

Avoimet kvanttisysteemit ja puhdas dekoherenssi

Luk-tutkielma
Turun yliopisto
Fysiikka
2024
Tiia Salokorpi
Tarkastaja:
Jyrki Piilo

Turun yliopiston laatujärjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck-järjestelmällä

Salokorpi, Tiia: Avoimet kvanttisysteemit ja puhdas dekoherenssi

LuK-tutkielma, 17 s.
Fysiikka
Maaliskuu 2024

Tutkielmassa käsitellään teoreettisesti kvantti- ja klassisen maailman rajaa tutkivalta avoimia kvanttisysteemejä ja niihin liittyvää puhdasta dekoherenssia. Tarkoituksena on selvittää avoimen kvanttisysteemin aikakehitys ja käydä läpi siihen liittyvää teoriaa. Johdettuja kaavoja sovelletaan esimerkeillä ja verrataan kirjallisuuteen pohjautuviin tuloksiin.

Systeemi ja ympäristö voivat lomittua, kun ne vuorovaikuttavat keskenään. Lomittumisesta seuraa dekoherenssia, joka havaitaan tiheysmatriisin aikakehityksen matriisialkioissa. Puhtaassa dekoherenssissa systeemi vuorovaikuttaa ympäristönsä kanssa, mutta vuorovaikutuksessa ei siirry energiaa. Tällöin kyseinen ilmiö on täysin kvanttimekaaninen vaikuttaen vain tiheysmatriisin aikakehityksen ei-diagonaalsiin alkioihin.

Avoimen kvanttisysteemin aikakehitystä kuvataan masteryhtälöillä. Kyseiset yhtälöt kuvaavat erityisesti systeemin tiheysmatriisin aikakehitystä. Masteryhtälöiden avulla pystytään tarkastelemaan systeemin kehitystä, vaikka se olisi lomittunut ympäristönsä kanssa, sekä havaitsemaan dekoherenssin ilmeneminen. Tutkielmassa johdetaan lyhyesti Lindblad muotoinen masteryhtälö ja siitä esitetään esimerkki dissipatiolle.

Puhdasta dekoherenssia tarkastellaan lopuksi kirjallisuuteen pohjautuvilla tuloksilla. Niihin liittyvä keskeinen teoria ja koejärjestely esitellään lyhyesti, jonka jälkeen teoriaa sovelletaan ja tehdään johtopäätöksiä dekoherenssin luonteesta.

Asiasanat: kvanttimekaniikka, avoin kvanttisysteemi, puhdas dekoherenssi, markovinen prosessi, ei-markovinen prosessi, lomittunut tila, masteryhtälö

Sisällys

Johdanto	1
1 Kvanttisysteemin tilat	2
1.1 Puhdastila	2
1.2 Lomittunut tila	2
1.3 Sekoitettu tila	4
2 Masteryhtälö	5
2.1 Lindbladin masteryhtälö	7
2.2 Masteryhtälö dissipaatiolle	7
3 Puhdas dekoherenssi	9
4 Fotoni implementaatio	9
4.1 Teoria	9
4.2 Koejärjestely	11
4.3 Tulokset	12
5 Yhteenveto	15

Johdanto

Kvanttisysteemin täydellinen eristäminen on usein mahdotonta, joten kvanttifysikassa avoimien kvanttisysteemien ymmärtäminen ja soveltaminen on erityisen tärkeää. Avoimen systeemin kehityksen ja stokastisten prosessien klassisen tavan ymmärtämisen välillä on vahva matemaattinen ja fysikaalinen yhteys. Avoimien systeemien kehitystä ei voida kuvata unitaarisella aikaevoluutiolla, toisin kuin suljettujen systeemien kehitystä. [1]

Kun systeemi vuorovaikuttaa ympäristönsä kanssa, se on avoin. Lisäksi, kun avoin kvanttisysteemi ja sen ympäristö ovat lomittuneet, ilmenee dekoherenssia. [2] Dekoherenssi kuvaa ympäristön aiheuttamaa kvanttikoherenssin häviämistä, ja sitä ymmärtämällä pystytään paremmin tutkimaan klassisen- ja kvanttimaailman välistä rajaa. Dekoherenssi on myös tärkeässä roolissa kvantti-informaation ja tulevaisuuden teknologian kehittämisessä. Tämän vuoksi avoimien systeemien aikakehitystä on tärkeä ymmärtää. Aikakehitystä voi kuvata esimerkiksi masteryhtälöillä, jotka ovat tiheysmatriisin liikeyhtälöitä. [1]

Normaalisti dekoherenssista seuraa, että energia siirtyy ympäristön ja systeemin välillä. Puhutaan puhtaasta dekoherenssista, kun kyseistä energiansiirtoa ei tapahdu. Puhtaan dekoherenssin uskotaan olevan yksi tärkeimmistä avaintekijöistä useiden klassisen- ja kvanttimaailmojen välisten erojen ymmärtämisessä, kuten esimerkiksi miksi superpositiota ei havaita makroskooppisesti erotettavilla tiloilla. [3]

