



# MURTOLUKUJEN OPPIMINEN MURTOLUKUPELIEN AVULLA PERUSKOULUSSA

Aino Lehtinen

Pro gradu -tutkielma  
Toukokuu 2021

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

TURUN YLIOPISTO

Turun yliopiston laatujärjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck -järjestelmällä.



Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin digitaalisia murtolukupelejä tieteellisten julkaisujen perusteella. Tarkoituksena oli tutkia, millaisia opetuksellisia tekijöitä murtolukupeleissä on sekä niiden käyttämisestä saatuja oppimistuloksia peruskoulussa. Tutkimuksessa oltiin myös kiinnostuneita mahdollisista eroista oppimistuloksissa erilaisten ryhmien välillä. Murtoluvut luovat merkittävää pohjaa muille matematiikan aiheille ja ovat tutkitusti yhteydessä matemaattiseen osaamiseen kokonaisuudessaan. Kuitenkin murtolukujen osaaminen on heikkoa kansainvälisesti yhä aikuisillakin.

Tutkimuksen aineistona toimi 14 tieteellistä julkaisua, joissa oli tarkasteltu murtolukupeleillä saatuja oppimistuloksia peruskoulussa. Murtolukupelien opetuksellisia tekijöitä tarkasteltiin julkaisujen pohjalta. Tekijöinä tarkasteltiin välitöntä palautetta, osaamisvaatimuksia etenemiseen ja pelin kasvavaa haasteellisuutta sekä mahdollisuutta reflektoida osaamista. Murtolukupeleillä saatuja oppimistuloksia tarkasteltiin ensin yleisellä tasolla ja tämän jälkeen tarkasteltiin eroja mahdollisiin tutkimuksissa olleisiin verrokkiryhmiin.

Yleisesti murtolukupeleissä oli melko hyvin huomioitu opetukselliset tekijät. Parhaiten oli huomioitu välitön palaute, jota tarjottiin kaikissa peleissä jossain muodossa. Heikoiten pelien suunnittelussa oli kiinnitetty huomiota mahdollisuuteen reflektoida osaamista pelin aikana.

Positiivisia oppimistuloksia oli saatu kaikissa tarkastelluissa julkaisuissa. Erityisesti hyviä tuloksia saatiin oletetustikin murtolukujen eri aihealueiden osaamisen kehittymisessä, mutta myös joillakin muilla matematiikan aihealueilla. Ryhmien vertailussa eroja perinteiseen opetustapaan löytyi useammassakin julkaisussa. Eri taitotasolla olevat sekä eri ikäiset oppilaat hyötyivät pelaamisesta eri tavoin. Erityisesti heikommat oppilaat hyötyivät murtolukupelien pelaamisesta enemmän kuin perinteisistä opiskelutavoista.

Tulosten perusteella peruskouluun suunnatuissa murtolukupeleissä riittäisi vielä kehittämistä opetuksellisuuden suhteen. Toisaalta paljon positiivisia tuloksia on saatu jo näilläkin murtolukupeleillä. Toisinaan jopa parempia, kuin perinteisemmällä opetusmetodeilla. Selvästi murtolukupelien käyttämiseen opetuksessa on jo paljon potentiaalia, kenties tulevaisuudessa vielä enemmän.

#### Asiasanat

Murtoluvut, digitaaliset oppimispelit, murtolukupelit, matematiikka

# Sisällys

1	JOHDANTO .....	1
2	DIGITAALISET OPPIMISPELIT PERUSKOULUSSA .....	3
	2.1 Matematiikkapelit.....	4
	2.2 Murtolukupelit.....	6
3	MURTOLUVUT JA MATEMAATTINEN OSAAMINEN.....	9
	3.1 Murtoluvut ja niiden osaaminen.....	9
	3.2 Suomalaisen oppilaiden matemaattiset taidot .....	11
4	TUTKIMUSONGELMAT .....	14
5	TUTKIMUSMENETELMÄ.....	15
	5.1 Tutkimusmateriaali.....	15
	5.2 Aineiston käsittely.....	16
6	TULOKSET.....	19
	6.1 Murtolukupelien pedagoginen rakenne.....	19
	6.2 Murtolukupelien avulla oppiminen .....	21
	6.3 Osaamisen kehittyminen ryhmien välillä.....	24
7	POHDINTA.....	27
	7.1 Tulosten hyödynnettävyys ja jatkotutkimusmahdollisuuksia .....	29
	LÄHTEET.....	31
	Tutkimusaineisto: .....	34

# 1 JOHDANTO

Teknologian kehittymisen ja yleistymisen myötä digitaalisten oppimispelien suosio on ollut nousussa viime vuosikymmenien aikana (Cano, Garcia-Tejedor, Alonso-Fernandez & Fernandez-Manjon 2019; Fiorella, Kuhlmann & Vogel-Walcutt 2019). Näin ollen myös oppimispelien tutkimus on kasvava tutkimuksen ala (Cano ym. 2019), mukaan lukien matemaattisen oppimispelien tutkimus. Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin digitaalisia murtolukupelejä tutkineita tieteellisiä julkaisuja, ja niiden avulla selvitettiin miten opetuksellisuus on kyseisissä peleissä otettu huomioon ja millaisia tuloksia digitaalisilla murtolukupeleillä on saatu oppimisen suhteen.

Useissa tutkimuksissa on saatu positiivisia tuloksia digitaalisten oppimispelien käytöstä matematiikan opetuksessa eri luokka-asteilla (mm. Bai, Pan, Hirumi & Kebritchi 2012; Brezovsky, McMullen, Veermans, Hannula-Sormunen, Rodríguez-Aflecht, Pongsakdi, Laakkonen & Lehtinen 2019; Chadli, Tranvouez, Dahmani, Bendella & Belmabrouk 2018; Deng, Wu, Chen & Peng 2020; Tokac, Novak & Thompson 2019). Tutkimuksissa matematiikkapeliä pelanneen ryhmän ja vertailuryhmän välillä on ollut eroja pelaajaryhmän eduksi, niin matemaattisten taitojen kehittymisessä kuin esimerkiksi motivaatiossa ja oppimiseen sitoutumisessa. Toisaalta on myös saatu tuloksena yhtäläisiä kehityksiä digitaalisia oppimispelejä ja perinteisempiä oppimistapoja käyttäneiden ryhmien välillä, mutta erityisesti heikompiä tuloksia ei peliopetuksella ole saatu.

Digitaalisia oppimispelejä on erilaisia. Osa on videopelimäisempiä ja voivat sisältää laajemmankin tarinan, johon tehtävät on nivottu. Osa peleistä taas keskittyy enemmän rutiininomaiseen laskuharjoitteluun, jossa tehtäviin on löyhästi sidottuna jokin peruste tai syy toiminnalle. Peleissä on eri tavalla huomioituna motivationaaliset sekä opetukselliset seikat, eivätkä kaikki opetuspelit ole pedagogisilta ominaisuuksiltaan yhtä hyvin suunniteltuja kokonaisuuksia. (Erickson 2015.) Opettajien olisi hyvä tarkastaa, millaisia ominaisuuksia oppimispeleissä on, ennen kuin käyttävät niitä opetuksessaan. Tätä voidaan helpottaa tekemällä vertailututkimuksia eri oppimispeleistä ja niiden ominaisuuksista sekä yhteyksistä oppimiseen ja esimerkiksi motivaatioon.

Tässä tutkimuksessa haluttiin keskittyä murtolukujen oppimiseen digitaalisten oppimispelien avulla. Murtoluvut koetaan usein vaikeana asiana oppia (National Council of Teachers of Mathematics 2013). Murtolukujen oppimisvaikeudet näkyvät niin alakoulusta yläkouluun kaiken ikäisillä oppilailla (mm. McMullen & Van Hoof 2020; Van Hoof, Degrande, Ceulmans, Verschaffel & Dooren 2018; Kaasila, Pehkonen & Hellinen 2010).

Jopa korkeakoulutetuilla aikuisilla on huomattu vaikeuksia murtolukujen käsittelemisessä ja ymmärtämisessä (Van Hoof, Verschaffel, De Neys & Van Dooren 2020; Kaasila ym. 2010; Merenluoto & Lehtinen 2004). Murtoluvut ovat kuitenkin merkittävässä roolissa matematiikassa ja sen oppimisessa (mm. McMullen & Van Hoof 2020; Bailey, Hoard, Nugent & Geary 2012), joten murtolukutaitojen kehittäminen on tärkeää koko peruskoulun ajan.

Yleisesti matemaattinen osaaminen on heikentynyt Suomessa viime vuosikymmenien aikana (Kupari & Hiltunen 2018). Matemaattisten taitojen kehittämiseen olisi syytä kiinnittää huomiota kaikilla opetusasteilla, aina alakouluista korkeakouluhin ulottuen. Eri-tyisesti kuitenkin peruskoulun matematiikantaitojen vahvistaminen olisi tärkeää, jotta suomalaisten oppilaiden matematiikan taidot saataisiin jälleen nousuun ja kehitystä tapahtumaan erityisesti heikoimmilla sisältöalueilla. Murtolukujen ymmärtämisen vahvistaminen voisi olla keino parantaa oppilaiden taitoja laajasti, sillä murtolukujen osaamisen on huomattu olevan yhteydessä yleisestikin matematiikan taitoihin (Siegler, Duncan, Davis-Kean, Duckworth, Cleassens, Engel, Susperreguy & Chen 2012). Tärkeää olisi myös lisätä oppilaiden kiinnostusta matematiikkaan sekä herättää positiivisempia ajatuksia, sillä tällä hetkellä suomalaiset oppilaat kokevat matematiikan ikävänä oppiaineena ja kokevat matematiikka-ahdistusta (Julin & Rautopuro 2016). Positiivisia kokemuksia luovat motivoivat matematiikkapelit voisivat olla yksi keino vähentää negatiivisia ajatuksia matematiikkaa kohtaan. Seuraavissa luvuissa paneuduttiin tarkemmin digitaalisiin oppimisleihin sekä murtolukuihin ja niiden oppimiseen.

## 2 DIGITAALISET OPPIMISPELIT PERUSKOULUSSA

Digitaalisia oppimispelejä käytetään ja tutkitaan jo runsaasti (Clark, Tanner-Smith & Killingsworth 2016; Connolly, Boyle, MacArthur, Hainey & Boyle 2012). Oppimispeli on peli, joka on suunniteltu erityisesti tietyn oppiaineen tai aiheen oppimista varten. Monien alojen tutkijat uskovat, että pelillisyyttä voidaan tuoda osaksi oppimisympäristöä motivoimaan, sitouttamaan ja innostamaan oppilaita. Siitä huolimatta erilaisia teorioihin pohjautuvia välineitä pelillisyyden toteuttamiseen on heikosti. (Dicheva, Irwin & Dichev 2019.) Valmiiden, tutkittujen oppimispelien sisällyttäminen opetukseen voi toimia opettajille helpompana lähestymistapana pelillisyyden tuomiseen osaksi oppimisympäristöä. Valmis oppimispeli, jonka sisältö on suunniteltu asian opetteluun ja on rakennettu pedagogisen teoriapohjan mukaan, on helpompi ja voimia säästävä vaihtoehto esimerkiksi oman oppimispelin kehittämiseksi.

Monilla oppimispeleillä on todettu olevan positiivisia yhteyksiä oppimiseen (Lamb, Annetta, Firestone & Etopio 2018; Connolly ym. 2012; Girard, Ecalle & Magnan 2013). Erityisesti opetuksellisten pelien on tutkittu lisäävän tietoa sekä ymmärrystä käsitellystä aiheesta, kun taas viihdepeleillä on huomattu olevan opetuskäytössä yhteys esimerkiksi motivaatioon. (Connolly ym. 2012.) Toisaalta pelillinen oppiminen koetaan myös usein motivoivana ja nautinnollisena tapana oppia (Connolly ym. 2012). Pelilliselle oppimiselle on jo löytynyt tilaa kouluissa ja alati lisääntyvän tutkimuksen avulla pelien käyttäminen opetuksessa oppilaiden tarpeet huomioon ottaen helpottuu koko ajan.

Tässä tutkimuksessa keskityttiin digitaalisiin oppimispeleihin. Digitaalisia pelejä opetuksessa tutkineessa meta-analyysissä pelillisen opetuksen huomattiin olevan yhteydessä parempiin oppimistuloksiin ei-pelilliseen opetukseen verrattuna (Clark ym. 2016). Ei kuitenkaan voida täysin sanoa, että peleillä olisi selvästi merkittävämpi positiivinen yhteys oppimiseen kuin perinteisemmällä opetusmenetelmillä, tutkimusten tuottaessa toisinaan myös käänteisiä tai eroja huomaamattomia tuloksia (Lamb ym. 2018; Girard ym. 2013).

Erityyppisiä oppimispelejä vertaillaessa tutkimuksessa huomattiin, että opetusta sisältävät oppimispelit olivat oppimisen kannalta tehokkaampia, kuin muut oppimispelit ja opetukselliset simulaatiot. Kaikki näistä kuitenkin kasvattivat kognitiivisia kykyjä ja lisäsivät positiivista suhtautumista oppimiseen, mutta pelit, joissa opetetaan asiaa pelkän harjoittelun lisäksi, olivat merkitsevästi muita tehokkaimpia. (Lamb ym. 2018.)

