



Turun yliopisto
University of Turku

MATEMAATTINEN MINÄKÄSITYS, SISÄINEN MOTIVAATIO JA JOUSTAVAT ARITMEETTISET TAIDOT 3. JA 6. LUOKALLA

Lotta Tuomisto
Pro gradu -tutkielma
Kasvatustiede
Opettajankoulutuslaitos
Turun yliopisto
02/2020

TURUN YLIOPISTO
Opettajankoulutuslaitos

TUOMISTO, LOTTA: Matemaattinen minäkäsitys, sisäinen motivaatio ja joustavat aritmeettiset taidot 3. ja 6. luokalla

Tutkielma, 44 s., 2 liites.

Kasvatustiede

02/2020

Tässä tutkimuksessa pyrittiin selvittämään 3. ja 6. luokkalaisten matemaattisen minäkäsityksen ja sisäisen motivaation yhteyttä joustaviin aritmeettisiin taitoihin. Tutkimuksessa hyödynnettiin aikaisemmissa tutkimuksissa kehitettyä kyselyä ja tehtävää. Kysely mittasi matemaattista minäkäsitystä ja motivaatiota ja tehtävä joustavia aritmeettisiä taitoja.

Tutkimukseen osallistui 3.- (n=41) ja 6.-luokkalaisia (n=43) yhteensä kolmesta eri koulusta Varsinais-Suomen alueella. Tutkija kävi itse kouluissa teetättämässä tehtävät oppilailla yhden oppitunnin aikana. Tehtävät olivat täysin samat 3. ja 6. luokkalaisilla. Aineisto analysoitiin SPSS-ohjelmalla käyttäen t-testiä, Pearsonin korrelaatiotestiä, Mann-Whitneyn U-testiä, faktori- ja klusterianalyysejä sekä Khiin neliö -testiä. Lisäksi korrelaatioiden eroja tarkasteltiin COCOR-sivuston avulla.

Tuloksissa tuli ilmi, että 6.-luokkalaisilla matemaattinen minäkäsitys oli 3.-luokkalaisia heikompi. Sen sijaan 6.-luokkalaisilla matemaattinen minäkäsitys ja sisäinen motivaatio olivat vahvemmin yhteydessä joustaviin aritmeettisiin taitoihin kuin 3.-luokkalaisilla. Sukupuolten välisessä vertailussa ei yleisellä tasolla tullut merkitseviä eroja, mutta 6.-luokkalaisten kohdalla pojilla matemaattisen minäkäsityksen ja sisäisen motivaation yhteys joustaviin aritmeettisiin taitoihin oli hyvin vahva. Tulosten perusteella opettajat voisivat kiinnittää enemmän huomiota oppilaiden matemaattisen minäkäsityksen edistämiseen, sillä tällä oli selkeä yhteys joustavan aritmetiikan taitoihin.

Asiasanat

Minäkäsitys, matemaattinen minäkäsitys, motivaatio, sisäinen motivaatio, joustavat aritmeettiset taidot

Sisällysluettelo

1	JOHDANTO.....	7
2	AIKAISEMMAT TUTKIMUKSET.....	9
2.1	Minäkäsitys	10
2.2	Motivaatio suhteessa minäkäsitykseen ja matematiikkaan.....	11
2.3	Matemaattinen minäkäsitys.....	14
2.4	Matemaattisen minäkäsityksen kehitys	16
2.5	Matemaattinen osaaminen PISA-tutkimusten valossa.....	17
2.6	Joustavat aritmeettiset taidot	18
3	TUTKIMUSONGELMAT JA HYPOTEESIT	20
4	TUTKIMUSMENETELMÄ	23
4.1	Tutkittavat	23
4.2	Mittarit	24
4.2.1	Minäkäsitys- ja motivaatiokysely	24
4.2.2	Joustavia aritmeettisiä taitoja mittaava tehtävä	25
4.3	Aineistonkeruu	25
4.4	Tutkimusmenetelmän luotettavuus.....	26
4.5	Aineiston analysointi	27
5	TULOKSET	31
5.1	3. ja 6. luokkalaisten matemaattinen minäkäsitys ja sisäinen motivaatio....	31
5.2	Joustavat aritmeettiset taidot 3. ja 6. luokilla.....	32
5.3	Matemaattisen minäkäsityksen ja sisäisen motivaation yhteys joustaviin aritmeettisiin taitoihin 3. ja 6. luokalla	34
5.3.1	3. ja 6. luokkien erot joustavien aritmeettisten taitojen yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen ja sisäiseen motivaatioon	35
5.4	Sukupuolten väliset erot joustavissa aritmeettisissä taidoissa ja niiden yhteydessä minäkäsitykseen ja sisäiseen motivaatioon	36
5.4.1	Sukupuolten väliset erot matemaattisessa minäkäsityksessä, sisäisessä motivaatiossa, joustavissa aritmeettisissä taidoissa ja näiden välisessä yhteydessä 3. ja 6. luokilla	37
6	POHDINTA	40
6.1	Matemaattisen minäkäsityksen, sisäisen motivaation ja joustavien aritmeettisten taitojen taso	40

6.2	Yhteydet joustaviin aritmeettisiin taitoihin.....	41
6.3	Sukupuolten väliset erot.....	42
6.4	Tutkimuksen luotettavuus.....	43
6.5	Tulosten hyödyntämismahdollisuudet ja jatkotutkimusehdotukset.....	44
LÄHTEET.....		46
LIITTEET.....		50

Kuviot / List of figures

Kuvio 1: 3.- ja 6.-luokkalaisten lukumäärät eri klustereissa, s. 33

Kuvio 2: Motivaatiotekijöiden keskiarvot tytöillä ja pojilla 3. ja 6. luokalla, s. 37