1 Kvanttisysteemin tilat

1.1 Puhdastila

Systeemiä voidaan kuvata puhtailla kvanttitiloilla, jos systeemi on kvantttilassa, joka on täysin tunnettu [2]. Puhdasta tilaa kuvataan yleisesti kaavalla

$$|\Psi\rangle = \sum_n c_n |\phi_n\rangle, \quad (1)$$

jossa $|\Psi\rangle$ on tilavektori, kertoimet c_n ovat tilavektorin kompleksisia komponentteja ja $|\phi_n\rangle$ kuvaa tilan kantaa [4]. Esimerkki puhtaan tilan tunnetusta tilavektorista:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle,$$

jossa $|0\rangle$ ja $|1\rangle$ kuvaavat tilavektorin kantoja [2]. Toisin sanoen puhtailla tiloilla on aina selkeät ja tunnetut tilavektorit [4] ja ne ovat normalisoituja eli [2]:

$$|\langle\Psi|\Psi\rangle|^2 = 1. \quad (2)$$

1.2 Lomittunut tila

Termin 'lomittunut tila' (engl. entangled state) mainitsi ensimmäisenä Erwin Schrödinger. Hänen mukaan kaksi tunnettua systeemiä ovat lomittuneet, kun ne tunnettujen voimien seurauksesta vuorovaikuttavat hetkellisesti toistensa kanssa, ja erottuaan toisistaan kyseisiä systeemejä ei voida enää kuvata samalla tavalla kuin alussa. Schrödingerin mukaan edellä mainittu ilmiö on yksi keskeisimmistä kvanttimekaniikan ilmiöistä, ja se aiheuttaa merkittävän poikkeaman klassiseen ajattelutapaan. [5]

Kun kahta osasysteemiä A ja B kuvataan Hilbertin avaruuksilla, niiden yhdistettyä systeemiä kuvataan osasysteemien Hilbertin avaruuksien tensoritulona

$$\mathcal{H}^{(AB)} = \mathcal{H}^{(A)} \otimes \mathcal{H}^{(B)}, \quad (3)$$

jossa systeemin A Hilbertin avaruutta kuvaa $\mathcal{H}^{(A)}$, systeemin B Hilbertin avaruutta kuvaa $\mathcal{H}^{(B)}$ ja niiden yhdistetyn systeemin Hilbertin avaruutta kuvaa $\mathcal{H}^{(AB)}$. [4]

Kvanttitilan sanotaan olevan lomittunut, jos se kuuluu edellä esitettyyn yhdistettyyn systeemiin, mutta sitä ei voida ilmaista osasysteemien tilavektoreiden tensoritulona

$$|\psi\rangle \neq |\varphi^{(A)}\rangle \otimes |\varphi^{(B)}\rangle, \quad (4)$$

kun osasysteemien A ja B tilavektoreille pätee $|\varphi^{(A)}\rangle \in \mathcal{H}^{(A)}$ ja $|\varphi^{(B)}\rangle \in \mathcal{H}^{(B)}$. [1]

Stewart Bell mainitsi ensimmäisen kriteerin tilojen lomittumiselle [6]. Hänen mukaansa jokaista lomittunutta tilaa vastaan on olemassa Bellin epäyhtälö, joka rikkoutuu. Tämän vuoksi on olemassa sarja mittauksia ja tuloksia, joiden perusteella voidaan olla varmoja, että tila on lomittunut. [7] Bellin epäyhtälö on muotoa

$$|\langle ab\rangle - \langle ac\rangle| \leq 1 - \langle bc\rangle, \quad (5)$$

jossa $\langle ab\rangle$, $\langle ac\rangle$ ja $\langle bc\rangle$ ovat tulosten a , b ja c korrelaatioita. [8]

Bellin tila esimerkiksi kahden spin-1/2 partikkelin tapauksessa on

$$|\psi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2 + |\downarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2), \quad (6)$$

jossa $|\uparrow\rangle$ kuvaa tilannetta, jossa spin on ylös, ja vastaavasti $|\downarrow\rangle$ kuvaa tilannetta, jossa spin on alas. Alaindeksit 1 ja 2 kuvaavat eri spin-1/2 partikkeleita. Bellin epäyhtälö spin-1/2 partikkelin tapauksessa sanoo, että jos ensimmäisen partikkelin mittauksen tulokseksi saadaan spin ylös, niin siitä seuraa että toisen partikkelin mittauksen tulokseksi saadaan spin alas. Informaatio partikkelien välillä ei kuitenkaan kulje valoa nopeammin, vaan lomittunut kvantttila kuvaa kahden hiukkasen ei-lookalia kvantttilaa, eli informaatio ei siirry partikkelien välillä fyysisesti. [2]

Operaattorin jälki (engl. trace) on sama asia kuin summa operaattorin matriisiesityksen diagonaalikomponenteista. Jälki operaattorista \mathbf{A} määritellään seuraavasti

$$\text{Tr}\mathbf{A} = \sum_n A_{nn}, \quad (7)$$

jossa jälkeä kuvaa merkintä Tr ja operaattoria kirjain \mathbf{A} . [4]

