

Matematiikanopettajien koulutusohjelmien kansainvälistä ja kansallista vertailua

Pro gradu -tutkielma

Visa Saarinen

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Turun yliopisto

Kevät 2019

Turun yliopiston laatujärjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck -järjestelmällä.

Sisällys

1 Johdanto	1
2 Pedagogisen sisältötieto ja MKT-viitekehys.....	4
2.1 Pedagoginen sisältötieto PCK	4
2.2 MKT-viitekehys	5
3 Matematiikanopettajien koulutuksen vertailua kansainvälisesti	7
3.1 TEDS-M tutkimus.....	8
3.1.1 Tutkimustulosten mittaaminen	10
3.1.2 Tutkimusten lopputulosten läpikäyntiä	13
3.1.3 TEDS-M -tutkimuksen yli- ja alisuoriutujia	16
3.2 Itä-Aasian maissa toteutettu matematiikan opettajakoulutus	18
3.2.1 CHC-maiden matematiikan opettajakoulutus yleisesti	19
3.2.2 Matematiikanopettajien koulutusohjelmien rakenne CHC-maissa	21
3.2.3 CHC-maiden tarjoamat koulutusohjelmat suhteessa Suomen koulutusohjelmiin	23
3.2.4 Koulutusohjelmiin liittymättömät tekijät.....	24
4 Matematiikan aineenopettajakoulutus Suomessa	27
4.1 Didaktinen matematiikka	28
4.2 Matematiikanopettajan koulutuksen uudistaminen Itä-Suomen yliopistossa Mika Koposen väitöstutkimuksen pohjalta.	29
4.2.1 Väitöstutkimuksen toteutus.....	29
4.2.2 Väitöstutkimuksen tuloksia.....	31
5 Turun yliopiston ja Itä-Suomen yliopiston matematiikanopettajan koulutusohjelmien vertailua	36
5.1 Turun yliopiston ja Itä-Suomen yliopiston matematiikanopettajan kandidivaiheen opetusohjelmien vertailua	37
5.1.1 Itä-Suomen yliopiston kandidiohjelma	37
5.1.2 Turun yliopiston kandidiohjelma	40
5.2 Turun ja Itä-Suomen yliopistojen matematiikanopettajan maisterivaiheen opetusohjelmien vertailua	40
5.2.1 Itä-Suomen yliopiston maisteriohjelma	40
5.2.2 Turun yliopiston maisteriohjelma	42
5.3 Yhteenvetoa ja mainintoja Suomen muiden yliopistojen matematiikanopettajien koulutusohjelmien erityispiirteistä.....	43
6 Kysely Turun yliopiston matematiikanopettajien opetusohjelmasta ja kyselyn tulosten analysointia	45
7 Loppupäätelmiä	50
8 Kehitysehdotuksia Turun yliopiston matematiikanopettajan koulutusohjelman uudistamiseen	52
9 Viitteet	53

1 Johdanto

Kansainvälisesti on toteutettu merkittävä määrä tutkimuksia, joiden mukaan oppilaiden oppimisprosessissa opettajat ovat kaikkein vaikuttavimpia kouluun liittyviä tekijöitä (mm. Clotfelter, Ladd, & Vigdor, 2010; Harris & Sass, 2011). Myös laajemmissa meta-analyyseissä on saavutettu tuloksia, jotka painottavat opettajan merkittävää roolia opiskelijan oppimisprosessissa (mm. Hattie 2013). Kansainvälisissä opiskelijoiden matematiikan tason, kuten PISA-tulosten, vertailuissa on myös käynyt ilmi, että testeissä menestyvien maiden opiskelijoiden korkea matematiikan taso kulkee käsikädessä maan opettajien korkean matemaattisen ja pedagogisen osaamisen tason kanssa (mitattu TEDS-M tutkimuksessa [Krainer, Hsieh, Peck, Tatto; 2015]). National Research Council:n mukaan opetuksen kehitysideoiden onnistuminen riippuu loppujen lopuksi siitä, kuinka opettaja pystyy omaksumaan uusia ideoita ja välittämään niitä opetuksensa kautta oppilaille. Täten opetuksen kehitys palautuu lopulta opettajien koulutukseen (National Research Council 2010, s. 1). Näistä syistä on ensiarvoisen tärkeää, että opettajien koulutus on tasa-arvoista ja mahdollisimman kattavaa sekä laadukasta. Tutkielmassani selvitän matematiikanopettajien koulutusohjelmien eroavuuksia, puutteita ja vahvuuksia sekä kansallisella että kansainvälisellä tasolla ja pyrin löytämään syitä näihin eroavuuksiin. Tältä pohjalta pohdin erojen mahdollisia vaikutuksia matematiikanopettajien koulutuksen laatuun ja pyrin poimimaan eri opetusohjelmista hyviksi todettuja käytäntöjä. Lisäksi pohdin mahdollisuutta hyödyntää tutkimuksissa hyviksi havaittuja koulutuskäytäntöjä Turun yliopiston matematiikanopettajien koulutuksen kehitystyössä.

Matematiikanopettajien koulutusohjelmat eroavat jo Suomen sisällä korkeakouluittain huomattavasti ja vielä suurempi ero on havaittavissa, kun korkeakoulujen tarkastelu ulotetaan kansainväliselle tasolle. Suomessa matematiikanopettajien koulutusohjelmissa on yleisellä tasolla havaittu puutteita jo kauan aikaa sitten. Esimerkiksi vuonna 2004 julkaistiin artikkeli, jonka mukaan Suomessa toteutettavat matematiikanopettajan koulutusohjelmat olisivat puutteellisia. Yhdeksi ratkaisuksi näihin haasteisiin ehdotettiin didaktisen matematiikan sisällyttämistä opintoihin (Enkenberg, Savolainen, Väisänen & Ahonen 2004). Artikkelissa tuodaan esille kehitysehdotuksia, joilla matematiikan koulutusohjelmat vastaisivat paremmin työelämän haasteisiin. Kuitenkaan vielä lähes viidentoista vuoden jälkeen ei radikaalia muutosta matematiikanopettajien koulutusohjelmissa yleisellä tasolla ole ollut nähtävissä, vaikka kehitystä on kyllä tapahtunut. Yksi tutkielman tavoitteista

onkin vastata kysymykseen, millä tavalla sekä kansainvälisiä että kansallisia tutkimustuloksia voisi hyödyntää Turun yliopiston matematiikanopettajien koulutusohjelman kehittämisessä.

Kappaleessa 2 käsittelen matematiikanopettajan koulutuksen eroavuuksia ja haasteita kansainvälisellä tasolla. Tavoitteenani on löytää ja jäsentää koulutusmetodeja, jotka ovat tutkitusti todettu hyväksi, pohtia niiden hyvyyteen vaikuttavia tekijöitä ja arvioida koulutusmetodien mahdollista hyödyntämistä. Matematiikanopettajien koulutusta on tutkittu paljon kansainvälisellä tasolla ja uusia tulevien opettajien opetusmenetelmiä kehitetään koko ajan. Kansainvälisissä tutkimuksissa on muun muassa havaittu, että opettajat, jotka ovat joutuneet kulkemaan raskaan ja haastavan yliopistomatematiikan polun, omaavat paremman käsityksen myös koulumatematiikan olemuksesta. Yhdysvaltojen opetusministeriö julistikin, että ”korkeatasoinen opetus vaatii opettajalta syvää opettavan aineen ymmärrystä, siitä ei ole epäilystä” (U.S. Department of Education). Yhdysvaltalaisissa tutkimuksissa on todettu jo vuosituhannen taitteessa, että esimerkiksi matematiikan opettajat, joilla on hyvä ymmärrys yliopiston analyysistä, pystyvät opettamaan lukiossa jatkuvuuden ja derivoituvuuden niiden oikeissa merkityksissä. Kuitenkin joidenkin tutkimusten mukaan, vaikka puhtaan matematiikan kurssien suurella määrällä onkin positiivinen vaikutus työssä pärjäämiseen, tietyn kynnyksen jälkeen puhtaan matematiikan kurssien määrän lisääminen ei vahvista opettajan tietämystä enää samassa määrin (Darling-Hammond, 2000). Tämän kynnyksen jälkeen ammatilliseen osaamiseen tähtäävällä opetuksella vaikutti olevan suurempi vaikutus opettajan työtehokkuuteen, kuin sillä, kuinka korkealle tasolle he olivat muodollisesti matematiikkaa opiskelleet.

Kansainvälistä tutkimusta tarkasteltaessa on kuitenkin otettava huomioon kulttuuriset tekijät ja ymmärrettävä, ettei toisissa maissa toimivia koulutuskäytänteitä voi välttämättä suoraan jäljitellä oman maan opetusohjelmiin. Tämä on erityisen tärkeää, kun tarkastellaan tutkimuksia, joita ei ole tehty länsimaissa, vaan esimerkiksi Aasiassa. Kulttuuritekijöiden merkitystä erityisesti Itä-Aasian maiden opettajankoulutusta tutkittaessa käsittelen tarkemmin kappaleessa 2.2.

Vuonna 2017 Itä-Suomen yliopistossa valmistui väitöskirja (Koponen, 2017), joka käsitteli matematiikanopettajien koulutusta Suomessa ja jonka tavoitteena oli aikaansaada konkreettisia muutoksia Itä-Suomen yliopiston matematiikanopettajan opetusohjelmaan. Väitöstutkimuksen lopputulos oli sama kuin aikaisemmankin Suomessa tehdyn tutkimuksen: lähes poikkeuksetta valmistuneet opettajat eivät kokeneet koulutuksen vastaavan työn haasteita parhaalla mahdollisella tavalla. Suomessa toteutettavan matematiikanopettajien koulutuksen haasteita ja ongelmia sekä

syitä niihin käsittelen kattavammin luvussa 3. Koposen väitöstutkimuksen pohjalta Itä-Suomen yliopistossa on ryhdytty konkreettisiin toimiin matematiikanopettajan opetusohjelman muokkaamisessa. Kappaleessa 4 tulen vertaamaan Itä-Suomen ja Turun yliopistojen matematiikanopettajien koulutusohjelmia, havainnoin niiden eroavuuksia ja pohdin mahdollisuutta hyödyntää väitöstutkimuksen tuloksia kehittäessä Turun yliopiston matematiikanopettajien koulutusta. Tämän lisäksi otan koulutusohjelmien vertailuun mukaan muutaman erityismaininnan myös muista Suomessa matematiikanopettajan koulutusta tarjoavista yliopistoista saavuttaakseni mahdollisimman laajan vertailun moninaisuuden.

Jotta voisin ehdottaa konkreettista kehitysehdotusta nimenomaan Turun yliopiston matematiikanopettajien koulutukseen, koin, etten voisi tukeutua vain muualla tehtyihin tutkimuksiin, vaan tarvitsisin myös suoraa palautetta Turun yliopistossa opiskelevilta matematiikanopettajaopiskelijoilta. Tästä syystä tein Turun yliopiston matematiikanopettajaopiskelijoille opetusohjelmaa käsittelevä kyselylomakkeen. Kappaleessa 5 käydään läpi kyselyn toteutus ja analysoidaan kyselyn tuloksia kokonaisuutena. Kyselylomakkeen avulla oli tarkoitus kerätä tietoa siitä, kuinka optimaalisena Turun yliopistossa vielä opiskelevat opettajaopiskelijat koulutusohjelmaansa pitävät. Kyselylomakkeen analysoinnin sekä laajan kirjallisuuskatsauksen pohjalta kappaleessa 6 esitetään mahdollisia kehitysehdotuksia Turun yliopiston matematiikanopettajien koulutusohjelmaan. Kappaleessa 6 käydään läpi myös loppupäätelmät matematiikanopettajien koulutusohjelmista yleisesti ja pohditaan niiden kehitystä ja tulevaisuutta niin kansainvälisellä kuin kansallisella tasolla.

2 Pedagogisen sisältötieto ja MKT-viitekehys

Tässä kappaleessa esittelen kaksi tutkielmani kannalta erittäin oleellista käsitettä: pedagogisen sisältötiedon ja MKT-viitekehysten sekä avaam hieman näiden käsitteiden historiallista taustaa.

2.1 Pedagoginen sisältötieto PCK

80-luvulla alkoi kasvamaan mielenkiinto tutkia sekä opettajien pätevyyttä opetustyössä että erilaisia metodeja, joilla pystyisi kehittämään opettamisen tehokkuutta. Lee Shulman ehdotti, että hyvän opettajan tulisi omata muutakin kuin pelkästään ainekohtaista tietämystä ja pedagogista yleisosaa, jotta pystyisi opettamaan mahdollisimman tehokkaasti ja ymmärrettävästi. Vuonna 1986 Shulman esitteli uuden kasvatustieteellisen termin: pedagoginen sisältötieto PCK (Pedagogical Content Knowledge) (Hashweh, 2005). Shulmanin mukaan opettajalla tulisi olla sekä opetettavan aineen että pedagogiikan yhdistetty osaaminen. Alun perin PCK:lla oli kaksi alakategoriaa: opetuksen esiletuonnin taito ja oppimisvaikeuksien tunnistamisen sekä niiden ylitsepääsemisen kyky. Vuotta myöhemmin Shulman kehitti mallin, jossa oli seitsemän eri kategoriaa, joista PCK oli yksi. Uusi malli jäi kuitenkin vajavaiseksi, koska Shulman ei ottanut huomioon kategorioiden välistä vuorovaikutusta. Shulmanin hahmotelmaa on kritisoitu myös sen tulkinnanvaraisesta kategorioiden määrittelystä (Ball ym. 2008, Hashweh, 2005), joka johtaa sekaannukseen yleisten pedagogisten taitojen ja PCK:n välille. Meredithin (1995) mukaan Shulmanin määritelmä PCK:lle ilmaisee vain yhden pedagogiikan alueen, joka on yhteydessä tietynlaiseen jo olevan tiedon representaatioon. Meredith ehdotti, että oppilailla oppijoina on tietynlainen sisäänrakennettu pätevyys muodostaa oma ymmärrys aiheesta, mutta Shulmanin PCK:n määrittely ei näytä sisällyttävän vaihtoehtoisia näkökulmia opettamiseen. Puutteista huolimatta Shulman oli kuitenkin aloittanut tärkeän opetuskäytänteitä ja opettajankoulutusta kuvaavan käsitteistön kehitystyön, joka lopulta johti tänä päivänä ja myös tässä tutkielmassa käytettävien systemaattisen analysoinnin mahdollistavien työkalujen luontiin.

Meredithen mukaan vanha PCK:n määritelmä johti opetusmetodeihin, joilla opettaja selitti proseduurin, kun puolestaan opiskelijat opettelivat vain käyttämään sitä. Tällöin opettajan rooliksi voitiin ajatella vain matematiikan tiedon välittäminen ei niinkään ymmärryksen helpottaminen. Shulmanin vanhan mallin eri kategorioiden välinen vuorovaikutus oli jätetty huomioimatta

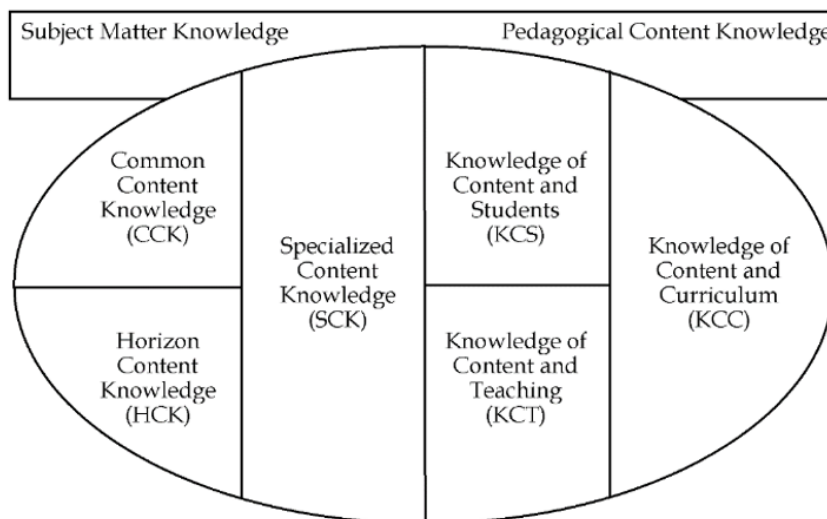
olettamalla, että opettamisen taito oli enemmän staattista kuin dynaamista. (Hashweh, 2005; Fennema & Franke, 1992). Fennema ja Franke totesivat, että opettajalta vaadittava tietotaito useasti vaihteli esimerkiksi luokahuoneessa tapahtuvan vuorovaikutuksen seurauksena, jolloin tietotaito oli dynaamista ja tapauskohtaista enemmän kuin staattista ja perustavanlaatuista. Heidän mukaansa opettajan tietotaidon sisältö voitiin jakaa neljään osaan: opetettavan aineen sisällön osaamiseen, pedagogiikan osaamiseen, oppilaiden ymmärtämiseen ja opettajan uskomuksiin. Tämän mallin painopisteenä oli opetettavalle aineelle erityislaatuinen tietotaito, jota voitiin pitää dynaamisena, koska se esiintyi erilaisena erilaisissa luokahuoneen konteksteissa. Tässä mallissa PCK muodostui käytännössä opettajien opettamisen menetelmien tietotaidosta, kuten esimerkiksi tehokkaiden opetusstrategioiden suunnittelusta, luokahuonerutiineista, käyttäytymisen hallinnan tekniikoista ja motivointitekniikoista. Fenna ja Franke näkivät opetuksen luonnostaan interaktiivisena ja dynaamisena ja he ehdottavat, ettei tällöin yksi yksittäinen yleisen opettamisen alakategoria näytelisi poikkeuksellisen tärkeää roolia matematiikan opettamisen tehokkuudessa. Tässä tutkielmassa PCK:lla viitataan nimenomaan uusimpaan, Fennan ja Franken kehittämään, käsitteeseen.

2.2 MKT-viitekehys

Rowland, Turner, Thwaites ja Huckstep (2009) kehittivät Shulmanin käsitteellistämisen teorian pohjalta oman laajemman viitekehysten nimeltä tietotaidon nelikon käsitteellistäminen (Knowledge Quartet Conceptualization). Päätaavoitteena oli tutkia ainekohtaisen tiedon ja PCK:n välistä yhteyttä jäsentämällä peruskoulun opettajan luokahuonetoimintaa. He toteuttivat yksityiskohtaisen analyysin opettajaopiskelijan pitämästä oppitunnista ja loivat näin opettajan tietotaidon viitekehysten (Rowland ym. 2009). Tutkijat ehdottivat, että viitekehystä voitaisiin käyttää luokiteltaessa opettajan toimintaa yleisessä luokahuonetilanteessa. PCK:n uudempi variantti TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge) ottaa huomioon myös teknologisten apuvälineiden tehokkaan hyödyntäminen opetuksessa (Koehler M.J., Mishra P., Kereluik K., Shin T.S., Graham C.R. 2014).

Shulmanin teorian pohjalta on kehitetty myös viimeaikaisin lupaava teoreettinen matematiikanopettamisen viitekehys, johon on jäsennelty korkeatasoiseen matematiikan opettamiseen tarvittavan tieson eri osa-alueet: matematiikan opettamisen tieto MKT (Mathematical Knowledge for

Teaching) (Ball ym. 2008). Viitekehyksessä on jaettu opettajien tieto kuuteen osaan, joista kolme on matemaattisia ja kolme pedagogiikkaan liittyviä (kts kuva 1). Tämän viitekehysten avulla esimerkiksi Koposen väitöstutkimuksessa havainnoitiin, kuinka kutakin viitekehysten osa-alueita painotetaan matematiikanopettajien koulutuksen aikana. Tutkimuksen mukaan yleinen sisällön tieto CCK oli saanut suuremman painotuksen koulutuksen aikana kuin muut osa-alueet. Se kuinka viitekehysten eri alueita painotetaan, on koulutusohjelmakohtaista, mutta erittäin tärkeää ja perimmäistä tietoa kun vertaillaan jo käytössä olevia koulutusohjelmia tai suunnitellaan opettajien koulutusohjelmia tulevaisuudessa. Tutkielmassani jäsentelen opettajankoulutusta koskevat tulokset ja omasta kyselylomakkeesta saamani havainnot tähän samaan viitekehykseen, jotta mahdollistan systemaattisen koulutuksen vertailun ja havainnoinnin.



Kuva 1. Matematiikan opettamisen tieto (MKT) osa-alueet. Alkuperäinen kuva Ball ym. 2008

3 Matematiikanopettajien koulutuksen vertailua kansainvälisesti

Even ja Ball tiivistävät opettajien koulutuksen haasteet ja tavoitteet hyvin artikkelissaan (2009): "kaikki maat kohtaavat haasteita kouluttaessaan ja ylläpitäessään korkeatasoisia opettajia, jotka pystyvät opettamaan matematiikkaa tehokkaasti, auttavat nuoria ihmisiä kohti menestyksestä aikuisuutta ja osallistuvat samalla yhteiskunnan kehitykseen". Se mitä nämä haasteet ja tavoitteet konkreettisesti tarkoittaa, eroaa suuresti maapallon eri alueilla. Tästä syystä maidenvälisen vertailun tarve on erittäin suuri myös matematiikan ja matematiikanopettajien koulutuksen tutkimuksen saralla. Samaan aikaan kun kansainvälisissä tutkimuksissa on pureuduttu eri maiden matematiikanopettajien koulutusohjelmiin ja malleihin, huomiota on kiinnitetty myös koulutusohjelmissä käytettyihin metodeihin, sisältöihin ja ylipäätään matematiikan opetukseen koulussa.