Kuvio 3: Joustavien aritmeettisten taitojen keskiarvot tytöillä ja pojilla 3. ja 6. luokalla, s. 38

Taulukot / List of tables

Taulukko 1: Oppilaiden jakautuminen sukupuolen ja luokka-asteen mukaan, s. 23

Taulukko 2: Kyselyn osa-alueet ja esimerkkiväittämät, s. 24

Taulukko 3: Tutkimuksessa huomioitujen osatehtävien vaaditut vastaukset ja käytettävät luvut, s. 25

Taulukko 4: Faktorianalyysistä saadut summamuuttujat, s. 29

Taulukko 5: Tilastolliset tunnusluvut motivaatiotekijöistä (3. luokka), s. 31

Taulukko 6: Tilastolliset tunnusluvut motivaatiotekijöistä (6. luokka), s. 31

Taulukko 7: Tilastolliset tunnusluvut joustavista aritmeettisistä taidoista (3. luokka), s. 32

Taulukko 8: Tilastolliset tunnusluvut joustavista aritmeettisistä taidoista (6. luokka), s. 32

Taulukko 9: Joustavat aritmeettiset taidot eri klustereissa, s. 33

Taulukko 10: Motivaatiotekijöiden ja joustavien aritmeettisten taitojen väliset korrelaatiot luokittain, s. 34

Taulukko 11: 3. ja 6. luokkien motivaatiotekijöiden ja joustavien aritmeettisten taitojen välisen korrelaatioiden erojen p-arvot COCOR-testin mukaan, s. 35

Taulukko 12: Tilastolliset tunnusluvut tyttöjen ja poikien joustavista aritmeettisistä taidoista, s. 36

Taulukko 13: Motivaatiotekijöiden ja joustavien aritmeettisten taitojen väliset korrelaatiot sukupuolen mukaan, s. 37

Taulukko 14: Motivaatiotekijöiden keskiarvojen erot t-testissä, s. 38

Taulukko 15: Motivaatiotekijöiden ja joustavien aritmeettisten taitojen väliset korrelaatiot sukukupuolen mukaan (3. luokka), s. 39

Taulukko 16: Motivaatiotekijöiden ja joustavien aritmeettisten taitojen väliset korrelaatiot sukukupuolen mukaan (6. luokka), s. 39

1 JOHDANTO

Suomalaisten peruskoululaisten matemaattinen osaaminen sekä siihen suhtautuminen on ollut viime vuosina esillä keskusteluissa. Osasyynä tähän on varmasti PISA-tutkimukset, joiden mukaan suomalaisten 15-vuotiaiden matematiikan osaaminen on laskenut vuoden 2003 mittauksen jälkeen (Kupari ym. 2013, 28). Tämän lisäksi PISA 2012 -tutkimuksessa tuli esille, kuinka matemaattinen minäkäsitys oli yhteydessä osaamiseen ja etenkin heikommin suoriutuvilla yhteys oli vahvempi (Kupari ym. 2013, 60). Vastaavaa on huomattu myös eri-ikäisillä oppilailla. Opetushallituksen tutkimuksen mukaan matematiikasta pitäminen ja pystyvyyden tunne laskevat 3. luokalta 6. luokalle ja taas edelleen 9. luokalle. Osittain tällainen kehitys selittyy sillä, että yksilön minäkäsitys muuttuu realistisemmaksi iän mukana. (Metsämuuronen 2013, 234.) Matematiikasta pitämisen ja pystyvyyden tunteen on kuitenkin todettu olevan myös yhteydessä oppilaiden suoritustasoon ja erityisesti pystyvyyden tunteen osalta yhteys oli merkittävä jokaisella luokka-asteella. (Metsämuuronen 2013, 237). Tämä osoittaa sen, kuinka tärkeä rooli on oppilaan käsityksellä itsestään suhteessa matematiikkaan, kun oppiaineesta pitämisen lisäksi tarkastellaan myös suoriutumista. Tässä tutkimuksessa haluttiin siksi selvittää, mikä yhteys matemaattisella minäkäsityksellä on oppilaan joustavan matematiikan taitoihin ja vielä tarkemmin joustaviin aritmeettisiin taitoihin.

Mediassa on nostettu esille Turun yliopiston professori Erno Lehtisen näkemyksiä joustavasta matematiikasta sekä motivaation puutteesta matematiikkaa kohtaan (Collin 2018; Korkeakivi 2019). Lehtisen mukaan moni näkee matematiikan erillisenä muusta elämästä eikä matemaattista ajattelua osata kytkeä matematiikan oppimiseen koulussa. Lehtinen ehdottaakin, että takaamalla onnistumisen ja ymmärtämisen kokemuksia jo varhain, voidaan säilyttää motivaatio matematiikkaa kohtaan ja että yksi apu tähän olisi joustava matematiikka. (Collin 2018; Korkeakivi 2019.) Matematiikan oppiminen vaatiikin tarkoituksellista harjoittelua, joka edistää joustavien matemaattisten taitojen kehittymistä ja siten oppilaan kykyä hyödyntää tiettyjä operaatioita sen hetkisen tilanteen mukaisesti. (Lehtinen, Hannula-Sormunen, McMullen & Gruber 2017, 1; McMullen ym. 2016, 172). Perusopetuksen opetussuunnitelmanperusteet (jatkoksa POPS 2014) myös korostavat matematiikan soveltamisen tärkeyttä sekä sen hyödyllisyyden ymmärtämistä (POPS 2014, 234). Edellä mainittujen asioiden vuoksi tässä tutkimuksessa haluttiin huomioida myös motivaation yhteys joustaviin aritmeettisiin taitoihin.