Opettajan onkin hyvä ottaa huomioon oppimispelejä vertaillessaan, onko peliin sisällytetty pedagogisia elementtejä vai perustuuko peli kenties enemmän rutiininomaiseen

harjoitteluun. Tämän vuoksi tässä tutkimuksessa haluttiin tarkastella oppimispelien opetuksellisia tekijöitä, miten pelien suunnittelussa on huomioitu oppilaan oppimisen vahvistaminen esimerkiksi pelissä annettavalla palautteella. Seuraavaksi tarkasteltiin matemaattisia oppimispelisiä laajemmin.

## 2.1 Matematiikkapelit

Matemaattisia opetuspelejä ja niiden yhteyksiä oppimiseen on tutkittu melko runsaasti. Muun muassa Ericksonin tekemässä meta-analyysissä (2015) on tarkasteltu 30 matematiikkapelin motivationaalisia sekä opetuksellisia ominaisuuksia. Peli voi olla hyvinkin motivoiva, mutta opetukselliset ominaisuudet ovat heikkoja, kuten esimerkiksi palautteen antaminen, jotta pelaaja oppisi tekemistään virheistä. Toisaalta osa matematiikkapeleistä oli enemmänkin digitalisoituja harjoitusvihkoja, joissa vain toistetaan samoja laskuja rutiininomaisesti, mikä taas voi olla epämotivoivaa pelaajan näkökulmasta. Kolmesta määritellystä motivaatiotekijästä kaikki täyttyi tyydyttävästi vain 5 pelissä. Motivaatiotekijöinä käytettiin sääntöjen ja tavoitteen selkeyttä, pelin interaktiivisuutta ja pelaajan mahdollisuuksia vaikuttaa sekä peliin uppoutumista (flow-tila). (Erickson 2015.)

Kognitiivisina tekijöinä Erickson (2015) tarkasteli tutkimuksessaan välittömän palautteen ja avun saamista, pelin kasvavan haasteellisuuden ja tietyn suoritustason vaatimista pelissä etenemisen perusteena sekä mahdollisuutta reflektoida ja arvioida omaa osaamista ja pelistrategiaa. Nämä kaikki kriteerit täyttyivät tyydyttävästi vain kahden pelin kohdalla, eli vielä harvemmassa pelissä kuin motivationaaliset tekijät. (Erickson 2015.) Lisäksi on todettu matemaattisten pelien laadukkaiden suunnitteluominaisuuksien olevan yhteydessä parempiin oppimistuloksiin (Bullock, Roxburgh, Moyer-Packenham, Bektas, Webster & Bullock 2021). Matemaattisen pelin suunnittelussa tulisi siis ottaa huomioon niin sisällön soveltuvuus kuin pelin rakenteeseen sisällytetty opetuksellisuus. Opettajalla onkin tärkeä rooli sopivien oppimispelien valitsemisessa osaksi opetustaan. Pelin, joka ei sisällä juuri lainkaan opetuksellisia tekijöitä, käyttäminen opetuksessa ei ole yhtä hyödyllistä kuin laadukkaasti suunnitellun opetuksellisen pelin käyttäminen.

Matematiikkapeleissä on varmasti vielä paljon kehitettävää, erityisesti opetuksellisuuden näkökulmasta, mutta niillä on kuitenkin saatu jo paljon hyviäkin oppimistuloksia. Opetuksellisten matematiikkavideopelien meta-analyysissä, joka käsitti 24 tutkimusta, todettiin videopeleillä olleen yhteys korkeampiin oppimissaavutuksiin verrattuna perinteiseen opetukseen (Tokac ym. 2019). Tietokoneavusteisessa opiskelussa olleiden 2. ja 6.

luokan oppilaiden on huomattu pärjäävän perinteisessä opetuksessa olevia oppilaita paremmin sanallisissa tehtävissä (Chadli ym. 2018; Gunbas 2015). Myös monia muita positiivisia yhteyksiä oppimiseen on löydetty digitaalisia matemaattisia oppimispelejä tutkittaessa. Positiivista kehitystä on huomattu tapahtuvan muun muassa adaptiivisessa numerokäsityksessä ja matemaattisessa sujuvuudessa, algebran osaamisessa sekä lineaaristen yhtälöiden ja kulmakertoimen ymmärtämisessä (Birgin & Uzun Yazıcı 2021; Brezovsky ym. 2019; Bai ym. 2012).

Suomalaisilla 9. luokan oppilailla teetetyssä kyselyssä vuonna 2004 tietokoneella tapahtuvan matematiikan oppimisen lisäämistä kannatettiin vahvasti (Mattila 2005). Digitaalisilla oppimispeleillä voidaan tuoda opetukseen sellaisia elementtejä, joita oppilaat kaipaavat myös matematiikan opetukseen. Digitaalisten matematiikkaoppimispelien yhteyttä motivaatioon ja oppimiseen sitoutumiseen onkin tutkittu ja näiltäkin osin on saatu lupaavia tuloksia. Oppimismotivaatiota ylläpitäviä tuloksia on saatu 8- luokkalaisilla oppilailla 3D-peliä pelattaessa (Bai ym. 2012). Myös Shanghaissa 2. luokkalaisilla tehdyssä tutkimuksessa digitaalinen matematiikkapeli lisäsi sitoutumista ja kiinnostusta oppimiseen. Toisaalta oppilaat olivat huolissaan akateemisen osaamisen kehittymisestä sekä näöstä pelin pelaamiseen liittyen. Tähän ilmeisesti vaikuttaa koekeskittynyt ja opettaja-johtoinen opetus, jossa perinteistä poikkeavien oppimistapojen käyttäminen nähdään vielä kyseenalaisena. (Deng ym. 2020.)

Matemaattisia pelejä pidetään helposti motivoivina jo viihdyttävyytensä ja pelillisyytensä vuoksi. On kuitenkin myös tutkimuksia, joissa oppimispelit eivät ole edistäneet motivaatiota tai oppimistakaan sen enempää kuin perinteiset opetustavat (Fiorella ym. 2019; Messer, Thomas, Holliman & Kucirkova 2018). Peliä pelatessaan mielenkiintoinen tarina voi viedä oppilaat mukanaan ja keskittymisen väärin asioihin, jolloin itse matematiikan harjoittelu jääkin vähemmälle. Fiorellan ym. tutkimuksessa (2019) oppilaat käyttivät pelijastaan vain 20 % matematiikkaan ja muun ajan esimerkiksi virtuaalimaailmassa matkustamiseen. Kenties oppilaiden taidot olisivat kehittyneet enemmän, jos pelissä ei olisi mahdollista käyttää suurta osaa ajasta ei-opetuksellisiin toimintoihin. Opetuksellisin perustein tehdyssä opetuspelissä tällaiset sudenkuopat tulisi välttää, jotta pelin idea ei kaadu heikkoon toteutukseen.

Motivaation lisääminen on toivottu piirre opetuspeliltä. Kuitenkin tutkimuksessa, jossa tarkasteltiin vapaaehtoista pelaamista verrattuna pakolliseen matematiikkaoppimispelin pelaamiseen, pakotettuna peliä pelanneet nauttivat enemmän pelistä, kuin vapaaehtoisesti pelanneet. Lähtötilanteessa vapaaehtoiset pelaajat olivat parempia taidoiltaan ja

kiinnostuneempia matematiikasta. Kuitenkin koulussa oppitunneilla peliä pelanneet oppilaat pelasivat pidempään, suorittivat enemmän tehtäviä ja nauttivat pelaamisesta enemmän. Heidän taitonsa kehittyivät yhtäläisesti, lukuun ottamatta edistyneemmällä tasolla olevia taitoja, joissa vapaaehtoiset pelaajat kehittyivät enemmän. (Rodríguez-Aflecht, Hannula-Sormunen, McMullen, Jaakkola & Lehtinen 2017). Opetuspelien tarkoitus on kuitenkin ensisijaisesti olla opettavaisia ja toimivia oppimisvälineitä, jolloin pelin motiivisuus on toissijainen tekijä. Vapaa-ajalla pelaavilla on vaihtoehtona pelata muita ei-opetuksellisia pelejä, jolloin opetuspelit eivät ole kiinnostavimpien pelien joukossa. Sen sijaan oppitunnilla opetuspelillä voi tuoda monipuolisempaa sisältöä perinteisen opetuksen rinnalle.

Matematiikkapelien pelaamisen yhteyttä osaamistasoon on tutkittu myös laajemmalla otteella. Yhdysvalloissa (Zhang 2015) sekä Alankomaissa (De Witte, Haelermans & Rogge 2015) on tutkittu, ketkä pelaavat matematiikkapelejä eniten. Molemmissa tutkimuksissa huomattiin, että taloudellinen asema, köyhyys ja opetuksellisen kyvyn heikkous olivat yhteydessä aktiivisempaan matematiikkapelien pelaamiseen. Yhdysvalloissa matematiikkapelien Googlaamismäärällä oli vahva negatiivinen yhteys matemaattisesti taitavien määrään, mikä selittyi osavaltioin varallisuustilanteella ja yli 25-vuotiaiden korkeakoulutettujen määrällä (Zhang 2015).

Alankomaissa vähemmän opetuksellista kykyä sisältävissä kouluissa käytettiin enemmän tietokoneavusteista oppimista, mikä vaikutti olevan tehokas tapa ottaa enemmän resursseja sisältäviä kouluja kiinni oppimistuloksissa (De Witte ym. 2015). Digitaalisilla opetuspeleillä heikompiosaiset koulut saavat lisäapua opetuksen toteuttamiseen, mikä tasa-arvoistaa opetusta. Riittää, että koulussa on yksikin tietokonealuokka, jossa oppilaat voivat päästä pelaamaan opetuspelejä. Tällöin kaikkien oppilaiden opetusvälienisiin ei tarvitse olla varaa, vaan sovelluksen käyttöoikeuksilla voidaan tarjota usealle oppilaalle samat välineet. Seuraavassa alaluvussa tarkasteltiin tarkemmin murtolukupelejä ja niistä aikaisemmin tehtyjä tutkimuksia.

## 2.2 Murtolukupelit

Erickson on tutkimuksessaan (2015) tarkastellut useiden matematiikkapelien kognitiivisia ja motivationaalisia ominaisuuksia. Mukana on ollut myös seitsemän murtolukujen oppimiseen keskittyvää peliä. Näiden pelien kohdalla kognitiivisissa ominaisuuksissa

painottui pelissä tapahtuva toistuminen pelin kehittyessä haastavammaksi ja tasoilla olevat suoritusvaatimukset. Myös mahdollisuus oman osaamisen ja pelitaktiikan tarkasteleluun oli peleissä melko hyvin huomioituna. Sen sijaan missään murtolukupeleistä ei ollut huomioitu välittömän avun ja palautteen antamista, jossa oppilas pääsisi oppimaan virheensä jälkeen asiasta lisää, kunnes hän oppii asian. (Erickson 2015.) Tällaisilla seikoilla on merkitystä pelin opettavaisuuden kanssa. Vaikka sisältö käsittelisikin toivottua aihetta, eli tässä tapauksessa murtolukuja, voi sen opetuksellinen hyöty jäädä olemattomaksi, jos peliä ei ole toteutettu opetuksellisesti järkeväksi.

Motivonaalisia ominaisuuksia tarkasteltaessa vain kaksi murtolukupeleistä salli oppilaan interaktiivisen osallistumisen peliin esimerkiksi valitsemalla tasoja. Paremmiin oli huomioitu pelin sääntöjen ja tavoitteen selkeys sekä pelin vetovoimaisuus eli flow-tilan muodostaminen pelaajalle. (Erickson 2015.) Kaikki näistä ovat tärkeitä ominaisuuksia hyvälle oppimispelille, jotta oppilas jaksaa pelata ja siten opetella asioita. Epäselkeä peli ei ole motivoiva ja liian yksitoikkoinen peli, jossa ei pääse itse vaikuttamaan, voi käydä pidemmän päälle tylsäksi. Kultaisen keskitien löytäminen onkin haasteena pelinkehittäjille.

Lee (2008) tarkasteli tutkimuksessaan oppilaiden strategioiden käyttämistä murtolukupeliä pelatessaan. Mielenkiintoisia tuloksia saatiin eritasoisten oppilaiden vertailussa. Perustason oppilaat käyttivät useita strategioita, mutta eivät hallinneet niitä täysin. He kehittivät peliä pelaamalla jopa uuden ratkaisustrategian murtolukujen laskemiseen. Heikompien oppilaiden kohdalla peli auttoi selventämään väärinymmärryksiä ja siten korjaamaan ja parantamaan käsitystä murtolukuista. Sen sijaan lahjakkaat oppilaat olivat totuneet tiettyyn ratkaisutapaan, eivätkä osanneet muuntaa strategiaa aina tehtäviin sopivaksi. Murtolukupelillä voidaan luoda erilaisia strategioita ja auttaa lahjakkaitakin oppilaita ajattelemaan eri tavalla kuin mihin he ovat totuneet. Pelit voivat auttaa eritasoisia pelaajia hyvin eri tavoilla. (Lee 2008.) Siksi oikeanlaisen murtolukupelin löytäminen ei ole merkityksetöntä erilaisten oppilaiden ja heidän kehityksensä kannalta.