Tutkittaessa kansainvälisiä tutkimustuloksia on tärkeää huomioida mahdollisimman kattavasti tutkittavien maiden kulttuuriset eroavuudet. Tällöin pystytään määrittämään, kuinka laajasti ja kattavasti toisesta kulttuurista opittua tietoa on mahdollista hyödyntää omassa kulttuurissa. Suurimpana haasteena laajoissa kansainvälisissä opettajankoulutukseen keskittyvissä tutkimuksissa onkin ollut nimenomaan taloudellisen ja kulttuurillisen kontekstin huomioon ottaminen, jotta eri maiden tulokset olisivat vertailukelpoisia. Näihin haasteisiin on kuitenkin kehitetty toimivia standardoivia menetelmiä, kuten tutkimustulosten suhteuttaminen maan inhimillisen kehityksen indeksiin (Blömeke 2011, s. 19).

Vielä 2000-luvun alkupuolella kansainväliset vertailevat tutkimukset matematiikan opetuksesta kohdistuivat lähinnä oppilaiden tietojen ja uskomusten mittaamiseen. 2000-luvulla kuitenkin myös opettajien koulutuksen tutkimuksen määrä on lisääntynyt. Kehitys kulminoitui laajaan matematiikan opettajien koulutusta vertailevaan tutkimukseen TEDS-M:n (The Teacher Education and Development Study in Mathematics), joka tehtiin vuosien 2008 ja 2011 välillä. Tämän tutkimuksen pohjalta tehtyyn kirjallisuuteen tutustumme tarkemmin kappaleessa 2.1. Myös muut uudet tutkimukset ovat kasvattaneet ymmärrystä siitä, mikä on tärkeää matematiikanopettajien koulutuksessa (Baumert ym. 2010; Hill ym. 2007; Schmidt ym. 2011; Tatto 2008; Tatto ym. 2010). Nämä tutkimukset ovat vahvistaneet käsitystä siitä, että ollakseen menestyksekkäs työssään, opettaja tarvit-

see valmennusta, joka käsittelee sekä matematiikan tietoa että tietoa oppilaiden oppimisprosesseista ja matematiikan pedagogiikasta. (National Research Council 2010, s. 123). Tässä kappaleessa tavoitteenani on poimia kansainvälisessä tutkimuksessa esille tulleita hyväksi todettuja matematiikanopettajan koulutuksen käytäntöjä ja pohtia sitä, miksi ne ovat toimineet hyvin ja voisiko niitä hyödyntää myös Suomessa. Kappale on jaettu kahteen osioon, joista ensimmäisessä käsitellään TEDS-M-tutkimusta, tarkastellaan tämän tutkimuksen tulosten yleistä luonnetta ja arvioidaan tutkimustulosten pätevyyttä koulutusohjelmien tason mittarina. Toisessa osiossa tutustutaan Itä-Aasian maiden matematiikanopettajakoulutukseen ja havainnoidaan sen eroavuuksia maanosan sisällä ja pohditaan mahdollisten uusien kansainvälisissä tutkimuksissa hyväksi todettujen koulutusohjelmien käytänteiden soveltamista Suomessa.

3.1 TEDS-M tutkimus

TEDS-M tutkimuksen (The Teacher Education and Development Study in Mathematics) tavoitteena oli kerätä kansainvälisesti merkittävä määrä kvalitatiivista ja kvantitatiivista dataa sekä eri maiden opetusinstituutioista että niiden tavoista kouluttaa matematiikanopettajia. Tutkimuksen päätavoitteena oli selvittää erilaisten koulutusohjelmien vaikutusta opettajien tietotaitoon ja näin määritellä paras mahdollinen matematiikanopettajien koulutusohjelma. Tutkimuksessa vertailtiin myös eri koulutusohjelmien vaativuutta. Näitä tuloksia hyödyntäen pyrittiin lisäämään ymmärrystä siitä, minkälaiset koulutuskäytännöt olisivat kaikkein parhaimpia kouluttaessa tehokkaita ja tasokkaita opettajia. (National Research Council 2010, p. 124). Tutkimuksessa vertailtiin, kuinka tehokkaasti peruskoulun opettajat kykenevät opettamaan matematiikkaa eriävissä opetustilanteissa (mm. ryhmäkoon tai ryhmän matematiikan tietotaidon tason vaihdellessa) opettajien koulutusohjelmastaan saatujen tietojen pohjalta. Tutkimuksen lopputulokset mahdollistavat opettajien koulutusohjelmia vertailun maissa, joissa oppilaiden opintomenestys on ollut eriävää ja tutkia, löytyykö opettajien koulutusohjelmista selittäviä tekijöitä opiskelijoiden opinnoissaan menestymiseen. TEDS-M:n tavoite oli korvata myytit siitä, miten, milloin ja mitä opettajille tulisi koulutusohjelmassa opettaa faktoilla ja tutkimuksiin pohjaavilla johtopäätöksillä. TEDS-M oli ensimmäinen kansainvälisesti merkittävä tutkimus, jossa vertailtiin nimenomaan matematiikanopettajien koulutusta ja tästä syystä siihen pohjautuva kirjallisuus on isossa osassa tutkielmassani. Tutkimukseen kerättiin dataa

23 000:lta tulevalta matematiikan opettajalta 17 eri maasta. Suomi ei ollut mukana tutkimuksessa. Tutkimuksen tarkoituksena ei ollut ainoastaan tutkia, miten peruskoulun matematiikan opettajat ovat valmistautuneet opettamiseen koulutuksensa aikana, vaan myös havainnoida eri maiden välisiä koulutusohjelmien eroja ja niiden vaikutusta opettajan työssä pärjäämiseen ja oppilaiden menestymiseen. Tutkimuksessa keskityttiin tutkimaan opettajien koulutuksen ja institutionaalisten käytäntöjen suhdetta tulevien matematiikanopettajien matematiikan sisällön ja opettamisen hallitsemiseen (Krainer, Hsieh, Tatto, Peck 2015).

Tutkijat myös onnistuivat kehittämään työkalut, joilla pystyttiin mittaamaan tulevien opettajien matematiikan sisältötietoa MCK (Mathematics Content Knowledge) ja matemaattisen pedagogiikan sisältötietoa MPCK (Mathematics Pedagogy Content Knowledge) kansainvälisellä tasolla. Tästä huolimatta tutkimuksen tulosten vertailu on monimutkainen prosessi, jossa päädyttiin ottamaan huomioon muun muassa inhimillisen kehityksen indeksi (HDI) (Blömeke 2011 p. 19). Blömeken tutkimuksen mukaan jotkin maat suoriutuivat odotettua paremmin vertailtaessa tutkimustuloksia ja toiset puolestaan huonommin. Suhteutettuna HDI:hin alisuoriutujia olivat Norja, USA ja Chile ja puolestaan menestyjiä olivat muun muassa Taiwan ja Venäjä. Tutkimustulosten pohjalta Norja ja Chile ovat alkaneet muuttaa opettajien koulutussysteemiä. Taiwanin koulutusjärjestelmästä on puolestaan otettu mallia, tutkittu sen vahvuuksia ja heikkouksia sekä pohdittu mahdollisuutta kehittää oman maan järjestelmää Taiwanin järjestelmän pohjalta.

TEDS-M tutkimustuloksia myötäillen Anthony ja Walshaw (2009, s. 25) muistuttavat, että kyetäkseen havainnoimaan matematiikkaa koherenttina, järjestelmällisenä ja yhtenäisenä systeeminä, opettajalla on oltava matematiikan hyvän yleisen tietämisen tason. Tämä puolestaan mahdollistaa työelämässä oppilaiden erilaisten ratkaisumethodien ymmärtämisen. Vahvan matematiikan sisällön ja opettamisen tietotaidon omaava opettaja pystyy kehittämään oppilaille matemaattisesti pohjatun ymmärtämisen, ei ainoastaan välittämään ulkoa opeteltua epäkoherenttia tietoa. Myöskin aikaisemmissa tutkimuksissa on todettu, että opettajien MCK-taso on vahvasti verrannollinen heidän oppilaiden osaamiseen (mm. Hill ym. 2005). Nyt siis laajassa kansainvälisessä vertailevassa tutkimuksessa oli saavutettu aikaisempia tutkimustuloksia tukevaa tulosta, josta voimme päätellä, että erittäin suurella todennäköisyydellä opettajankoulutusohjelmassa tulisi pyrkiä siihen, että opettaja-opiskelijalle muodostuisi mahdollisimman systemaattinen ja järjestelmällinen matematiikkakuva.

3.1.1 Tutkimustulosten mittaaminen

Koska TEDS-M on niin merkittävä tutkimus matematiikanopettajankoulutuksen kansainvälisen tutkimuksen saralla ja siihen pohjaavaa kirjallisuutta löytyy paljon, on tärkeää myös havainnoida tutkimuksen mittaamenetelmiä ja arvioida niiden, ja samalla tutkimustulosten, hyvyttä. Tutkimuksessa matemaattisen pedagogiikan sisällön tietämys MPCK oli rajattu tavallista määritelmäänsä kaapeammaksi käsitteeksi mittaamisen helpottamiseksi. Tietämystä mitattiin arviointilomakkeella, jolla testattiin kullekin maalle merkityksellisiä ja tärkeää tietoa. On siis tärkeää huomata, että jo arviointilomakkeita luodessa oli jouduttu tekemään tietynlaisia oletukseen perustuvia sopimuksia, kuten määrittely sille, mitä pidetään merkityksellisenä tietona missäkin maassa ja miksi. Lomake oli jaettu kahteen osaan: MCK:ta ja MPCK:ta mittaavaan osioon. MPCK-testillä mitattiin teoreettista ja kokemusperäistä taitoa, jonka opettajat ovat oppineet opettamisesta koulutuksensa aikana. MPCK-testien viitekehysten luomisessa käytettiin hyväksi aikaisempaa tutkimusta, jossa vertailtiin TIMSS (kansainvälinen matematiikan ja luonnontieteiden oppimisen arviointitutkimus) testissä pärjänneiden maiden tuloksia. Viitekehys oli jaettu kolmeen alakategoriaan:

1) Matematiikan suunnitelmallinen/aikataulutettu tietämys:

Opettajan kyky luoda järkeviä oppimistavoitteita, tunnistaa opetusohjelmien pääkohdat ja nähdä yhteyksiä opintosuunnitelman ja erilaisten tehtävätyyppien valintojen välillä.

2) Matematiikan opettamisen ja oppimisen suunnittelun tietämys:

Taito valita sopivia aktiviteetteja, ennakoida tyypillisiä oppilaan vastauksia sekä väärinkäsityksiä, suunnitella sopivia metodeja matemaattisten ideoiden esittämiseen, yhdistää didaktisia metodeja ja opastavia malleja, identifioida erilaisia lähestymistapoja matemaattisten ongelmien ratkaisuun ja valita erilaisia lähestymistapoja ja välineitä.

3) Matematiikan esittämisen tietämys:

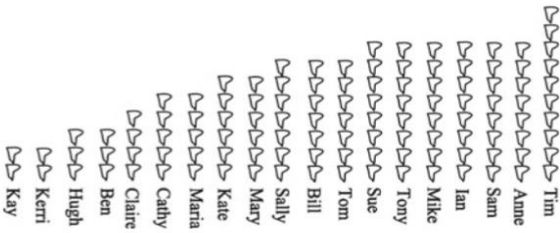
Kyky selittää tai esittää matemaattisia aiheita tai toimenpiteitä, tuottaa hedelmällisiä kysymyksiä, diagnosoida vastauksia, analysoida ja arvioida oppilaiden vastauksia ja perusteluja, analysoida oppilaiden kysymysten sisältöä, vastata odottamattomaan matemaattisiin tapauksiin ja tarjota hyväksyttävää palautetta.

Tutkimuksessa ei resurssien rajallisuuden vuoksi pystytty arvioimaan oikeaa opetustilannetta, joka asettaa hieman kyseenalaiseen valoon tutkimustulosten varauksettoman totuutena pitämisen. Tämän takia myös kirjallisiin kyselylomakkeisiin pohjautuvaa tutkimusmetodia on arvioitu tieteellisesti ja se on todettu näissä puitteissa riittäväksi (Senk ym. 2012; Tatto ym. 2012; Tatto 2013 s 112-113). Opettajien matematiikan opettamisen tietämystä mitattiin kaavakemuotoisilla kyselylomakkeilla, joihin opettajat vastasivat lyhyesti sanallisesti. Kuvan 2 esimerkkitehtävä on alakouluopettajille suunnattu. Tehtävän pisteytysohjeistus on taulukossa 1. On hyvä huomata, että vaikka tehtävä on alakouluopettajille suunnattu, soveltuu se myös yläkoulun ja lukion opettajien koulutuksen arviointiin. Esimerkkitehtävän tarkempi analyysi löytyy TEDS-M julkaisusta (Senk ym. 2012; Tatto ym. 2012; Tatto 2013). Matematiikanopettajien koulutusohjelmien hyvyttä arvioidessa täytyy ensin arvioida mitä hyvällä opettajalla tarkoitetaan ja minkälaista osaamista häneltä odotetaan. Esimerkkitehtävän avulla saamme käsityksen siitä mitä TEDS-M -tutkimuksen yhteydessä hyvän matematiikanopettajan tulisi osata ja voimme arvioida yhtyvätkö nämä arvot myös opettajaihanteisiin Suomessa. Esimerkkitehtävä osoittaa, että tutkimuksessa on testattu nimenomaan matematiikanopettajan kykyä reagoida työelämässä tuleviin haasteisiin, kuten oppilaiden erilaisiin sanallisen tehtävän käsitysten muodostuksiin (ks. kuva 2 ja taulukko 1).

[Mary] drew pictures of her classmates on cards to make this graph.



[Sally] cut out pictures of teeth to make this graph.



From a data presentation point of view, how are the representations alike and how are they different?

Alike: Different:

Kuva 2 Esimerkkitehtävä MFC410

Taulukko 1 Pisteytysohjeet tehtävään MFC410

Code	Response	Item: MFC410
	<i>Correct response</i>	
20	<p>Responses that indicate how the representations are alike AND how they are different</p> <p>'Alike' examples</p> <ul style="list-style-type: none"> • They both show the same data/same number of teeth lost • They are both pictorial representations • They are both forms of bar graphs • They are both skewed in the same direction <p>'Different' examples</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mary has grouped the data/done a frequency tally whereas Sally has not • In Mary's graph each bar or column represents the number of teeth lost, whereas in Sally's graph each column or stack represents a student • Mary's graph is categorized by the number of teeth lost whereas Sally's is person by person 	
	<i>Partially correct response</i>	
10	<p>The 'alike' description is acceptable but the 'different' description is not acceptable, trivial or is missing</p> <p>'Alike' example</p> <ul style="list-style-type: none"> • They both show the same number of teeth lost <p>'Different' example</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mary's is easier to comprehend than Sally's 	
11	<p>The 'different' description is acceptable but the 'alike' description is not acceptable, trivial or is missing</p> <p>'Alike' example</p> <ul style="list-style-type: none"> • They both made graphs about teeth (Trivial) <p>'Different' example</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sally made a column for each student whereas Mary made a column for each number of teeth lost 	
	<i>Incorrect response</i>	
70	<p>Responses that are insufficient or trivial</p> <p>'Alike' examples</p> <ul style="list-style-type: none"> • They are both graphs • Both graphs are about teeth <p>'Different' examples</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mary used numbers, Sally didn't • Mary's is hard to read, Sally's is easier 	
79	Other incorrect (including crossed out, erased, stray marks, illegible, or off task)	
99	Non-response (blank)	

3.1.2 Tutkimusten lopputulosten läpikäyntiä

TEDS-M tutkimuksen ja sen pohjalta tehtyjen uusien tutkimusten yhtenä isona haasteena oli selvittää kuinka mitata opettajien osaamista ilman konkreettisen opetustuokion arvioimista. Erityisen haastavaa oli jaotteluinstrumenttien kehitys ja lopputulosten tasavertainen vertailu eri maiden välillä. Näiden tutkimusta varten kehitettyjen instrumenttien avulla kuitenkin pystyttäisiin arvioimaan jälkepäinkin Suomen matematiikanopettajien tietotaitoa ja samalla tarkastella Suomessa tapahtuvan matematiikanopettajien koulutuksen hyvyttä. TEDS-M-tutkimuksessa käytettiin ankkuripisteitä, joilla pystyttiin skaalaamaan tietotaitoa mittaavat tulokset mielekkäästi. Ankkuripisteitä hyödyntäen, yhdessä TEDS-M:n tehtävien ja pisteytysohjeiden avulla opettajakoulutusohjelmat pystyvät kehittämään rajapyykit tulevien opiskelijoidensa suorituksille. Tutkimuksessa käytetyt tehtävät

on kehitetty kansainvälisessä yhteistyössä ja esittävät täten mielekkäästi kansainväliset standardit (Tatto ym. 2012).

Dataa kerättiin haastattelemalla opettajia ja opettajien kouluttajia, keräämällä tietoa kyselylomakkeilla ja tutkimalla maiden virallisia raportteja. Tutkimuksessa käytettiin kolmea erilaista kyselylomaketta: opettajakoulutuslaitokseen liittyvää kyselylomaketta, opettajakouluttajille suunnattua kyselylomaketta ja tuleville opettajille suunnattua kyselylomaketta. Tutkimuksen lopputulokset kaikessa laajuudessaan löytää TEDS-M:n kansainvälisestä raportista: *Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries* (Tatto ym. 2012). Tutkielmassani käyn läpi kuitenkin vain oman tutkimuskysymyksen kannalta tärkeimmät kansainväliset löydökset ja havainnoin matematiikanopettajien koulutuksen lupaavia käytäntöjä.

Tutkimuksen tulosten perusteella opettajien koulutusohjelman suunnittelu sekä opetusohjelman sisältö ja suuntautuminen saattavat olla suuressa merkityksessä tulevien opettajien taito- ja tietotason tekijöinä. Yleisesti ottaen niissä koulutusohjelmissä, joissa koulutetut opettajat saivat testissä parhaimmat tulokset, oli tiukat valintaperusteet. Koulutukseen sisältyi myös vaativa koulumatematiikan opetusohjelma, säännöllisesti tapahtuvaa suullista ja kirjallista arviointia ja tiukat valmistumisvaatimukset. Myöskin käsitepohjainen ongelmanratkaisu ja aktiivinen oppimisorientaatio näyttävät olevan yhdistävä tekijä hyvin pärjänneillä matematiikan opettajilla. On kuitenkin tärkeää ottaa huomioon, että nämä hyväksi todetut opettajien ominaisuudet ovat sekä koulutusohjelman välittämää että heijastuksia opettajien omasta ajastaan koulun oppilaina. Opettajien koulutus on siis sekä uudistavaa että itseään uusintavaa (Tatto ym. 2012; Tatto ym. painossa). Suomen kontekstissa tämä tulee ottaa huomioon matematiikanopettajien koulutusohjelmia suunniteltaessa, koska tällä hetkellä alueittain vaihteleva matematiikanopettajien koulutus saattaa johtaa alueittain vaihtelevaan opettajien tietotason, joka puolestaan voi vahvistaa alueellista vaihtelua myös matematiikan opetuksen laadussa ja koululaisten matematiikan osaamisessa.

Yleinen johtopäätös analyysissä oli, että tulevat opettajat, jotka pärjäsivät hyvin koulussa ennen opettajankoulutukseen siirtymistä, erityisesti lukiossa, pärjäsivät myös paremmin matematiikan opettamistaitoa mittaavassa testissä. Tämän lisäksi jokaisessa vertailumaassa mahdollisuus oppia sekä yliopistotason matematiikkaa että koulumatematiikkaa, kuten myös mahdollisuus tutusta opettamiseen ja matematiikkaan liittyvään tutkimukseen, vahvistivat opettajien mitattua taitotasoa.