Heikentyneiden tulosten lisäksi minäkäsityksen ja motivaation yhteyttä joustaviin matemaattisiin taitoihin on hyvä tutkia sen vuoksi, että nyky-yhteiskunnassa matematiikkaa tarvitaan enemmän niin työelämässä kuin arjessa. Teknologiateollisuus ry:n tuoreessa raportissa nouseekin esiin, kuinka alalle tarvitaan paljon uusia osaajia muutaman vuoden sisällä. Tarvetta on muun muassa robotiikan ja ohjelmoinnin osaajille (Teknologiateollisuus ry 2018.) Nämä kyseiset osaamisalueet tulevat esiin myös uudessa opetussuunnitelmassa eli niiden tulisi näkyä myös opetuksessa (POPS 2014, 235.)

Minäkäsityksen, motivaation ja joustavan matematiikan merkitystä tukee myös Münchenin ja Bielefeldin yliopistojen tutkimus, jossa oli mukana 3 500 koululaista. Tutkimuksessa näiden oppilaiden matematiikan osaamisen kehitystä seurattiin viidenneltä luokalta kymmenennelle. Tuloksissa huomattiin, että parhaiten edistyivät oppilaat, jotka luottivat omaan kykyihinsä, olivat motivoituneita, pystyivät käyttämään tietoa soveltavasti ja välttivät yksinkertaisia oppimisstrategioita. (Murayama, Pekrun, Lichtenfeld & vom Hofe 2013, 1475 & 1486.) Näiden perusteella voidaan todeta yhteiskunnan tarve joustavan matematiikan osaajille, mutta sen takaamiseksi tulisi kiinnittää huomiota oppilaiden omaan käsitykseen itsestään ja suhteestaan matematiikkaan.

2 AIKAISEMMAT TUTKIMUKSET

Matematiikka on pitkään ollut arvostettu oppiaine, jossa saavutukset liitetään usein älykkyyteen ja jossa onnistumista oppilaat pitävät tärkeänä. Matematiikka herättää myös voimakkaita tunteita, niin negatiivisia kuin positiivisia. Matematiikan merkitys elämässä on välttämätön, sillä monet arkipäivän toimet, kuten ostosten teko, vaativat matemaattista ajattelua. Tämän vuoksi heikot taidot herättävät huolta. (Linnanmäki 2004, 241.) Minäkäsitys on myös olennainen muuttuja koulutuksessa sekä koulutuksen arvioinnissa ja tutkimuksessa (Shavelson, Hubner & Stanton 1976, 408). Uusimman POPS:n mukaan matematiikan opetuksen tuleekin tukea oppilaiden myönteistä asennetta sekä positiivista minäkuvaa oppijana matematiikan osalta (POPS 2014, 260). Vahva minäkäsitys matematiikassa on yksi merkittävä koulutuksen tulos, joka myös ennustaa oppilaan suoriutumista matematiikassa. Minäkäsityksellä onkin suuri merkitys tavoitteiden asettamisen sekä opiskelumenetelmien valinnan kannalta. Minäkäsitys ei vaikuta ainoastaan oppimistuloksiin, vaan myös oppilaan hyvinvointiin sekä persoonallisuuden kehittymiseen. (Kupari ym. 2013, 59.)

Minäkäsitystä tarkasteltaessa motivaatiolla on myös oma merkityksensä. Tutkimuksissa on todettu, että jos oppilas kokee pystyvänsä suoriutumaan jostakin tehtävästä eli hän uskoo omiin kykyihinsä, suoriutuu hän tällöin paremmin sekä on motivoituneempi valitsemaan haasteellisempia tehtäviä (Eccles & Wigfield 2002, 110). Tämän kautta oppilaat mitä todennäköisimmin ovat sisäisesti motivoituneita tehtävään ja todennäköisimmin myös nauttivat sen tekemisestä (Eccles & Wigfield 2002, 112). Täten voidaan todeta, että oppilas, jolla on positiivinen käsitys omista kyvyistään, on myös mahdollisesti sisäisesti motivoitunut kyseistä oppiainetta kohtaan. Yleisesti ajatellaankin muun muassa juuri lasten sisäisen motivaation ja uskomusten omiin kykyihin olevan merkittäviä tekijöitä tehtävään ryhtymisen kannalta (Eccles & Wigfield 2000, 158).

Näiden lisäksi opetuksessa olennaista on kehittää kykyä käyttää ja soveltaa matematiikkaa erilaisissa tilanteissa (POPS 2014, 260). Opetuksen sisällön kannalta on tärkeää kehittää ajattelun taitoja muun muassa löytämällä yhtäläisyyksiä, eroja ja säännönmukaisuuksia. Tähän kuuluu myös vertailun, luokittelun ja järjestykseen asettamisen taitojen syventäminen. Näiden lisäksi opetuksessa on keskeistä lukukäsitteen kehittyminen, kymmenjärjestelmän ymmärryksen vahvistaminen sekä peruslaskutoimitusten ominaisuuksien sekä niiden välisten yhteyksien hyödyntäminen. (POPS 2014, 263.) Nämä sisällöt

huomioimalla opetuksessa tuetaan oppilaan joustavien aritmeettisten taitojen kehittymistä. Joustavissa aritmeettisissä taidoissa keskeistä on oppilaan kyky tunnistaa ja käyttää lukuja ja laskutoimituksia itselleen ja tilanteeseen sopivalla tavalla (McMullen ym. 2016, 172). Tämän kautta voidaan todeta, että joustavat aritmeettiset taidot ovat olennainen osa matematiikan oppimista, sillä se linkittyy oppilaan taitoon mallittaa ja hahmottaa maailmaa matematiikan avulla.