Murtolukupeli, kuten muutkin opetuspelit, voivat olla motivaatiota lisääviä jo pelillisyytensä vuoksi. Murtolukupeleistä onkin saatu myös positiivisia tuloksia pelikokemuksen ja innostuksen suhteen (Nygren, Blignaut, Leendertz & Sutinen 2019; Nygren, Sutinen, Blignaut, Laine & Els 2012; Reimer & Moyer 2005). Myös digitaalisesta murtolukujen opetustarinasta on saatu hyviä tuloksia niin oppimisen kuin oppilaiden kokemuksensa suhteen (Karaoglan Yilmaz, Özdemir & Yasar 2018). Vaikka kyseessä ei ollutkaan tarkalleen ottaen digitaalinen oppimispeli, on merkittävä huomio, että digitaalisesti

esitettyllä tarinalla voidaan lisätä oppilaiden osaamista murtoluvuissa. Tällaisia opetustarinoita olisi mahdollista sisällyttää digitaalisiin peleihin, jolloin oppilas voisi oppia ja harjoitella asioita samanaikaisesti, minkä on todettu toimivan tehokkaammin oppimisen kannalta, kuin pelkkä oppimispeli ilman opetusta (Lamb ym. 2018).

Suomessakin jopa ylioppilaskokeissa käytetyllä GeoGebralla on saatu lupaavia tuloksia peruskoululaisten oppilaiden motivaation ja oppimiseen sitoutumisen suhteen, vaikka ohjelma ei olekaan peliksi luokiteltava (Poon 2018). Oppilaiden motivaatio kasvoi, kun he pääsivät itse aktiivisesti osallistumaan ja keskustelemaan sekä auttamaan muita oppilaita. Oppilailla oli suuri innostus tehtävien laskemiseen GeoGebran avulla verrattuna perinteiseen tehtävien tekemiseen, eivätkä he pelänneet virheiden tekemistä, jolloin heikommatkin oppilaat uskalsivat osallistua paremmin.

Murtolukupelien osalta on tarkasteltu myös mahdollisuutta oppilaiden taitojen testaamiseen kokeen muodossa digitaalisella pelillä. Kiili ja Ketamo (2017) totesivat tutkimuksessaan, että murtolukupeliin perustuva koe mittasi osaamista yhtä hyvin kuin paperinen koe. Lisäksi oppilaiden koeahdistus väheni ja sitoutuminen kokeeseen lisääntyi. Toisesakin tutkimuksessa on saatu samankaltaisia tuloksia murtolukupelin taitojen mittaamisen suhteen, murtolukupelissä osaamisen korreloivan vahvasti oppilaiden matematiikan numeron kanssa (Ninaus, Kiili, McMullen & Moeller 2017). Murtolukupelien ja ylipääntään digitaalisten oppimispelien käyttömahdollisuudet voivat tulevaisuudessa olla laajat, jos aihetta tutkitaan vielä lisää. Tässä tutkimuksessa haluttiinkin kartoittaa murtolukupelien tämänhetkistä tilannetta tutkimustiedon pohjalta.

### 3 MURTOLUVUT JA MATEMAATTINEN OSAAMINEN

Tässä luvussa ja sen alaluvuissa tarkasteltiin tarkemmin murtolukujen oppimista koulussa Suomessa sekä murtolukujen osaamisen kehitystä. Lisäksi haluttiin tuoda esiin matemaattisen osaamisen tämänhetkinen taso Suomessa yleisesti tuomaan esiin matematiikan opetuksen tutkimuksen tarvetta.

#### 3.1 Murtoluvut ja niiden osaaminen

Murtolukuja opetetaan peruskoulussa kolmannesta luokasta lähtien ja ne kuuluvat opiskeltaviin sisältöihin aina yläkoulun ajan ja vielä toisen asteen opinnoissakin (POPS 2014; LOPS 2019). Murtoluvut ovat usein yhdistettynä desimaalilukuihin sekä prosentteihin matematiikan sisällöissä. Myös POPS 2014:ssä murtoluvut, desimaaliluvut sekä prosentit mainitaan samassa yhteydessä niin 3.–6. luokilla, kuin 7.–9. luokilla. Alemmilla luokilla opetellaan murtolukujen peruslaskutaitoja, joita yläluokilla kerrataan ja lisäksi laajennetaan osaamisaluetta. Lukiossa murtolukujen peruslaskutoimitukset tulisi olla jo hallussa ja taitoja enää syvennetään (LOPS 2019). Murtoluvut kattavat siis lähes koko peruskoulun ajan, ensimmäisiä luokka-asteita lukuun ottamatta, jolloin vasta tutustutaan kokonaislukuihin.

Siitä huolimatta, että murtolukujen harjoittelu aloitetaan useimmissa maissa jo nuorella iällä, on tutkimuksissa huomattu vaikeuksia oppia ja hahmottaa murtolukuja ja niiden suuruuksia vielä aikuisillakin. Murtoluvut nähdään usein yhtenä matematiikan haastavimmista osa-alueista (National Council of Teachers of Mathematics 2013). Jopa korkeakoulutetuilla aikuisilla, jotka opiskelevat pääaineenaan matematiikkaa, on huomattu olevan vaikeuksia hahmottaa murtolukuja täysin. Esimerkiksi murtolukujen tiheyden ymmärtäminen, eli kuinka monta murtolukua voi olla kahden luvun välissä, on tuottanut vaikeuksia. Murtolukujen ja rationaalilukujen yleisestikin ominaisuudet sekoitetaan helposti kokonaislukuihin, jolloin virheitä sattuu helposti. (Van Hoof ym. 2020; Merenluoto & Lehtinen 2004.) Esimerkiksi kokonaislukuilla lukujen suuruutta on helppoa vertailla, mutta murtolukujen kohdalla suurempi luku nimittäjässä tarkoittaa pienempää murto-osaa, eikä suuremman luvun sisältävä murtoluku ole aina suurempi.

Yleisesti rationaalilukujen, joihin murtoluvut lukeutuvat, ymmärtämisen kehityksen on todettu olevan hidasta alakoulussa (Kainulainen, McMullen & Lehtinen 2017). Ala-

koululaisten oppimista tutkittaessa on huomattu, että rationaalilukujen kehityksessä desimaaliluvut opitaan ennen murtolukuja (McMullen & Van Hoof 2020; Van Hoof ym. 2018), vaikka molemmat kuuluvat samaan ryhmään eli rationaalilukuihin. Rationaalilukujen kehitys on melko samankaltaista 4.–6. luokkalaisilla, kuin 7.–9. luokkalaisillakin (McMullen & Van Hoof 2020). Ensimmäinen askel rationaalilukujen ymmärtämiseen on tutkijoiden mukaan kehittyvä ymmärrys rationaalilukujen numeerisesta koosta. Vielä 3.–5. luokalla rationaalilukujen suuruuden ymmärtäminen kehittyy hitaasti ja tuolloin vasta pieni osa oppijoista ymmärtää rationaalilukujen tiheyden. (Van Hoof ym. 2018; Kainulainen ym. 2017.)

Vielä yläkoulussakin monilla oppilailta on todella huono käsitys rationaalilukujen tiheydestä (McMullen & Van Hoof 2020.) Toisaalta 7. luokalla monilla oppilailta on edelleen vaikeuksia yhdistää murtoluku lukusuoralle oikeaan kohtaan (Hannula 2003), mikä kertoo murtolukujen suuruuden ymmärtämisen olevan edelleen kehittymisvaiheessa. Kuten jo aiemmin mainittu, nämä ymmärtämisvaikeudet, erityisesti tiheyden ymmärtämisen, eivät helpota täysin edes aikuisuuteen päästäessä matematiikkaan suuntautuneillakaan henkilöillä (Van Hoof ym. 2020; Merenluoto & Lehtinen 2004). Ei siis ihme, että peruskoululaisilla on vaikeuksia käsittää murtolukuja, kun se tuottaa pitkälle kouluttautuneilla aikuisillakin vaikeuksia.

Murtolukujen osaamisen on tutkittu olevan ennustaja myöhemmälle matemaattiselle osaamiselle jopa silloin, kun työmuisti, älykkyys, sosioekonominen tausta ja muu matemaattinen osaaminen on huomioitu tekijöinä (Siegler ym. 2012). On myös tutkittu, että murtolukuosaaminen ennustaa matemaattista osaamista enemmän kuin matemaattinen suoriutuminen ennustaa murtolukuosaamista (Bailey ym. 2012). Erityisesti tiheyden ymmärtämisen on huomattu olevan yhteydessä rinnakkaiseen algebratietouteen ja olevan ylipäätään merkittävässä roolissa matemaattisessa kehityksessä (McMullen & Van Hoof 2020). Murtolukujen tiheyden ymmärtäminen sekä kokonaislukujen jakamisen osaaminen ennustavat murtolukulaskujen osaamista sekä matemaattista osaamista yleisesti (Siegler & Pyke 2012). Tämä kuitenkin on yksi heikoimmista ja viimeisimpinä ymmärretyistä asioista murtoluvuissa, joten sen ymmärtämistä olisi tuettava mahdollisimman varhaisessa vaiheessa, jotta murtolukujen tiheyden ja suuruuden käsitys kulkisi kokonaislukujen rinnalla eikä jäisi niiden jalkoihin.

Muuhun matemaattiseen osaamiseen suhteutettuna esimerkiksi kokonaislukujen osaaminen ei ole ennustanut algebrallista osaamista yhtä vahvasti kuin murtolukujen osaaminen, vaikka tehtävien haasteellisuus oli huomioitu (Booth, Newton & Twiss-Garrity

2014; Booth & Newton 2012). Toisaalta hyvä, laaja kokonaislukujen ymmärtäminen ei ennusta rationaalilukujen tiheyden ymmärtämistä (McMullen & Van Hoof 2020). Murtolukujen ja rationaalilukujen laaja ymmärtäminen vaikuttaisi poikkeavan kokonaislukujen ymmärtämisestä. Pelkkä kokonaislukujen toiminnan ymmärtäminen ei riitä, vaan oppilaiden tulisi kyetä kehittämään rationaalilukujen ymmärrys tämän ohelle. Murtoluvut ovatkin yksi merkittävä tekijä monille muille matemaattisten aiheiden osaamiselle ja ymmärtämiselle (Siegler & Pyke 2004) ja siten tärkeä tekijä jatko-opintojenkin kannalta. Rationaalilukujen ymmärtäminen toimii perustana monille muille matematiikan aiheille, kuten juuri algebralle, jolloin jatko-opintojenkin kannalta murtolukujen ymmärtäminen on erityisen tärkeää.

Murtolukujen laskemisessa on usein käytetty apuvälineitä, kuten murtokakkupaloja, joilla voidaan konkretisoida murtolukuja. Apuvälineet ovat toimineet tutkitusti tehokkaana keinona tukea murtolukujen oppimista (Carbonneau, Marley & Selig 2013). Virtuaalisten ja konkreettisten apuvälineiden tehokkuutta vertailevassa tutkimuksessa huomattiin, että virtuaalisia apuvälineitä käyttäneet saivat jokaisella tunnilla enemmän tehtäviä tehtyä kuin konkreettisiä apuvälineitä käyttäneet. Ero oli merkitsevä kahdella tunnilla kuudesta oppitunnista. Molemmissa ryhmissä oli huomattavissa kehitystä, eroja sen sijaan kehityksessä ei ollut. (Vessonen, Väisänen, Laine & Aunio 2020.)

Murtolukupeleissä voi hyvinkin olla virtuaalisia apuvälineitä sisällytettynä peliin. Apuvälineet auttavat hahmottamaan tehtävää ja virtuaalisten apuvälineiden avulla kognitiivinen kuormitus saattaa olla pienempi kuin konkreettisilla apuvälineillä, mikä voi nopeuttaa tehtävien tekemistä (Vessonen ym. 2020). Digitaalisessa pelissä apuvälineitä myös riittää kaikille, sillä ne sisältyvät peliin. Konkreettisten apuvälineiden tilanne voi toisinaan olla heikompi, eikä kaikilla kouluilla ole varaa ostaa apuvälineitä kaikille. Tässä tilanteessa murtolukupeli voi tulla myös halvemmaksi ja muutenkin toimivammaksi ratkaisuksi.

### **3.2 Suomalaisten oppilaiden matemaattiset taidot**

PISA (Programme for International Student Assessment) ja TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) ovat kansainvälisiä tutkimuksia, joissa vertaillaan oppilaiden osaamista matematiikassa sekä muissa aineissa eri maiden välillä. PISA-

tutkimuksissa keskitytään oppilaiden kykyjen lisäksi opiskeluasenteiden ja -taitojen tarkasteluun. TIMSS-tutkimuksissa sen sijaan pyritään löytämään tekijöitä, jotka ovat yhteydessä matematiikan suoritukseen. (Kupari & Hiltunen 2018.)

Niin PISA- kuin TIMSS-tutkimuksissa on viime vuosien aikana huomattu suomalaisten oppilaiden tulosten heikkenemistä matematiikassa. Vuosien 2003 ja 2012 aikana oli tapahtunut merkittävä pudotus keskiarvossa PISA-tutkimuksissa. Samoin TIMSS-tutkimuksissa 7. luokkalaisten osaamisessa tapahtui jopa kouluvuoden suuruinen pudotus ja 4. luokkalaisten osaaminen heikkeni merkittävästi vuodesta 2011 vuoteen 2015. Heikkojen laskijoiden määrä on hieman kasvanut samalla kun lahjakkaiden laskijoiden määrä on huomattavasti vähentynyt. (Kupari & Hiltunen 2018.) Vaikka Suomi on edelleen keskiarvon paremmalla puolella matemaattisessa osaamisessa (Kupari & Hiltunen 2018), on osaamisen heikkeneminen huolestuttava merkki suomalaisten oppilaiden matemaattisten taitojen kannalta. Samalla matemaattista osaamista painotetaan jatkokoulutukseen hakemisessa, kun lukion pitkän matematiikan arvosanalla saa eniten pisteitä hakualaa katsomatta.