Aikaisempi näkökulma matematiikasta valmiina tieteenä on antanut tilaa uudelle ajattelutavalle, jonka mukaan matematiikka on enemmänkin kehittyvä ja uudistuva tieteenala. Matematiikkaa on koettu jo pitkään opittavan paremmin konseptuaalisella ja tiedustelevalla tavalla (Ernest 1989, s. 250). TEDS-M:n pohjalta tehdyt tutkimustulokset tukevat tätä ajattelumallia. Yleisesti ottaen onnistunut matematiikan opettajien opetusohjelma näytti olevan johdonmukaisesti organisoitu tehokkaan opettajan idean ympärille. Tämän toteutuminen siis vaatisi myös maan sisäisten matematiikan opetusohjelmien koherenttiutta. Peruskoulun opettajille suurin testeissä paljastunut koulutusohjelmaan liittyvä positiivinen tekijä oli mahdollisuus oppia peruskoulutason matematiikan perusteet, kuten funktion ja muuttujan käsitteet erinomaisesti. Samoihin tuloksiin päädyttiin myös Mika Koposen Itä-Suomen yliopiston matematiikan opettajaohjelmaan keskittyneessä tutkimuksessa (Koponen 2017). TEDS-M tuloksia vertailtaessa huomattiin myös, että heikosti menestyvien maiden koulutusohjelmia yhdisti tulevien matematiikan opettajien yleinen käsitys siitä, kuinka matematiikka olisi jäykkä sääntökokoelma, jossa tietyt standardoidut menetelmät ratkaisevat tietynlaiset ongelmat. Tämä huomio tukee yleisemmin hyväksytyä kantaa, jonka mukaan matematiikan opetuksessa tulisi pyrkiä välittämään mahdollisimman kokonaisvaltainen ja eheä looginen kokonaiskuva matematiikasta, jolloin oppilaat tietäisivät oikean vastauksen lisäksi myös sen miksi vastaus on oikein. Tämän itsestään selvänäkin pidettävän käytännön soveltaminen opetukseen on kuitenkin käytännössä huomattavan haastavaa ja sen opettamista tulisi harjoittaa opettajien koulutuksessa aktiivisesti. Faktojen välittämisen lisäksi tulisi opettajien sallia oppilaille mahdollisuus ratkaista ongelma heidän omalla tavallaan. Tämä puolestaan vaatii opettajalta erittäin laajaa ja perusteellista opetettavan matematiikan aiheen hallitsemista. Ongelmana on se, että koulutusohjelmat saattavat tyytyä uusintamaa vanhoja jo hyväksytyjä opettamisen ja oppimisen käytäntöjä sen hetken tarpeisiin riittävinä, jolloin tulevat opettajat päätyvät opettamaan kuten heitä on aikaisemmin opetettu (Tatto 1999).

Yläasteen ja lukion opettajien tapauksessa tietotaidon kasvattajana merkittävimmässä osassa oli mahdollisuus opiskella yliopistotason matematiikkaa, erityisesti geometriaa sekä mahdollisuus lukea ja tutustua matematiikasta ja pedagogiikasta tehtyyn tutkimukseen. (Tatto ym. painossa) Kuten peruskoluopettajien tutkimuksessa, myös korkeamman asteen matematiikanopettajien tuloksia vertailtaessa oli matematiikan kankealla, vain kaavoja ja muistisääntöjä sisällään pitäneellä käsityksellä negatiivinen vaikutus tutkimuksessa mitattuun opettajan taitotasoon.

TEDS-M:n tulosten kattavuus on osittain rajoittunut, eikä vain tämän tutkimuksen pohjalta pysty kertomaan varauksetta korkeatasoisen opettajakoulutuksen vaikutuksista käytännön opettajatyöhön. Tutkimus tarjoaa kuitenkin perustavaa tietoa, jonka pohjalta voidaan tehdä pidemmälle vievää tutkimusta siitä, mitkä elementit takaavat korkeampitasoisen opettajien koulutuksen. Puutteista huolimatta tutkimuksen pohjalta on kehitetty uusia käytänteitä, joiden avulla opettajien koulutusohjelma voitaisiin saada tehokkaammaksi. Hyväksi todettuja käytänteitä on muun muassa korkeakoulujen arvosanojen perusteella tapahtuvan sisäänpääsykynnyksen korottaminen, koska entinen menestys koulussa korreloi vahvasti opettajan tietotaitoa myös valmistumisen jälkeen (Tatto ym. painossa). Myös koulutusprosessin aikana tapahtuvalla arvioinnilla ylläpidetään opiskelumotivaatiota ja varmistetaan opettajaopiskelijoiden tuloksien hyvinä pysyminen. Yksi merkittävä tekijä ammattitaitosten opettajien kouluttamisessa olisi yksinkertaisesti matematiikanopettajien koulutuksen ja työn houkuttelevuuden lisääminen, jolloin joukko, josta karsitaan parhaat, kuten esimerkiksi Taiwanissa, kasvaa. Sinänsä näiden käytäntöjen soveltaminen myös Suomessa tapahtuvaan matematiikanopettajien koulutukseen ei välttämättä olisi kovin suuri haaste ja esimerkiksi sisäänpääsyrajojen nostaminen ei olisi teknisesti ongelmallista, mutta tällöin hakijoita tulisi olisi enemmän.

3.1.3 TEDS-M -tutkimuksen yli- ja alisuoriutujia

Tarkastellaan seuraavaksi TEDS-M tutkimuksessa sekä erinomaisesti että heikosti menestyneitä maita ja vertaillaan näiden maiden opettajakoulutusikäntänteitä Suomen matematiikanopettajien koulutusohjelmaan. Tutkimuksessa heikommin pärjännyt Thaimaa on muuttanut opettajien koulutuksen rakennetta merkittävästi tutkimustulosten julkaisemisen jälkeen. Aikaisemmin koulutuksessa oli tarjottu vain matematiikan sisällön opetusta (MCK). Nyt kuitenkin koulutuslaitokset ovat lisänneet matematiikan opettajien koulutukseen myös matematiikan pedagogisen sisällön opetusta (MPCK).

Norjalaisessa opettajien koulutusohjelmassa oli ennen tutkimukseen osallistumista lisätty yleispedagogiikan (general pedagogy) opetuksen määrää. Mielenkiintoisesti tämä oli kuitenkin ilmeisesti ollut liike väärään suuntaan koska Norja menestyi testissä heikosti suhteutettuna korkeaan HDI-indeksiin. Yleisen pedagogiikan sijaan tulisi lisätä erityisesti matematiikan opettajille suunnattua, heidän ammattitaitonsa kehittämiseen keskittyvää tietotaitoa (Krainer, Hsieh, Peck, Tatto

M.T. 2015 s 112). Tästä tutkimustuloksesta voimme päätellä, että myöskään Suomessa ei mahdollisesti saavutettaisi parempia koulutustuloksia ainoastaan yleisen pedagogisen opetuksen lisäämisellä, vaan ennemminkin siirtämällä koulutuksen painoa erityisesti matematiikanopettajille suunnattuun opetuksen suuntaan.

Chilessä tutkimuksen huonolla lopputuloksella oli suuri vaikutus. Esimerkiksi heikot tulokset kiihdyttivät jo kaavailtujen muutosten, kuten opettajien sisäänpääsykokeiden ja koulutusohjelmien standardoimisen, käyttöönottoa. Tulosten jälkeen päätettiin myös lisätä matemaatikoiden ja matematiikan kouluttajien yhteistyön määrää (Krainer, Hsieh, Peck, Tatto M.T. 2015 s 112).

Taiwan menestyi testissä erinomaisesti ja sai vertailumaiden parhaat pisteet kaikissa mitatuissa osa-alueissa. Taiwanissa opettajan työ on haluttua ja koulutuksessa tapahtuu paljon kasvainta. Opettajan työn houkuttavuutta lisää sen vakaus ja hyvä palkka. Opettajilla tulee olla opetettavan aineen kandidituskinto, jonka jälkeen suoritetaan opettajille suunnattu harjoittelujakson sisältäen pitävä jatkokoulutus. Tämän jälkeen osallistutaan vuosittain järjestettyyn maanlaajuiseen pätevyyskokeeseen (qualification assesment). Tarkemmin Taiwanin ja muiden Itä-Aasian maiden matematiikanopettajien koulutusohjelmia havainnoidaan ja vertaillaan kappaleessa 2.2.

TEDS-M:n pohjalta tehty jatkotutkimus FIRSTMATH pyrkii vastaamaan matematiikanopettajien koulutuksen kehittämisen haasteisiin (Peters, Cowie, Menter 2017, s. 633) FIRSTMATH on tutkimus, joka keskittyy tutkimaan aloittelevien opettajien matematiikan ja sen opettamisen tietotaidon kehittymistä sekä opettajankoulutusta edeltävän valmistautumisen (kuten lukiossa pärjäämisen) ja työssäoppimisen vaikutuksia tietotaidon kehittymiseen. Tutkimuksessa havainnoidaan opettajakoulutuksen ja myöhemmin työssä tapahtuvan oppimisen yhteyttä. Se tutkii tarpeellisena pidetyn tietotaidon ja sen ympärille rakennettujen opetusohjelmien sisältöjä ja sitä, miten ne antavat opettajille eväitä ensimmäiseen muutamaan työvuoteen.

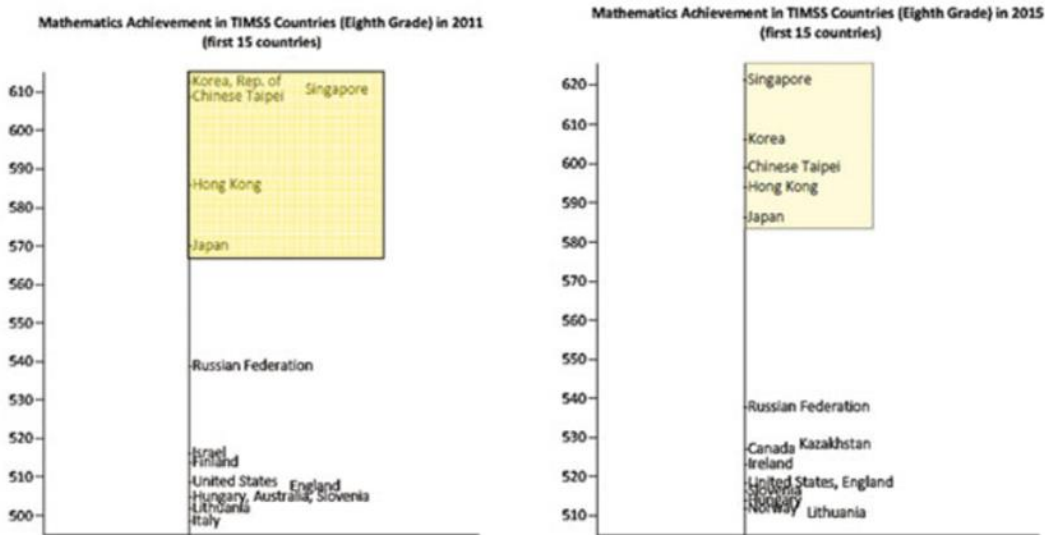
3.2 Itä-Aasian maissa toteutettu matematiikan opettajakoulutus

Itä-Aasian mailla viitataan tässä tutkielmassa alueisiin, jotka ovat kungfutselaisen perimätiedon kulttuurin (the Confucian Heritage Culture, lyhennettynä CHC) vaikutuksen alaisia. Määritelmään sisällytetään Kiina, Hong Kong, Japani, Korea, Singapore ja Taiwan. Nämä maat ovat menestyneet poikkeuksellisen hyvin matematiikan kansainvälisissä oppimista mittaavissa testeissä, kuten PISA:ssa ja TIMSS:ssä ja osittain tästä syystä länsimaissa on tutkittu aktiivisesti, tosin lähinnä näiden maiden opetuskulttuuria, mutta myös opettajien koulutusta. Tutkimusten pohjalta on pyritty parantamaan länsimaisia opetuskäytänteitä ja muun muassa Englannissa on tehty tutkimus, jossa integroimalla CHC:maissa yleisesti käytettyä Mastery Teaching metodia, jossa perehdytään yhteen aiheeseen syvällisesti ennen kuin siirrytään seuraavaan, perinteiseen opetussysteemiin, on saavutettu positiivisia tuloksia oppilaiden matematiikan tietotaidon noususta. (Boyd, Ash 2018). Tämän kaltaisten hyväksi todettujen matematiikan opetusmetodien tutkiminen ja kokeileminen osana suomalaista matematiikanopettajien koulutusohjelmaa on tärkeää. Viime vuosina onkin myös Turun yliopiston koulutustarjontaan sisällytetty kurseja, joissa tutustutaan kansainväliseen tutkimukseen ja perehdytään muun muassa Itä-Aasian maissa käytettyihin opetusmetodeihin.

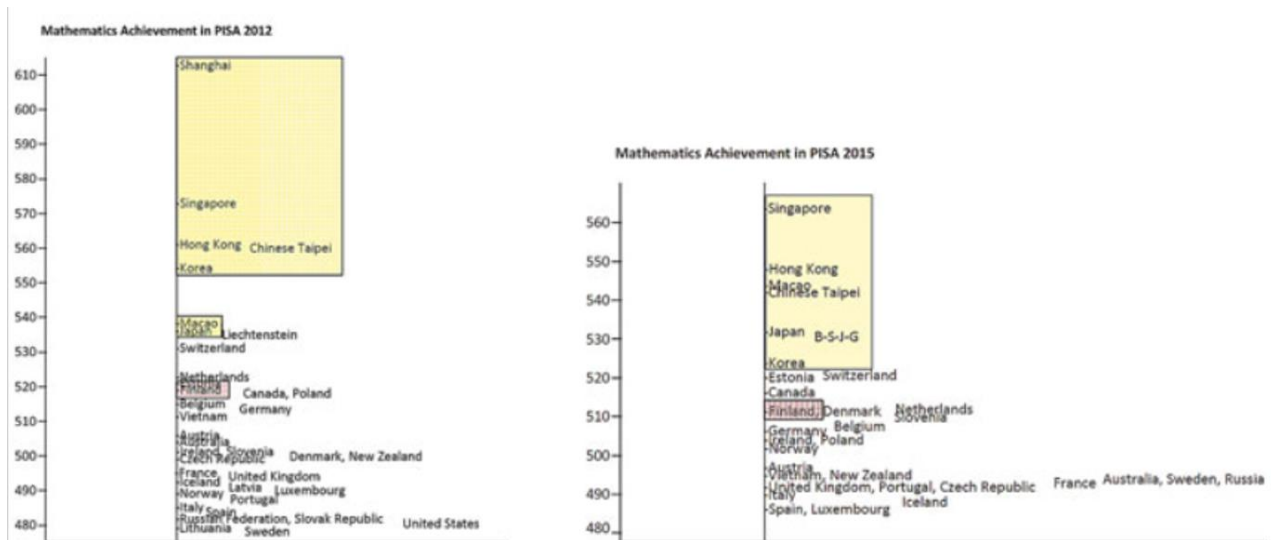
Toisista maista niin opetusmetodeja kuin opettajankoulutusmetodeja jäljiteltäessä suuria haasteita tuo erilaisten kulttuurien huomioonottaminen ja tästä syystä on vaikea sanoa, kuinka hyvin esimerkiksi Kiinan matematiikan opettajien koulutusohjelma soveltuisi Suomen käytäntöihin. Seuraavien kappaleiden aikana syvennytään CHC-maiden kansainväliseen menestykseen matematiikassa, sekä maiden opetusjärjestelyistä tehtyyn tutkimukseen pitäen pääpainon matematiikanopettajien koulutuksessa. Jotkut kasvatuksen käytännöt Itä-Aasian maissa saattavat erota huomattavasti länsimaalaisista ja vaikuttaa jopa vanhanaikaisilta ja ristiriitaisilta. Tämän takia Biggs (1996) otti käyttöön termin kiinalaisen oppijan paradoksi, joka kuvaa tätä ristiriitaista ilmiötä. Siu (2004) jatkoi työtä erittelemällä paradoksin erityisesti opettajia koskevaksi: ”CHC maiden opettajat onnistuvat tuottamaan erittäin positiivisia oppimistuloksia ala-arvoisissa olosuhteissa, joita länsimaiden kouluttajat pitävät erittäin epäluopavina”. Kysymykseen, kuinka opettajat pystytään kouluttamaan moisiin urotekoihin, yritän löytää vastauksen seuraavien kappaleiden aikana. On kuitenkin otettava huomioon, että hyvään opettajien koulutukseen vaikuttavat tekijät ovat kulttuurikohtaisia, eikä niitä voi soveltaa oman maan menettelytapoihin ottamatta kulttuurieroja huomioon.

3.2.1 CHC-maiden matematiikan opettajakoulutus yleisesti

Kuvista 3 ja 4 nähdään, että Itä-Aasian maat ovat sijoittuneet kärkisiin sekä TIMSS että PISA testeissä.



Kuva 3 Itä-Aasian maiden suoritukset TIMSS testissä (keltaisen laatikon sisällä) (Leung F.K. 2017 s 201-204)



Kuva 4 Itä-Aasian maiden suorituksia PISA-testeissä (keltaisen laatikon sisällä) (Leung F.K. 2017 s 201-204)

Lienee selvää, että koska opettajan pätevyys vaikuttaa oppilaiden oppimisprosessiin, on Itä-Aasian maissa matematiikan opettajakoulutuksessa tehty ainakin jotain oikein. CHC-maat muodostavat kuitenkin valtavan suuren kokonaisuuden ja on haastavaa luokitella eri opettajankoulutusohjelmien

tyyppejä, koska opettajia koulutetaan eri tavoilla eriävissä ohjelmissa jo maiden sisälläkin. Näistä haasteista huolimatta tässä tutkielmassa on pyritty muodostamaan mahdollisimman eheä, joskin yksinkertaistettu, kokonaiskuva CHC-maiden matematiikan koulutusohjelmista ja vertaamaan niitä Suomessa käytettyihin ohjelmiin.

CHC-maiden hyväksi todettuja koulutusvaihtoehtoja yhdistää kolme tekijää. Suurin osa opettajan töistä vaatii lain määräämän sertifikaatin, joka kertoo, että opettaja on suorittanut vaadittavan ammatillisen koulutuksen. Tämän lisäksi monissa maissa opettajien täytyy lisäksi läpäistä erillinen työpaikan järjestämä testi. Koulutusohjelmilla on myös pyrkimys tarjota tuleville opettajille sekä eheä matematiikan tietotaitopohja ja pitkälle kehitetty matematiikan lukutaito että korostaa koulumatematiikan kertaamista ja opiskelua. Itä-Aasian maissa uskotaan, että koulumatematiikan syvälinen osaaminen ja vahva ongelmanratkaisukyky ovat hyvän matematiikanopettajan kriittisiä ominaisuuksia (Li ym. 2008, s. 70). Tämän lisäksi kaikista koulutusohjelmista muodostuu loppujen lopuksi samankaltainen kokonaiskuva. Taulukossa 2 on esitelty matematiikan opettajien koulutusohjelmia kohdeyliopistosta Kiinasta, Japanista ja Koreasta.

Taulukko 2 Hahmotelma yläasteen matematiikanopettajien (secondary mathematics majors) koulutusohjelmien tarjoamista kursseista valituissa yliopistoissa

	Mathematics (%) (required and elective) (e.g. Linear algebra, number theory, real analysis, complex analysis, differential geometry, topology, probability and statistics)	Mathematics education (%) (e.g. Methodology of mathematics education, curriculum in mathematics education, problem solving and mathematics competition)	General pedagogy (%) (e.g. Philosophy of educational and history of education, curriculum and evaluation, educational method and technology, educational psychology)	Teaching practicum (%)	General or other courses (%) (e.g. Foreign language, health and sports subjects)
China ¹	41	8	10	12	29
Japan ²	33	15	16	10	26
Korea ³	30	6	13	3	48

¹East China Normal University

²Hiroshima University

³Specified by the MOE of Korea (minimum units. Most students take more mathematics, mathematics education and general education courses)

Kuten taulukosta 2 nähdään, noin kolmasosa kunkin ohjelman koulutuksesta on yliopistomatematiikan opiskelua, joten on selvää, että CHC-maissa valmistuvilta opettajalta vaaditaan syvälinen opettettavan aineen ymmärrys. Yleisesti matematiikan opettajan opinnot voidaan jakaa perinteisen matematiikan opintoihin CK, yleisen pedagogiikan opintoihin PK ja matematiikan pedagogisiin opintoihin PCK. Raja näiden välillä voi kuitenkin olla häilyvä ja joskus kurssia voi olla haastavaa luokitella vain yhteen näistä kategorioista. Tämän on totta niin CHC-maiden kuin Suomenkin yliopistojen kursitarjontoja tutkiessa. CHC-maissa opettajien koulutusohjelmien pituus voi vaihdella, vertailtaessa eri kategorioiden kokoa on mielekkäintä laskea niihin sisältyvien kurssien opintopisteiden suhteellinen määrä koko koulutuksesta. Tässäkin esiintyy ongelmia, sillä joissain maissa koulutusohjelmissa ei ole eroteltu PCK:ta ja PK:ta toisistaan (Korea, Taiwan). Kuitenkin yleisenä kuvana nähdään, että peruskouluopettajien koulutuksessa PK:ta ja PCK:ta sisältävien kurssien määrä on suhteessa suuri, mutta korkeamman asteen opettajilla ohjelmissa pääpaino on CK:ssa, jolloin PK:lla ja PCK:lla on toisarvoinen rooli. Koska koulutusohjelmien kapasiteetit ovat rajalliset, jonkin kategorian sisällön lisääminen vähentää aina jonkin toisen sisältöä (Jeremy, Duane, & Kimberly, 2003). Tämän takia myös CHC-maissa on haasteena löytää tasapaino matematiikan ja pedagogiikan opetuksen määrän välillä, jotta saavutetaan paras mahdollinen lopputulos (Gopinathan, Ho, & Tan, 2001). On myös hyvä huomioida, että Itä-Aasian maiden opettajankoulutusopintoihin sisältyy kursseja, jotka eivät liity matematiikkaan tai pedagogiikkaan, kuten muun muassa kursseja taiteesta ja urheilusta. Vertailtaessa Kiinan, Japanin ja Korean opettajien koulutusohjelmien rakenteita, ei niistä kuitenkaan löydy yhtä selvää yhdistävää tekijää, jolla voitaisiin perustella niiden hyvyyttä, vaan rakenteet eroavat toisistaan melko huomattavasti (ks. taulukko 2).