Osittainen jälki (engl. partial trace) systeemille B voidaan laskea kaavalla

$$\text{Tr}_B \boldsymbol{\rho}_{AB} = \sum_k \langle k^{(B)} | \boldsymbol{\rho}_{AB} | k^{(B)} \rangle, \quad (8)$$

jossa $\boldsymbol{\rho}_{AB}$ on osasysteemien A ja B yhdistetyn systeemin tiheysmatriisi ja $|k^{(B)}\rangle$ kuvaa Hilbertin avaruuden $\mathcal{H}^{(B)}$ kantaa. Osittaisen jäljen avulla voidaan laskea redusoitu tiheysmatriisi (engl. reduced density matrix) systeemille A kaavalla [4]:

$$\boldsymbol{\rho}_A = \text{Tr}_B \boldsymbol{\rho}_{AB}. \quad (9)$$

1.3 Sekoitettu tila

Sekoitettua kokonaisuutta voidaan kuvata puhtaiden tilojen konveksisena kokonaisuutena [9], eli sekoitettua kokonaisuutta voidaan ajatella puhtaiden kokonaisuuksien sekoituksena [10]. Systeemiä kuvataan sekoitetulla tilalla, kun siitä ei ole riittävästi tietoa. Tällöin jokaisen sekoitetun kokonaisuuden puhtaan tilan todennäköisyys on suurempi kuin nolla, eli puhtaasta tilasta tunnetaan vain sen todennäköisyys. Todennäköisyydet kuvaavat havaitsijan tietämättömyyttä systeemin kvanttitilasta. [2] Kyseinen yhdistelmä tiloja, jotka riippuvat todennäköisyyksistä, kutsutaan tilojen sekoitukseksi. Niistä seuraavaa tulosta kutsutaan sekoitetuksi tilaksi. [4]

Sekoitettu tila tulee olla selkeästi erotettavissa puhtaan tilan superpositiosta [2]. Sekoitettuja tiloja ei voida ilmaista tietyllä tilavektorilla, kun taas superpositio tuottaa määrätyn tilavektorin. Näin ollen sekoitettuja tiloja tulee kuvata tiheysmatriisilla

$$\boldsymbol{\rho} = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, \quad (10)$$

jossa $|\psi_i\rangle$ kuvaa puhdasta tilaa ja p_i sitä vastaavaa todennäköisyyttä. [4] Kun kaikki todennäköisyydet summataan yhteen, tuloksen tulee olla 1

$$\sum_i p_i = 1. \quad (11)$$

Puhtaan tilan tiheysmatriisi on siis $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ ja puhtaalle tilalle pätee aina $\rho^2 = \rho$.

Tiheysmatriisille pätee yleisesti

$$\rho^\dagger = \rho$$

$$\rho \geq 0,$$

eli tiheysmatriisi on hermiittinen ja positiivinen. [1]

Sekoitetulle tilalle pätee aina $p_i^2 < p_i$, ja tiheysmatriisin 'puhtautta' voidaan tutkia tiheysmatriisin jäljen avulla. [2] Tiheysmatriisin neliön jäljelle pätee yleisesti

$$\text{Tr}(\rho^2) \leq 1,$$

ja jos kyseessä on puhdas tila, tiheysmatriisin neliön jäljen arvoksi saadaan 1. Kyseessä on sekoitettu tila, jos tiheysmatriisin neliön jäljen arvo on pienempi kuin 1. [9]

2 Masteryhtälö

Masteryhtälö kuvaa redusoidun tiheysmatriisin kehitystä ajassa, sekä ympäristön vaikutusta tutkittavaan systeemiin. Ympäristön vaikutuksen vuoksi avoimen systeemin masteryhtälö on epä-unitaarinen, eli systeemin aikakehitystä ei voida kuvata Schrödingerin yhtälöllä. [2]

Lindblad muodossa olevat masteryhtälöt ovat täyspositiivisia [11]. Täyspositiivisuus tarkoittaa sitä, että positiivisen kartan (engl. positive map) Φ_t tensoritulo identiteettimatriisin kanssa $\Phi_t \otimes \mathbf{1}$ kartoittaa kaikki yhdistetyn systeemin operaattorit positiivisiin operaattoreihin kaikilla dimensioilla. Edellä mainittu tensoritulo voidaan ajatella operaattorina, joka operoi paikallisesti ensimmäiseen kahdesta laajalle levinneestä systeemistä vaikuttamatta toiseen systeemiin. [1]

Kraussin hajotelman (engl. Kraus representation) mukaan kartta, joka on täys-

positiivinen ja säilyttää jälkensä, voidaan kirjoittaa muodossa

$$\rho \rightarrow \sum_k M_k \rho M_k^\dagger, \quad (12)$$

jossa M_k kuvaa matriisia, jolla on N riviä ja N saraketta, kun N on Hilbertin avaruuden dimensio. [12] Kun tiheysmatriisin jälki on 1, niin pätee kaava

$$\sum_k M_k M_k^\dagger = \mathbf{1}, \quad (13)$$

jossa symboli $\mathbf{1}$ kuvaa yksikkömatriisia [13]. Systeemin karttaa on usein järkevää kuvata edellä esitetyllä tavalla, sillä silloin ei tarvitse ottaa huomioon koko ympäristöä ja sen vaikutusta, sillä operaattorit operoivat vain systeemin Hilbertin avaruudessa [4].