TIMSS-tutkimuksissa vertailtiin osaamista matematiikan sisältöalueittain. Vielä neljäsluokkalaisten osaamisessa ei näkynyt merkittäviä eroja eri osaamisalueilla. Sen sijaan kahdeksaluokkalaisilla geometria sekä algebra olivat huomattavasti heikommin osattuja alueita kuin tilastot ja todennäköisyys sekä luvut ja laskutoimitukset. (Kupari & Hiltunen 2018.) Kuten aiemmin todettu, rationaalilukujen ymmärtämisellä on huomattu olevan yhteys algebran osaamiseen (McMullen & Van Hoof 2020). Näin ollen heikko rationaalilukujen osaaminen voi olla huonon algebranosaamisenkin taustalla. Vuonna 2007 tehdyssä 6. luokkalaisten kansallisessa matematiikan oppimistulosten arvioinnissa luvut, laskutoimituksen ja algebra sisältöalueesta oppilaat saivat huonoiten pisteitä. Ratkaisuosuus oli 55,7 %, mutta muut sisältöalueet eli tietojen käsittely, tilastot ja todennäköisyys sekä geometria osattiin yleisesti paremmin. (Niemi 2008.) Tulos voi selittyä monilla tavoilla, mutta murtolukujen ja ylipäätään rationaalilukujen osaamisella on todennäköisesti merkitystä lukujen, laskutoimitusten ja algebran sisältöalueen hallitsemiseen, sillä ne kuuluvat peruslaskuihin, joihin myös algebra pohjautuu.

Kansallisessa 9. luokkalaisten matematiikan oppimistulosten arvioinnissa tarkasteltiin myös matemaattista osaamista eri sisältöalueiden kohdalla (Julin & Rautopuro 2016). Murtoluvut sisältyvät tyypisiin luvut ja laskutoimitukset. Vuosina 2012 ja 2015 tutkimuksessa on käytetty samanlaista murtolukutehtävää, jossa pitää selvittää yhteenlaskusta saa-

dun vastauksen nimittäjä, kun laskettavat murtoluvut ovat eri nimisiä. Tehtävän yksinkertaisuuteen nähden, ja ottaen huomioon laskimen käytön mahdollisuus, ratkaisuprosentit ovat olleet molempina vuosina yllättävän heikkoja. Vuonna 2012 vain 40 % ja vuonna 2015 hieman useampi oppilas (42 %) ratkaisi tehtävän. Virheet luokiteltiin enimmäkseen huolimattomuusvirheiksi sensorien mukaan. (Julin & Rautopuro 2016.) On silti huolestuttavaa, että vain alle puolet suomalaisista 9. luokkalaisista tuntuu muistavan, miten lasketaan erinimisten murtolukujen yhteenlaskuja. Näin ollen perustason murtolukulaskuja harjoittaville digitaalisille peleille löytyy tarvetta, jotta laskut ymmärrettäisiin ja muistettaisiin jo alakoulusta alkaen.

## 4 TUTKIMUSONGELMAT

Tässä tutkimuksessa pyrittiin selvittämään peruskoulutasolle suunnattujen digitaalisten murtolukupelien tehokkuutta oppimisen suhteen. Tähän haettiin vastauksia kahden tutkimusongelman avulla.

### 1. Mitä opetuksellisia tekijöitä on sisällytetty digitaalisiin murtolukupeleihin?

Tässä ongelmassa tarkasteltiin opetuksellisia tekijöitä, erityisesti koskien välitöntä palautetta sekä osaamisen reflektointia ja pelissä etenemiseen liittyviä vaatimuksia, mukailen Ericksonin (2015) tarkastelutapaa. Useissa matematiikkapeleissä käytetään erityisesti tasovaatimuksia sekä pelin edetessä kasvavaa haastavuutta. Sen sijaan välitöntä palautetta ja apua annettiin tutkimuksen murtolukupeleissä kovin heikosti.

### 2. Miten hyödyllisiä digitaaliset murtolukupelit ovat murtolukujen oppimisessa?

Tällä ongelmalla halutaan selvittää, mitä tuloksia murtolukupelien käyttämisestä opetuksessa on saatu. Tähän oletettiin löytyvän positiivisia tuloksia teoriataustan perusteella. Oletettavaa oli myös, että murtolukupelien pelaaminen ei heikentäisi taitoja. Aiemmissa tutkimuksissa matematiikkapelien pelaamisella on huomattu olevan positiivisia vaikutuksia matematiikan taitojen kehittymiseen (Birgin & Uzun Yazıcı 2021; Brezovsky ym. 2019; Bai ym. 2012).

### 3. Millaisia eroja oppilaiden osaamisessa on erilaisten vertailuryhmien välillä?

Tämän tutkimusongelman kohdalla etsittiin mahdollisia eroja tutkimuksissa olleiden ryhmien välillä. Erityisesti oltiin kiinnostuneita murtolukupelejä pelanneiden sekä tavallisessa opetuksessa olleiden tai kynä-paperi-tehtäviä tehneiden oppilaiden kehityseroista. Aiempien matematiikkapelitutkimusten mukaan olisi oletettavaa, että positiivisia eroja peliä pelaavien eduksi voisi löytyä (Tokac ym. 2019; Chadli ym. 2018; Gunbas 2015).

## 5 TUTKIMUSMENETELMÄ

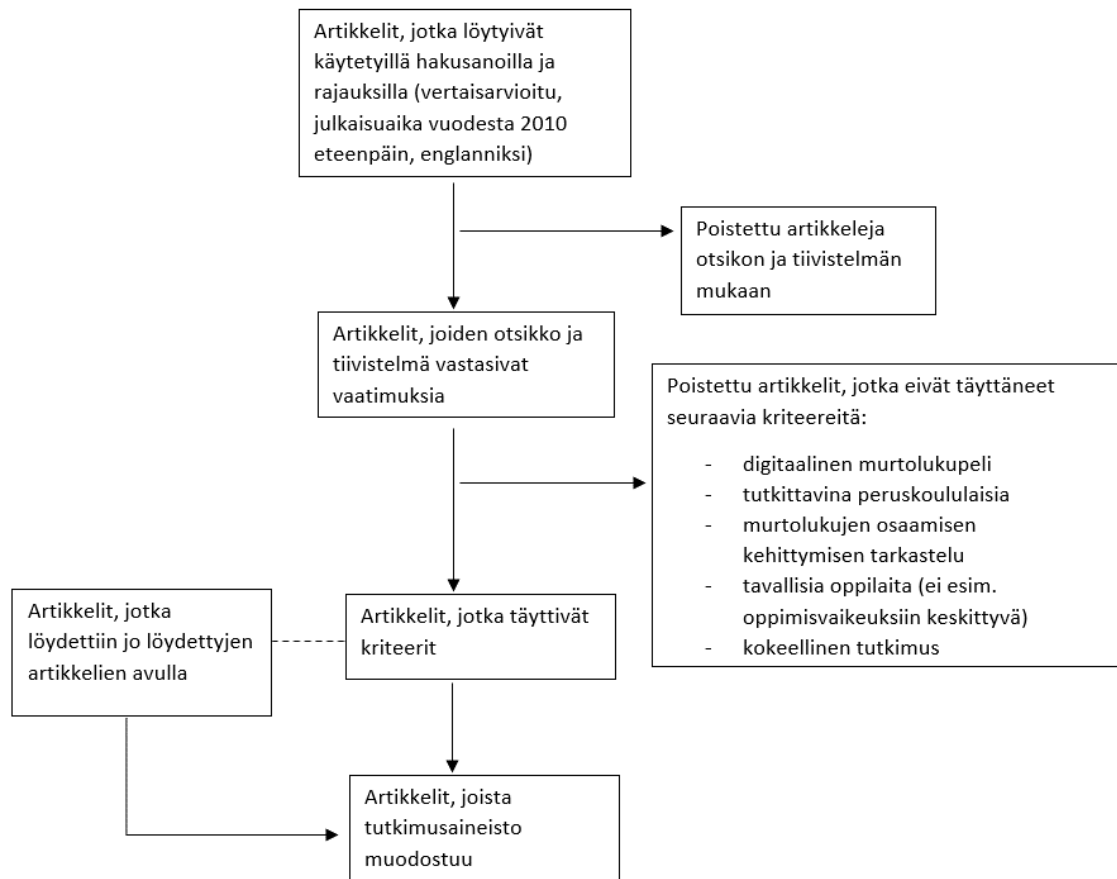
Tässä luvussa esiteltiin tarkemmin tutkimuksessa käytettyjä tutkimusmenetelmiä. Aineistonkeruun suorittaminen esiteltiin yksityiskohtaisesti ja aineiston käsittelyä avattiin mahdollisimman tarkasti tutkimuksen toistettavuuden mahdollistamiseksi.

### 5.1 Tutkimusmateriaali

Relevanttia tutkimusmateriaalia etsittiin keväällä 2021 erilaisilla kasvatus- ja opetusalan hakukoneilla, kuten EBSCOhost Education Research Complete, EBSCO Academic Search Premier ja ERIC. Tavoitteena oli löytää tieteellisiä julkaisuja, jotka käsittelevät murtolukupeleillä oppimista peruskoulussa. Ensin lähdettiin etsimään murtolukupelitutkimuksia, joissa kohteena on digitaalinen murtolukupeli. Hakusanoilla ”fraction” ja ”game” löytyi tuhansia julkaisuja, joita lähdettiin rajaamaan vertaisarvioituihin julkaisuihin, jotka on julkaistu vuodesta 2000 eteenpäin ja kielenä on englanti tai suomi. Tämä tuotti edelleen reilusti hakutuloksia, joten hakua tarkennettiin vielä erilaisilla hakusanoilla. Kun hakuun lisättiin hakusanaksi ”math”, saatiin tulokseksi 28 julkaisua. Käyttämällä kolmantena hakusanana sanaa ”learning” sen sijaan löydettiin 107 julkaisua. Hakusanoilla ”fraction” ja ”educational game” ja ”math” löydettiin yhteensä 19 julkaisua edellä mainittujen rajausten kanssa. Osa hakutuloksista oli samoja hakujen välillä, mutta myös erilaisia hakutuloksia saatiin näiden avulla.

Kun otsikoiden perusteella oli tarkasteltu sopivalta vaikuttavia tutkimuksia, otettiin ne tarkempaan tarkasteluun. Tarkastelusta ja julkaisujen sisällyttämisestä sekä poissulkemisesta tehtiin vaiheita kuvaava kuvio selkeyttämään prosessia (kuvio 1, mukailen Rosslein & Coddington 2019). Tässä tutkimuksessa haluttiin keskittyä tavallisessa peruskoulussa tapahtuvaan opetukseen ja oppilaiden kehitykseen. Julkaisuista rajattiin siis ulkopuolelle sellaiset julkaisut, jotka käsittelevät esimerkiksi lukiolaisia tai yliopisto-opiskelijoita.

Useissa hakutuloksiin saaduissa julkaisuissa keskityttiin oppimisvaikeuksista kärsivien oppilaiden oppimisen tarkkailuun, jolloin ne eivät vastanneet tämän tutkimuksen kohdetta ja näin ollen rajattiin pois. Motivaatiotekijöiden tutkimiseen keskittyneitä tutkimuksia oli myös useita, mutta tässä tutkimuksessa vaatimuksena oli, että julkaisussa on tarkasteltu oppilaiden matematiikan taitojen kehittymistä, joten motivaatiotutkimuksen rajautuivat myös tutkimuksen ulkopuolelle.



**Kuvio 1.** Tieteellisten julkaisujen rajaaminen tutkimusaineistoksi vaiheittain (mukaillen Roesslein & Coddington 2019)

Näiden rajausten jälkeen jäljelle jäi yhteensä 12 julkaisua. Lisäksi hakukoneilla löydettyjen julkaisujen avulla löydettiin kaksi tieteellistä julkaisua, jotka vastasivat tämän tutkimuksen aineiston vaatimuksia ja otettiin mukaan tutkimukseen. Näin ollen yhteensä tutkittavia tieteellisiä julkaisuja oli 14, jotka käsittivät 18 erilaista tutkimusta koskien murtolukujen oppimista alakoulussa ja yläkoulussa digitaalisten pelien avulla. Osassa julkaisuista oli siis kaksi tutkimusta ja niiden tulokset esiteltyinä.

## 5.2 Aineistonkäsittely

Aineistonkeruun jälkeen tieteellisiä julkaisuja lähdettiin tarkastelemaan aineistolähtöisen sisällönanalyysin avulla (Tuomi & Sarajärvi 2018). Ensin tarkasteltiin ensimmäisen tutkimusongelman näkökulmasta, joka keskittyi murtolukupeleihin. Kaiken kaikkiaan erilaisia murtolukupelejä oli julkaisuissa 12 kappaletta, sillä osassa oli tutkittu samoja pelejä. Jokaista peliä tarkasteltiin niiden kaikkien julkaisujen pohjalta, joissa sitä oli käsi-

telty. Peleistä tarkasteltiin niiden opetuksellisia tekijöitä tutkimusmateriaaliksi valikoituneiden tieteellisten julkaisujen perusteella. Itse pelejä ei tässä tutkimuksessa käsitelty, vaan tiedot peleistä kerättiin täysin aineistoksi valikoituneiden julkaisujen pohjalta.