3.2.2 Matematiikanopettajien koulutusohjelmien rakenne CHC-maissa

Tässä kappaleessa on tavoitteena selvittää, onko ylivoimainen opettajankoulutus selittävä tekijä CHC-maiden lasten huippukorkeaan matematiikan yleiseen osaamiseen ja punnita mahdollisuuksia soveltaa Itä-Aasian maiden opettajakoulutusmalleja ja metodeja Suomessa. Kappaleessa esittelen CHC-maiden matematiikanopettajien koulutusohjelmien rakennetta artikkelin Leung F.K.S., Park K., Shimizu Y., Xu B. (2015) pohjalta. Tavoitteena on tutkia, löytyykö eri CHC-maiden matematiikan-

kanopettajien koulutusohjelmien rakenteista yhteisiä tekijöitä, jotka selittäisivät opettajien erinomaisia tuloksia TEDS-M tutkimuksessa. Tässä kappaleessa myös havainnoidaan CHC-maiden koulutusohjelmien eroavuuksia, heikkouksia ja vahvuuksia.

CHC-maissa esiintyy rakenteeltaan kahta erilaista koulutusohjelmaa matematiikanopettajien kouluttamiseen: eriytetty ja integroitu. Eriytetty ohjelma kestää viidestä kuuteen vuotta, kun vain kandidatasoinen integroitu ohjelma kestää sen sijaan neljä vuotta. Eriytetyn koulutusohjelman kandidutkinto vastaa melko hyvin Turun yliopiston matematiikan opettajille tarjoamaa koulutusta, joka ei eroa matemaatikon koulutuksesta. Kandidutkinnon aikana tulevia opettajia opettavat enimmäkseen matemaatikot, joilla ei ole välttämättä paljoa mielenkiintoa koulumatematiikkaa eikä koulumatematiikan opetuksesta kohtaan. Leungin (2015) mukaan tämä saattaa johtaa siihen, ettei matematiikkaan keskittyvän alemman ja pedagogiikkaa painottavan ylemmän tutkinnon välillä ole kovin vahvaa yhteyttä. Ongelmana saattaa olla myöskin se, ettei pedagogiikan opetuksessa päästä yli yleisen käsittelyn tason, koska kahden vuoden aikana täytyy oppia sekä matematiikan pedagogiikkaa että yleistä kasvatustiedettä. Tutkintojen välisen heikon yhteyden seurauksena opiskelijat saattavat kokea, etteivät alemman tutkinnon aikana suoritetut matematiikan aineopinnot välttämättä vastaa tulevaisuuden töiden haasteita. Samanlaiseen loppupäätelmään on päädytty myös Suomen matematiikan opettajien koulutusta käsittelevissä tutkimuksissa (Koponen, M., Asikainen, M. A., Viholainen, A., & Hirvonen, P. E. 2016).

Integroitujen ohjelmien pituus on lyhyempi kuin kaksivaiheisten ohjelmien ja silti on suuri mahdollisuus siihen, että koulutusohjelmassa on enemmän opetusta, jolla tähdätään nimenomaan matematiikan pedagogiikan (mathematical pedagogical knowledge) välittämiseen opettajille. Samalla kun matematiikkaa opiskellaan, opitaan myös, kuinka sitä opetetaan. Tietenkään pelkästään tämä ei takaa hyvää koulutusohjelmaa kaikille ja rajoittuneempi matematiikan syvälinen tietäminen voi johtaa heikosti työssään menestyvän opettajan valmistumiseen koulutusohjelmasta. Vaikka integroitu ja eriytetty ohjelma eroavatkin rakenteeltaan huomattavasti, ei koulutettujen opettajien tietotaidossa ole juuri eroavuuksia vaan kummastakin systeemistä valmistuneet opettajat ovat keskimäärin huipputasolla TEDS-M mittauksissa. Koulutuksen rakennetta merkittävämpänä tekijänä opettajien korkeaan osaamisen tasoon lienee siis muut tekijät kuin koulutuksen rakenne, kuten esimerkiksi sen sisältö.

Joissain CHC-maissa (esim. Kiina ja Hong Kong) koulutetaan myös erikseen matematiikan opettajia alakouluun. Tällöin myös alakouluopettajien koulutukseen voidaan soveltaa

eriytettyä koulutusohjelmaa, jolloin taataan myös alakouluopettajien syvälinen matematiikan osaaminen. Toisissa CHC-maissa (esim. Korea, Japani) samoin kuin Suomessa koulutetaan alakouluihin yleisiä luokanopettajia, jotka vastaavat myös matematiikan opetuksesta. tällöin koulutusohjelma ei luonnollisesti voi olla kaksivaiheinen. Leung (2015) tutkimuksen mukaan ei voida sanoa, kumpi ohjelmatapa toimii paremmin alakouluopettajien koulutuksessa.

Koulutusrakenteen lisäksi koulutusohjelmia voi erottaa myös se, missä niitä toteutetaan. Kaikissa CHC-maissa koulutus tapahtuu yliopistoissa ja eroavuudet löytyvätkin yliopistojen rakenteissa. Seuraavaksi tutustumme kahteen eri yliopistomuotoon, joissa matematiikanopettajia koulutetaan ja tutkimme trendiä, mihin suuntaan opettajankoulutuksessa ollaan yleisesti menossa ja havainnoimme, onko yliopistomuodolla tutkitusti vaikutusta CHC-maiden hyviin tuloksiin. MP (mono purpose) -yliopistossa on tarkoitus kouluttaa vain opettajia. Opetettävien tieteenalojen kapeudesta ja yliopistojen pienestä koosta johtuen kurssitarjontaa on vain vähän. Myös kurssien ulkopuoliset oppimiskokemukset ovat rajoittuneet, koska kaikilla opiskelijoilla on sama tulevaisuuden ura. Tällöin muiden kuin opettajaopiskelijoiden, kuten esimerkiksi matemaatikoiden, kanssa käytävä kommunikointi jää puuttumaan. Tällä hetkellä trendinä länsimaistuneissa CHC-maiden yliopistoissa, kuten Hong Kongissa (Hong Kong Institute of Education) ja Singaporessa (NIE) onkin ollut integroida vähintään peruskoulun opettajien koulutus yhden katon alle. Integroimisen etuna on eri opiskelijoiden vuorovaikutus: vaikka eri opiskelijoiden koulutusohjelmat eroaisivatkin jollain tavalla toisistaan, on suuri todennäköisyys, että tulevat opettajat altistuvat myös toisten koulutusohjelmien opetukselle sekä muiden alojen opiskelijoiden kanssa käytävälle vuorovaikutukselle. Tämä helpottaa niin tulevaa yläkoulu- kuin alakouluopettajaa tarjoamalla eheämmän ja laajemman kokonaiskuvan työelämässä vastaan tulevien oppilaiden tiedoista ja taidoista. Kuitenkaan TEDS-M -tuloksia verrattaessa myöskään monitieteellisistä tai vain opettajia kouluttavia yliopistoista valmistuneiden opettajien tulokset eivät eronneet paljoakaan.

3.2.3 CHC-maiden tarjoamat koulutusohjelmat suhteessa Suomen koulutusohjelmiin

Yleisesti voimme todeta, että matematiikan koulutusohjelmat PISA- ja TIMSS-testeissä menestyneissä CHC-maissa eivät eroa kovin dramaattisesti Suomessa esiintyvistä koulutusohjelmista. Yhtenä erottavana tekijänä on kuitenkin pakollisesta matematiikasta ja pedagogiikasta eroavan opetuksen suurehko osuus CHC-maiden tutkinnosta. Kurssitarjonnassa painotetaan myös enemmän

koulumatematiikan kertaamista. Tämän lisäksi esimerkiksi Taiwanissa ja Koreassa opettajan pätevyys saa vasta pätevyyskokeen (qualification assesment) läpäisemisen jälkeen (Ingersoll 2009, s. 58). Pätevyyskokeet ovat haastavia ja vuosien 2007-2011 keskimääräinen läpipääsyprosentti oli vain 67,4%. Kokeen lisäksi opettajien tulee käydä koulussa, jossa toimii opettajana, paikan päällä käytävä seulonta. Seulonta tehdään sekä valmistuville että koulua vaihtaville opettajille. (Leung F.K.S., Park K., Shimizu Y., Xu B. 2015). Suomen ja CHC-maiden väliset suuremmat erot ovat kulttuurisidonnaisia ja löytyvät itse yliopistojen tarjoamien koulutusohjelmien ulkopuolella tapahtuvassa koulutuksessa. Nämä tekijät, joita käsiteellään tarkemmin kappaleessa 2.2.4, on tärkeä erottaa yliopiston tarjoamasta koulutusohjelmasta.

3.2.4 Koulutusohjelmiin liittymättömät tekijät

CHC-maiden menestymistä erilaisissa kansainvälistä testeissä ei kuitenkaan tarvitse selittää pelkästään hyvällä opettajakoulutuksella. Myös kulttuuritekijöillä, yleisellä työmoraalilla, onnistuneilla opetusmenetelmillä ja aktiivisella opettajien täydennyskoulutuksella on erittäin vahva merkitys. Keskimäärin CHC-maissa opettajan työtä pidetään arvokkaana ja työ on haluttua, mikä puolestaan mahdollistaa kovan koulutuksen aikaisen karsinnan ja silti takaa riittävän opettajien tuotannon (Leung F.K.S., Park K., Shimizu Y., Xu B. 2015). Taulukossa 3 tämä näkyy hyvin.

Taulukko 3 Koulutettujen opettajien suhde työtehtäviin (Ministry of Education of Japan 2011)

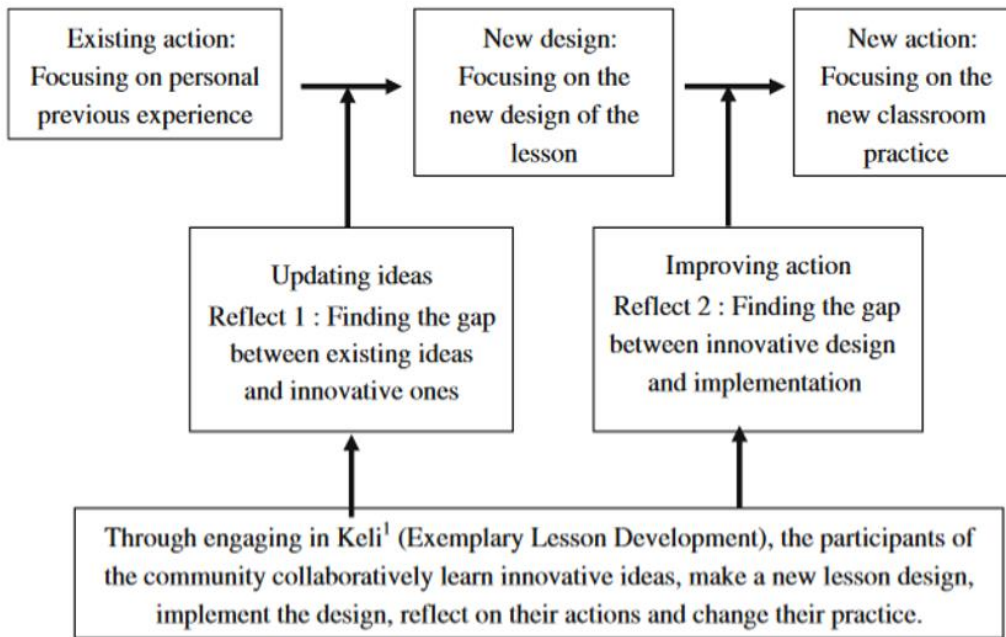
School level	Applicants	Those who took the test	Employees	Competition rate
Primary school	63,800	57,817	12,882	4.5
Lower secondary school	71,212	63,125	8,068	7.8
Upper secondary school	42,506	37,629	4,904	7.7

CHC-maissa koulutuksen merkitys on perinteisesti ollut suuri ja hyvä koulumenestys on merkittävä ansio (Wang 2012). Opettajat kantavat syyllisyyden tunnetta, jos opiskelija ei opiskele ahkerasti ja opi hyvin. Toisaalta opettajat yrittävät ymmärtää opiskelijoiden oppimisprosesseja ja haluavat heille

onnellisen tulevaisuuden. Tämä puolestaan vaatii, että oppilaat työskentelevät koulussa ahkerasti (Ferrerias ym. 2010). Opiskelijat käyttävät myös huomattavasti länsimaiden oppilaita enemmän aikaa opiskellen koulun ulkopuolella.

Vuodesta 2008 lähtien *the Department of International Cooperation and Exchanges, and the Department of Teacher Education of the Ministry of Education in China* yhdessä *Toshiba Companyn* kanssa ovat järjestäneet Kiinassa vuotuisen kilpailun, jossa matematiikan opettajaopiskelijat esittelevät innovatiivisia opetusmenetelmiä. Kilpailussa esitellään tuntisuunnitelma ja selittää sen didaktinen konsepti, jonka lisäksi opetetaan näytetunti. Tämän kaltaisiin kilpailuihin osallistuneet opiskelijat jatkavat todennäköisesti opetuksen kehittämistä vielä valmistuttuaan yliopistosta ja luovat kehittyvälle opetukselle jatkumoa. Monet yliopistot kutsuvat kilpailuissa menestyneitä tuutoroimaan opettajaopiskelijoita tulevia kilpailuja varten, jolloin korkean osaamisen jatkumo taataan (Fu & Han 2010).

Opettajien elämänmittainen oppiminen ja koulutus ovat tärkeässä roolissa CHC-maissa ja jatkuvaa ammatillista kehitystä pidetään kriittisenä osana hyvää opetusjärjestelmää (Leung & Li 2010; Li & Shimizu 2009). Hyvänä esimerkkinä työnaikaisesta oppimisesta on seuraavaksi esiteltävä Kiinassa käytetty ohjelma nimeltään Xingdong Jiaoyu (toiminnallinen kasvatus) (Huang & Bao 2006). Kyseessä on koulupohjaisen tutkimuksen ja oppimisen yhdistelmä, joka tähtää päivittämään ideoita oppimisesta/opettamisesta käyttäen hyödyksi Keliä (suom. esimerkillinen oppitunnin kehitys). Ohjelmassa yhteistyötä tekevä ryhmäläiset (ryhmä muodostuu opettajista ja tutkijoista) keskustelevat toistensa kanssa. Keskustelussa tuodaan esille tutkimuskysymys, joka liittyy jonkun tietyn asian opettamisen haasteisiin perinteisiä opetusmetodeja käyttäessä. Tämän jälkeen päästään ohjelman ensimmäiseen vaiheeseen nimeltä "olemassa oleva toiminta" (ks. kuva 5). Tämän jälkeen opetettavan aiheen sisältöä muokataan kuvan osoittamalla tavalla kahdessa vaiheessa ja päädytään lopulta parempaan lopputulokseen. Kyseessä on siis työskentelytapa, jonka aikana yhdessä kehitetään keskustelun kautta opetusstrategioita opettajien ja tutkijoiden yhteistyötä hyödyntäen. Vastaavan laista opetusharjoittelua on paljon kasvatustieteen laitoksen tarjoamissa pedagogisissa opinnoissa, mutta sitä olisi tärkeää sisällyttää myös matematiikan didaktisiin opintoihin sekä opettajien täydennyskoulutukseen.



Kuva 5 Keli-malli soveltaa toiminnallista kasvatusta (Xingdong Jiaoyu) (GU ja Wong, 2003)

Tämän lisäksi esimerkiksi Kiinassa lähes kaikki matematiikan opettajat osallistuvat tutkimustyöhön. Tällöin jo valmistuneet opettajat säilyttävät yliopistossa hankitun korkeamman matematiikan osaamisen ja voivat saavuttaa jopa opiskelun jälkeistä puhtaan matematiikan tietotaidon lisääntymistä (Yang ym. 2012, s. 216). Tällä systeemillä kavennetaan tieteellisen tutkimuksen ja käytännön opettajan työn väliä. Korean opetusministeri on puolestaan asettanut pakollisia koulutusohjelmia jo töissä oleville opettajille. Kuitenkaan kovin monet opettajat eivät koe, että täydennyskoulutus liittyisi juuri heidän työhönsä. Tämän vuoksi matematiikan opettajien koulutusorganisaatiot alkoivat tarjota täydennyskoulutuksen korvaavaa ohjelmaa nimeltä matematiikkafestivaali, joka on ollut suuri menestys. Festivaali on neljän päivän pituinen vuosittain järjestettävä tapahtuma, joka koostuu oppitunneista ja työpajoista. Oppitunnit lähinnä yhdistävät teoriaa sen sovelluksiin opetuksessa kun puolestaan työpajoissa esitellään erilaisia opetus ja oppimateriaaleja.

4 Matematiikan aineenopettajakoulutus Suomessa

Suomessa matematiikan aineopettajakoulutuksen haasteisiin ja ongelmiin on havahduttu jo pitkän aikaa sitten ja matematiikanopettajien koulutuksen tehokkuus on ollut kansallisen tutkimuksen kohteena useaan otteeseen vuosituhannen taitteen kummallakin puolella. Koulutuksen suurin haaste tuntuu olevan opiskelijoiden matematiikkakuvan (Pietilä 2002) ja yliopisto-opintojen vaatimustason yhteensovittamisessa. Viimeisimpänä tutkimuksena Mika Kuposen väitöstutkimuksessa *Investigating Mathematical Knowledge for Teaching and Mathematics Teacher Education* on selvitetty niin valmistuneiden matematiikan opettajien kuin opettajien kouluttajien näkemyksiä sekä matematiikan opettamiseen tarvittavasta tietotaidosta että siitä, kuinka hyvin valmistuneet opettajat kokivat Itä-Suomen yliopistossa tapahtuneen koulutuksen vastanneen näitä tarpeita. Väitöstutkimuksen tulokset ovat linjassa jo vuosituhannen taitteessa mainittujen ongelmien kanssa ja ne osoittivat, ettei matematiikan opettajakoulutuksen sisältöä vielääkään koettu riittävän kattavaksi ja monipuoliseksi matematiikan opettajan työtä varten. Erityisesti työuransa alussa matematiikanopettajat ovat kohdanneet tilanteita, joihin he eivät kokeneet saaneensa riittäviä valmiuksia koulutuksessaan.

Analyysi on perinteisesti ollut sekä lukiomatematiikan että yliopistomatematiikan keskeisin osa-alue Suomessa, mutta niin lukion oppilailta kuin yliopisto-opiskelijoillakin on ollut jo peruskäsitteiden hallinnassa ongelmia (Virtanen 1994). Yhtenä ratkaisuna on esitetty puhtaan matematiikan opetuksen määrän lisäämistä myös opettajien tutkintoon. Kuitenkin tiedetään, että vaikka opettajan heikolla matematiikan sisällön osaamisella on huono vaikutus myös hänen antamaan opetukseen (McDiarmid, Ball & Anderson, 1989), myöskään pätevyys ainoastaan matematiikan sisällössä ei ole riittävää takaamaan laadukasta opetustyötä (Hodgen, 2011). Monet valmistuneet opettajat ovat pitäneet yliopiston matematiikan opintoja liian haastavina, eivätkä ole sen takia kokeneet hyötynensä niistä parhaalla mahdollisella tavalla. Tästä huolimatta aineenopettajakoulutukseen osallistuvien opiskelijoiden saama koulutus oli jo vuosituhannen vaihteessa ja on vieläkin pitkälti yhtenevä matemaatikkojen koulutuksen kanssa. Lopputuloksena valmistuneet opettajat eivät ole kokeneet koulutusohjelman vastanneen heidän työelämän tarpeita parhaalla mahdollisella tavalla (Laine 2003, Koponen 2016).

Sekä opiskelijoilta saadun palautteen (mm. Laine 2003; Sorvari 2004; Koponen 2016) että yleisen tutkimuksen (esim. Niemi 2001, Koponen 2016) perusteella perinteinen korkeakoulun

tarjoama matematiikanopettajan koulutusohjelma ei ole riittävästi edistänyt ainakaan peruskoulussa toimivien matematiikanopettajien osaamista ja tästä syystä on koulutusohjelmissa todettu olevan kehittämisen tarvetta. Koposen väitöstudkimuksessa onkin selvitetty matematiikan opettajankoulutukseen osallistuvan henkilökunnan sekä Itä-Suomen yliopistosta valmistuneiden matematiikanopettajien näkemyksiä Itä-Suomen yliopistossa toteutetun opettajankoulutuksen vahvuuksista ja heikkouksista. Tutkimuksen pohjalta opetusmenetelmiä modernisoidaan ja sisältöjä päivitetään vastaamaan paremmin nykypäivän työelämän tarpeita.