Myös tiheysmatriisin aikakehitys voidaan esittää Kraussin hajotelman mukaan

$$\rho(t) = \sum_k M_k(t) \rho(0) M_k^\dagger,$$

jossa $\rho(t)$ kuvaa tiheysmatriisia ajanhetkellä t ja $\rho(0)$ kuvaa tiheysmatriisia ajanhetkellä $t = 0$ [13]. Yllä esitetystä muodosta voidaan myös johtaa Lindblad-Gorini-Kossakowski-Sudarshan [14, 15] (LGKS) masteryhtälö [13].

Dynaamista karttaa käytetään, kun halutaan tutkia systeemin S dynamiikkaa ottamalla huomioon vain tarpeellinen informaatio ympäristöstä E . Masteryhtälöiden tapauksessa redusoitu tiheysmatriisi lasketaan yleensä dynaamisen kartan avulla

$$\rho_S(t) = \mathbf{V}(t) \rho_s(0), \quad (14)$$

jossa dynaamista karttaa kuvaa symboli $\mathbf{V}(t)$. Dynaaminen kartta on operaattori, joka vaikuttaa toiseen operaattoriin, joten sitä kutsutaan superoperaattoriksi. [2]

Kaavaa (14) kutsutaan myös redusoidun tiheysmatriisin yleisimmän muodon masteryhtälöksi. Näin ollen täytyy myös päteä

$$\mathbf{V}(t) \rho_s(0) = \text{Tr}_E \{ \rho_{SE}(t) \} = \text{Tr}_E \{ \mathbf{U}(t) \rho_{SE}(0) \mathbf{U}^\dagger(t) \},$$

jossa operaattori $\mathbf{U}(t)$ kuvaa unitaarista operaattoria yhdistetylle systeemille. [2]

2.1 Lindbladin masteryhtälö

Lindbladin masteryhtälö on avoimen systeemin malli ja se kuvaa systeemin kehitystä lyhyen aikaintervallin yli. Kyseinen yhtälö on pätevä, kun tilojen lomittuminen 'katoaa' ympäristössä pikaisesti. [4] Lindblad muotoisten masteryhtälöiden pohjana on edellytys, että redusoidut tiheysmatriisit säilyttävät positiivisuutensa, eli seuraava kaava pätee [2]:

$$\langle \psi | \rho_S(t) | \psi \rangle \geq 0. \quad (15)$$

Lindbladin masteryhtälö avoimelle systeemille S on muotoa

$$\frac{d}{dt} \rho_S(t) = \frac{1}{i\hbar} [\mathbf{H}, \rho_S] + \sum_k (L_k \rho_S L_k^\dagger - \frac{1}{2} \{L_k^\dagger L_k, \rho_S\}), \quad (16)$$

jossa \hbar on redusoitu Planckin vakio, $[\mathbf{H}, \rho_S]$ on avoimen systeemin S hamiltonin \mathbf{H} ja redusoidun tiheysmatriisin ρ_S kommutaattori ja $\{L_k^\dagger L_k, \rho_S\}$ on antikommutaattori. Lindblad-operaattoria kuvaa merkintä L_k , jonka yksikkö on $t^{-\frac{1}{2}}$. Kyseinen operaattori kuvaa systeemin S dynaamisia ilmiöitä. [4]

2.2 Masteryhtälö dissipaatiolle

Eräs esimerkki Lindbladin masteryhtälöstä voidaan esittää kaksitasoiselle kvanttisysteemille. Systeemi, jolla on kaksi tilaa Hilbertin avaruudessa, on yksinkertainen malli kvanttisysteemistä. Kyseinen systeemi voi olla esimerkiksi atomi, jonka tilat ovat viritystila $|e\rangle$ ja perustila $|g\rangle$. Systeemin masteryhtälö Lindblad muodossa ympäristön ollessa nollalämpötilassa on

$$\frac{d}{dt} \rho_S(t) = \dot{\rho} = \gamma(\sigma_- \rho_S(t) \sigma_+ - \frac{1}{2} \{\sigma_+ \sigma_-, \rho_S(t)\}), \quad (17)$$

jossa γ kuvaa dekoherenssin nopeutta. [1] Kaksitasoisen atomin elektronin siirtymistä virittyneeltä tilalta perustilalle kuvaa operaattori σ_- ja elektronin siirtymistä perustilalta viritystilalle kuvaa operaattori σ_+ . Kyseisessä tapauksessa tapahtuu

vain emissiota, eli elektroni voi siirtyä vain viritystilalta perustilalle, sillä systeemin ympäristön oletetaan olevan nollalämpötilassa. Sigmaoperaattorit määritellään seuraavasti [1]

$$\sigma_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = |g\rangle\langle e| \quad (18)$$

$$\sigma_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = |e\rangle\langle g|. \quad (19)$$