Opetuksellisia tekijöitä oli tässä tutkimuksessa kolme, mukaillen Ericksonin (2015) tutkimuksessa olleita kognitiivisia seikkoja: välitön palaute ja ohjaus, pelissä etenemiseen vaadittava osaaminen ja kasvava haasteellisuus sekä mahdollisuus reflektoida omaa osaamistaan välietapeissa. Pelit arvioitiin sen mukaan, miten julkaisussa niistä oli kerrottu, itse pelejä ei tässä tutkimuksessa lähdetty arvioimaan uudelleen. Osassa julkaisuista peliä ei ollut määritelty nimeltä tai sen sisältöä ei ollut avattu kovin laajalti.

Tieteellisten julkaisujen pohjalta saadut tiedot peleistä kerättiin Excel-tilukkuun aakkosjärjestykseen pelien mukaan. Kuten aiemmin mainittu, erään pelin nimeä ei ollut mainittu kummassakaan peliä koskeneessa julkaisussa, joten tästä käytettiin nimeä (The Math App), kuten kyseisissä tutkimuksissa oli tehty. Kaikkien kolmen opetuksellisen tekijän toteutumista tarkasteltiin jokaisen pelin kohdalla. Tekijät arvioitiin toteutuneiksi kokonaan, osittain tai ei lainkaan. Esimerkiksi ensimmäinen tekijä, pelaaja saa välitöntä palautetta ja ohjausta, voi toteutua osittain, jos pelaajalle näytetään suoraan oikea vastaus vastaamisen jälkeen, mutta hänen ei anneta yrittää uudelleen vihjeiden perusteella tai häntä ei muutoin opasteta kohti oikeaa toimintatapaa. Toinen tekijä saattoi toteutua osittain, jos esimerkiksi pelin edetessä tehtävien haastavuus kasvaa, mutta vaatimusta tietyistä osaamisesta ei ole tason suorittamiseksi.

Tämän jälkeen julkaisuissa esiteltyjä oppimistuloksia listattiin toista tutkimusongelmaa varten. Jokaisen erillisen tutkimuksen, joita julkaisuissa oli 18, kohdalla tarkasteltiin, oliko oppilailla tapahtunut kehitystä matemaattisessa murtolukujen osaamisessa peliä pelaamalla ja millä alueella kehitystä oli tapahtunut, jos se oli tarkemmin määritelty. Jokaisesta tutkimuksesta poimittiin Excel-tilukkuun ylös aihealueet, joissa kehitystä oli tapahtunut, jotta pystyttiin kartoittamaan mahdollisia yhtäläisyyksiä eri tutkimusten tulosten välillä. Saadut tulokset ikään kuin teemoiteltiin sen mukaan, millaisia tai minkä alueen osaamista tutkimuksessa oli käsitelty. Erilaisia tarkasteltuja osa-alueita oli yhteensä 15. Osassa tutkimuksista osaamisalueita ei ollut rajattu, jolloin käytettiin kategoriana yleisesti murtolukujen akateemista osaamista.

Lisäksi tutkimuksista tarkasteltiin eroja verrokkiryhmään, jos sellainen tutkimuksessa oli ollut. Näistä etsittiin erityisesti tuloksia digitaalisten murtolukujen pelaamisen hyödyistä verrattuna perinteisen opetuksen hyötyihin. Perinteiseen opetustapaan tai kynä-paperi-tehtäviä tehneeseen verrokkiryhmään vertaavia tutkimuksia oli 7. Näistä käytettiin

nimitystä verrokkiryhmä paperi. Lisäksi 9 tutkimuksessa oli käytetty jonkinlaista muuta vertailuryhmää. Nämä kaikki kirjattiin verrokkiryhmä muut, sillä erilaisia verrokkiryhmiä oli monia, eikä yhteneviä kokonaisuuksia näistä ollut järkevää muodostaa.

## 6 TULOKSET

Ensimmäinen tutkimusongelma käsitteli murtolukupelejä, millaisia ne ovat ja miten ne edistävät oppimista. Aineistoksi valikoituneissa tieteellisissä julkaisuissa käsiteltiin yhteensä 12 eri murtolukupeliä. Julkaisut sisälsivät yhteensä 18 tutkimusta, koskien oppilaiden oppimista murtolukupelien avulla, joita käsiteltiin toisella tutkimuskysymyksellä. Kolmannessa tutkimuskysymyksessä keskityttiin erikseen vielä tieteellisissä julkaisuissa olleisiin vertailuihin tutkimusryhmän ja jonkinlaisen vertailuryhmän välillä. Seuraavissa alaluvuissa käsiteltiin näiden kolmen tutkimusongelman tuloksia.

### 6.1 Murtolukupelien pedagoginen rakenne

Murtolukupelejä tarkasteltiin kolmen opetuksellisen tekijän kannalta mukaillen Ericksonin (2015) tarkastelua. Ensimmäiseksi tarkasteltiin, annetaanko pelissä oppilaalle välitöntä palautetta ja apua vastaamisen jälkeen. Välitön palaute on tärkeää oppimisen kehittymisen kannalta, jotta oppilas tietää, mikä meni pieleen ja hänellä on mahdollisuus kehittyä asiassa. Kuten tauloukosta 1 näkyy, kaikissa peleissä oppilas sai ainakin jonkinlaisen palautteen vastauksestaan. Useissa peleissä palaute oli oikean ratkaisun osoittaminen visuaalisesti sekä mahdollisesti erilainen äänimerkki sen mukaan, osuiko vastaus oikeaan vai ei.

Kaikissa peleissä annettiin palautetta vastauksesta, mutta läheskään kaikissa ei ollut huomioitu opetuksellista puolta. Väärän ratkaisun jälkeen esitetään oikea ratkaisu, jonka jälkeen jatketaan eteenpäin. Muutamissa peleissä sen sijaan oli mainittuna, että oppilaalle annetaan enenevissä määrin vinkkejä tehtävään, jos vastaa väärin. Toisaalta yhdessä pelissä vääristä vastauksista oppilas siirtyi pelin sisällä opetusosioon, jossa hän saa pienen opetustuokion aiheesta. Tämän pelin kohdalla olikin mainittu, että opetuksellisuus haluttiin liittää vahvasti osaksi peliä. Kaikissa tarkastelluissa peleissä tehtäväkohtainen palaute oli kuitenkin huomioitu ainakin jossain muodossa.

Toinen opetuksellinen tekijä, eli pelin vaikeutumisen ja tietyn osaamistason vaatiminen edetäkseen pelissä, oli myös hyvin huomioitu peleissä. Lähes kaikissa peleissä vaikeustaso kasvoi pelin edetessä. Sen sijaan tietyn vaatimustason saavuttaminen ennen seuraavalle tasolle nousua oli heikommin käytössä. Tämä opetuksellinen tekijä täytyikin monen pelin kohdalla vain osittain (ks. taulukko 1).

**Taulukko 1.** Tutkitut murtolukupelit ja niiden pedagogiset tekijät tieteellisten julkaisujen mukaan.

	Peli (tutkimusvuodet)	Luokka-aste	Opetuksellinen sisältö	Pelin tavoite	Pelaaja saa välitöntä palautetta ja ohjausta	Pelissä edetäkseen tulee suorittaa aiemmat tasot hyväksytysti, peli vaikeutuu edetessä	Pelaajalla mahdollisuus reflektoida osaamistaan ennen seuraavaa tasoa
1	(The Math App) (2017/2017)	5.–8. luokka	Murtolukujen muodostaminen, osakokonaisymmärrys	Muodostaa oikean kokoinen suklaapatukka asiakkaan toiveen	osittain	osittain	ei
2	Abydos (2017)	6. luokka	Pienin yhteinen jaettava, murtolukujen vertailu,	Seikkailu Abydoskaupungissa, farmilla tuotoksia, marketissa	osittain	kyllä	ei
3	Catch the monster with fractions (2016/2021)	4.–6. luokka	Yksikkömurtoluvut, lukusuoralla estimointi, vertailu ja yhteenlasku	Saada monsteri kiinni sijoittamalla murtoluku oikeaan kohtaan lukusuoralla	kyllä	kyllä	ei
4	Frizbi Mathematics (2013)	4. luokka	Yleisiä ongelmanratkaisustrategioita	Animaatiotarina ja erilaisia pelejä	kyllä	ei	kyllä
5	Kesfet Kurtul (Explore to survive) (2020)	4. luokka	Erilaisia murtolukutehtäviä	Paeta autiolta saarelta käyttäen murtolukutietoa apuna (VR-peli)	osittain	osittain	ei
6	Motion Math (2013/2018/2020)	3.–5. luokka	Murtolukujen estimointi lukusuoralla ja vertailu	Sijoittaa putoava tähti oikeaan kohtaan lukusuoralla	kyllä	kyllä	ei
7	Refraction (2015)	3.–5. luokka	Jakaminen murtoosiin, murto-osan muodostaminen yksikkömurtoluvuilla	Pelastaa eläimiä avaruudesta lataamalla avaruusalus laserilla	kyllä	osittain	ei
8	SavePatch (2014)	6. luokka	Jakaminen oikeankokoisiin osiin, yhteenlasku	Auttaa hahmoa hyppimään maaliin trampoliinien avulla	osittain	kyllä	osittain
9	Slice Fractions (2018/2020)	3. luokka	Murto-osiksi jakaminen, osakokonaisymmärrys	Pilkkoa jää paloihin ja sammuttaa niillä tulipalot	kyllä	kyllä	ei
10	Tutkimukseen kehitetty peli A (2020)	4. luokka	Suhteellinen päättely	Kahden eri värisen palloryhmän pallojen koon vertaileminen	osittain	ei	kyllä
11	Tutkimukseen kehitetty peli B (2020)	4. luokka	Suhteellinen päättely	Mehusekoituksen osuukseen arvioiminen	osittain	kyllä	kyllä
12	Tutkimukseen kehitetty peli C (2020)	4. luokka	Suuruuden vertailu	Kuinka paljon sekoituksessa maistuu mehu	osittain	osittain	kyllä

Peleille, kuten oppikirjoillekin ja muille harjoitusvälineille on ominaista haasteen kasvattaminen etenemisen mukaan. Vain harvassa pelissä kuitenkaan otetaan huomioon sitä, miten oppilas on pärjännyt aiemmilla tasoilla. Yhdessä pelissä oli maininta siitä, että pelin tehtävien haastavuustaso määräytyy sen mukaan, miten pelaaja on pärjännyt edellisellä kerralla. Näin ollen pelaaja, joka on jo etevä aiheessa, saa haastavampia pelejä, kun taas harjoitusta kaipaava pelaaja saa jatkaa perustason tehtäviä, kunnes pärjää niissä tarpeeksi hyvin.

Osassa peleistä toteutui myös osaamisvaatimus tasoilla. Pelaaja toistaa tehtävää, kunnes saa sen oikein tai hänelle annetaan lisää samankaltaisia tehtäviä niin kauan, kunnes hän saa tietyn määrän oikeita vastauksia peräkkäin. Tätä perusteltiin sillä, että näin voitaisiin varmistaa oppilaan osaaminen ennen haastavampiin tehtäviin siirtymistä.

Heikoiten tarkastelluissa julkaisuissa kävi ilmi, onko pelaajalla mahdollisuutta reflektoida omaa osaamistaan ja pelisuoritustaan pelin aikana esimerkiksi aina tason suorittamisen jälkeen. Vain neljässä pelissä tämä tekijä toteutui täysin, yhden pelin kohdalla osittain. Vaikka pelissä olisi huomioituna ensimmäinen ja toinen opetuksellinen tekijä täysin, saattoi tämä kolmas tekijä puuttua täysin (ks. taulukko 1). Reflektointi on tärkeää, kuten välitön palaute, sillä silloin oppijalla on mahdollisuus tarkastella omaa osaamistaan ja keskittyä sellaisiin seikkoihin, joita hänen tulisi parantaa. Ylipäätään oman osaamistason tietäminen on merkityksellistä oppimisen kannalta.

## **6.2 Murtolukupelien avulla oppiminen**

Kaikissa tutkimuksissa saatiin tulokseksi jonkinlaisia positiivisia yhteyksiä pelin pelaamisen ja matemaattisten taitojen kehittymisen välillä. Useimmissa tutkimuksissa käytettiin esitestistä ja jälkitestistä ennen ja jälkeen murtolukupeleillä pelaamisen, jolloin voitiin vertailla oppilaiden kehitystä. Jälkitesteissä oli usein huomattavissa parempia tuloksia kuin esitestissä, ja näin ollen digitaalisista matematiikkapeleistä näyttäisi olevan hyötyä oppimiselle.

Tarkasteltaessa, millä aihealueilla positiivisia tuloksia oli saatu, voitiin huomata, että useissa tutkimuksissa murtolukuosaamisessa tapahtunutta kehitystä tarkasteltiin tuloksissa yleistetysti murtolukujen akateemisen osaamisen kehittymisenä (Akman & Cakir 2020; Soni & Okamoto 2020; Zhang, Shang, Pelton & Pelton 2020; Gresalfi, Rittle-Johnson, Loehr & Nichols 2018; Kim, Chang, Deater-Deckard, Evans, Norton & Samur 2017;

Chang, Evans, Kim, Norton & Samur 2015; Martin, Smith, Forsgren, Aghababayan, Janisiewicz & Baker 2015; O’Neil, Chung, Kerr, Vendlinski, Buschang & Mayer 2014; Pilli & Aksu 2013; Riconscente 2013). Näissä kaikissa tutkimuksissa oli saatu positiivisia tuloksia oppilaiden murtolukujen akateemisen osaamisen kehittymisen suhteen, lukuun ottamatta 8. luokkalaisia Changin ym. (2015) tutkimuksessa. Tutkimuksessa 8. luokkalaisten matemaattinen osaaminen jopa heikkeni murtolukupelin pelaamisen jälkeen. Samassa tutkimuksessa kuitenkin 6. ja 7. luokkalaisten osaaminen kasvoi samaa peliä pelaamalla.