2.1 Minäkäsitys

Yleisesti ottaen minäkäsitys tarkoittaa yksilön kokonaisvaltaisia käsityksiä itsestään (Aho 1996, 9; Bong & Skaalvik 2003, 2; Linnanmäki 2004, 242). Tähän sisältyvät käsitykset ulkonäöstä, taustasta, kyvyistä, resursseista, asenteista ja tunteista (Linnanmäki 2004, 243). Yleisesti minäkäsitystä ja minäkuva pidetään synonyymeinä. Jos ne erotettaisiin, voidaan minäkäsitys nähdä enemmän abstraktina ja minäkuva sen mitattuna ja verbaloituna muotona. Minäkäsitystä voidaan kuvata myös asennoitumisena itseensä, jolloin minäkäsitys pitää sisällään sekä tiedot itsestä että affektiivisen ja arvioivan suhtautumisen itseensä. (Aho 1996, 9.) Minäkäsitystä pidetään monesti myös yksilön tärkeimpänä ominaisuutena, persoonallisuuden ytimenä. (Aho 1996, 10). Se määrää vahvasti ihmisen käyttäytymistä, sillä yksilö toimii sen mukaan, millaisena hän näkee itsensä eikä sen mukaan, mitä hän todellisuudessa voisi tehdä. Esimerkiksi matematiikassa tämä voi näkyä siten, jos oppilas kokee itsensä huonoksi, hän todennäköisesti ei yritä vaikeaa tehtävää, vaikka hänellä on kyvyt sen ratkaisemiseen. Minäkäsitys myös auttaa pitämään psyykkistä tasapainoa, mikä näkyy ympäristön minäkäsitystä tukevan informaation valikointina. Informaation valinnan kautta sillä on siis vaikutusta oppimiseen. (Aho 1996, 11.)

Kun puhutaan oppilaan käsityksestä itsestään oppijana, puhutaan akateemisesta minäkäsityksestä (Linnanmäki 2004, 244). Minäkäsitystä pyritään kehittämään opetuksessa ja tätä kautta myös positiivisesti vaikuttamaan oppilaan persoonallisuuteen. Toisaalta tätä kautta yritetään vaikuttaa myös yksilön saavutustasoon eli nostamaan hänen suorituksiinsa. Oppilailla, joilla on oppimisvaikeuksia, on todettu alttius heikompaan, kokonaisvaltaiseen minäkäsitykseen kuin muilla. Tämä näkyy myös yhteytenä heidän saavutuksiinsa. (Linnanmäki 2004, 243.) Yleisesti uskotaan, että se mitä ihminen ajattelee itsestään, vaikuttaa siihen, miten hän toimii ja taas päinvastoin, miten nämä toimet vaikuttavat hänen käsitykseensä itsestään (Shavelson, Hubner & Stanton 1976, 411; Bong & Skaalvik

2003, 3). Monet tutkimukset tukevat myös sitä, että alakohtaisella akateemisella minäkäsityksellä on suuri vaikutus muun muassa akateemisiin saavutuksiin (Lohbeck 2018, 1032.)

Minäkäsitys muodostuu vuorovaikutuksessa ympäristön kanssa ja sen pohjana toimii oppilaan tekemät vertailut omassa sosiaalisessa ympäristössään. Pojilla on tyttöjä useammin erilaisia oppimisvaikeuksia, jolloin heidän vertaisryhmänsä, esimerkiksi omassa luokassa, on myös suurempi. Tyttöjen kohdalla tilanne voi olla se, että luokassa voi olla ainoastaan yksi tyttöoppilas, jolla on oppimisen ongelmia. Tällöin heillä on vertailukohteina vain ne oppilaat, joilla ei ole ongelmia, mikä osaltaan selittää sitä, miksi tyttöjen akateeminen minäkäsitys on todettu heikommaksi. (Linnanmäki 2004, 243–244.) Sukupuolten välillä on myös huomattu, että tytöt selittävät menestymistään useammin ulkoisilla tekijöillä, esimerkiksi opettaja oli tehnyt helpon kokeen, ja epäonnistumista puolestaan sisäisillä, kuten heikoilla omilla taidoilla. Pojilla tämä on päinvastoin. Yksilöt, joiden minäkäsitys on heikko, useimmiten vetoavatkin juuri tyttöjen kohdalla kuvatuilla tavoilla (Linnanmäki 2004, 244).

2.2 Motivaatio suhteessa minäkäsitykseen ja matematiikkaan

Ecclesin ja Wigfieldin (2002, 110) mukaan useat teoriat keskittyvät yksilöiden uskomuksiin heidän omasta pätevydestään ja pystyvyydestään, odotuksiin onnistumisesta tai epäonnistumisesta ja tulosten hallinnasta. Nämä uskomukset liittyvät suoraan kysymykseen: pystynkö tekemään tämän tehtävän? Yleisesti, kun yksilöt vastaavat tähän myönteisesti, he suoriutuvat paremmin ja ovat motivoituneita valitsemaan haastavampia tehtäviä. (Eccles & Wigfield 2002, 110.) Tätä kautta voidaan sanoa minäkäsityksen liittyvän läheisesti motivaatioon ja vielä tarkemmin sisäiseen motivaatioon, sillä perusteella, miten minäkäsitys ohjaa ihmisen toimintaa (Aho 1996, 11.)