Kun kantojen $|e\rangle$ ja $|g\rangle$ oletetaan olevan ortonormaaleja ja kaavaan (17) sijoitetaan kaavojen (18) ja (19) ket-bra muodot sekä lasketaan antikommutaattori, kaava (17) saadaan muotoon

$$\dot{\rho}_S = \gamma(|g\rangle\langle e|\rho_S|e\rangle\langle g| - \frac{1}{2}|e\rangle\langle e|\rho_S - \frac{1}{2}\rho_S|e\rangle\langle e|), \quad (20)$$

josta voidaan laskea aikakehityksen tiheysmatriisin alkioita. Esimerkkilasku tiheysmatriisin aikakehityksen ensimmäisestä alkioista:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{ee} &= \langle e|\dot{\rho}|e\rangle \\ &= \gamma(-\frac{1}{2}\langle e|\rho_S|e\rangle - \frac{1}{2}\langle e|\rho_S|e\rangle) \\ &= -\gamma\langle e|\rho_S|e\rangle. \end{aligned}$$

Tiheysmatriisin kaikki alkioita:

$$\dot{\rho}_{ee} = -\gamma\langle e|\rho_S|e\rangle \quad (21)$$

$$\dot{\rho}_{gg} = \gamma\langle e|\rho_S|e\rangle \quad (22)$$

$$\dot{\rho}_{ge} = -\frac{\gamma}{2}\langle g|\rho_S|e\rangle \quad (23)$$

$$\dot{\rho}_{eg} = -\frac{\gamma}{2}\langle e|\rho_S|g\rangle. \quad (24)$$

Kaavat (21) ja (22) ovat diagonaali-alkioita ja kaavat (23) ja (24) ei-diagonaali-alkioita. Diagonaali-alkioista voidaan havaita emissio kaavan (21) edessä olevasta miinusmerkeistä. Dekoherenssin ilmeneminen havaitaan ei-diagonaali-alkioiden miinusmerkeistä.

3 Puhdas dekoherenssi

Dekoherenssi on peruuttamaton, kontrolloimaton ja jatkuva systeemin ja sen ympäristön lomittuneisuuden muoto, jossa systeemi 'menettää' informaatiota ympäristölleen. [3]

Puhtaassa dekoherenssissa systeemi luovuttaa informaatiota ympäristölle niin, että energia ei kuitenkaan vaihdu systeemin ja ympäristön välillä. Tällöin ympäristö vaikuttaa vain koherenssiin, eli dekoherenssi on täysin kvanttimekaaninen ilmiö. [2] Puhdasta dekoherenssia kutsutaan myös vaihekoherenssin menetykseksi (engl. dephasing) [3].

Puhtaan dekoherenssin tapauksessa kaavan (16) masteryhtälö on muotoa

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{\rho}_S(t) = \frac{1}{i\hbar}[\mathbf{H}, \boldsymbol{\rho}_S] + \Gamma[\sigma_z\boldsymbol{\rho}_S\sigma_z - \frac{1}{2}\{\sigma_z\sigma_z, \boldsymbol{\rho}_S\}], \quad (25)$$

jossa oikean puolen toinen termi Γ kuvaa dekoherenssia ja sen nopeutta, eli eksponentiaalista ei-diagonaalisten termien häviämistä. Kaavan (16) muodossa Linblad-operaattoria vastaa nyt termi σ_z , joka on Paulin operaattori

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (26)$$

joka aiheuttaa vaihehyppyjä. Kaavan (26) Paulin operaattori σ_z ei siis muuta todennäköisyyksiä, mutta kvanttikoherenssit muuttuvat, eli ei-diagonaalialkiot muuttuvat. [2]

4 Fotoni implementaatio

4.1 Teoria

Avoimen systeemin siirtymistä markovisen ja ei-markovisen dynamiikan välillä voidaan tarkastella kontrolloimalla ympäristön alkuperäistä tilaa. Markovisessa pro-

sessissa tilojen välinen erotettavuus heikkenee ja systeemi menettää informaatiota ympäristölleen, eli kvanttiominaisuudet katoavat. Ei-markovisessa prosessissa tilojen erotettavuus vahvistuu ja syteemi saa informaatiota ympäristöltään, eli kvanttiominaisuudet säilyvät. [16]

Jäljen etäisyys kuvaa kahden tilan erotettavuutta ja on hyödyllinen ei-markovisten prosessien mittauksessa. Jäljen erotus määritellään kaavalla

$$D = \frac{1}{2} \text{Tr} |\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|, \quad (27)$$