Merkittäviä aihealueita tutkimuksissa oli monia. Useammassa tutkimuksessa löydettiin positiivisia yhteyksiä murtolukupelin pelaamisen ja 4.–5. luokkalaisten murtolukujen sijoittamisen lukusuoralle (Braithwaite & Siegler 2021, tutkimus 1; Fazio, Kennedy & Siegler 2016, tutkimukset 1 ja 2) sekä 4.–6. luokkalaisten murtolukujen suuruuden vertailun (Braithwaite ym. 2021, tutkimus 1; Fazio ym. 2016, tutkimukset 1 ja 2; Gouet, Carvajal, Halberda & Peña 2020, tutkimukset 1 ja 2; Masek, Boston, Lam & Corcorant 2017) kanssa. Näissä tutkimuksissa huomattiin merkittävää kehitystä kyseisissä taidoissa. Kuitenkin Goutin ym. (2020) ensimmäisessä tutkimuksessa 4. luokkalaisilla positiivinen yhteys oli vain pelaajaryhmällä, joka pelasi suuruuden vertailuun perustuvaa peliä. Suhteelliseen päättelyyn pohjautuvaa peliä pelanneilla ei sen sijaan tällaista kehitystä huomattu.

Murtolukujen summien laskemistaitoa tarkkailtiin kolmessa tutkimuksessa (Braithwaite & Siegler 2021, tutkimukset 1 ja 2; Masek ym. 2017), joissa kaikissa saatiin positiivisia tuloksia murtolukupelin pelaamisen yhteydestä murtolukujen summien laskemiseen. Erityisesti Braithwaite ja Siegler (2021) tarkastelivat samanimisten sekä erinimisten murtolukujen summan arvioimista lukusuoran avulla. Näissä molemmissa huomattiin 4. ja 5. luokkalaisilla merkittävää kehitystä murtolukupelin pelaamisen jälkeen tutkimuksessa 1, kun taas toisessa tutkimuksessa 5. ja 6. luokkalaisilla ainoastaan erinimisten murtolukujen summan laskemisessa.

Toisessa tutkimuksessa taas tarkasteltiin murtolukujen summien suuruuksien vertailun kehittymistä, jonka suhteen huomattiin myös positiivinen yhteys murtolukupelin pelaamisen kanssa. Masek ym. (2017) sen sijaan tarkasteli samanimisten ja erinimisten sekä läheisessä relaatiossa olevien murtolukujen yhteenlaskua 6. luokkalaisilla. Läheisellä relaatiolla tarkoitettiin tässä sellaisia nimittäjiä, joista toinen oli toisen nimittäjän tekijä (esim. 4 ja 8). Kaikilla näillä aihealueilla huomattiin positiivinen yhteys pelaamisen

ja kehityksen välillä. Lisäksi tässä tutkimuksessa todettiin positiivinen yhteys pelaamisen ja pienimmän yhteisen jaettavan löytämisen välillä.

Murtolukuihin liittyy olennaisesti suhteiden ymmärtäminen sekä suuruuden arvioiminen. Näitä aihealueita tarkasteltiin kahdessa tutkimuksessa. Braithwaiten ja Sieglerin (2021) toisessa tutkimuksessa löydettiin 5. ja 6. luokkalaisilla positiivinen yhteys murtolukupelin pelaamisen ja suuruudenarviointistrategioiden kehittymisen välillä. Suhteellisen päättelyn taitoa kartoitettiin Gouetin ym. (2020) ensimmäisessä tutkimuksessa, jossa 4. luokkalaisilla huomattiin suhteelliseen päättelyyn perustuvaa murtolukupeliä pelanneiden kehittyneen merkitsevästi. Kuitenkaan suuruuden vertailuun pohjautuvaa peliä pelanneiden suhteellisen päättelyn taidossa ei huomattu kehitystä. Myös luonnollisten lukujen kertominen ja jakaminen luovat pohjaa murtolukujen osaamiselle. Näitä kahta aihealuetta tarkasteltiin Pillin ja Aksun tutkimuksessa (2013) 4. luokkalaisilla. He huomasivat murtolukupelin pelaamisella olevan merkitsevä yhteys luonnollisten lukujen kertomisen ja jakamisen taitojen kehittymiseen.

Hieman erilaista lähestymistapaa murtolukujen osaamiseen oli käytetty Braithwaiten ja Sieglerin (2021) toisessa tutkimuksessa sekä Fazion ym. (2016) kummassakin tutkimuksessa. Ensimmäisessä oli tarkasteltu 5.–6. luokkalaisten oppilaiden taitoja vertailla murtolukuja ääneen. Tässä huomattiin merkittävää positiivista kehitystä murtolukupelin pelaamisen jälkeen. Fazion ym. (2016) tutkimuksissa sen sijaan yhtenä tutkimuskohteena oli murtolukujen muistaminen ääneen luetusta tarinasta 4. ja 5. luokkalaisilla. Molemissa tutkimuksissa löydettiin positiivinen yhteys murtolukujen muistamisen ja murtolukupelin pelaamisen kanssa. Tuloksissa on otettu huomioon oppimisen verbaalinen puoli, jonka kehityksestä saatiin nyt hyviä tuloksia.

Murtolukujen osaamisen lisäksi viidessä tutkimuksessa tarkasteltiin oppilaiden kykyä siirtää pelissä kehittämiään taitoja muihin kuin pelissä harjoiteltuihin aiheisiin (Gouet ym. 2020, tutkimukset 1 ja 2; Zhang ym. 2020; Martin ym. 2015, tutkimukset 1 ja 2). Ainoastaan Gouet ym. (2020) 4. luokkalaisia tarkastelleessa tutkimuksissa oli eritelty, millä aihealueilla taitojen siirtämistä tarkasteltiin. Tutkimuksessa 1 löydettiin suhteelliseen päättelyyn perustuvaa peliä pelanneilla positiivista kehitystä niin symbolisten kuin epäsymbolisten suhteiden vertailussa. Suuruuden vertailuun perustunutta peliä pelanneilla sen sijaan merkitsevää kehitystä huomattiin geometrian osaamisessa.

Toisaalta samaisessa tutkimuksessa suhteellisen päättelyn peliä pelanneilla aritmetiikan taidot heikkenivät pelaamisen myötä merkitsevästi. Lisäksi suuruuden vertailu -peliä

pelanneella ryhmällä taidot epäsymbolisessa suhteellisessa vertailussa heikkenivät merkittävästi. Samankaltaisia tuloksia saatiin myös Gouet ym. (2020) toisessa tutkimuksessa, jossa suhteelliseen päättelyyn perustuvaa peliä pelanneilla symbolisten ja epäsymbolisten suhteiden vertailu parani, mutta aritmetiikassa tapahtui merkittävä heikkeneminen.

### 6.3 Osaamisen kehittyminen ryhmien välillä

Osassa tutkimusta oli vertailtu tutkimuksen kohteena olleen pelin tuomia tuloksia yhteen tai useampaankin verrokkiryhmään. Seitsemässä tutkimuksessa verrattiin murtolukupelin tuomia hyötyjä oppimiseen perinteisillä opetustavoilla matematiikkaa opiskelleiden tai kynä-paperi-tehtäviä tehneiden oppilaiden kehittymiseen. Positiivisia tuloksia murtolukupeliryhmien hyväksi saatiin näistä viidessä tutkimuksessa.

Chang ym. (2015) löysivät tutkimuksessaan eron 7. luokkalaisten murtolukujen osaamisessa pelaajaryhmän sekä vertailuryhmän välillä. Pelaajaryhmän taidot olivat kehittyneet merkittävästi enemmän kuin vertailuryhmän. Sen sijaan 6. ja 8. luokan ryhmien välillä ei tällaista eroa ollut löydettävissä, vaikka 6. luokalla pelaajaryhmän matematiikan osaaminen kasvoikin hieman enemmän. Toisaalta tutkimuksessa huomattiin tasoryhmien välillä eroa kehityksessä. Heikoimmilla matematiikan osaajilla osaaminen kehittyi pelin avulla reilusti ja merkittävästi vertailuryhmään nähden. Muilla tasoryhmillä eroja ei löytynyt.

Masek ym. (2017) löysivät tutkimuksessaan erittäin merkittävän eron 6. luokalla pelaajaryhmän ja vertailuryhmän välillä. Pelaajaryhmä oli kehittynyt jopa yhden ikäluokan verran taidoissaan. Pelaajaryhmä oli kaikilla murtolukujen aihealueilla parempi, mutta merkittävä ero vertailuryhmään löydettiin kolmella alueella: pienin yhteinen jaettavan löytämisessä, murtolukujen yhteenlaskussa läheisessä relaatiossa olevilla nimittäjillä sekä erinimisten murtolukujen yhteenlaskussa. Kuten Chang ym. (2015) tutkimuksessa, myös tässä tutkimuksessa heikoimpien osaajien vertailussa pelaajaryhmän kehitys oli merkittävästi vertailuryhmään nähden. Myöskään tässä tutkimuksessa hyvien laskijoiden välillä ei löytynyt eroa ryhmien välillä.

Pillin ja Aksun tutkimuksessa (2013) vertailtiin 4. luokan ryhmien välisiä eroja luonnollisten lukujen kerto- ja jakolaskun osaamisessa sekä murtolukujen osaamisessa. Sekä vertailuryhmä että peliryhmä kehittivät kaikilla kolmella aihealueella, mutta peliryhmän kehitys oli merkittävästi parempaa luonnollisilla luvuilla suoritettavien laskujen osaamisessa. Murtolukuosaamisessa sen sijaan ei ollut eroa huomattavissa ryhmien välillä.

Myöskään Zhang ym. (2020) tutkimuksessa murtolukujen osaamisessa ei ollut 3. luokan peliryhmän ja vertailuryhmän välillä eroa, mutta taitojen siirtämisen suhteen löytyi positiivinen ero peliryhmän eduksi. Merkitsevä ero osaamisessa löydettiin lisäksi Sonin ja Okamoton (2020) 4. luokkalaisia tarkastelleessa tutkimuksessa peliryhmän ja perinteisesti opiskelleen vertailuryhmän kanssa. Kuitenkaan murtolukupeliä pelanneilla sekä paperisena samankaltaisia tehtäviä tehneillä ei ollut eroa osaamisen kehittymisessä.

Muunlaista vertailuryhmää, kuin perinteisessä opetuksessa olevaa tai kynä-paperi-tehtäviä tekevää, käytettiin myös seitsemässä tutkimuksessa. Näistä myöskin viidessä oli löydettävissä eroja ryhmien väliltä. Gouetin ym. (2020) ensimmäisessä tutkimuksessa ryhmien väliset erot olivat jo aiemmin esiteltyjä kahta eri peliä pelanneiden välillä huomattuja merkitseviä eroja. Erot selittyvät pitkälti sillä, että kumpikin ryhmä kehittyi peleissä harjoittelemassaan aihealueessa. Toisaalta suhteelliseen päättelyyn perustuvaa peliä pelanneiden aritmetiikan taidot olivat merkittävästi heikompia ja suuruuden vertailuun pohjautuvaa peliä pelanneilla geometrian taidot kehittyivät merkittävästi enemmän.

Myös Braithwaiten ja Sieglerin (2021) tutkimuksissa vertailtiin kahta ryhmää, jotka pelasivat peliä hieman erilaisiin sisältöihin painottuen. Tutkimuksessa 1 4.–5. luokkalaisten pelaajat, jotka pelasivat murtolukuja ja niiden summia harjoittavaa peliä, kehittyivät merkittävästi enemmän erinimisten murtolukujen summan arvioimisessa lukusuoralla. Kuitenkaan eroa vain murtolukutehtäviä ilman summien harjoittelua pelanneeseen ryhmään ei löydetty samanimisten murtolukujen summan lukusuoralla arvioinnissa. Tutkimuksessa 2 sen sijaan vertailtiin murtolukuja ja niiden yhteenlaskua harjoittavaa sekä kokonaislukuja ja niiden yhteenlaskua harjoittavaa peliä pelanneiden ryhmien kehittymistä 5. ja 6. luokalla. Murtolukujen summan suuruuden vertailussa sekä erinimisten murtolukujen summan arvioinnissa lukusuoralla murtolukuryhmä kehittyi enemmän. Muilla aihealueilla merkitseviä eroja ei huomattu ryhmien välillä.

Riconscenten (2013) tutkimuksessa kaksi 5. luokkalaista ryhmää pelasi peliä ja opiskeli tavalliseen tapaan muita kuin murtolukuaiheita matematiikassa. Pelaamisen ja opiskelun järjestys oli kuitenkin näillä ryhmillä eri, eli ryhmä yksi käytti ensin tunteja pelaamiseen, jonka jälkeen tehtiin välitesti. Tämän jälkeen osat vaihdettiin ja ryhmä kaksipäasi pelaamaan murtolukupeliä. Tutkimuksessa huomattiin, että välitestissä ryhmällä 1 oli merkittävästi korkeampi keskiarvo kuin ryhmällä 2. Jälkitestissä sen sijaan ryhmät olivat jälleen tasaveroiset. Osaaminen oli siis selvästi yhteydessä murtolukupelin pelaamiseen.