4.1 Didaktinen matematiikka

Yhtenä vaihtoehtona matematiikan opettajakoulutuksen kehittämisessä on esitetty didaktisen matematiikan sisällyttämistä matematiikan opettajien koulutusohjelmaan (Malinen & Kupari 2003). Perinteisesti didaktisella matematiikalla tarkoitettiin sellaisia matemaattikojen kursseja, joista on tehty opettajille sopivampia yksinkertaisesti jättämällä haastavin aines pois. Vastaavaan tapaan Turun yliopisto on tarjonnut mahdollisuutta suorittaa joitain matematiikan aineopintoja syventävinä opintoina vain lisäämällä niihin harjoitustyö. Joissain yliopistoissa on kuitenkin pyritty aidosti luomaan muista matematiikan kursseista ja matematiikan perinteisestä didaktiikasta poikkeava ilme. Aiemmin matematiikan didaktiikassa on keskitytty lähinnä koulumatematiikan opetukseen (Malinen & Kupari 2003) ja siinä on käsitelty vain vähän varsinaisen matematiikan oppimisen ja opettamisen ongelmia. Puhtaassa matematiikassa on puolestaan kiinnitetty vain vähän, jos ollenkaan, huomiota näihin ongelmiin. Tämän seurauksena on syntynyt matematiikan ja didaktiikan väliin alue, jota ei ole tutkittu tarpeeksi. Malisen mukaan matematiikan opettajakoulutuksen kehittäminen vaatisi tämän vielä harmaan alueen kartoittamista. Didaktinen matematiikka on ikään kuin silta, jolla on pyritty kaventamaan matemaattisen pedagogiikan ja puhtaan matematiikan välistä eroa. Didaktisen matematiikan käsite on kuvattu tarkemmin artikkelissa *Tossavainen ja Sorvari 2003*. Kyseisessä artikkelissa on jo yli 15 vuotta sitten todettu, että perinteinen tapa järjestää aineenopettajakoulutus erillisinä oppiaineen ja sen didaktiikan opintokokonaisuuksina on ainakin peruskoulun matematiikanopettajien koulutuksen kannalta epäonnistunut.

Didaktisen matematiikan ei ole ajateltu korvaavan aiempaa opintorakennetta, vaan ennemminkin yhdistävän perinteistä matematiikan koulutusta ja pedagogiikan opintokokonai-

suutta. Vuosituhannen alun tutkimukset (mm. Tossavainen ja Sorvari 2003) eivät kuitenkaan aiheuttaneet Turun yliopistossa suuria konkreettisia muutoksia perinteiseen opetusohjelmaan, vaan esimerkiksi matematiikanopettajan koulutusohjelmaan saa sisällyttää enintään 20 opintopistettä (alle 6,7% koko tutkinnosta) didaktisen matematiikan kursseja. Tämän lisäksi yleiset pedagogiset opinnot opiskellaan suurelta osin omana eriävänä kokonaisuutena. Tämä melko rauhallinen opetusohjelmien muokkaaminen ja kehittäminen on kuitenkin kiihtynyt esimerkiksi Itä-Suomen yliopistossa viime vuosina Koposen väitöskirjatutkimuksen pohjalta saatujen tulosten pohjalta. Myös Helsingin yliopiston matematiikan opettajien koulutusohjelmat eroavat huomattavasti matemaatikon koulutusohjelmasta.

4.2 Matematiikanopettajan koulutuksen uudistaminen Itä-Suomen yliopistossa Mika Koposen väitöstutkimuksen pohjalta.

4.2.1 Väitöstutkimuksen toteutus

Mika Koposen Itä-Suomen yliopistossa teettämään kvalitatiiviseen tutkimukseen osallistui 101 opettajaa (54% kaikista Itä-Suomen yliopistosta vuosien 2002-2012 välillä valmistuneista) ja 19 kouluttajaa (79% kaikista Itä-Suomen yliopistosta vuosien 2002-2012 kouluttajana toimineista). Tutkimuksessa käytettiin hyväksi jo aikaisemmin kehitettyä matematiikan opettamisen osaamisen viitekehystä MKT (ks. kuva 1 ja taulukko 4). Sähköisillä kyselylomakkeilla pyrittiin selvittämään, kuinka opettajien koulutusohjelma tukee eri MKT:n osa-alueiden kehitystä ja miten kutakin osa-aluetta voitaisiin tehostaa koulutusohjelmassa. Tällöin ne tukisivat opettajaopiskelijoiden oppimisprosessia parhaalla mahdollisella tavalla. Tutkimuksessa otannassa olleet opettajat olivat joko olleet töissä opettajina tai toimivat opettajina tutkimuksen aikana, joten heillä oli selkeä näkökulma siitä, miten koulutus vastasi työelämän haasteisiin. Tutkimuksessa haastateltiin myöskin opettajien kouluttajia, koska oli tärkeää havaita eriävätkö opettajaopiskelijoiden ja kouluttajien mielipiteet ja ajatukset sekä havainnoida, mistä se voisi johtua.

Taulukko 4 MKT-viitekehys ja kehitysehdotuksia kuhunkin osa-alueeseen (Mika Koponen Investigating Mathematical Knowledge for Teaching and Mathematics Teacher Education 2017).

Category	Domain of MKT	f
Subject matter knowledge and skills	<i>Common content knowledge (CCK)</i>	
	• Present course contents are not linked with school mathematics	12
	• Present course contents are not the same as in schools	11
	• More geometry	4
	• More financial and statistical mathematics	2
	• Wider knowledge of mathematical concepts	2
	<i>Specialized content knowledge (SCK)</i>	
	• Present mathematical studies should be separate for student teachers and mathematicians	20
	• More school mathematics needed	12
	<i>Horizon content knowledge (HCK)</i>	
• Present course contents are not linked with each other	4	
• More skills concerned with teaching students at different levels	1	
Pedagogical content knowledge and skills	<i>Knowledge of content and students (KCS)</i>	
	• More studies concerning learning difficulties in mathematics	4
	• More skills concerned with teaching students at different levels	3
	<i>Knowledge of content and teaching (KCT)</i>	
	• More courses about didactic mathematics	6
	• More courses about how to differentiate teaching	2
	• More skills to motivate students in mathematics	1
• More studies about teaching problem solving	1	
<i>Knowledge of content and curriculum (KCC)</i>		
• More courses about using technology in teaching mathematics	1	

Kaikki tutkimukseen osallistuneet olivat joko opiskelleet tai työskennelleet Itä-Suomen yliopistossa (UEF). UEF kuten myös Turun Yliopisto tarjoaa kahta matematiikan linjaa: matematiikan ja matematiikanopettajan koulutusohjelmaa. Koposen tutkimusta tehtäessä koulutusohjelmat olivat lähes identtisiä ja suurin ero oli opiskeltavissa sivuaineissa. Opettajien koulutusohjelma sisälsi kaikille matematiikan opiskelijoille yhteiset matematiikan perus- ja aineopinnot (60op) sekä vähintään yhden pitkän sivuaineen (60op). Pedagogiset opinnot (60op) koostuivat kasvatustieteen perusopinnoista ja muista kaikille opettajaksi opiskeleville yhteisistä opinnoista (30op), didaktisesta matematiikasta (10op) ja harjoittelusta (20op).

Koposen väitöstutkimuksessa dataa kerättiin kyselylomakkeilla, joihin vastasivat sekä opettajat että opettajien kouluttajat. Kyselylomakkeessa oli kolme kysymystä joihin opettajien tuli vastata omien näkemystensä mukaisesti. Opettajakouluttajat vastasivat vain kohtiin 1 ja 3.

1. Arvioi matematiikan opettajien koulutusohjelman sisältöä (pois lukien kasvatustieteiden laitoksen tarjoamat opinnot) erityisesti matematiikan opettajan työtä silmällä pitäen.
2. Arvioi kasvatustieteen laitoksen tarjoamaa pedagogisten opintojen sisältöä samasta näkökulmasta.
3. Minkälaisia kehitysehdotuksia sinulla on koskien kahta edellä mainittua kokonaisuutta?

Kyselylomakkeet analysoitiin käyttäen kvalitatiivisen sisällön analyysiä (qualitative content analysis) (Mayring 2000) ja analysoimisessa hyödynnettiin jo esiteltyä MKT:n viitekehystä.

4.2.2 Väitöstutkimuksen tuloksia

Tutkimuksen päätavoitteena oli kehittää matematiikanopettajien koulutusohjelmaa saatujen kehitysehdotusten ja uusien näkökulmien pohjalta Itä-Suomen yliopistossa. Kehitysehdotukset onnistuttiin lajittelemaan MKT-viitekehyyksen eri osa-alueisiin, jonka jälkeen niitä pystyttiin analysoimaan systemaattisesti ja yksityiskohtaisesti. Analysoitaessa huomattiin, että suurin osa ehdotuksista olivat läheisesti yhteydessä seuraavaan neljään MKT:n osa-alueeseen: CCK (yleinen puhtaan matematiikan tieto), SCK (matematiikan opettajille suunnattu erityinen tieto), KCS (oppilaiden ymmärtämisen tieto) ja KCT (Matematiikan opettamisen tieto). Analysointia helpotti se, että näitä osa-alueita oli tutkittu huomattavassa määrin jo aikaisemmin (Sleep, 2009).

Tulosten mukaan kunkin osa-alueen merkitys matematiikanopettajan opinnoissa riippuu paljolti siitä, kuinka hyvin se on yhteydessä työelämässä tapahtuvaan opetustyöhön. Vastauksissa todettiin myös, että opinto-ohjelmaa tulisi uudistaa erityisesti koska se ei tarjoa tarpeeksi tietoa matematiikan oppimisesta (KCS) vaan ylen määrin tietoa siitä, kuinka sitä opetetaan (KCT). Puhtaan matematiikan opinnoissa (CCK) oltiin pettyneitä siihen miten paljon opiskeltiin asioita, joita ei käytetty enää opettajan työssä eivätkä opinnot tuntuneet linkittyvän koulumatematiikkaan. Matematiikan opintoja pidettiin myös liian haastavina ja teoreettisina. Opettajat kokivat, että kurssit, jotka olisivat liittyneet vahvemmin koulumatematiikkaan, kuten rahoitus ja koulugeometria, olisivat olleet hyödyllisempiä. Yleisesti oltiin sitä mieltä että puhtaan matematiikan opintoja tarvitaan, mutta ne tulisi linkittää paremmin koulumatematiikkaan.

Erityisesti matematiikan opettajille suunnattua opetusta SCK ei ollut tutkimukseen osallistuneiden opettajien mielestä tarpeeksi. Yhtenä ratkaisuna tähän ehdotettiin opettajaopiskelijoiden ja matemaatikoiden koulutusohjelmien erottamista jo aikaisessa vaiheessa. Yleisesti ajateltuna yliopistomatematiikka perustuu pitkälle todistuksiin ja määritelmiin, jotka toki ovat merkityksellisiä myös kouluopetuksessa, mutta näiden lisäksi matematiikanopettajan työ vaatii paljon muutaakin erityisesti matematiikan opettamiseen liittyvää tietotaitoa, jota perinteinen yliopisto-opetus ei tarjoa opettajaopiskelijoille. Täten lähes kaikkien tutkimukseen osallistuneiden opettajien mukaan matemaatikkojen ja matematiikanopettajien yhdistetty opetusohjelma ei pystynyt täyttämään kaikkia näitä ammattikuntien eriäviä vaatimuksia. Lisäksi *koulumatematiikka* -nimellä kulkevaa kurssia pidettiin oleellisena ja hyvänä ideana täydentämään perusopintoja. Kaikki nämä näkökulmat olivat yhteydessä SCK käsitteen määritelmään (Ball ym. 2008), jonka mukaan opettajaopiskelijat tarvitsevat juuri heille suunnattua matematiikan tietoa. Myöskin matematiikan opintojen kokonaisuuden hahmottaminen ja eheän kokonaiskuvan muodostaminen (Horizontal content knowledge HCK) oli hankalaa eivätkä opettajat osanneet linkittää kursseja toisiinsa kuten HCK:ssa on tavoitteena (kts. Ball & Bass, 2009). Kukaan opettajista ei myöskään muodostanut matematiikan kurssien aikana selkeää kuvaa siitä kuinka opettaa matematiikkaa. Opettajien mukaan olisi siis hyvä, jos kurssien aikana käytäisiin läpi myös erilaisia opetustekniikoita ja esimerkiksi oppimisvaikeuksista kärsivien opiskelijoiden opettamista. Ainoastaan pedagogisen vuoden aikana käyty opiskelu ei siis ollut riittävä vaan koettiin, että opettamiseen liittyvää sisältöä tulisi olla jo aikaisemmassa vaiheessa matematiikan aineopintoihin sisällytettynä. Myöskään kasvavaan tietotekniikan tarpeeseen opettajan työssä ei oltu pystytty vastaamaan ja koettiin, että jo matematiikan kursseilla olisi hyvä esitellä ja opettaa erilaisten tietoteknisten apuvälineiden käyttöä. Jotta nämä kaikki asiat pystyttäisiin saavuttamaan, olisi opettajaopiskelijoilla ja matemaatikoilla oltava ainakin suurimmilta osin eriävät opinnot.

Väitöstutkimuksen tulosten mukaan sekä puhdasta yliopistomatematiikkaa että kasvatustiedettä tulisi sisällyttää koulutusohjelmaan, mutta tiettyihin matematiikan osa-alueisiin, kuten perussisällön osaamiseen pitäisi kiinnittää enemmän huomiota, kun puolestaan toisiin alueisiin voitaisiin kiinnittää huomiota vähän vähemmän. Perussisällön määrän lisääminen koulutusohjelmaan on kuitenkin haastavaa rajallisten resurssien takia. Vaikka yleinen mielipide olikin koulumatematiikan lisäämisen kannalla, oli kuitenkin tutkimuksen otannassa yksilöllistä vaihtelua. Tulosten mukaan kuitenkin ei kukaan opettajista, eikä suurin osa kouluttajistakaan ollut täysin tyytyväinen koulu-

tusohjelmaan, vaan oli vähintään pienimuotoisten muutosten kannalla. Nämä löydökset olivat linjassa jo aikaisemmin tehtyjen kansainvälisten tutkimusten kanssa (e.g., Ball ym. 2008). Sekä opettajat että kouluttajat olivat sitä mieltä, että ilman selkeää linkitystä koulumatematiikkaan, jäivät suurin osa matematiikan kursseista pinnallisiksi ja erillisiksi, eivätkä opettajaopiskelijat kokeneet niitä hyödyllisiksi. Lisäksi kurssien turhan korkea vaatavuustaso pidettiin haittaavana tekijänä muodostaessa linkkiä koulumatematiikkaan. Tulosten mukaan tulisi siis erityisesti puhtaan matematiikan CCK opetuksen sisältöä tarkkailla kriittisesti ja kehittää sitä, jotta pystyttäisiin tuottamaan parempia kursseja opettajille. Tästä syystä tulisi opetusohjelman lisäksi sisältää erityisesti opettajille suunnattua sisältöä. Entisten opettajaopiskelijoiden mukaan on ensisijaisen tärkeää, että he oppivat myös taitoja, joita matemaatikot eivät välttämättä työssään tarvitse. Tämä puolestaan vahvistaa jo aiemmin tiedossa ollutta ideaa kohdennetun opetuksen hyödyllisyydestä. Kurssien erottelu käytännössä vaatisi kuitenkin lisää resursseja, joka on jo valmiiksi tiukassa budjetissa ongelma.

Kouluttajien mielestä myös matematiikan osaamisen tasoa tulisi nostaa, jolloin puhtaan matematiikan opetusta ei tulisi vähentää vaan sitä voitaisiin jopa lisätä. Toisaalta myös kouluttajat olivat keskimäärin sitä mieltä, että matemaatikot ja opettajat tarvitsisivat erilaista osaamista ja tästä syystä jo olemassa olevaa sisältöä tulisi muokata sopivammaksi ja myös uusia pelkästään opettajille suunnattuja kursseja tulisi tarjota. Kuitenkin kouluttajien enemmistö piti pedagogiikan sulauttamista matematiikan opintoihin erittäin haastavana ja tyytyisi vain uudelleen aikatauluttamalla ja pienillä muutoksilla muokkaamaan opetusohjelmaa sopivammaksi. Opettajaopiskelijat näkivät opetusohjelmassa puolestaan suurempaa kehittämisen tarvetta, eikä tähän riittäisi vain vanhan muokkaaminen. Käytännössä he toivoivat enemmän kursseja, jotka käsittelevät itse matematiikan opettamista erilaisissa tilanteissa. He siis haluaisivat opetusohjelman painopisteen siirtyvän vähän enemmän KCT:n ja KCS:n suuntaan. Näiden MKT:n osa-alueiden koettiin olevan erityisesti yhteydessä luokahuonetoimintaan ja itse opettajan työhön.

Monet entisistä opettajaopiskelijoista olivat sitä mieltä, että vaikka he olivatkin oppineet sekä matematiikkaa että jonkin verran opettamiseen liittyvää asiaa matematiikan kursseilla, jäi matematiikan kurssien sisällön teorian ja käytännön yhteys epäselväksi. Matematiikan teorian ja sen käytännön sovellusten yhdistäminen koulutusohjelmassa yhdeksi eheäksi kokonaisuudeksi on erityisen suuri haaste, koska tällöin tulisi ottaa huomioon matematiikan kurssien lisäksi myös opetusohjelmaan kuuluvat harjoittelut. Jo aikaisemman tutkimuksen pohjalta tiedetään, että ei ole

helppoa ratkaista tätä moninaista ongelmaa (Verloop, Driel ja Meijer 2001). Ongelmasta tekee erityisen haastavan se, etteivät kouluttajatkään tiedä minkälaisia tietoja ja taitoja hyvän opettajan tulisi omata. Muun muassa nämä tekijät tekevät erityisen haastavaksi teorian ja käytännön yhdistämisen (Verloop ym. 2001; Asikainen, Pehkonen & Hirvonen, 2013). Toisaalta jo nyt tiedetään, että koska opetusharjoittelu (20op) on vain pieni osa koko matematiikan opettajan opetusohjelmaa, on epärealistista olettaa, että matematiikan teorian ja opettamisen käytännön väli pystyttäisiin kuromaan umpeen vain pelkän harjoittelun aikana. Väitöstutkimuksen tulosten mukaan tulisi linkki teorian ja käytännön välillä säilyttää koko opetusohjelman ajan aina matematiikan perusopinnoista harjoitteluun saakka, jotta teorian ja käytännön väli ei pääsisi kasvamaan liian isoksi. Teorian ja käytännön suhdetta on tutkittu paljon ja monia erilaisia ratkaisuja on ehdotettu ratkaisuksi ongelmaan jo aiemmin. Ratkaisuna on ehdotettu muun muassa teoriaan lähestymistä käytännön kautta (Carlson 1999), opettajakoulutuksen pedagogiikan kehittämistä (Korthagen & Kessells 1999) ja yleisen ongelmanratkaisun ottamista osaksi matematiikan koulutusohjelmaa. Vaikka mitään varmuutta parhaasta tavasta yhdistää teoriaa ja käytäntöä ei vielä ole saavutettu, on todennäköistä, että sekä opetusohjelmassa tarjottavien kurssien sisällön että itse opetusmetodien ja oppimisprosessien muokkaaminen ja kehittäminen ovat osana ratkaisua.

Koposen tutkimuksessa päädyttiin loppupäätelmään, jonka mukaan yksi avaintekijä matematiikan opettajien opetusohjelmaa muokattaessa olisi yliopistokurssien ja koulumatematiikan aihepiirien vertailu. Jotta kytkös koulumatematiikan ja yliopiston matematiikan kurssin välille voitaisiin muodostaa, tulisi yliopistossa käsitellä samoja aiheita kuin koulussa. Itse asiassa tutkimuksen lopputulosten mukaan näyttää siltä, että matematiikan perus- ja aineopinnot tulisi olla aihepiiriltään samat kuin koulussa tai vähintäänkin linkittyä voimakkaasti koulumatematiikkaan. Tämän lisäksi tulisi suunnitella ja kehittää erityisesti opettajille suunnattua sisältöä SCK. Vielä ei ole täyttä yksimielisyyttä siitä, mitä tähän sisältöön kuuluisi sisällyttää mutta sen ei pitäisi olla suuri ongelma, koska tutkitusti opetettavan aineen ja opetuskäytäntöjen opettamisen yhdistämisestä ei ole ollut haittaa (Carrillo, Climent, Contreras & Muñoz-Catalán, 2013; Flores, Escudero & Carillo, 2013). Muodostaessa yhteisymmärrystä matematiikanopettajien koulutusohjelman haasteista ja niiden ratkaisuista, MKT-viitekehyksen kehittäminen on myös tärkeää (Darling-Hammond, Chung, & Frelow, 2002). Kuitenkin lisää tutkimusta on tehtävä ennen yleistä laajempaa opetusohjelmien muokkaamista. Yksittäiset tutkimukset voivat sillä välin toimia suunnannäyttäjinä koulutusohjelmia kehittäessä ja mahdollistaa opetusohjelmien kehittämisen jo ennen kuin kaikkia ongelmia on välttämättä

edes huomattu. Tämän perusteella Itä-Suomen yliopistossa tehtyä tutkimusta voisi käyttää hyväksi myös muiden korkeakoulujen koulutusohjelmien kehitystyössä.