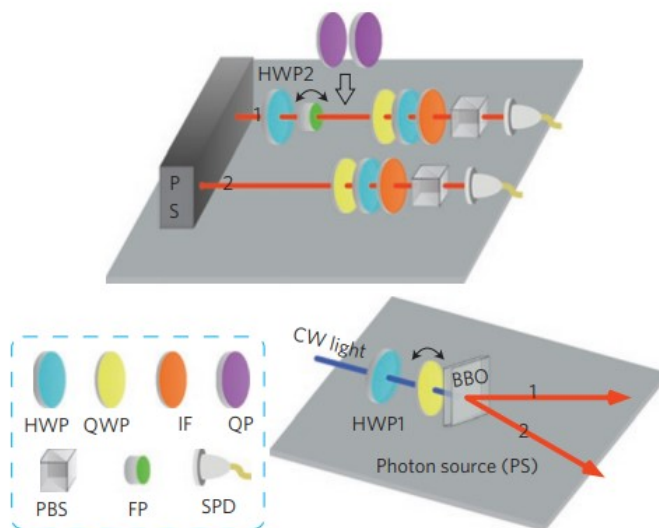
jossa $\boldsymbol{\rho}_1$ ja $\boldsymbol{\rho}_2$ kuvaa kahden eri tilan tiheysmatriiseja. Jäljen erotusta voi ajatella tiheysmatriisien metrisenä etäisyytenä ja kahden kvanttitalan erotettavuuden mittarina. [16]

Täyspositiivisille kartoille ja jäljen erotukselle pätee epäyhtälö

$$D(\boldsymbol{\rho}_1(t), \boldsymbol{\rho}_2(t)) \leq D(\boldsymbol{\rho}_1(0), \boldsymbol{\rho}_2(0)), \quad (28)$$

kun $\boldsymbol{\rho}_1(t) = \Phi_t \boldsymbol{\rho}_1(0)$ ja $\boldsymbol{\rho}_2(t) = \Phi_t \boldsymbol{\rho}_2(0)$. Tästä seuraa, että jos suoritettava operaatio säilyttää jäljen, kahden tilan erotettavuus ei voi vahvistua verrattuna aikaan $t = 0$. Hetkellinen jäljen erotettavuuden kasvaminen merkitsee, että systeemi saa takaisin informaatiota ympäristöltään. [16]

4.2 Koejärjestely



Kuva 1. Koejärjestely ja laitteet : HWA: puoliaallonjakaja, QWP: neljännesaaltolevy, IF: häiriösuodatin, QP: kidelevy, PBS: polarisoiva säteenjakaja, FP: Fabry–Pérot kaviteetti, SPD: fotonin havaintin [17]

Kokeellisessa järjestelyssä avoimena systeeminä toimii fotonin polarisaatio ja systeemin kanssa lomittuneena ympäristönä toimii taajuuden vapausasteet. Valon lähteenä käytetään ultraviolettiaargon-ioni laseria. Kidelevyt (BBO) tuottavat kaksi mielivaltaista puhdasta kvanttitilaa, eli kuvan 1 punaiset nuolet 1 ja 2. Fabry–Pérot kaviteettia voidaan kääntää horisontaalisesti ja näin ollen säätää kulmaa θ . Kaviteetin jälkeen oleva häiriösuodatin suodattaa enintään kaksi siirtohuippua (engl. transmission peaks). [17]

Polarisoivaa säteenjakajaa, puoliaallonjakajaa ja neljännesaaltolevyä käytetään fotonin tilan analysoimiseen. Puoliaallonjakaja HWP2 ja horisontaalisesti käännetty Fabry–Pérot kaviteetti valmistavat ensimmäiset fotonin 1 tilat $|\psi_{1,2}(0)\rangle = |\varphi_{1,2}\rangle \otimes |\mathcal{X}\rangle$, kun tensoritulon ensimmäistä elementtiä kuvaa yhtälö

$$|\varphi_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle \pm |V\rangle), \quad (29)$$

jossa horisontaalista polarisoitunutta tilaa kuvaa $|H\rangle$ ja vertikaalisesti polarisoitunutta tilaa kuvaa $|V\rangle$. Ympäristön tila on

$$|\mathcal{X}\rangle = \int d\omega f(\omega)|\omega\rangle, \quad (30)$$

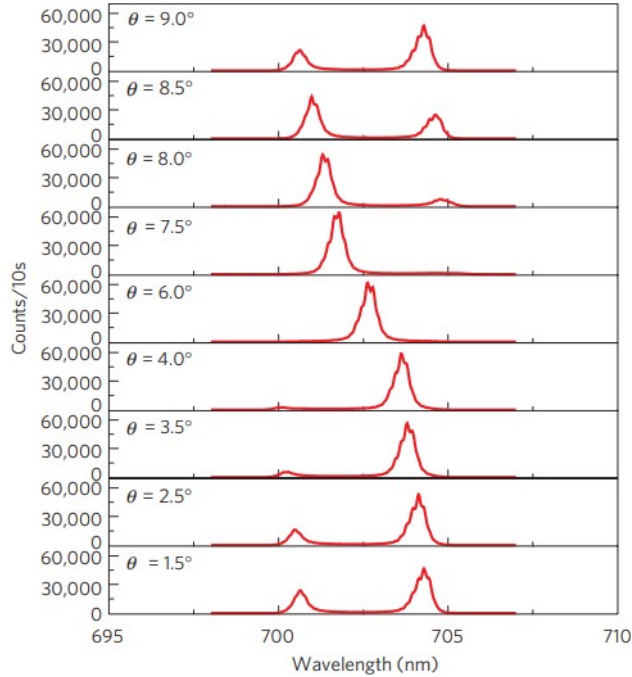
jossa amplitudia kuvaa $f(\omega)$ ja fotonin taajuutta ω . [17]

Kvartsilevy aiheuttaa dekoherenssia. Sen unitaarioperaattori on

$$\mathbf{U}(t)|\lambda\rangle \otimes |\omega\rangle = e^{in_\lambda\omega t}|\lambda\rangle \otimes |\omega\rangle, \quad (31)$$

jossa λ kuvaa horisontaalista ja vertikaalista polarisaatiota H ja V, ja valon taitekerroin on n_λ . Dekoherenssia ilmenee, kun taitekertoimen erotus $\Delta n = n_V - n_H$ on suurempi kuin nolla.