Vertailuryhmä pelasi Fazion ym. (2016) toisessa tutkimuksessa samaa peliä kuin peliryhmä 5. luokalla, mutta heille ei annettu palautetta vastauksista. Tässä tutkimuksessa

huomattiin peliryhmän kehityksen olevan merkitsevästi parempaa murtolukujen sijoittamisessa lukusuoralle sekä murtolukujen suuruuden arvioinnissa. Sen sijaan ääneen luetusta tarinasta murtolukujen muistamisen kehittymisessä ei ryhmien välillä eroa löytynyt. Palautteen antamisella vaikuttaisi näin ollen olevan yhteys murtolukupelin kehittävään toimivuuteen.

## 7 POHDINTA

Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin murtolukupelien opetuksellisia tekijöitä sekä yhteyksiä murtolukujen osaamiseen peruskoulussa. Lisätarkastelun kohteena oli erilaisten ryhmien osaamisen vertailu suhteessa murtolukupeliä pelanneeseen ryhmään. Tuloksissa kävi ilmi, että yleisesti murtolukupeleissä on melko hyvin huomioituna opetuksellisia tekijöitä ja kyseisillä peleillä on saatu paljon positiivisia tuloksia matemaattisen, erityisesti murtolukujen osaamisen kehittymisen suhteen. Murtolukupelien erot perinteisiin opetustapoihin tai muihin ryhmiin eivät sen sijaan olleet yhtä selkeitä, vaikka positiivisia tuloksia niidenkin suhteen oli saatu.

Eniten käytetty opetuksellinen tekijä tässä tutkimuksessa tarkastelluissa peleissä oli välittömän palautteen ja ohjauksen antaminen oppilaalle pelin aikana, joka toteutui vähintään osittain jokaisessa pelissä. Tämä tulos poikkesi vahvasti Ericksonin (2015) tekemästä tutkimuksesta, jossa yhdessäkään tarkastellussa murtolukupelissä ei ollut huomioitu välitöntä palautetta ja apua kunnolla. Yksikään Ericksonin tutkimuksessa olleista murtolukupeleistä ei sisältynyt tässä tutkimuksessa tarkasteltuihin murtolukupeleihin. Kenties tällä osa-alueella uudemmissa murtolukupeleissä on tapahtunut kehitystä kuluneiden vuosien aikana.

Lisäksi tutkimusaineistoksi kerättyjen tieteellisten julkaisujen joukosta löydettiin tulos, jonka mukaan ilman välitöntä palautetta pelanneiden oppilaiden osaaminen kehittyi merkitsevästi heikommin kuin palautetta saavien oppilaiden. Tämä tulos tuki aiemmissa tutkimuksissa saatuja tuloksia siitä, että matematiikkapelien suunnitteluominaisuuksien laadukkuudella on merkitystä oppimistulosten kannalta (Bullock ym. 2021). Näin ollen on erittäin positiivista, että nykyisissä murtolukupeleissä on huomioitu välittömän palautteen antaminen, jotta harjoitusten tekeminen tuottaisi myös kestäviä tuloksia.

Toinen opetuksellinen tekijä, eli pelin haastavuuden kasvaminen sekä osaamistason vaatiminen pelissä edetäkseen, oli suhteellisen hyvin huomioitu lähes kaikissa murtolukupeleissä. Enimmäkseen peleissä oli käytetty kasvavaa haastavuutta oppilaiden taitojen harjoittamiseen. Sen sijaan osaamisvaatimuksia ei ollut yhtä useassa pelissä. Osaamisvaatimusten avulla oppilas saa samanlaisia tehtäviä niin kauan, kunnes tietty taso on saavutettu. Näin voidaan lisätä harjoituksen määrää ja siten kehittää oppilaan taitoja aina vain sujuvammiksi. (Erickson 2015.) Pelkkä kasvava haastavuus ei siis välttämättä riitä taitojen kehittämiseen, jos oppilas pääsee virheellisilläkin vastauksilla suorittamaan tehtävät ja jatkamaan eteenpäin ilman minkäänlaista kehitystä. Toisaalta näitäkin seikkoja

oli huomioitu osassa peleistä jopa niin hyvin, että tulevien tehtävien taso perustuu oppilaan aiempiin kokonaissuorituksiin, jolloin oppilas saa varmasti juuri omalle kehitystasolleen sopivia tehtäviä. Tämän opetuksellisen tekijän suhteen tilanne on kaiken kaikkiaan kuitenkin lupaava tarkasteltujen tutkimusten perusteella.

Enemmän huolestusta herättää se, että tieteellisissä julkaisuissa tarkastelluissa murtolukupeleissä oli melko huonosti huomioitu oppilaan oman osaamisen reflektointi. Tämä oli huomioitu vain muutamassa pelissä julkaisuissa annettujen tietojen mukaan. Kuitenkin oman osaamisen reflektointi toimii siinä missä välitönkin palaute, oman osaamisen tutkimisena ja sen kehittäjänä (Erickson 2015). Kenties murtolukupeleihin tulisi jatkossa lisätä enemmän pelaajan mahdollisuuksia tarkastella omaa osaamistaan ja kehitystään tietyillä aikaväleillä tai esimerkiksi pelissä olevien tasojen välillä. Kokonaiskuvan muodostaminen omasta osaamisesta voi helpottaa omien taitojen kehittämistä, kun tietää omat heikkoutensa ja vahvuutensa. Tämän tekijän osalta murtolukupeleissä riittää vielä kehitettävää, jotta voidaan tukea oppilaiden oppimista parhaalla mahdollisella tavalla.

Tässä tutkimuksessa tarkastelluissa julkaisuissa oli saatu laajalti positiivisia tuloksia murtolukupelien käyttämisestä opetuksessa. Kaikissa 18 tutkimuksessa huomattiin ainakin jollakin murtolukupelien aihealueella positiivista kehitystä murtolukupeliä pelaamalla. Tämä tulos tukee aiempia tutkimuksia, joissa on todettu matematiikkapelien toimivan positiivisesti kehittävänä tekijänä matematiikan oppimisessa (Birgin & Uzun Yazıcı 2021; Brezovsky ym. 2019; Bai ym. 2012).

Toisaalta vastaväitteisiäkkin tutkimustuloksia on aiemmissä tutkimuksissa saatu, joiden mukaan kehitys voikin seisahtua tai kääntyä laskuun digitaalisen pelin pelaamisen jälkeen (Lamb ym. 2018; Girard ym. 2013). Samankaltaisia tuloksia saatiin eri aihealueilla myös tämän tutkimuksen aineistoon kuuluneissa tutkimuksissa. Osassa tutkimuksissa huomattiin kehitystä vain joillakin aihealueilla tai tietyllä ryhmällä. Mikä toiselle luokka-asteelle tai tasoryhmälle on sopiva taitoja kehittävä peli, voi toiselle ryhmälle olla täysin vääränlainen ja jopa kehitystä hidastava. Opetuspeliä valitessa tulisikin tarkistaa, millä ikäryhmälle peli on kohdennettu, miltä taitoja se kehittää ja onko pelin opetuksellisesta käytöstä mahdollisesti saatu positiivisia tutkimustuloksia. Esimerkiksi heikompien oppilaiden tarpeisiin soveltuva opetuspelin voi olla sisällöltään liian helppo lahjakkaille oppilaille, jolloin heidän taitonsa eivät pääse kehittymään, mikä huomattiin muutaman tarkastellun julkaisun perusteella.

Tutkimuksissa, joissa tarkasteltiin eroja erilaisten ryhmien välillä, perinteisen opetuksen tai kynä-paperi-tehtävien tekijöiden ja murtolukupeliä pelanneiden välillä huomattiin

eroja. Positiivisia eroja pelaajien hyväksi oli joissakin tietyissä aihealueissa tai tietyillä ryhmillä, kuten eri ikäluokilla tai eri tasoilla oppilailta. Näitä tuloksia tukee osaltaan aiemmat tutkimukset, joissa on saatu positiivisia eroja murtolukupelejä pelanneiden ryhmien sekä vertailuryhmien osaamisessa pelaajien hyväksi (Tokac ym. 2019; Chadli ym. 2018; Gunbas 2015). Murtolukupeli voi siis tietyissä tilanteissa olla jopa parempi vaihtoehto, kuin perinteinen opetus. On kuitenkin muistettava, että erilaisten ryhmien välisiä eroja ei kaikissa tutkimuksissa huomattu ollenkaan. Osassa tutkimuksista ei löydetty mitään merkitseviä eroja pelaajaryhmän ja verrokkiryhmän välillä. Tämä osaltaan tukee aiempia tutkimuksia, joiden mukaan matemaattiset oppimispelit eivät ole edistäneet osamista perinteisiä opetustapoja enempää (Fiorella ym. 2019; Messer ym. 2018).

Kun tarkasteltiin muita kuin perinteiseen opetustapaan verranneita tutkimuksia, voitiin huomata osaltaan myös ilmiselviä seikkoja. Pelin sisällöllä on merkitystä siihen, mitä taitoja se kehittää. Tiettyjä pelejä pelanneet saivat parempia tuloksia niillä aihealueilla, joita heidän pelaamansa peli oli erityisesti harjoittanut. Muidenkin pelien pelaajat saattoivat kehittyä tässä aiheessa, mutta kyseistä peliä pelanneiden kehitys oli huomattavasti parempaa. Tämä toisaalta osoittaa kyseisten pelien toimineen hyvin sen aihealueen opettamiseen, johon se oli tarkoitettukin.

Lisäksi taitojen siirtämistä johonkin toiseen matematiikan aihepiiriin tapahtui muutamien tutkimusten kohdalla. Osa peleistä voi siis kehittää murtolukuja harjoittamalla esimerkiksi geometrian tai aritmetiikan taitoja, vaikka peli sisältäisikin vain murtolukuharjoitteita. Tämä kenties selittyy osittain sillä, miten murtoluvut luovat merkittävän pohjan monille muille matematiikan osa-alueille, kuten algebralle (McMullen & Van Hoof 2020; Siegler & Pyke 2012), jolloin murtolukutaitojen vahvistaminen pelillisesti voi hyödyttää laajemminkin oppilaiden matemaattista osaamista.

## **7.1 Tulosten hyödynnettävyys ja jatkotutkimusmahdollisuuksia**

Tutkimustuloksista voidaan päätellä, että parhaan kuvan murtolukupelin ominaisuuksista sekä sen oppimisvaikutteista saa, kun tarkastelee pelistä tehtyjä tutkimuksia sekä pelaamalla ja tutkimalla peliä itse. Opettajana on huomioitava opetuspelejä valitessaan useita seikkoja, kuten kenelle peli on suunnattu, millaisia opetuksellisia tekijöitä siihen on lisätty ja onko sillä saatu positiivisia tuloksia opetuskäytössä. Tämän tutkimuksen avulla saa jonkinlaisia viitteitä murtolukupelien opetuksellisesta toteutuksesta sekä hyödyistä

oppimisen suhteen, vaikka kattavaa kuvaa ei tällä otoksella voidakaan antaa. Murtolukupelien, tai matematiikkapelien kehittäjät yleensäkin voivat hyötyä tuloksista saamalla jonkinlaisen kuvan siitä, millaisia opetuksellisia ominaisuuksia murtolukupeleissä jo on huomioitu ja miten pelejä voisi kehittää jatkossa paremmiksi opetuksellisesta näkökulmasta. Opetuspelien suunnitteluominaisuuksien yhteys oppimistuloksiin on todettu jo aiemmin (Bullock ym. 2021) ja myös tässä tutkimuksessa saatiin tälle väitteelle tukea. Opetuspeleissä ei siis aina riitä, että sisältö on aiheeseen sopiva, vaan pelin muillakin ominaisuuksilla on merkitystä.

Jatkotutkimusten kannalta olisi suotavaa tarkastella paremmin murtolukupelien sisältöjä pelikohtaisesti, kuten Erickson (2015) omassa tutkimuksessaan on tehnyt. Tässä tarkastelussa pelien analysointi perustui täysin tieteellisiin julkaisuihin, jolloin omakohtainen kokemus peleistä jäi uupumaan eikä tutkittujen julkaisujen tietoja voitu varmistaa tai tarkentaa. Kuitenkin joissakin tutkimuksissa oli tarkasteltu samoja murtolukupelejä, mikä vahvisti niistä saadun tiedon todenmukaisuutta ja tarkkuutta. Osassa julkaisuissa murtolukupelin ominaisuuksia oli avattu melko vähän, eikä kaikkia tietoja peleistä ollut tutkimuksiin todennäköisesti sisällytetty.

Tähän tutkimukseen löydettiin vain yksi yläkoulussa käytettävää murtolukupeliä tarkastellut tutkimus. Jatkossa yläkouluun suunnattujen murtolukupelien tutkimus olisi mielekästä, etenkin ottaen huomioon yleisen murtolukujen osaamisen heikon tason yläkoulussa, ja vielä aikuisenakin, sekä rationaalilukujen ymmärtämisen hitaan kehityksen peruskoulun aikana (McMullen & Van Hoof 2020; Van Hoof ym. 2018; Kainulainen ym. 2017; Merenluoto & Lehtinen 2004.)

