. E. (2019). Mathematics self-efficacy beliefs and sources of self-efficacy: A descriptive study with two elementary school students. *International Journal of Progressive Education, 15*(3), 194-206.