Kun yksilöt ovat sisäisesti motivoituneita, he sitoutuvat tehtävään sen kiinnostavuuden vuoksi ja he myös nauttivat sen tekemisestä (Eccles & Wigfield 2002, 112). Kiinnostuksen katsotaankin yleisesti liittyvän läheisesti sisäiseen motivaatioon sekä sen olevan merkittävästi yhteydessä syvälliseen oppimiseen (Wigfield, Eccles & Rodriguez 1998, 77). Psykologisesta näkökulmasta kiinnostus pitää sisällään huomion kohdentamisen, lisääntyneen kognitiivisen toiminnan, sinnikkyyden ja osallistumisen tunneperusteisesti (Hidi 2000, 311). Sisäinen motivaatio katsotaan kuitenkin kiinnostusta laajemmaksi käsitteeksi,

kiinnostuksen ollessa enemmän kohdekohtaista (Hidi 2000, 317). Monissa sisäisen motivaation tutkimuksissa itsearvioitua kiinnostusta on siitä huolimatta käytetty sisäisen motivaation mittarina ja puhuttaessa yksilöä motivoivista tekijöistä, kiinnostus voidaan myös nähdä sisäisen motivaation erityistapauksena. Kiinnostuksen katsotaankin olevan sisäisen motivaation yksi erityismotiivi (Hidi 2000, 316–317).

Ulkoisessa motivaatiossa yksilöt sitoutuvat tehtävään välineellisistä tai muista syistä, kuten palkinnon saamiseksi (Eccles & Wigfield 2002, 112). Näiden määritelmien perusteella tässä tutkimuksessa keskitytään sisäiseen motivaatioon, ja tarkemmin kiinnostukseen sen mittaajana, ulkoisen motivaation sijasta, sillä näiden katsotaan liittyvän läheisesti minäkäsitykseen.

PISA 2012 -tutkimuksessa on selvitetty sisäistä ja ulkoista motivaatiota suhteessa matematiikan oppimiseen (Kupari ym. 2013, 55). Suomalaisista 15-vuotiaista enemmistö ilmoitti nauttivansa matematiikasta, mutta OECD-maiden keskiarvoon nähden sisäinen motivaatio on suomalaisilla keskiarvoa heikompi. Sukupuolten erojen tarkastelussa tuli puolestaan ilmi, että poikien sisäinen motivaatio oppimista kohtaan on tyttöjä korkeampi. (Kupari ym. 2013, 57.)

Lasten omaan pätevyyteen liittyvien uskomusten, arvojen, sisäisen motivaation ja tehtäväsuuntautuneisuuden ajatellaan olevan ratkaisevimpia näkökulmia motivaatioon. Monille lapsille nämä näkökulmat muuttuvat vähemmän positiivisiksi koulupolun aikana ja monesti vähemmän toivottavat näkökulmat kasvavat. (Eccles & Wigfield 2000, 158). Euroopassa ja Amerikassa onkin huomattu, että lasten akateeminen sisäinen motivaatio ja kiinnostus laskee kouluvuosien edetessä ja tätä tapahtuu etenkin luonnontieteissä ja matematiikassa (Wigfield, Eccles & Rodriguez 1998, 85). Samankaltainen ilmiö on havaittu myös minäkäsityksen kehityksessä (Linnanmäki 2004, 244).

Pohjimmiltaan määrittelyteoreetikot kuitenkin painottavat enemmän yksilöiden tulokintoja heidän tuloksistaan kuin motivaatiota tai varsinaista tulosta myöhempiä saavutuksia määrittelevinä tekijöinä (Eccles & Wigfield 2002, 117). Eccles ja Wigfield (2002, 117) nostavat myös esille, että yksilön oma syy-seurausnäkemys tuloksissa määrittää seuraavat pyrkimykset ja siten ovat olennaisia motivoivia uskomuksia. Tässä kohtaa voidaan siis todeta, että minäkäsityksen merkitys myös motivaation kannalta on merkittävä.

Eccles ja Wigfield tuovat esille Ecclesin kollegoineen (1983; 1984) kehittämän ja testaaman odotusarvomallin (*expectancy-values model*), joka koskee valintoja, joita tehdään liittyen saavutuksiin. Odotuksien ja arvojen oletetaan suoraan vaikuttavan suoriutumisi-

seen, sinnikkyytteen ja tehtävän valintaan. Tehtäväkohtaisten uskomusten puolestaan oletetaan vaikuttavan odotuksiin ja arvoihin. Uskomukset voivat koskea esimerkiksi omaa pätevyyttä, eri tehtävien vaikeutta ja yksilön tavoitteita ja skeemaa. (Eccles & Wigfield 2002, 118.) Mallissa odotukset tarkoittavat yksilön uskomuksia onnistumisesta eli kuinka hyvin hän suoriutuu tulevista tehtävistä joko välittömästi tai tulevaisuudessa (Eccles & Wigfield 2002, 119).

Rodriguez-Aflecht nostaa esiin Wigfieldin (1994) määritelmän arvoista, joilla viitataan yksilön syihin, joiden vuoksi hän sitoutuu tehtävän tekemiseen. Nämä kaksi, odotukset ja arvot, määrittävät yksilön motivaation tehtävän suorittamiseen. (Rodriguez-Aflecht 2018, 16.) Rodriguez-Aflecht tuo myös esiin Ecclesin (2009) määritelmän näkökulmista, joihin arvolla voidaan viitata: Sisäinen arvo, saavutuksen arvo, hyödyllisyysarvo ja hinta. Sisäinen arvo (*intrinsic value*) käsittää tekemisestä saatavan nautinnon tai yksilön kiinnostuksen oppiainetta kohtaan. Saavutuksen arvo (*attainment value*) viittaa siihen, kuinka tärkeänä hyvää suoriutumista pidetään minäkäsityksen vahvistamisen tai ylläpidon kannalta. (Rodriguez-Aflecht 2018, 17; Eccles & Wigfield 2002, 120; Eccles & Wigfield 2000, 156.) Nämä kaksi arvoa, ja etenkin sisäinen arvo, voidaankin katsoa liittyvän sisäiseen motivaatioon, sillä kuten edellä on mainittu, myös siihen liittyy keskeisesti kiinnostus oppiainetta kohtaan (Wigfield, Eccles & Rodriguez 1998, 77).