Vaikean matemaattisen aiheen, joksi murtoluvut usein koetaan (National Council of Teachers of Mathematics 2013), opetteleminen voisi yläkoululaisiakin innostaa enemmän, jos se tapahtuu hyvin suunnitellun opetuspelin avulla. Murtolukujen opettamiseen panostaminen, tapahtui se murtolukupelillä tai perinteisemmällä tavalla, ei menisi varmasti hukkaan lahjakkaampienkaan oppilaiden kohdalla, sillä murtoluvut ovat pohjana monelle muulle matemaattiselle aiheelle ja avain myöhemmälle osaamiselle (McMullen & Van Hoof 2020; Bailey ym. 2012; Siegler ym. 2012; Siegler & Pyke 2012).

## LÄHTEET

- Bai, H., Pan, W., Hirumi, A. & Kebritchi, M. 2012. Assessing the effectiveness of a 3-D instructional game on improving mathematics achievement and motivation of middle school students. *British Journal of Educational Technology* 43(6), 993–1003.
- Bailey, D. H., Hoard, M. K., Nugent, L. & Geary, D. C. 2012. Competence with fractions predict gains in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology* 113(3), 447–455.
- Birgin, O. & Uzun Yazıcı, K. 2021. The effect of GeoGebra software-supported mathematics instruction on eighth-grade students' conceptual understanding and retention. *Journal of Computer Assisted Learning*, 1–15.
- Booth, J. L. & Newton, K. J. 2012. Fractions: could they really be the gatekeeper's doorman? *Contemporary Education Psychology* 37, 247–253.
- Booth, J. L., Newton, K. J. & Twiss-Garrity, L. K. 2014. The impact of fraction magnitude knowledge on algebra performance and learning. *Journal of Experimental Child Psychology* 118, 110–118.
- Brezovszky, B., McMullen, J., Veermans, K., Hannula-Sormunen, M. M., Rodríguez-Aflecht, G., Pongsakdi, N., Laakkonen, E. & Lehtinen, E. 2019. Effects of a mathematics game-based learning environment on primary school students' adaptive number knowledge. *Computers & Education* 128, 63–74.
- Bullock, E. P., Roxburgh, A. L., Moyer-Packenham, P. S., Bektas, E., Webster, J. S. & Bullock, K. A. 2021. Connecting the dots: Understanding the interrelated impacts of type, quality and children's awareness of design features and the mathematics content learning goals in digital math games and related learning outcomes. *Journal of Computer Assisted Learning* 37(2), 557–586.
- Cano, A. R., García-Tejedor, Á. J., Alonso-Fernández, C. & Fernández-Manjón, B. 2019. Game Analytics evidence-based evaluation of a learning game for intellectual disabled users. *IEEE Access* 7, 123820–123829.
- Carbonneau, K. J., Marley, S. C. & Selig, J. P. 2013. A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology* 105(2), 380–400.
- Chadli, A., Tranvouez, E., Dahmani, Y., Bendella, F. & Belmabrouk, K. 2018. An empirical investigation into student's mathematical word-based problem-solving process: A computerized approach. *Journal of Computer Assisted Learning* 34(6), 928–938.
- Clark, D. B., Tanner-Smith, E. E. & Killingsworth, S. S. 2016. Digital games, design, and learning: A systematic review and meta-analysis. *Review of educational research* 86(1), 79–122.

- Connolly, T. M., Boyle, E. A., MacArthur, E., Hainey, T. & Boyle, J. M. 2012. A systematic literature review of empirical evidence on computer games and serious games. *Computers & education* 59(2), 661–686.
- De Witte, K., Haelermans, C. & Rogge, N. 2015. The effectiveness of a computer-assisted math learning program. *Journal of Computer Assisted Learning* 31(4), 314–329.
- Deng, L., Wu, S., Chen, Y. & Peng, Z. 2020. Digital game-based learning in a Shanghai primary-school mathematics class: A case study. *Journal of Computer Assisted Learning*, 36(5), 709–717.
- Dicheva, D., Irwin, K. & Dichev, C. 2019. Exploring Learners Experience of Gamified Practicing: For Learning or for Fun?. *International Journal of Serious Game*, 6(3), 5–21.
- Erickson, J. J. 2015. To play or to learn?: A review of game-based math learning for motivation and cognition. *Gamification: Concepts, Methodologies, Tools, and Applications*, 2040–2061.
- Fiorella, L., Kuhlmann, S. & Vogel-Walcutt, J. J. 2019. Effects of playing an educational math game that incorporates learning by teaching. *Journal of Educational Computing Research* 57(6), 1495–1512.
- Girard, C., Ecalte, J. & Magnan, A. 2013. Serious games as new educational tools: how effective are they? A meta-analysis of recent studies. *Journal of computer assisted learning* 29(3), 207–219.
- Gunbas, N. 2015. Students' mathematics word problem-solving achievement in a computer-based story. *Journal of Computer Assisted Learning* 31(1), 78–95.
- Hannula, M. S. 2003. Locating Fraction on a Number Line. *International Group for the Psychology of Mathematics Education* 3, 17–24.
- Julin, S. & Rautopuro, J. 2016. Läksyt tekijäänsä neuvovat. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten arviointi 9.vuosiluokalla 2015. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 20.
- Kaasila, R., Pehkonen, E. & Hellinen, A. 2010. Finnish pre-service teachers' and upper secondary students' understanding of division and reasoning strategies used. *Educational Studies in Mathematics* 73(3), 247–261.
- Kainulainen, M., McMullen, J. & Lehtinen, E. 2017. Early developmental trajectories toward concepts of rational numbers. *Cognition and Instruction* 35(1), 4–19.
- Karaoglan Yilmaz, F. G., Özdemir, B.G. & Yasar, Z. 2018. Using digital stories to reduce misconceptions and mistakes about fractions: an action study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 49(6), 867–898.
- Kiili, K. & Ketamo, H. 2017. Evaluating cognitive and affective outcomes of a digital game-based math test. *IEEE Transactions on Learning Technologies* 11(2), 255–263.

- Kupari, P. & Hiltunen, J. 2018. Matemaattiset taidot kansainvälisten arviointitutkimusten valossa. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.) *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 16–52.
- Lamb, R. L., Annetta, L., Firestone, J. & Etopio, E. 2018. A meta-analysis with examination of moderators of student cognition, affect, and learning outcomes while using serious educational games, serious games, and simulations. *Computers in Human Behavior* 80, 158–167.
- Lee, Y. L. 2008. A Maths Game Model for Learning Fractions. *International Journal of Learning* 14(12), 225–234.
- LOPS 2019. Lukion opetussuunnitelmien perusteet. Helsinki: Opetushallitus.
- Mattila, L. 2005. Perusopetuksen matematiikan kansalliset oppimistulokset 9. vuosiluokalla 2004. Oppimistulosten arviointi 2/2005. Opetushallitus.
- McMullen, J. & Van Hoof, J. 2020. The role of rational number density knowledge in mathematical development. *Learning and Instruction* 65, 1–9.
- Merenluoto, K. & Lehtinen, E. 2004. Number concept and conceptual change: towards a systemic model of the processes of change. *Learning and Instruction* 14(5), 519–534.
- Messer, D., Thomas, L., Holliman, A. & Kucirkova, N. 2018. Evaluating the effectiveness of an educational programming intervention on children's mathematics skills, spatial awareness and working memory. *Education and Information Technologies* 23(6), 2879–2888.
- National Council of Teachers of Mathematics 2013. Fractions and long division predict success in high school mathematics. *Teaching Children Mathematics* 20(2), 69–71.
- Niemi, E. K. 2008. Matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2007. Oppimistulosten arviointi 1/2008. Helsinki: Opetushallitus.
- Ninaus, M., Kiili, K., McMullen, J. & Moeller, K. 2017. Assessing fraction knowledge by a digital game. *Computers in Human Behavior*, 70, 197–206.
- Nygren, E., Blignaut, A. S., Leendertz, V. & Sutinen, E. 2019. Quantitizing Affective Data as Project Evaluation on the Use of a Mathematics Mobile Game and Intelligent Tutoring System. *Informatics in Education* 18(2), 375–402.
- Nygren, E., Sutinen, E., Blignaut, A. S., Laine, T. H. & Els, C. J. 2012. Motivations for play in the UFractions mobile game in three countries. *International Journal of Mobile and Blended Learning (IJMBL)* 4(2), 30–48.
- Poon, K. K. 2018. Learning fraction comparison by using a dynamic mathematics software–GeoGebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 49(3), 469–479.
- POPS 2014. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Helsinki: Opetushallitus.
- Reimer, K. & Moyer, P. S. 2005. Third-graders learn about fractions using virtual manipulatives: A classroom study. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* 24(1), 5–25.

- Rodríguez-Aflecht, G., Hannula-Sormunen, M., McMullen, J., Jaakkola, T. & Lehtinen, E. 2017. Voluntary vs compulsory playing contexts: Motivational, cognitive, and game experience effects. *Simulation & Gaming* 48(1), 36–55.
- Roesslein, R. I. & Coddling, R. S. 2019. Fraction interventions for struggling elementary math learners: A review of the literature. *Psychology in the Schools* 56(3), 413–432.
- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I. & Chen, M. 2012. Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological science* 23(7), 691–697.
- Siegler, R. S. & Pyke, A. A. 2012. Developmental and Individual Differences in Understanding of Fractions. *Developmental Psychology* 49(10), 1994–2004.
- Tokac, U., Novak, E. & Thompson, C. G. 2019. Effects of game-based learning on students' mathematics achievement: A meta-analysis. *Journal of Computer Assisted Learning* 35(3), 407–420.
- Tuomi, J. & Sarajärvi, A. 2018. Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Uudistettu laitos. Helsinki: Tammi.
- Van Hoof, J., Degrande, T., Ceulemans, E., Verschaffel, L. & Van Dooren, W. 2018. Towards a mathematically more correct understanding of rational numbers: A longitudinal study with upper elementary school learners. *Learning and Individual Differences* 61, 99–108.
- Van Hoof, J., Verschaffel, L., De Neys, W. & Van Dooren, W. 2020. Intuitive errors in learners' fraction understanding: A dual-process perspective on the natural number bias. *Memory & Cognition* 48, 1171–1180.
- Vessonen, T., Väisänen, E., Laine, A. & Aunio, P. 2020. Virtuaalisten ja konkreettisten apuvälineiden käytön vaikutus viidesluokkalaisten murtolukujen oppimiseen. *Oppimisen ja oppimisvaikeuksien erityislehti* 30(4), 72–82.
- Zhang, M. 2015. Understanding the relationships between interest in online math games and academic performance. *Journal of Computer Assisted Learning* 31(3), 254–267.

### **Tutkimusaineisto:**

- Akman, E. & Cakir, R. 2020. The effect of educational virtual reality game on primary school students' achievement and engagement in mathematics. *Interactive Learning Environments*, 1–18.
- Braithwaite, D. W. & Siegler, R. S. 2021. Putting fractions together. *Journal of Educational Psychology*, 1–16.
- Chang, M., Evans, M. A., Kim, S., Norton, A. & Samur, Y. 2015. Differential effects of learning games on mathematics proficiency. *Educational Media International* 52(1), 47–57.

- Fazio, L. K., Kennedy, C. A. & Siegler, R.S. 2016. Improving children's knowledge of fraction magnitudes. *PloS one* 11(10), 1–14.
- Gouet, C., Carvajal, S., Halberda, J. & Peña, M. 2020. Training nonsymbolic proportional reasoning in children and its effects on their symbolic math abilities. *Cognition* 197, 1–14
- Gresalfi, M. S., Rittle-Johnson, B., Loehr, A. & Nichols, I. 2018. Design matters: explorations of content and design in fraction games. *Educational Technology Research and Development* 66(3), 579–596.
- Kim, S., Chang, M., Deater-Deckard, K., Evans, M.A., Norton, A. & Samur, Y. 2017. Educational games and students' game engagement in elementary school classrooms. *Journal of Computers in Education* 4(4), 395–418.
- Martin, T., Petrick Smith, C., Forsgren, N., Aghababayan, A., Janisiewicz, P. & Baker, S. 2015. Learning fractions by splitting: Using learning analytics to illuminate the development of mathematical understanding. *Journal of the Learning Sciences* 24(4), 593–637.
- Masek, M., Boston, J., Lam, C. P. & Corcoran, S. 2017. Improving mastery of fractions by blending video games into the Math classroom. *Journal of Computer Assisted Learning* 33(5), 486–499.
- O'Neil, H. F., Chung, G. K., Kerr, D., Vendlinski, T. P., Buschang, R. E. & Mayer, R. E. 2014. Adding self-explanation prompts to an educational computer game. *Computers in Human Behavior* 30, 23–28.
- Pilli, O. & Aksu, M. 2013. The effects of computer-assisted instruction on the achievement, attitudes and retention of fourth grade mathematics students in North Cyprus. *Computers & Education* 62, 62–71.
- Riconscente, M. M. 2013. Results from a controlled study of the iPad fractions game Motion Math. *Games and Culture* 8(4), 186–214.
- Soni, M. & Okamoto, Y, 2020. Improving children's fraction understanding through the use of number lines. *Mathematical Thinking and Learning* 22(3), 233–243.
- Zhang, L., Shang, J., Pelton, T. & Pelton, L. F. 2020. Supporting primary students' learning of fraction conceptual knowledge through digital games. *Journal of Computer Assisted Learning* 36(4), 540–548.