Jo nyt tiedetään, että opettajat tarvitsevat sekä syvällisen osaamisen opetettavasta aineesta (Ball ym. 2008) että opettajille suunnattua pedagogista sisältötietoa (Shulman, 1986). Ongelmana on se, ettei yhteys koulumatematiikan ja yliopistomatematiikan välillä ei ole vielä selvä opettajaopiskelijoille, jolloin yliopistossa opetettavat aiheet jäävät pinnallisiksi. Matematiikan opintoja pidetään myöskin liian haastavina ja opettajille suunnattuja kursseja tarvittaisiin enemmän. Opettajille suunnattuihin matematiikan opintoihin tulisi sisällyttää koulumatematiikkaa, jossa käy-täisiin läpi opettajan työssä vastaan tulevia käytännön asioita, kuten kokeiden suunnittelua ja kor-jaamista (O'Meara, 2010). Opettajat kokivat, että koulutus ei valmistanut heitä tarpeeksi muun mu-assa eritasoisten opiskelijoiden kanssa toimimiseen ja oppilaiden erilaisten oppimistapojen tunnis-tamiseen. Valmistuneet opettajat kokivat myöskin, että liian teoreettiset matematiikan opinnot ja kasvatustieteen opinnot eivät linkittyneet toisiinsa vaan jäivät eriäviksi kokonaisuuksiksi. Vaikka uu-distusten soveltaminen käytäntöön on haastavaa, on se todettu tarpeelliseksi ellei peräti välttämät-tömäksi askeleeksi. Kehitys voidaankin ajatella alkavan kriittisestä ajattelusta: "Mitä voidaan tehdä toisella tavalla?" (Koponen, Asikainen, Viholainen, & Hirvonen 2016).

5 Turun yliopiston ja Itä-Suomen yliopiston matematiikanopettajan koulutusohjelmien vertailua

Suomen menestyminen oppimistuloksia kartoittavissa kansainvälisissä mittauksissa perustuu ainakin osittain siihen, että suomalaiset opettajat koulutetaan systemaattisesti ja kattavasti sekä siihen, että jokaiselta opettajalta vaaditaan maisterin tutkinto (Tryggvason, 2009). Vaikka koulutusohjelmat ovat systemaattisia, eivät ne kuitenkaan ole yhteneviä, vaan Suomen eri yliopistojen koulutusohjelmat saattavat erota yllättävänkin paljon toisistaan. Se puolestaan johtaa valmistuvien opettajien eriävään asemaan työelämään siirtyessä. Tämän takia onkin erittäin tärkeää vertailla eri yliopistojen tarjoamia koulutusohjelmia ja havainnoida niiden eroavuuksia ja vastaavuuksia. Tässä kappaleessa erityishuomiota kiinnitetään Turun yliopiston ja Itä-Suomen yliopiston koulutusohjelmien vertailuun, koska Itä-Suomen yliopiston matematiikanopettajan koulutusohjelma on läpikäynyt suurehkoja muutoksia Koposen väitöstutkimuksen jälkeen tehtyjen kehitysehdotusten pohjalta. Suomen muiden korkeakoulujen matematiikanopettajien koulutusohjelmista otetaan vain joitain poimintoja, jotta varmistetaan eri yliopistojen mahdollisimman laaja otanta vertailussa.

Suomessa matematiikan aineopettajan opintoja tarjoaa 7 eri yliopistoa: Turun, Helsingin, Itä-Suomen, Tampereen, Oulun ja Jyväskylän yliopistot sekä ruotsin kielellä Åbo Akademi. Seuraavaksi vertailen erityisesti matematiikan opettajille kohdistettua koulutustarjontaa Turun yliopistossa ja Itä-Suomen yliopistossa erikseen kandi- ja maisteriopinnoissa. Vertailussa käytän kirjallisuutena kunkin yliopiston virallista opetusohjelmaa lukuvuodelle 2017-2018. Tässä kappaleessa pyritään vertaamaan erityisesti yliopistojen tarjoamien pedagogisten tai muuten opettajan työhön liittyvien, erityisesti MKT:n eri osa-alueelle osuvien (kts. kuva 1, s. 6) opintojen määrää ja ajoitusta matematiikanopettajan tutkinnoissa.

Tietyissä yliopistoissa matematiikanopettajan ja matemaatikon koulutusohjelmat eriytyvät jo huomattavan varhaisessa vaiheessa ja selkeästi, toisissa yliopistoissa huomattavasti myöhemmin ja vähemmän merkittävästi. Vertailussa yhtenä oleellisena huomiona ilmenee ettei Turun yliopisto, kaikista Suomen muista matematiikanopettajan koulutusta tarjoavista yliopistoista poiketen, sisällytä kandiohjelmaansa yhtään vain matematiikanopettajille suunnattua kurssia. Toisena merkittävänä yliopistojen jakavana tekijänä voidaan pitää kasvatustieteiden laitoksen tarjoamien pedagogisten opintojen hajauttamista tutkinnossa. Tietyt yliopistot ovat hajauttaneet sivuaineen kahteen osaan (25op ja 35op), kun puolestaan joissain yliopistoissa koko 60op (vaikka kasvatustieteen

perusopinnot [20op] on toki mahdollista opiskella missä vain vaiheessa tutkintoa) kokonaisuus suoritetaan yhtenä vuoden mittaisena kokonaisuutena.

5.1 Turun yliopiston ja Itä-Suomen yliopiston matematiikanopettajan kandidivaiheen opetusohjelmien vertailua

Päädyin käsittelemään Turun ja Itä-Suomen yliopistojen matematiikanopettajien koulutusohjelmia erikseen kandiditutkinnossa ja maisteritutkinnossa, koska omakohtaiset kokemukseni yhtyivät Rose Sinicrope ym. (2015) teettämän tutkimuksen tuloksiin, joiden mukaan erityisesti opintojen alkuvaiheella on suuri merkitys sekä opettajan pätevyyteen työssään että itse koulutuksesta valmistumiseen. Jo koulutuksen alkuvaiheessa tulisi olla kursseja, joilla motivoida opettajaopiskelijoita opiskelemaan myös yliopistotason matematiikkaa ja luottamaan omaan osaamiseen, vaikka alussa jotkut kurssit tuntuisivatkin vaikeilta. Omasta kokemuksesta tiedän, että jo pelkästään minun kanssa samaan aikaan aloittaneista (Syksy 2014) matematiikanopettajaopiskelijoista ainakin 4 lopetti matematiikan pääaineopinnot ennen kandidiksi valmistumista. Tämä on prosentuaalisesti merkittävä määrä, eikä heitä olisi ollut mielestäni varaa menettää. Tämä on yksi tärkeä syy sille, miksi haluan vertailla kandiditutkintoja erillään maisteritutkinnoista, enkä ota huomioon tässä kappaleessa esimerkiksi Turun yliopiston tarjoamia pedagogisia opintoja, koska ne sisällytetään vasta maisteritutkintoon.

5.1.1 Itä-Suomen yliopiston kandidiohjelma

Itä-Suomen yliopistossa tapahtuvan koulutuksen painopistealaa on perustutkintojen osalta opettajankoulutus. Tämä näkyy myös matematiikan opettajien koulutusohjelmassa, joka eroaa selkeästi matemaatikon koulutusohjelmasta jo kandidivaiheessa. Matematiikan perus- ja aineopintoihin on sisällytetty vain opettajille suunnattuja kursseja. Myöskin 60 opintopisteen pedagogisten opintojen paketista 25 opintopistettä on sijoitettu jo kandidiohjelmaan. Kandidiohjelman suorittaminen edellyttää valintaa soveltuvuuskokeessa, joka järjestetään vuosittain niille, joita ei ole hyväksytty opettajalinjan suoravalinnassa. ”Koulutusohjelman tavoitteena on perehdyttää opiskelija matemaattisen ajattelun yleisiin perusteisiin ja opettajan työn kannalta keskeisiin matematiikan osa-alueisiin sekä luoda pohja matematiikan syventäville opinnoille. Tutkinnon suoritettuaan opiskelija hallitsee matematiikan keskeisten osa-alueiden perusasiat ja tuntee matemaattisen ajattelun yleiset perusteet. Hänellä on pedagogisten tietojen ja taitojen sekä toisen opetettavan aineen perustuntemus, ja hän osaa keskustella opettajantyöhön liittyvistä yleisluonteisista kysymyksistä” (Itä-Suomen yliopiston

opetusohjelma <http://www.uef.fi/documents/10184/1535181/lumet2017-2018.pdf/7d2e93a3-99c9-4fcb-a444-9c4996131055>). Taulukossa 5 esitetään kandidaatin koulutusohjelman sisältö.

Taulukko 5 Itä-Suomen yliopiston aineopettajan luonnontieteiden kandidaatin koulutusohjelman sisältö.

Luonnontieteiden kandidaatti, 180 op	
Kieli-, viestintä- ja yleisopinnot	13 op
Pääaine (fysiikka tai matematiikka)	70 op
Toinen opetettava aine (fys, mat, kem)	60 op
Pedagogiset opinnot	25 op
Muut opinnot	12 op*

Matematiikan perus- ja aineopinnot opettajalle -kokonaisuudessa (Kuva 6) on kaksi suoraan opettajille suunnattua kurssia: *Tilastotieteen peruskurssi opettajille (2op)* ja *Koulumatematiikan harjoituskurssi (4op)* sekä yksi välillisesti opettajia hyödyntävä kurssi: *Teknologia matematiikan opiskelun tukena (2op)*.

Koposen väitöstutkimuksen perusteella monet Itä-Suomen yliopistosta vastavalmistuneet matematiikanopettajat ovat kokeneet, että heillä ei ole ollut täyttä valmiutta opettaa kaikkea lukion opetussuunnitelmassa olevaa matematiikan sisältöä. Yhtenä erityistoiveena oli ollut lisätä tilastotieteen opetusta, koska sitä ei ollut sisällytetty opetusohjelmaan ollenkaan, vaikka opettajan oletetaan kykenevän opettamaan sitä lukiossa. Tämän pohjalta Itä-Suomen yliopisto on lisännyt opettajien koulutusohjelmaan vain heille suunnatun kurssin, joka tarjoaa perusteet tilastotieteestä. *Teknologia matematiikan opiskelun tukena* kurssin tarkoituksena on puolestaan perehdyttää erilaisen matematiikan oppimisen tueksi tarkoitettujen ohjelmistojen kuten GeoGebra ja Texas TI-Nspire CAS:n ominaisuuksiin, jolloin opettajaopiskelijat pääsevät hyödyntämään itse opinnoissaan näitä ohjelmistoja ja niiden opettaminen oppilaille helpottuu. Suurimpana erona matematiikanopettajan ja matemaatikon kandiohjelmassa on kuitenkin opettajille suunnattu *Koulumatematiikan harjoituskurssi*. Kurssin osaamistavoitteina mainitaan opiskelijoiden monipuolinen tutustuminen matematiikan oppimista käsitteleviin tieteellisiin teorioihin ja tutkimuksiin. Samalla opiskelijat syventävät näiden aiheiden osaamistaan ja sisältötietoa. Tämän lisäksi kurssilla tutustutaan ajankohtaisiin matematiikan opetusohjelmiin ja oppikirjoihin sekä alan tieteellisiin julkaisufoorumeihin. Kurssin aikana on myös seminaareja, joiden lisäksi tehdään erilaisia harjoituksia. Tämän kurssin avulla on pyritty sisällyttämään jo kandiohjelmaan erityisesti opettajille suunnattua tietotaitoa SCK, jonka määrää valmistuneet opettajat olivat pitäneet liian vähäisenä Koposen väitöstutkimuksessa.

TUTKINNON RAKENNE JA OPINTOJEN OHJEELLINEN AJOITTUMINEN		OPINTOVUOSI JA LUKUKAUSI					
KOODI	OPINTOJAKSO	1		2		3	
		s	k	s	k	s	k
MATEMATIIKAN PERUS- JA AINEOPINNOT OPETTAJILLE 70 OP							
3319211	Matematiikan perusopinnot 25 op						
3316122	Lineaarialgebra a 5 op		x				
3316432	Reaalianalyysi 8 op			x			
3316434	Algebra a 4 op			x			
3316431	Tilastotieteen peruskurssi opettajille 2 op		o		x		o
3316252	Todennäköisyyslaskenta a 4 op		o		x		o
3316437	Euklidinen geometria 4 op					x	
3316436	Koulumatematiikan harjoituskurssi 4 op						x
	LaTeX-kurssi ja LuK-seminaari					x	
3316492	Kandidaatintutkielma 10 op					x	x
3316493	Kandidaatin tutkinnon kypsyysnäyte 0 op						x
VALINNAISET MATEMATIIKAN AINEOPINNOT 4 OP, ALLA LISTATTU SUOSITELTAVIA VAIHTOEHTOJA							
3316435	Algebra b 4 op			x		o	
3316242	Differentiaaliyhtälöt a 4 o			o		o	
3316272	Johdatus topologiaan 4 op				o		x
3316123	Lineaarialgebra b 4 op		x		o		o
3316253	Todennäköisyyslaskenta b 4 op		o		x		o
3311022	Numeerisen laskennan alkeet 4 op		o		o		o
3317234	Teknologia matematiikan opiskelun tukena 2 op	o		o		o	

Kuva 6 Itä-Suomen yliopiston matematiikan aineopinnot opettajille

Itä-Suomen yliopistossa suositellaan suorittamaan 25 opintopistettä opettajan pedagogisia opintoja sivuaineopintoina jo kandidvaiheessa. Nämä opinnot ajoittuvat opintojen toiselle ja kolmannelle vuodelle ja sisältävät sekä teoriaa kasvatustieteiden perusteista että orientoivaa harjoittelua. Sivuinepaketti kokonaisuudessa näkyy kuvasta 7.

TUTKINNON RAKENNE JA OPINTOJEN OHJEELLINEN AJOITTUMINEN		OPINTOVUOSI JA LUKUKAUSI					
KOODI	OPINTOJAKSO	1		2		3	
		s	k	s	k	s	k
OPETTAJAN PEDAGOGISET OPINNOT 25 OP SIVUAINEOPINTOINA							
2310211	Oppimisen ja kehityksen perusteet 5 op			x			
2310212	Orientaatio opettajuuteen 2 op			x			
2310231	Orientoiva harjoittelu (H1) 3 op			x			
2220113	Oppiminen ja pedagoginen tuki 5 op				x		
2310214	Yhteisöllisen oppimisprosessin perusteet 3 op					x	
2310215	Opetuksen perusteiden harjoittelu (H2) 7 op					x	

Kuva 7 Opettajan pedagogisten opintojen kandidvaiheessa suositeltavat kurssit (25op)

5.1.2 Turun yliopiston kandiohjelma

Turun yliopisto ei tarjoa vain opettajille suunnattuja kursseja matematiikanopettajien koulutusohjelman kandidatkintovaiheessa, vaan matemaatikon ja matematiikanopettajan koulutus eroaa lähinnä suositeltavissa sivuaineissa ja pakollisten matematiikan opintojen määrässä (kuva 8), joita on huomattavasti vähemmän kuin matemaatikoilla. Myös opettajalinjalla olevat kirjoittavat 6 opintopisteen laajuisen kandiduttkielman, joka voi olla opetukseen liittyvä, kun puolestaan matemaatikot tekevät laajuudeltaan 8 opintopisteen kandiduttkielman.

Matematiikan opettajan pakolliset aineopinnot	33
Algebran peruskurssi I	5
Analyysi IIB	4
Geometria	5
Luk-tutkielma, matematiikan aineenopettajat	6
Matematiikan aine	2
Tilastollisen päättelyn peruskurssi	5
Matematiikan historia	2
Todennäköisyyslaskennan peruskurssi	4

Kuva 8 Matematiikan opettajan pakolliset aineopinnot

5.2 Turun ja Itä-Suomen yliopistojen matematiikanopettajan maisterivaiheen opetusohjelmien vertailua

5.2.1 Itä-Suomen yliopiston maisteriohjelma

Itä-Suomen yliopiston matematiikanopettajien maisterivaiheen koulutusohjelman tavoitteena on antaa matematiikan aineenopettajaksi opiskelevalle hyvät tiedot ja taidot matematiikassa. ”Tutkinnon suoritettuaan opiskelija osaa toimia matematiikan opettajana eri kouluasteilla. Hän on matematiikan ja opetuksen asiantuntija ja pystyy työskentelemään erilaisissa opetuksen ja matematiikan alan tehtävissä yhteiskunnassa. Opiskelija osaa soveltaa, analysoida, arvioida ja luoda matematiikan

ja sen oppimisen tietoa työssään. Filosofian maisterin tutkinto antaa valmiudet tieteelliseen jatkokoulutukseen” (Itä-Suomen yliopiston opetusohjelma <http://www.uef.fi/documents/10184/1535181/lumet2017-2018.pdf/7d2e93a3-99c9-4fcb-a444-9c4996131055>). Kuvaan 9 on kerätty koulutusohjelmasta kurssit, jotka ovat erityisesti opettajille suunnattuja ja pedagogisia taitoja kehittäviä. Tähdellä * merkityt kurssit voi sisällyttää valinnaisiin opintoihin korkeintaan 12 opintopisteen edestä.

TUTKINNON RAKENNE JA OPINTOJEN OHJEELLINEN AJOITTUMINEN		KANDIDAATTI						MAISTERI			
KOODI	OPINTOJAKSO	1		2		3		4		5	
		s	k	s	k	s	k	s	k	s	k
3317474	Ilmiölähtöisyys luonnontieteiden ja matematiikan aineenopettajakoulutuksessa 5 op							o		o	
3317234	Teknologia matematiikan opiskelun tukena 2 op *	o		o		o					
3316362	Matemaattinen mallintaminen 5 op *					o		o		o	
3316353	Matemaattisen ajattelun erityispiirteet 4 op								x		o
3317222	Matematiikan historia 4 op						o		o		o
3317473	Matematiikan oppimisen tutkimus 2 op					o		o		o	

Kuva 9 Itä-Suomen yliopiston maisterivaiheen opintoja, jotka suunnattu matematiikanopettajille

Kurssilla *Ilmiölähtöisyys luonnontieteiden ja matematiikan aineenopettajakoulutuksessa* (5 op) toteutetaan erilaisia ja eri laajuisia vuosittain vaihtuvia monitieteisiä opintotapahtumia. Tämän tarkempaa kuvausta ei WebOodissa ollut saatavilla. Sen sijaan kurssin *Matemaattisen ajattelun erityispiirteet* (4op) sisältö oli kuvattu huomattavasti laajemmin. Osaamistavoitteena mainitaan pyrkimys muodostaa selkeä näkemys esimerkiksi matemaattisen tiedon eri esitysmuotojen merkityksestä ja sen vaikutuksesta matematiikan oppimiseen. Kurssilla käydään läpi lukion matematiikan opetus suunnitelmassa esiintyvät sisältö- ja prosessitavoitteet ja esimerkiksi oppilaiden motivoinnin merkitystä. Kurssilla pyritään vahvistamaan didaktiikan ja matemaattisen pohdinnan välistä yhteyttä. *Matematiikan oppimisen tutkimuksen* (2op) kurssikuvausta ei ollut tarjolla, mutta kurssin nimestä voisi päätellä, että sen aikana tutustutaan matematiikan oppimisen tieteellisiin julkaisuihin ja opetellaan jäsentämään ja käsittelemään niitä, sekä harjoitellaan hyväksi todettujen käytänteiden hyödyntämistä omassa opettajan työssä.

5.2.2 Turun yliopiston maisteriohjelma

Turun yliopiston kaikki opettajille suunnatut kurssit on sijoitettu maisteriohjelmaan ja tarjontaa on erittäin runsaasti. Kuitenkin opettajaopiskelijat voivat sisällyttää tutkintoonsa vain 20 opintopistettä (vuoden 2018 opetusohjelmassa) näistä kursseista. Kuvassa 10 on esitetty Matematiikka ja pedagogiikka -moduulin alla kaikki vain opettajille suunnatut kurssit. Käsittelen tässä kappaleessa vain erityisesti matematiikan opettajien pedagogista sisältötietoa vahvistavia kursseja, joten kursseja *Ilmiö ja malli*, *Numeerinen analyysi* ja *Tilastollinen päättely* en käsittele.