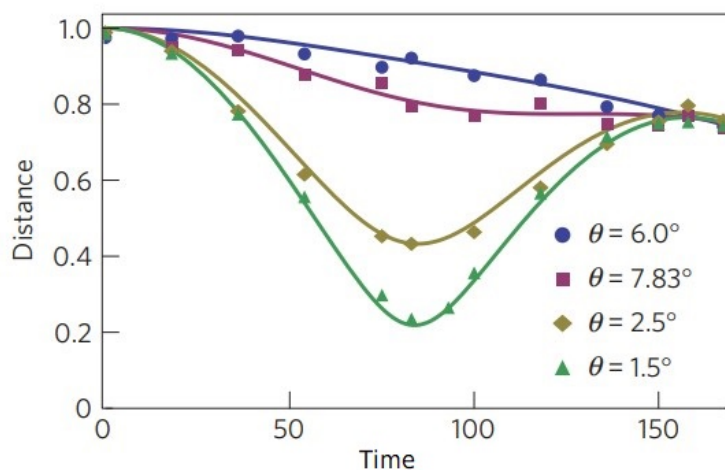
4.3 Tulokset



Kuva 2. Taajuusjakaumia eri kulmille θ . [17]

Kuvasta 2 huomataan Fabry–Pérot kaviteettin kulman θ vaikuttavan taajuusjakauman ominaisuuksiin ja näin ollen myös ympäristön alkuperäiseen tilaan $|\mathcal{X}\rangle$. Pienen-

tämällä kaviteetin kulmaa havaitaan, että taajuusjakaumien piikkien välinen suhteellinen amplitudi A_θ pienenee, eli toinen piikeistä häviää. Edellä esitetty implikoi ei-markovisen prosessin vähenemiseen kunnes prosessi muuttuu taas markoviseksi, joka huomataan kuvasta 2 taajuusjakaumien suhteellisen amplitudien kasvamisesta kulman ollessa noin 3.5° . [17]



Kuva 3. Systemin siirtyminen markovisen ja ei-markovisen dynamiikan välillä neljällä eri kulmalla θ . Y-akselilla jäljen erotus D ja x-akselilla aika mielivaltaisella yksiköllä. (Kuvaa muokattu) [17]

Siirtymistä markovisen ja ei-markovisen dynamiikan välillä havainnollistaa kuva 3. Selkeinten kyseisen siirtymisen näkee kuvan 3 vihreästä kuvaajasta, jossa mitauspisteitä on merkattu vihreillä kolmioilla. Kun Fabry–Pérot kaviteetin kulma on $\theta = 1.5^\circ$, vihreä kuvaaja laskee ensin jyrkästi ja noin puolivälissä x-akselia kuvaaja kääntyy taas nousuun. Kun käyrä laskee, informaatio virtaa ympäristöön, ja kun käyrä nousee, informaatio virtaa ympäristöstä takaisin systeemiin.

Kulman $\theta = 2.5^\circ$ kohdalla kyseinen ilmiö voidaan myös havaita kuvasta 3 selkeästi, mutta kuvaaja on loivempi kuin kulman $\theta = 1.5^\circ$ kuvaaja. Kulman $\theta = 7.83^\circ$ tapauksessa kuvaaja on huomattavasti edellistä loivempi ja kulman $\theta = 6.0^\circ$ tapauksessa kuvaaja käyttäytyy monotonisesti, eli systeemi edellä mainitussa tapauksessa

menettää kvanttiominaisuuksiaan jatkuvasti ja dynamiikka on puhtaasti markovinen. [17]

Masteryhtälön ratkaisu on kartta, joka kertoo miten tiheysmatriisin alkiot muuttuvat. Kyseisestä kokeesta saatu täyspositiivinen kartta on muotoa

$$\Phi_t = \begin{cases} |H\rangle\langle H| \mapsto |H\rangle\langle H| \\ |V\rangle\langle V| \mapsto |V\rangle\langle V| \\ |H\rangle\langle V| \mapsto \kappa^*(t)|H\rangle\langle V| \\ |V\rangle\langle H| \mapsto \kappa(t)|V\rangle\langle H|, \end{cases} \quad (32)$$

jossa $\kappa(t)$ on ajasta riippuva dekoherenssifunktio ja $\kappa^*(t)$ sen kompleksikonjugaatti. Dekoherenssifunktio määritellään kaavalla

$$\kappa(t) = \int d\omega |f(\omega)|^2 e^{i\omega\Delta nt}, \quad (33)$$

joka on taajuusjakauman Fourier-muunnos. [17]