Hyödyllisyysarvo (*utility value*) määritellään sen mukaan, kuinka hyvin tehtävä koskee nykyisiä ja tulevia tavoitteita. Tehtävällä voi olla positiivista arvoa yksilölle, koska se hyödyttää tulevaisuuden tavoitteita, vaikka hän ei olisikaan tehtävästä itsestään kiinnostunut. Hinta (*cost*) taas on määritelty tehtävään osallistumisen negatiivisten näkemysten perusteella, kuten paljonko tehtävän suorittaminen vaatii yksilöltä. Siihen liittyy onnistumiseen vaadittava panostuksen määrä ja menetetyt mahdollisuudet, jotka ovat seurausta yhden valinnan tekemisestä toisen sijaan. (Rodriguez-Aflecht 2018, 17; Eccles & Wigfield 2002, 120; Eccles & Wigfield 2000, 156.) Näiden voidaan katsoa liittyvän läheisesti ulkoiseen motivaatioon, sillä molemmissa arvoissa syy tehtävään ryhtymiseen on ulkoiset tekijät (Eccles & Wigfield 2002, 112.)

Tarkasteltaessa sisäisen motivaation merkitystä matematiikan tuloksiin, nostetaan esiin vielä PISA 2012 -tutkimuksen tulokset. Niissä tarkasteltiin nuorten sisäistä motivaatiota neljään tasoon jaettuna ja sen yhteyttä matematiikan testin tuloksiin. Tuloksissa tulikin ilmi, että alimpaan motivaatitasoon kuuluneiden pistekeskisarvo oli 488, kun ylimpään tasoon kuuluneilla se oli 559. Tämä 71 pisteen ero vastaa melkein kahden kou-

luvuoden edistymistä. (Kupari ym. 2013, 57.) Näiden tulosten ja edellä mainittujen seikkojen vuoksi tässä tutkimuksessa tarkastellaan sisäistä motivaatiota. Lisäksi sen katsotaan määritelmien pohjalta liittyvän läheisesti minäkäsityksen käsitteeseen.

Vaikka pätevyyden, odotuksien ja hallinnan uskomuksia koskevat teoriat tarjoavat vahvoja selityksiä yksilön suoriutumislle erilaisissa tehtävissä, ne eivät silti systemaattisesti käsittele syytä sille, mikä saa yksilön sitoutumaan näihin tehtäviin. Vaikka yksilö olisikin varma siitä, että hän suoriutuu tehtävästä, hänellä ei välttämättä ole pakottavaa syytä tehdä sitä. (Eccles & Wigfield 2002, 112.) Toisin sanoen, vaikka minäkäsitys matematiikan suhteen oppilaalla olisikin hyvä, se ei vielä tarkoita, että hän paneutuu tai ylipäänsä tekee tehtävän. Siksi tässä tutkimuksessa on huomioitu sekä sisäisen motivaation että minäkäsityksen merkitys.

2.3 Matemaattinen minäkäsitys

Matemaattinen minäkäsitys on osa akateemista minäkäsitystä. Tämä käsittää yksilön käsitykset omista kyvyistään eri akateemisilla alueilla, kuten matematiikassa. (Shavelson ym. 1976, 412.) Täten matemaattisessa minäkäsityksessä on kyse oppilaan käsityksistä ja uskomuksista omista kyvyistään matematiikan osalta. Lähellä matemaattisen minäkäsityksen määritelmää on matematiikkakuva. Matematiikkakuva käsittää matematiikkaan liittyvät tunteet, uskomukset ja motivaation. Se myös vaikuttaa siihen, kuinka paljon oppilas jaksaa yrittää matematiikan opiskelussa, ja on tätä kautta tärkeä oppimistulos. (Hannula & Holm 2018, 149.) Matematiikkaan liittyvät uskomukset voivat myös vaikuttaa tunteiden osuuteen oppimisessa. Negatiivisten kokemusten jälkeen heikosti kykyihinsä uskova oppilas saattaa luovuttaa heti, kun taas kykyihinsä uskova oppilas jatkaa yrittämistä. (Hannula & Holm 2018, 135.) Uskomukset omista matematiikan kyvyistä voivat siis perustua omiin kokemuksiin (Hannula & Holm 2018, 136).

Onnistumisten kautta oppilas alkaa uskoa lisää omiin kykyihin ja innostus matematiikkaa kohtaan kasvaa (Hannula & Holm 2018, 140). Tämän perusteella voidaankin todeta positiivisen matemaattisen minäkäsityksen ja sisäisen motivaation liittyvän läheisesti toisiinsa. Toisaalta epäonnistumiset ja vaikeudet voivat puolestaan laskea uskoa omiin kykyihin (Hannula & Holm 2018, 140). Paljon on kuitenkin saatu tuloksia, joiden mukaan positiivisen minäkäsityksen ja hyvien koulusaavutusten välillä on positiivinen korrelaatio (Linnanmäki 2004, 243). Linnanmäki (2004, 244–245) nostaa myös esiin