Matematiikan pääainemoduulit	40
Matematiikka ja pedagogiikka -moduuli	20
Tiedekunnan tarjonta opettajille	0-10
Ilmiö ja malli	5
Kestävä kehitys kouluopetuksessa	5
LUMA-aineiden opetuksen ja oppimisen tutkimuksen seminaari	0
Sähköisten tehtävien laatiminen ja arviointi	5
Matematiikan opettajille suunnatut kurssit	0-20
Aineenopettajan ohjauskurssi (opettajille)	5
Matemaattinen ongelmanratkaisu ja ohjelmointi (opettajille)	10
Matematiikan demonstraatiokurssi	5
Numeerinen analyysi (opettajille)	5
Pro gradu -seminaari (mat. ja sov. mat.)	5
Tilastollinen päättely I	5

Kuva 10 Turun yliopiston vain opettajille suunnatut kurssit

Kurssi *Kestävä kehitys kouluopetuksessa* (5op) ei ole erityisesti matematiikan opettajille suunnattu, mutta siinä opiskellaan toimintaa monitieteellisissä kestävässä kehitystä tutkivissa ryhmissä, jolloin opiskelija ymmärtää kestävä kehityksen opetuksen tavoitteet ensimmäisen ja toisen asteen opetuksessa ja tietää kuinka voi osaltaan täyttää nämä tavoitteet oman aineensa opettajana. Kurssi *Sähköisten tehtävien laatiminen ja arviointi* (5op) soveltuu suoraan matematiikan opettajille. Kurssin aikana harjoitellaan tuottamaan ja arvioimaan matematiikan tehtäviä ja kokeita sekä tutustutaan

erilaisiin sähköisiin ympäristöihin, joissa näitä tehdään. Tavoitteena on oppia opetuksen suunnittelua, jotta oppimistavoitteet, opetusmenetelmät ja arviointi olisivat linjassa keskenään. *Aineenopettajan ohjauskurssilla* (5op) puolestaan harjoitellaan matemaattisen sisällön jäsentämistä opetusta varten ja opetellaan soveltamaan erilaisia opetusmenetelmiä käytännön opettamisessa. Kurssi *Matemaattinen ongelmanratkaisu ja ohjelmointi (opettajille)* (10 op) ei suoraan kehitä erityisesti opettajille suunnattua tietotaitoa, mutta kurssilla harjoitellaan myös ongelmatehtävien käyttöä opetuksessa. *Matematiikan demonstraatiokurssilla* (5op) tutustutaan matematiikan konkreettisiin havainnovälineisiin ja niiden valmistamiseen sekä harjoitellaan ohjelmoinnin käyttöä opetuksessa. Tämän lisäksi Turun yliopisto tarjoaa kurssia *Ohjelmointi matematiikan opetuksessa* (5op), jonka aikana opiskelija oppii tuntemaan matematiikan oppiaineen ja ohjelmoinnin välisen yhteyden ja osaa käyttää ohjelmointia opetusmateriaalia tehdessä. Kurssin aikana käydään läpi myös perusopetuksen OPS -perusteet matematiikan osalta.

5.3 Yhteenvetoa ja mainintoja Suomen muiden yliopistojen matematiikanopettajien koulutusohjelmien erityispiirteistä

Kokonaisuutena Turun ja Itä-Suomen yliopistojen matematiikanopettajien koulutusohjelmien vain opettajille suunnattujen kurssien määrä ei eroa kovin suuresti. Turun yliopistossa erityisesti matematiikanopettajille suunnattuja kursseja on kandi- ja maisteriohjelmassa yhteensä 6 kappaletta (30 opintopisteen edestä, joista kuitenkin vain 20 opintopistettä voi sisällyttää tutkintoon). Itä-Suomen yliopistossa puolestaan koko koulutusohjelmassa on matematiikanopettajille suunnattuja kursseja yhteensä 7 kappaletta (yhteensä 21 opintopistettä). Kurssien määrää suurempi ero havaitaan kun vertaillaan kurssien ajoitusta eri tutkinnoissa. Turun yliopiston kaikki vain opettajille suunnatut kurssit on tarkoitettu maisterivaiheessa suoritettaviksi, kun puolestaan Itä-Suomen yliopistossa kurseista 3 on kandidivaiheen kursseja ja 4 maisterivaiheen kursseja. Tämän lisäksi Itä-Suomen yliopistossa on päädytty pedagogisten opintojen jakamiseen kahteen osaan, minkä seurauksena jo kandiditutkintoon on saatu sisällytettyä sekä *Orientaatio opettajuuteen* (2op) että kaksi harjoittelua: *Orientoiva harjoittelu* (3op) ja *Opetuksen perusteiden harjoittelu* (7op). Turun yliopistossa on mahdollista opiskella kandidututkinnon aikana vain kasvatustieteen perusopinnot eikä näihin sisälly yhtään harjoittelua.

Kurssien ajoituksen lisäksi toinen suuri erottava tekijä on kurssien sisältö. Turun yliopisto ei tarjoa kurssia, joka vastaisi suoraan Itä-Suomen yliopiston tarjoamaa *Koulumatematiikan harjoituskurssia* (4op). Kurssin aikana opiskelijat syventävät matematiikan opettajuuteen liittyvää osaamistaan ja sisältötietoa. Tämän lisäksi tutustutaan sen hetken matematiikan opetusohjelmiin ja oppikirjoihin sekä alan tieteellisiin julkaisufoorumeihin. Vastaavaa mahdollisuutta ei ole Turun yliopistossa tarjolla.

Muista korkeakouluista erityismainintoina voidaan nostaa esille Tampereen yliopiston opettajille suunnatut matematiikan perusopintojen kurssit *Lukuteoria ja algebra opettajille* (5 op) sekä *Analyysi opettajille* (5 op). Epätyypillisesti opiskelumateriaalina käytetään lukion kirjoja ja lisämateriaalia, jolloin yliopistomatematiikan ja koulumatematiikan välille muodostuu voimakas linkki. Yliopistoaiheiden esikäsitteitä ja asemaa kouluopetuksessa havainnollistetaan. Tämän lisäksi muun muassa lukion analyysiä kerrataan ja täydennetään sekä harjoitellaan analyysia kouluissa käytettävillä laskimilla ja muilla symbolisen laskennan ohjelmistoilla. Kurssien aikana tehdään myöskin didaktinen näyttökoe, joka arvostellaan. Milenkiintoista on myös se, että nämä kurssit toteutetaan OKL:n toimesta. Tutkimustulosten mukaan yliopistouran ensimmäisissä matematiikan kurseissa menestyminen enteilee voimakkaasti myös koko loppukoulutuksen sujuvuutta ja jopa työuralle suuntautumista. Jos opiskelija menestyy opintojensa aluksi hyvin ja rakentaa vahvan luottamuksen tekemiseensä, ei haittaa, vaikka hänellä olisikin vaikeuksissa joissain myöhemmissä kurseissa. On silti todennäköistä, että opiskelija valmistuu, saa pätevyuden ja menestyy työssään. (Sinicrope, Eppler, Preston & Ironsmith 2015) Erityisesti tästä syystä Tampereen yliopistossa matematiikan perusopintojen malli vaikuttaa erittäin toimivalta ja fiksulta. Oulun yliopisto puolestaan tarjoaa maisterivaiheessa kurssia *Vaativien tehtävien ohjauskurssi*, joka vastaa suoraan Koposen väitöstutkimuksessa esille tulleetiin puutteisiin koulutusohjelman käytännön opettajan työhön valmistavuudessa.

6 Kysely Turun yliopiston matematiikanopettajien opetusohjelmasta ja kyselyn tulosten analysointia

Kuten Darling-Hammond (2006) tutkimuskatsauksessaan totesi, se kuinka hyvin ja mitä sisältöjä opettajat itse kokevat oppineensa koulutuksensa aikana näkyy myös vahvasti mitattaessa opettajien yleistä pätevyyttä ja tehokkuutta työelämässä. Toisin sanoen heidän usko kykyihinsä menestyä tietyissä tilanteissa tai tehtävän suorittamisessa, vaikuttaa siihen, kuinka he pärjäävät kohdatessaan näitä haasteita. Tämän takia voidaan väittää, että sekä jo valmistuneiden että vielä opiskelevien opettajien mielipiteet koulutusohjelman sisällöstä ja omasta oppimisesta kertovat paljon koulutusohjelman kehitystarpeista. Muotoillessani kyselylomakkeen Turun yliopistossa matematiikanopettajaksi opiskeleville olen pyrkinyt ottamaan tämän asian huomioon.

Jotta pystyisimme hyödyntämään kotimaisessa ja kansainvälisessä tutkimuksessa saavutettuja matematiikanopettajan koulutusohjelmia koskevia tuloksia ja kehitysehdotuksia Turun yliopiston kontekstissa, oli tärkeää kerätä aineistoa myös Turun yliopistossa opiskelevilta tulevilta matematiikanopettajilta. Tutustumani kirjallisuuden pohjalta valitsin testattaviksi kehittämiskohteiksi seuraavat kaksi väittämää:

1. Opettajaopintojen suhteellista osuutta matematiikan opinnoissa tulisi lisätä (mm. National Research Council 2010, s. 123, Li ym. 2008, s. 70, Laine 2003, Koponen 2016).
2. Opettajaksi aikovien yliopistomatematiikan opintojen tulisi paremmin liittyä koulumatematiikan sisältöihin ja pedagogisia opintoja tulisi sisällyttää tasaisemmin koko tutkinnon ajalle. (mm. Koponen, M., Asikainen, M. A., Viholainen, A., & Hirvonen, P. E. 2016; Verloop ym. 2001; Carillo, Climent, Contreras & Muñoz-Catalán, 2013; Flores, Escudero & Carillo, 2013)

Rajasin kyselyn otannan kaikkiin 2018 syksyllä pedagogiset opinnot aloittaneisiin matematiikan pääaineopiskelijoihin. Toteutin kyselyn kuusikohtaisella kyselylomakkeella. Kyselyyn vastasi 15/17 (88%) kaikista pedagogisiin opintoihin valituista matematiikan opettajaopiskelijoista. Kyselyyn vastanneet olivat neljännen tai viidennen vuoden matematiikan opiskelijoita. Kyselylomakkeen kysymykset oli suunniteltu matematiikanopettajien koulutukseen keskittyneitä tutkimuksia sekä Koposen väitöstutkimusta apuna käyttäen. Kysymystä numero neljä lukuun ottamatta kaikki

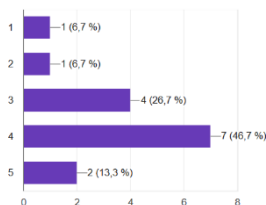
kysymykset olivat monivalintoja, joihin vastattiin asteikolla 1 (täysin eri mieltä) – 5 (täysin samaa mieltä). Tulosten analysoinnissa olen käyttänyt hyväksi MKT -viitekehystä ja kysymysten 1-3 ja 5-6 vastausten tilastollista merkittävyyttä olen testannut t-testillä. T-testiässä olen käyttänyt vertailuarvona jokaisessa kysymyksessä sen vastausten oletettua keskiarvoa 3 (ei eri eikä samaa mieltä), jolloin t-testin tulos kertoo sen, kuinka merkittävästi kysymyksen vastaukset eroavat tästä arvosta. T-testin tulokset ovat liitteessä 1.

Tuloksia analysoitaessa on hyvä huomioida, että kyselyyn vastanneet ovat jo matematiikan kandinaatteja ja omien yliopisto-opintojensa loppupuolella. Kyselyssä jää siis huomioimatta koulutusohjelmasta jo pois pudonneiden mielipiteet ja syyt heidän opintojen keskeytymiseen. Olen esittänyt kyselylomakkeen kysymykset sekä vastausten jakautumisen seuraavalla sivulla kuvassa 11.

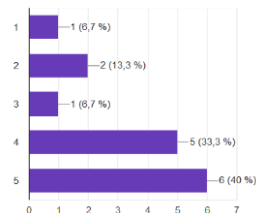
Matematiikanopettajan koulutusohjelma

Merkitse asteikolla 1 (täysin eri mieltä) - 5 (täysin samaa mieltä)

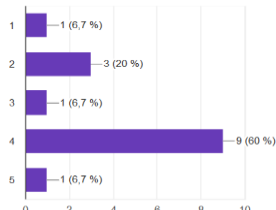
1 Matematiikan opettajien koulutusohjelmaan KANDIVAIHEESEEN tulisi sisällyttää vain matematiikan opettajalle suunnattuja opintoja (special content knowledge), toisin sanoen jo kandidutkinnon olisi hyvä sisältää opettajille matemaatikon koulutusohjelmasta eroavia opintoja.



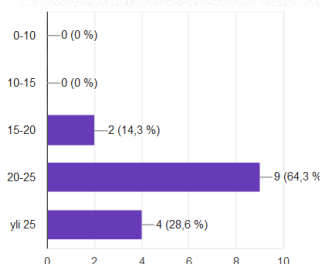
2 Matematiikanopettajan koulutusohjelmaan olisi syytä sisällyttää kurssi nimeltä "koulumatematiikka", jonka tarkoituksena olisi varmistaa, että kaikilla opettajiksi valmistuvilla olisi erinomainen hallinta koulumatematiikan aiheista.



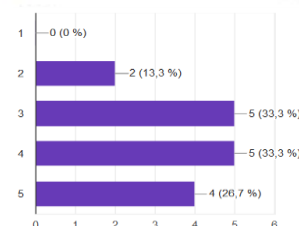
3 Tulevilla matematiikan opettajilla Analyysiin ja Algebran johdantokurssit tulisi erota matemaatikkojen johdantokursseista osiolla, jossa käytäisiin läpi koulumatematiikan ja yliopistomatematiikan eroja ja yhtäläisyyksiä, sekä perusteltaisiin, miksi opettajan on hyvä osata myös yliopistotason matematiikkaa ja kuinka opinnot linkittyvät opettajan työelämään.



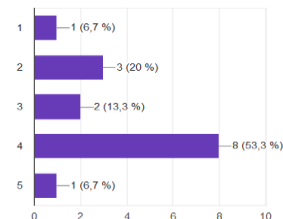
4 Kuinka monta opintopistettä matematiikan perus, aine, ja syventävistä kursseista olisi hyvä olla mahdollista suorittaa matemaatikon koulutuksesta eroavia opintoja. (Vain matematiikan opettajalle suunnattuja kursseja)



5 Ensimmäisen kahden vuoden aikana olisi hyvä, jos olisi matematiikan opettajille suunnattu kurssi, jossa pääsisi kokeilemaan matematiikan opettamista johonkin kouluun.



6 Olisi hyvä, jos opettajan pedagogiset opinnot (60op) olisi jaettu kahteen osioon, joista esimerkiksi 25op suoritettaisiin kandidutkinnon aikana ja 35op maisteriopintojen aikana.



Kuva 11 Turun yliopiston matematiikanopettajaopiskelijoille suunnattu kyselylomake ja vastausten jakautuminen.

Kyselylomakkeen tuloksia analysoitaessa on otettava huomioon, että kyselyn otanta on melko suppea, jolloin yksittäisillä mielipiteillä on merkittävä vaikutus kokonaisuudessa. Kysely ei myöskään ota huomioon esimerkiksi sitä, kuinka hyvin kyselyyn vastannut on perehtynyt matematiikanopettajien koulutusohjelmiin ja kuinka paljon on pohtinut niiden ongelmia ja haasteita. Kyselylomakkeesta ei myöskään selviä, mistä syystä opettajaopiskelija on päätenyt vastaukseensa. Testasin kyselyn tulosten keskiarvosta poikkeavuuden tilastollista merkittävyyttä t-testillä. Kysymyksen 6 t-arvot ylittivät arvon 0,05 (0,13), joten tämän kysymyksen tuloksia on tarkasteltava erityisellä varovaisuudella. Kyselyn tarkoituksena onkin lähinnä hankkia mielipiteisiin perustuvaa suuntaa antavaa dataa, joka joko tukee tai ei tue kappaleissa 2-4 esitettyjä tutkimustuloksia ja täten helpottaa kehitysehdotusten 1 ja 2 (s 36) toteuttamista juuri Turun yliopiston matematiikanopettajien koulutusohjelmassa.

Kyselyn vastausten perusteella voimme todeta, että vastanneiden enemmistön mielestä jo kandidaiheeseen tulisi sisällyttää vain opettajille suunnattua sisältöä ja vain kahden (13,3%) vastaajan mielestä matematiikanopettajan kandidohjelman kurssitarjonnan tulisi vastata matematiikan tarjontaa. Tämän perusteella voimme päätellä, että Turun yliopiston opettajaopiskelijat kokevat, että matematiikan ja matematiikanopettajan koulutusohjelmat olisi hyvä eriyttää jo varhaisessa vaiheessa tutkintoa. Vastanneista suuri enemmistö (11/15), pitäisi myös "Koulumatematiikka" nimistä kurssia tärkeänä ja hyvänä lisäyksenä opetettavaan sisältöön. Tuloksen perusteella voimme päätellä, että opettajaopiskelijat eivät koe kerranneensa tarpeeksi matematiikan perusteita, jolloin heillä saattaa olla heikko itsevarmuus. Tämän on tutkitusti todettu heikentävän niin opettajaopiskelijan oppimista kuin pärjäämistä tulevassa opetustyössään (Sinicrope ym. 2015).

Kaksi kolmasosaa opettajaopiskelijoista pitäisi tärkeänä yliopiston ensimmäisten matematiikankurssien (analyysin ja algebran perusteet) jakamista opettajille ja tutkijoille tarkoitettuihin osioihin. Tällöin saataisiin matematiikanopettajaopiskelijoille sekä pehmeämpi alku yliopistossa että muodostettua vahvempi linkki yliopistomatematiikan ja koulumatematiikan väliin. Kyselyn tuloksia analysoitaessa on kuitenkin hyvä huomata, että lähes kolmasosan mielestä vanha toimintatapa on ollut hyvä ja opettajaopiskelijoiden tulisi haastaa itsensä jo heti alussa ja näin varmistaa korkeatasoinen aineen sisällön osaaminen, vaikka sitten koulumatematiikkalinkityksen puutteellisuuden kustannuksella. Perinteisen yliopistomatematiikan osaamisen varmistamista pidetään tärkeänä osana myös matematiikan opettajan koulutusta.

Kyselyyn vastanneen opettajaopiskelijan mielestä erityisesti matematiikanopettajille suunnattujen opintojen kokonaismäärää ei tulisi vähentää siitä mitä se kyselyyn vastanneilla oli ollut (15op), vaan vähintäänkin pitää samana kuin tällä hetkellä (20 op, 2018 syksy) tai jopa lisätä sitä tämänhetkisestä tasosta. On selvää, että opettajaopiskelijoiden keskuudessa SPC:tä pidetään erityisen tärkeänä osana matematiikanopettajien koulutusta ja didaktisen matematiikan kurssit on koettu hyödylliseksi osaksi koulutusohjelmaa. Sen sijaan opetuksen kokeilun sisällyttäminen jo opintojen alkuun jakoi mielipiteitä vastanneiden keskuudessa. Keskiarvo (3,7) kuitenkin puolsi käytännön opetuskokeilun aikaistamista jo ensimmäiseen kahteen vuoteen. Opettajaopiskelijoiden mielestä siis olisi tärkeää päästä kokeilemaan tulevaa ammattia käytännössä jo opintojen varhaisessa vaiheessa, jotta voisi varmistaa työn sopivuuden itselle. Opettamisen kokeilun toteuttaminen voitaisiin sisällyttää esimerkiksi opettajille suunnattuun ”koulumatematiikka” -kurssiin. Mahdollisesti tästä syystä vastanneiden enemmistö 9/15 puolsi pedagogisten opintojen jakamista kahteen osaan (tosin vastustaviakin mielipiteitä oli 4 kappaletta ja t-testin tuloksen mukaan kyselyn tulos ei poikennut tuloksellisesti merkittävästi keskiarvosta 3). Tästä huolimatta voimme todeta, että keskimäärin opettajaopiskelijat siis kokivat hyödyllisempänä pedagogisia opintojen hajauttamisen koko opiskeluaikalle kuin yhdelle tehovuodelle tutkinnon loppupäähän. Tällä mahdollistettaisiin jatkuvampi ja vahvempi linkitys koulutuksen ja työelämän välille.

7 Loppupäätelmiä

Matematiikanopettajien opetusohjelmat kansainvälisellä tasolla muodostavat erittäin laajan kokonaisuuden ja eri ohjelmien välillä on luonnollisesti suuri määrä vaihtelua. Kuitenkin kansainväliselläkin tasolla on onnistuttu teettämään tutkimus (TEDS-M), jonka avulla pystyttiin keräämään dataa opettajien pätevyydestä ja koulutuksesta merkittävän laajalta alueelta. Tutkimuksen pohjalta on luotu myös standardoituja testejä ja pisteytysohjeita. Näillä työkaluilla on pystytty maakohtaisesti arvioimaan matematiikanopettajien koulutuksen hyvyttä (Senk ym. 2012; Tatto ym. 2012; Tatto 2013). Täten on onnistuttu luomaan puitteet myös maille, jotka eivät ole osallistuneet tähän tutkimukseen, kuten Suomelle, testata matematiikanopettajien tietotaitoa ja verrata sitä kansainvälisiin keskiarvoihin. TEDS-M:ää voidaan kuitenkin pitää lähinnä suuntaa antavana edelläkävijänä, joka mahdollistaa syvällisemmän tutkimuksen tulevaisuudessa. Odotusten mukaisesti tutkimustuloksista ei löytynyt mitään yhtä reseptiä täydelliselle matematiikan opettajien opetusohjelmalle, mutta TEDS-M testeissä (ja myös PISA-testeissä) erinomaisesti menestyneiden maiden matematiikanopettajankoulutuksessa oli joitain yhteisiä trendejä:

- 1) Opettajan ammattia pidettiin korkeassa arvossa ja opintoihin oli paljon halukkuutta. Koulutusohjelmaan pääsy oli siis haastavaa ja siihen valituilla oli hyvä motivaatio opiskella ja suoriutua opinnoistaan hyvin.
- 2) Koulutusohjelmilla on pyrkimys tarjota tuleville opettajille sekä eheä matematiikan tietotaitopohja ja pitkälle kehitetty matematiikan lukutaito että korostaa koulumatematiikan kertaamista ja opiskelua. Itä-Aasian maissa uskotaan, että koulumatematiikan syvälinen osaaminen ja vahva ongelmanratkaisukyky ovat hyvän matematiikanopettajan kriittisiä ominaisuuksia (Li ym. 2008, s. 70).