Saatu tiheysmatriisi on muotoa

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \kappa^*(t)\rho_{12}^*(0) \\ \kappa(t)\rho_{21}(0) & \rho_{22} \end{pmatrix}. \quad (34)$$

Kaavasta (32) huomataan, että vain kaavan (34) tiheysmatriisin ei-diagonaali-alkiot muuttuvat. Ei-diagonaali-alkioiden muuttuminen tarkoittaa, että prosessissa kaikki koherenssit ovat täysin kvanttimekaanisia ilmiöitä, eli kyseessä on puhdas dekoherenssi ja klassiset todennäköisyydet (diagonaali-alkiot) pysyvät muuttumattomina. Lisäksi kaavasta (34) havaitaan, että dekoherenssifunktio ei vaikuta systeemin energiaan vaan vain systeemin vaiheeseen. Näin ollen prosessissa ei tapahdu energian siirtoa systeemin ja ympäristön välillä. [17]

5 Yhteenveto

Puhtaassa dekoherenssissa ei tapahdu energian siirtoa, vaikka systeemin ja ympäristön välillä siirtyy informaatiota. Tällöin kvanttisysteemi säilyttää kvanttiominaisuutensa, vaikka se on lomittunut ympäristönsä kanssa. Näin ollen prosessi on täysin kvanttimekaaninen.

Kun systeemi on lomittunut ympäristönsä kanssa, sen aikakehitystä tulee kuvata masteryhtälöillä. Niistä saatava ratkaisu on kartta, joka kuvaa tiheysmatriisin alkioiden muuttumista ajan suhteen. Masteryhtälöiden käyttäminen redusoidun tiheysmatriisin aikakehityksen laskemisessa on osoittautunut hyödylliseksi, sillä kyseisten tiheysmatriisien alkiosta voidaan havaita dekoherenssin ilmeneminen sekä klassisten- ja kvanttitodennäköisyyksien muuttuminen.

Kokeellisesti on pystytty osoittamaan, että kaikki kvanttiominaisuudet eivät katoa, vaikka avoin kvanttisysteemi on vuorovaikutuksessa ympäristönsä kanssa. Systeemin kvanttiominaisuuksien säilymiseen pystytään vaikuttamaan ympäristön manipuloinnilla, jolloin dynamiikka siirtyy markovisen ja ei-markovisen dynamiikan välillä.

Kvanttiominaisuuksien säilymisen ja puhtaan dekoherenssin tutkiminen vie lähemmäksi kvantti- ja klassisenmaailman välisen rajan ymmärtämistä. Kyseisen rajan ymmärtäminen tuo taas monia hyötyjä muun muassa tulevaisuuden teknologian kehittämisessä, sekä edesauttaa syventämään käsitystämme kvanttimekaniikasta.

Viitteet

- [1] H.-P. Breuer ja F. Petruccione, *The theory of open quantum systems*, 1. publ. in paperback ed. (Clarendon Press, 2009).
- [2] M. Schlosshauer, *Decoherence and the Quantum-To-Classical Transition, Frontiers Collection* (Springer Berlin Heidelberg, 2007).
- [3] R. Alicki, *Open Systems & Information Dynamics* **11**, 53 (2004).
- [4] B. Schumacher ja M. D. Westmoreland, *Quantum processes, systems, and information* (Cambridge University Press, 2010).
- [5] E. Schrödinger, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **31**, 555 (1935).
- [6] J. S. Bell, *Physics Physique Fizika* **1**, 195 (1964).
- [7] B. M. Terhal, *Theoretical Computer Science* **287**, 313 (2002).
- [8] A. Peres, *Quantum Theory: Concepts and Methods, Fundamental Theories of Physics* (Springer Netherlands, 1995).
- [9] L. E. Ballentine, *Quantum mechanics: a modern development*, repr ed. (World Scientific, 2010), p. 52.
- [10] J. J. Sakurai ja J. Napolitano, *Modern quantum mechanics*, 2. ed. (Addison-Wesley, Pearson, 2011).
- [11] D. Davidović, *Quantum* **4**, 326 (2020).
- [12] J. Kempe, kirjassa *Quantum decoherence: Poincaré Seminar 2005*, No. v. 48 in *Progress in mathematical physics*, toimittanut B. Duplantier, J.-M. Raimond, V. Rivasseau ja I. H. Poincaré (Birkhäuser, 2007).

- [13] A. K. Rajagopal, A. R. U. Devi ja R. W. Rendell, *Physical Review A* **82**, 042107 (2010).
- [14] V. Gorini, A. Kossakowski ja E. C. G. Sudarshan, *Journal of Mathematical Physics* **17**, 821 (1976).
- [15] G. Lindblad, *Communications in Mathematical Physics* **48**, 119 (1976).
- [16] H.-P. Breuer, E.-M. Laine ja J. Piilo, *Physical Review Letters* **103**, 210401 (2009).
- [17] B.-H. Liu, L. Li, Y.-F. Huang, C.-F. Li, G.-C. Guo, E.-M. Laine, H.-P. Breuer ja J. Piilo, *Nature Physics* **7**, 931 (2011).