Reyersin (1984) huomion, jonka mukaan minäkäsityksen, joka liittyy erityisesti matemaatiikkaan, on todettu olevan yksi keskeinen tekijä, joka on yhteydessä matematiikan saavutuksiin ja oppimiseen. Tätä tukee myös Lohbeckin (2018, 1037) huomio siitä, että matemaattisen minäkäsityksen ja matematiikan arvosanojen välillä on löytynyt hyvin merkittävä positiivinen korrelaatio, mikä osoittaa näiden kahden olevan positiivisesti yhteydessä toisiinsa. Myös eri vuosina kerätyt PISA-aineistot tukevat näitä havaintoja. OECD maiden 15-vuotiaiden vuoden 2009 PISA tuloksissa tuli ilmi, että korkea matemaattinen minäkäsitys oli yhteydessä korkeisiin matemaattisiin saavutuksiin maasta riippumatta (Chiu & Klassen 2008, 12). Lisäksi PISA 2012 -tutkimuksen mukaan minäkäsitys matematiikan suhteen on vahvin selittäjä (33 %) matematiikan suoritusten vaihtelussa (Kupari ym. 2013, 65). Tuloksista käy myös ilmi, että näillä oppilailta, joilla matemaattinen minäkäsitys oli heikoin, niin heidän pistekeskisarvonsa matematiikassa (470) oli selvästi alhaisempi, kuin niillä, joilla minäkäsitys oli vahva (589) (Kupari ym. 2013, 60).

Linnanmäki (2004) oli myös tutkinut matematiikan taitojen ja minäkäsityksen välistä yhteyttä ja hän huomasi sen olevan erilaista eri luokka-asteilla. 5. luokalla yhteys oli kohtuullinen ja 8. luokalla melko vahva, kun taas 2. luokalla yhteyttä ei ollut. (Linnanmäki 2004, 249.) Eniten löytyi sellaisia oppilaita sekä 5. että 8. luokalla, joiden suoriutuminen oli keskinkertaista ja minäkäsitys neutraali (5. lk: 52,8 %; n=308 & 8.lk: 45,6 %; n=262). Keskimääräisesti suoriutuvia, joilla oli myönteinen minäkäsitys, oli 5. luokalla 14,1 % (n=82) ja 8. luokalla 9,1 % (n=52). Vastaavia, joilla on kielteinen minäkäsitys, oli puolestaan molemmilla luokilla noin joka kymmenes (5.lk 10,5 %, n=61; 8.lk: 9,9 % n=57). Heikosti suoriutuvia oppilaita, joilla on kielteinen minäkäsitys, oli 5,5 % (n=32) ja 8. luokalla 6,8 % (n=39). Sen sijaan oppilaita, jotka suoriutuvat hyvin ja heillä on myös myönteinen minäkäsitys, oli 5. luokalla 3,9 % (n=23) ja 8. luokalla 7,1 % (n=41). Hyvin suoriutuvia, mutta kielteisesti ajattelevia oli 8. luokalla 2 oppilasta ja heikosti suoriutuvia, myönteisesti ajattelevia ei ollut yhtään kummallakaan luokalla. (Linnanmäki 2004, 251.) Hannula & Holm (2018, 142) tuovat puolestaan esiin Tuohilammen ja Hannulan (2013) poiminnan Suomen opetusministeriön teettämästä pitkittäistutkimuksesta. Tämän mukaan matematiikan osaaminen 3. ja 6. luokalla olivat yhteydessä oppilaiden matemaatiikka-asenteisiin eli itseluottamukseen ja aineesta pitämiseen, jopa kolme vuotta myöhemmin (Hannula & Holm 2018, 142). Näiden tulosten pohjalta voidaan siis vahvistaa käsitystä siitä, että pääosin oppilaiden osaaminen ja minäkäsitys matematiikassa kulkevat linjassa.

Tutkimusten valossa on oleellista selvittää sukupuolten välisiä eroja, sillä poikien asenteet matematiikkaa kohtaan on aiemmin todettu myönteisemmäksi (Hannula, Kupari, Pehkonen, Räsänen & Soro 2004, 171). Lisäksi matemaattisen minäkäsityksen ja matemaattisten saavutusten välisen yhteyden on huomattu olevan pojilla vahvempi (Chiu & Klassen 2008, 16). Sukupuolten välisiä eroja matemaattisessa minäkäsityksessä oli tutkittu myös PISA 2012-tutkimuksessa. Suomalaisten 15-vuotiaiden tyttöjen minäkäsitys matematiikassa todettiin poikia selvästi heikommaksi. Yleistä keskiarvoa tarkasteltaessa suomalaisnuorten matemaattinen minäkäsitys oli lähellä OECD-maiden keskiarvoa. Tämä kertoo siitä, että suomalaisten nuorten minäkäsitys matematiikan suhteen ei ole negatiivinen, mutta ei erityisen positiivinenkaan. (Kupari ym. 2013, 59.)

2.4 Matemaattisen minäkäsityksen kehitys

Minäkäsityksen kehitykseen vaikuttavat olennaisesti läheiset henkilöt ja kokemukset, sekä niille annetut merkitykset. Herkin aika minäkäsityksen muodostumiselle ajoittuu alakouluun. Tällöin lapsi pystyy arvioimaan itseään ja samalla hänestä tulee itsensä suhteen realistisempi. Koulussa hänen elämänpiirinsä laajenee, mikä puolestaan mahdollistaa vertailun ikätovereihin. (Aho 1996, 27–28.) Tämän pohjalta voidaan siis sanoa, että opettajalla ja oppimistilanteilla on merkitystä minäkäsityksen kannalta. Koulun alkaessa lasten minäkäsitys on yleisesti melko myönteinen, mutta se lähtee laskuun erityisesti viiden ensimmäisen kouluvuoden aikana (Linnanmäki 2004, 244). Tämä on todettu myös matematiikan osalta. Oppilaan kuva itsestä matematiikan oppijana on alaluokilla hyvin myönteinen, mutta se muuttuu kielteisemmäksi ja on peruskoulun loppuvaiheessa hyvin negatiivinen useammalla oppilaalla (Hannula & Holm 2018, 149). Linnanmäen (2004, 251) tutkimuksessa on myös todettu, että he, jotka kokevat pärjäävänsä matematiikassa hyvin ensimmäisten kouluvuosien aikana, niin heidän minäkäsityksensä myös kehittyy positiivisesti.