Kansainvälisessä vertailussa erityishuomiota tulee kuitenkin kiinnittää kulttuuritekijöihin ja ymmärtää, ettei toisista maista pystytä välttämättä jäljitellä suoraan hyviksi todettuja opettajien koulutusmenetelmiä. On tärkeää ymmärtää, että hyväksi opettajaksi kasvaminen on paljon laajempi kokonaisuus, eikä vain yhdellä tekijällä, kuten opettajien koulutuksella, voida perustella esimerkiksi peruskoulun oppilaiden hyvää matematiikan osaamista.

Sinicropen ym. (2015) tutkimus osoittaa, että yliopistouran ensimmäisissä matematiikan kursseissa menestyminen enteilee voimakkaasti myös koko loppukoulutuksen sujuvuutta ja jopa työuralle suuntautumista. Jos opiskelija menestyy opintojensa aluksi hyvin ja rakentaa vahvan

luottamuksen tekemiseensä, ei haittaa, vaikka hänellä olisikin vaikeuksissa joissain myöhemmissä kursseissa.

Suomessa matematiikanopettajien koulutusohjelmien otanta on erittäin rajallinen (Suomessa on vain 8 matematiikanopettajan koulutusta tarjoavaa yliopistoa) ja tästä syystä Suomen eri yliopistojen koulutusohjelmien vertailu on mahdollista. Suomessa tehtyjen tutkimusten mukaan ei matematiikanopettajien opetusohjelmia keskimäärin pidetä täysin onnistuneina, vaan koetaan että sen koulutuksen rakenteessa tulisi tehdä muutoksia, jotta se vastaisi paremmin työelämän haasteisiin. Mika Koposen väitöstutkimuksen pohjalta on jo ruvettu konkreettisiin muutoksiin Itä-Suomen yliopiston matematiikanopettajien koulutusohjelman muokkaamisessa ja esimerkiksi alettu tarjoamaan *koulumatematiikka* nimellä olevaa kurssia. Väitöstutkimuksen tuloksista ilmenee, että opettajien koulutusohjelmiin tulisi lisätä juuri matematiikanopettajille kehitettyä opetusta ja koulutusohjelman tulisi erota voimakkaammin matemaatikon koulutusohjelmasta.

Tämän tutkielman yhteydessä tehdyn Turun yliopiston matematiikanopiskelijoille suunnatun kyselyn tulokset tukevat kirjallisuudesta saatuja tutkimustuloksia, joiden mukaan matematiikanopettajien koulutuksessa tulisi korostaa aikeisempaa enemmän koulumatematiikan kertaamista ja opiskelua ja varmistaa, että opiskelijat hallitsevat koulumatematiikan erinomaisesti (mm. Koponen, M., Asikainen, M. A., Viholainen, A., & Hirvonen, P. E. 2016; Verloop ym. 2001; Carrillo, Climent, Contreras & Muñoz-Catalán, 2013; Flores, Escudero & Carillo, 2013). Myöskin enemmistö kyselyyn vastanneista oli sitä mieltä, että koulutusohjelmaan tulisi lisätä erityisesti matematiikanopettamiseen syventyviä kursseja ja niiden ajoitusta koulutuksessa olisi hyvä aikaistaa.

8 Kehitysehdotuksia Turun yliopiston matematiikanopettajan koulutusohjelman uudistamiseen

Vertailtaessa Turun yliopiston matematiikan koulutusohjelmaa viimeaikaisten tutkimusten pohjalta tehtyihin uusiin suosituksiin vaikuttaa Turun yliopiston koulutusohjelma päivityksen tarpeessa olevalta. Kyselyn tulokset ovat yhteensopivia Koposen (2016) esittämälle arviolle, että kandiohjelman ei pitäisi olla identtinen matemaatikoilla ja matematiikan opettajaopiskelijoilla. Turun yliopiston matematiikanopettajaksi vuosittain otettavien kiintiö on 18 opiskelijaa. Turun yliopisto tarjoaa kuitenkin syventäviä kursseja paljon pienemmillekin ryhmille, joten pitäisi olla mahdollista tarjota kursseja tämän kokoiselle ryhmälle jo perus- ja aineopinnoissa. Kyselylomakkeen perusteella kandidutkintoon tulisi sisällyttää ainakin *koulumatematiikka* -kurssi, jota Itä-Suomen yliopisto tarjoaa jo nyt. Lisäksi analyysin ja algebran johdantokursseille olisi hyvä lisätä vain opettajille suunnattu osio, jossa vahvistettaisiin puuttuvaa linkkiä yliopistomatematiikan ja koulumatematiikan välille, jolloin lisätäisiin opettajaopiskelijoiden motivaatiota ja vahvistettaisiin matematiikanopettajien opintojen linkkiä työelämään.

Myös pedagogisten opintojen (niiden sisältöön sen enempää puuttumatta) hajottaminen kahteen harjoittelua sisältävään osioon, josta toinen olisi kandiohjelman aikana ja toinen maisteriohjelman aikana olisi toimiva vaihtoehto, ja myös suuri enemmistö kyselylomakkeeseen vastanneista puolsi tätä ajatusta. Yleiskuvana Itä-Suomen yliopistolla tehdyt uudistukset nähdään hyvinä ja toimivina ja niitä voisi helpohkosti soveltaa Turun yliopistonkin tarpeisiin. Maisterivaiheessa olevia vain opettajille suunnattuja kursseja pidetään hyvänä asiana, mutta niiden määrä voisi lisätä nykyisestä (20op).

Oppimista ja opettamista tutkitaan aktiivisesti ympäri maailman ja uusia tuloksia ja havaintoja tehdään tiheään tahtiin. Yliopistojen ja koulutussuunnittelijoiden vastuuna onkin pysyä ajan hermolla, hyödyntää uusia tutkimuksia ja tuloksia, rohkeasti kehittyä ja muuttua maailman mukana. Opettamisen oppiminen on elinikäinen projekti, jossa ei ikinä tule valmiiksi. Se mitä tällä hetkellä pidetään hyvänä käytäntönä voi olla varoittava ja huono esimerkki 20 vuoden kuluttua. Samoin myös opettajien koulutuksen käytänteitä tulisi uudistaa uusien tutkimustulosten valossa ja hyväksyä se, ettei myöskään koulutusohjelmat tule olemaan koskaan valmiit.

9 Viitteet

- Anthony, G., & Walshaw, M. (2009). Effective pedagogy in mathematics: Educational practices series, 19. International Academy of Education, International Bureau of Education & UNESCO. Available online from the UNESCO website.
- Asikainen, M. A., Pehkonen, E., & Hirvonen, P. E., (2013). Finnish Mentor Mathematics Teachers' Views of Teacher Knowledge Required for Teaching Mathematics. *Higher Education Studies*, 3(1), s. 79–91.
- Ball, D. L., Sleep, L., Boerst, T.A., & Bass, H. (2009). Combining the development of practice and the practice of development in teacher education. *The Elementary School Journal*, 109(5), s. 458–474.
- Ball, D.L., Thames, M.A. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), s. 389–407.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y.-M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), s. 133-180.
- Biggs, J.B. (1996b) Approaches to Learning of Asian Students: A multiple paradox. In J. Pandya, D. Sinha & P.S. Bhawuk (eds.), *Asian Contributions to Cross-Cultural Psychology*. New Delhi: Sage: s. 180-199.
- Blömeke, S. (2011). WYSIWYG: Von nicht erfüllten Erwartungen und übererfüllten Hoffnungen—Organisationsstrukturen der Lehrerbildung aus internationaler Perspektive. *Erziehungswissenschaft*, 43, s. 13-31.
- Boyd, P., Ash, A. (2018) Mastery mathematics: Changing teacher beliefs around in-class grouping and mindset *Teaching and Teacher Education*, Volume 75).
- Carlson, H. L. (1999). From practice to theory: A social constructivist approach to teacher education. *Teachers and Teaching: theory and practice*, 5(2), s. 203–218.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining Specialised Knowledge For Mathematics Teaching. In B. Ubuz, C. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp.2985–2994). Ankara, Turkey: European Society for Research in Mathematics Education.
- Charles T. Clotfelter & Helen F. Ladd & Jacob L. Vigdor, (2010). "Teacher Credentials and Student Achievement in High School: A Cross-Subject Analysis with Student Fixed Effects," *Journal of Human Resources*, University of Wisconsin Press, vol. 45(3).
- Darling-Hammond, L. (First Published May 1, 2000) *Journal of Teacher Education*; How Teacher Education Matters; pp. 166–173
- Darling-Hammond, L., Chung, R., & Frelow, F. (2002). Variation in Teacher Preparation How Well Do Different Pathways Prepare Teachers to Teach? *Journal of Teacher Education*, 53(4), 286–302

- Enkenberg, J., Väisänen, P., Savolainen, E. & Ahonen, K. (2004). *Tutkiva opettajankoulutus - taitava opettaja*. Savonlinna: Joensuun yliopisto, Savonlinnan opettajankoulutuslaitos.
- Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In: Ernest, E. (Ed.), *Mathematics Teaching: The State of the Art* (pp. 249-254). New York, USA: Falmer Press.
- Even, R., & Ball, D. (2009). *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics*. New ICMI Studies. New York: Springer.
- Fennema, E. & Franke, L. M. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). New York, NY: Macmillan.
- Flores, E., Escudero, D., & Carrillo, J. (2013). A theoretical review of specialised content Knowledge.
- Gopinathan, S., Ho, W.K., & Tan, J. (2001). Teacher education and teaching in Singapore: Into the new century. In Y.C. Cheng, M.M.C.
- Gu, L., Wong, J. (2003). Jiaoshi zai jiaoyu xingtong zhong chengzhang [Teacher development in education action]. *Kecheng. Jiaochai. Jiaofa [Curriculum.textbook. pedagogy]* 2003(1): 9-26
- Harris, D. N. & Sass, T. R., (2011). "Teacher training, teacher quality and student achievement," *Journal of Public Economics, Elsevier*, vol. 95(7-8), s. 798-812, August.
- Hashweh, M. (2005) Teacher pedagogical constructions: a reconfiguration of pedagogical content knowledge. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 11(3), 273-292
- Hattie, J. (2003, Lokakuu). Teachers make a difference: What is the research evidence? Paper presented at the Australian Council for Educational Research Annual Conference on Building Teacher Quality, Melbourne.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Hill, H. C., Sleep, L., Lewis, J. M., & Ball, D. L. (2007). Assessing teachers' mathematical knowledge: What matters and what evidence counts? In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 111-156). Charlotte, NC: Information Age.
- Hodgen, J. (2011). Knowing and identity: A situated theory of mathematics knowledge in teaching. In T. Rowland, & K. Ruthven (Eds.), *Mathematical Knowledge in Teaching* (pp. 27-42). (Mathematics Education Library; Vol. 50).
- Hsieh, F. J., Lin, P. J., & Shy, H. Y. (2012). Mathematics teacher education in Taiwan. In Tso, T.Y. (Ed.), *Proc. 36th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol.1 (pp. 187-206). Taipei, Taiwan: PME.
- Huang, R. & Bao, J. *J Math Teacher Educ* (2006) 9: 279. <https://doi.org/10.1007/s10857-006-9002-z>

Itä-Suomen yliopiston opetusohjelma: <http://www.uef.fi/documents/10184/1535181/lumet2017-2018.pdf/7d2e93a3-99c9-4fcb-a444-9c4996131055>

Jeremy, A. K., Duane, A. C., & Kimberly, A. B. (2003). The role of mathematics teachers' content knowledge in their teaching: A Framework for research applied to a study of student teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6. s. 223-252.

Koehler M.J., Mishra P., Kereluik K., Shin T.S., Graham C.R. (2014) The Technological Pedagogical Content Knowledge Framework. In: Spector J., Merrill M., Elen J., Bishop M. (eds) *Handbook of Research on Educational Communications and Technology*. Springer, New York, NY

Koponen, M., Asikainen, M. A., Viholainen, A., & Hirvonen, P. E. (2016). Teachers and their educators – views on contents and their development needs in mathematics teacher education. *The Mathematics Enthusiast*, 13(1-2), s. 149-170.)

Korthagen, F. & Kessels, J. (1999). Linking theory to practice: Changing the pedagogy of teacher education. *Educational Researcher*, 28(4), s. 4–17.

Krainer K., Hsieh F.J., Peck R., Tatto M.T. (2015) The TEDS-M: Important Issues, Results and Questions. In: Cho S. (eds) *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. Springer, Cham

Laine, A. (2003). Luokanopettajaopiskelijoiden kokemuksia matematiikan opetusharjoittelusta peruskoulun yläluokilla. Esitelmä 10.10.2003. Ilmestyi englanninkielisenä teoksessa *Proceedings of the 20th Annual Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education Research Association in Helsinki, October 9–11, 2003*.

Leung F. K. S., Park K., Shimizu Y., Xu B. (2015) *Mathematics Education in East Asia*. In: Cho S. (eds) *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. Springer,

Leung, F. K. S. & Park, K.M. (2002). “Competent students, competent teachers?”, *International Journal of Educational Research*, 37(2), 113-129.

Leung, F. K. S. (2017) *Making Sense of Mathematics Achievement in East Asia: Does Culture Really Matter?*. In: Kaiser G. (eds) *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham

Leung, F. K. S., Frederick, K. S. (2003). Issues concerning teacher education in the East Asian region. *Asia-Pacific Journal of Teacher Education*

Malinen, P. & Kupari, P. (2003). Miten kognitiivisista prosesseista kehiteltiin konstruktivismia – Katsaus Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimusseuran toimintaan 1983–2003. Koulutuksen tutkimuslaitos. Jyväskylä.

Mayring, P. (2000). Qualitative Content Analysis [28 paragraphs]. *Forum Qualitative Sozialforschung / Forum: Qualitative Social Research*, 1(2), Art. 20, <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0114-fqs0002204>.

McDiarmid, G. W., Ball, D. L., & Anderson, C. W. (1989). Why staying ahead one chapter doesn't really work: Subject-specific pedagogy. In M. C. Reynolds (Ed.), *Knowledge base for the beginning teacher* (pp. 193-205). New York: Pergamon.

National Research Council (2010). *Preparing teachers: Building evidence for sound policy* (Committee on the Study of Teacher Preparation Programs in the United States, Division of Behavioral and Social Sciences and Education). Washington, DC: National Academy Press.

Niemi, E. K. (2001). *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2000*. Helsinki: Opetushallitus.

O'Meara, N. (2010). *Improving mathematics teaching at second level through the design of a model of teacher knowledge and an intervention aimed at developing teachers' knowledge*. University of Limerick. Dissertation.

Oulun yliopiston opetusohjelma: <http://webcgi.oulu.fi/studiag/index.php?kieli=1&kaavio=565>

Peng, A. *J Math Teacher Educ* (2007) 10: 289. <https://doi-org.ezproxy.utu.fi/10.1007/s10857-007-9041-0>

Peters, Cowie, Menter (2017) *A Companion to Research in Teacher Education*, s. 633

Pietilä (2002) *Pre-service elementary teachers' views of mathematics: The role of mathematics*

Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). *Developing Primary Mathematics Teaching: reflecting on practice with the Knowledge Quartet*. London: Sage

Schmidt, W., Blömeke, S., & Tatto, M. T. (2011). *Teacher education matters. A study of middle school mathematics teacher preparation in six countries*. New York, NY: Teachers College Press.

Senk, S. L., Tatto, M. T., Reckase, M., Rowley, G., Peck, R., & Bankov, K. (2012). Knowledge of future primary teachers for teaching mathematics: An international comparative study, *ZDM—The International Journal on Mathematics Education*. DOI:10.1007/s11858-012-0400-7 <http://www.springerlink.com/content/f881483261201gu4/>

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), s. 4–14.

Sinicrope, R., Eppler M., Preston R. V., Ironsmith M. (2015) *Preservice Teachers of High School Mathematics: Success, Failure, and Persistence in the Face of Mathematical Challenges - Sinicrope - 2015 - School Science and Mathematics - Wiley Online Library*

Siu, M. (2004). Official curriculum in mathematics in ancient China: how did candidates study for the examination? In L. H. Fang (eds.), *How Chinese learn mathematics*. Singapore: The World Scientific Publishing.

Sleep, L. (2009). Teaching to the mathematical point: Knowing and using mathematics in teaching. University of Michigan. Dissertation.

Tampereen yliopiston opetusohjelma: <https://www10.uta.fi/opas/tutkintoOhjelma.htm?rid=15031&ui-Lang=fi&lang=fi&lvv=2017>

Tatto, M. T. (1999). The socializing influence of normative cohesive teacher education on teachers' beliefs about instructional choice. *Teachers and Teaching*, 5, s. 111-134.

Tatto, M. T. (2008). Teacher policy: A framework for comparative analysis. *Prospects: Quarterly Review of Comparative Education*, 38, s. 487-508.

Tatto, M. T. (Ed.) (2013, julkaistu 2014). *The Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M). Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries: Technical Report*. Amsterdam, The Netherlands: International Association for the Evaluation of Student Achievement.

Tatto, M. T., Rodriguez, M. C., & Lu, Y. (painossa). *The Influence of Teacher Education on Mathematics Teaching Knowledge: Local Implementation of Global Ideals*. In G. K. Le Tendre & A. W. Wiseman (Eds.), *Promoting and Sustaining a Quality Teacher Workforce Worldwide*. Bingley, United Kingdom: Emerald.

Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S. L., Ingvarson, L., Rowley, G., Peck, R., Bankov, K., Rodriguez, M., & Reckase, M. (2012). *Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries. Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. Amsterdam, The Netherlands: International Association for the Evaluation of Student Achievement.

Tatto, M.T., Lerman, S., & Novotná, J. (2010). The organization of the mathematics preparation and development of teachers: A report from the ICMI Study 15. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13, s. 313-324

Tossavainen, T. & Sorvali, T. (2003). Koulumatematiikka, matematiikka ja didaktinen matematiikka. *Tieteessä tapahtuu* 20 (8), 30–34.

Turun yliopiston opetusohjelma: <https://www.utu.fi/fi/yksikot/sci/yksikot/mattil/opiskelijaksi/DI-opettajaksi/Sivut/home.aspx> <https://opas.peppi.utu.fi/fi/tutkinto-ohjelma/1637>

Verloop, N., Van Driel, J., & Meijer, P. (2001). Teacher knowledge and the knowledge base of teaching. *International Journal of Educational Research*, 35(5), 441–461

Virtanen, A. (1994). *Matematiikan opetusharjoittelijoiden taidot lukion differentiaalilaskennassa*. Pro gradu -tutkielma, Helsingin yliopisto. Matematiikan laitos.

t-Test: question 1

	<i>Variable</i>	<i>Variable</i>
	<i>1</i>	<i>2</i>
Mean	3,533333	0
Variance	1,12381	0
Observations	15	3
Hypothesized value	3	
df	14	
t Stat	1,948489	
P(T<=t) one-tail	0,035844	
t Critical one-tail	1,76131	
P(T<=t) two-tail	0,071688	
t Critical two-tail	2,144787	

t-Test: question 3

	<i>Variable</i>	<i>Variable</i>
	<i>1</i>	<i>2</i>
Mean	3,6	0
Variance	1,257143	0
Observations	15	3
Hypothesized Mean Difference	3	
df	14	
t Stat	2,072548	
P(T<=t) one-tail	0,028579	
t Critical one-tail	1,76131	
P(T<=t) two-tail	0,057158	
t Critical two-tail	2,144787	

t-Test: question 2

	<i>Variable</i>	<i>Variable</i>
	<i>1</i>	<i>2</i>
Mean	3,866667	0
Variance	1,695238	0
Observations	15	3
Hypothesized value	3	
df	14	
t Stat	2,577997	
P(T<=t) one-tail	0,010947	
t Critical one-tail	1,76131	
P(T<=t) two-tail	0,021894	
t Critical two-tail	2,144787	

t-Test: question 5

	<i>Variable</i>	<i>Variable</i>
	<i>1</i>	<i>2</i>
Mean	3,6875	0
Variance	1,029167	0
Observations	16	3
Hypothesized value	3	
df	15	
t Stat	2,710752	
P(T<=t) one-tail	0,008054	
t Critical one-tail	1,75305	
P(T<=t) two-tail	0,016108	
t Critical two-tail	2,13145	

t-Test: question 6

	<i>Variable</i>	<i>Variable</i>
	<i>1</i>	<i>2</i>
Mean	3,333333	0
Variance	1,238095	0
Observations	15	3
Hypothesized value	3	
df	14	
t Stat	1,160239	
P(T<=t) one-tail	0,132678	
t Critical one-tail	1,76131	
P(T<=t) two-tail	0,265356	
t Critical two-tail	2,144787	

LIITE 1 T-TESTI KYSELYN TULOKSILE