Yleisesti tutkimuksissa on todettu, että lasten iän karttuessa heidän akateeminen minäkäsityksensä muuttuu luotettavammaksi ja vakaammaksi. Lisäksi se on myös vahvemmin yhteydessä heidän akateemisiin saavutuksiinsa, kuin mitä alkuvuosina. (Guay, Marsh & Boivin 2003, 133.) Matematiikan osalta on huomattu, että 11-vuotiaat eivät enää ole yhtä positiivisia matematiikkaan liittyvän minäkäsityksen suhteen, kuin mitä 7-vuotiaat. 11-vuotiailla minäkäsitys kuitenkin kulkee linjassa heidän saamiensa matematiikan koe-

tulosten kanssa. Tämä osoittaa sen, miten myös matemaattinen minäkäsitys muuttuu realistisemmaksi iän mukana. Lisäksi matematiikan suoritusten sekä minäkäsityksen välinen yhteys voimistuu ylemmillä luokilla. Tällöin taidoiltaan heikommilla oppilailta minäkäsitys muuttuu vieläkin heikommaksi muihin verrattuna (Linnanmäki 2004, 245.)

2.5 Matemaattinen osaaminen PISA-tutkimusten valossa

Yleisesti on tunnustettu, että matematiikassa oppiminen vaatii harjoittelua, joka johtaa alempien tasojen prosessien vaivattomaan hyödyntämiseen. Tämä jättää puolestaan kognitiivista kapasiteettia monimutkaisempiin tehtäviin. Koulumaailmassa matemaattisia harjoitteita voidaan kuitenkin luonnehtia drill- and -practice -tyyppisiksi. Näissä perustaidot automatisoituvat, mutta ne johtavat usein myös kankeisiin rutiinitaitoihin adaptiivisten ja joustavien aritmeettisten taitojen sijaan. (Lehtinen ym. 2017, 1.)

Suomalaisten 15-vuotiaiden matemaattinen osaaminen on laskenut merkittävästi PISA 2003 -tutkimuksesta. Erityisen huolestuttavaa on se, että heikkojen matematiikan osaajien prosentuaalinen osuus on kasvanut ja sen sijaan erinomaisten ja taitavien osuus taas laskenut. (Kupari ym. 2013, 28). PISA 2015-tutkimuksessa suomalaisten matemaattisen osaamisen lasku oli kuitenkin hieman laantunut ja suomalaiset ovat edelleen OECD-maiden parhaimmistoa (Vettenranta ym. 2016, 28). Mittauksessa nuorten matematiikan osaaminen laski 8 pisteellä vuoden 2012 mittauksesta, mutta tämä tulos ei ollut merkittävä. Kuitenkin verrattaessa vuoteen 2003 pistelasku oli 33 pistettä, mikä puolestaan on hyvinkin merkitsevä tulos. Muutos oli suurin myös huomioitaessa kaikkien maiden muutokset kyseisellä aikavälillä. (Vettenranta ym. 2016, 39.) Kokonaisuudessaan heikkojen matematiikan osaajien määrä Suomessa oli noin 14 % ja erinomaisesti osaavien puolestaan 12 %. (Vettenranta ym. 2016, 40).

Tilastollisesti merkitsevä tulos oli saatu myös tyttöjen ja poikien osaamisen välille. Siinä missä vuoden 2012 mittauksessa ero ei ollut merkitsevä, niin vuoden 2015 mittauksessa eroa oli 8 pistettä tyttöjen eduksi. Lisäksi poikien osaamisen välinen vaihtelu oli tyttöjä suurempaa, sillä pojista 16 % ja tytöistä 11 % kuului heikoiten osaaviin. Taitavien ja erinomaisesti osaavien kohdalla ero puolestaan ei ollut merkitsevä. (Vettenranta ym. 2016, 51–52.) Aiemmin on todettu, että tytöt ovat oppineet matematiikassa eri asioita, kun peruskoulu päättyy. Heidän oppimisstrategiansa eivät ole yhtä itsenäisiä kuin pojilla ja myös itseluottamus ja arviot omista kyvyistä ovat alhaisempia. Suorituksissa eroja ei kuitenkaan ilmene ja tytöt ovatkin yhtä hyviä kuin pojat. (Hannula ym. 2004, 170.)

2.6 Joustavat aritmeettiset taidot

Lasten matemaattisen ajattelun kehityksessä keskeinen asia on lukujonotaitojen oppiminen (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 202). Olennaista on, että lapsi oppii ymmärtämään laskemisen ja lukumäärän yhteyden. Tällöin hän hyödyntää laskemista selvittääkseen lukumäärän. Merkityksellisin vaihe on kuitenkin se, kun lapsi ymmärtää lukujen liittyvän toisiinsa eli miten ne muodostuvat toistensa avulla. (Aunio ym. 2004, 203.) Lukujonotaitojen kehitys tulee esiin yhteen- ja vähennyslaskujen ratkaisemisessa. Erilaisten strategioiden oppimisen kautta lapsen liikkuminen lukujonossa sekä käsitys lukujen välisistä suhteista kehittyi. (Aunio ym. 2004, 205.)

Edellä mainittuja tietoja ja taitoja oppilas tarvitsee joustavissa aritmeettisissä taidoissa. Joustavat aritmeettiset taidot määritellään hyvin yhtenäiseksi numeeristen ominaisuuksien ja suhteiden tuntemukseksi. Nämä taidot myös ennustavat myöhempiä, esialgebraalisia taitoja. Täten joustavat aritmeettiset taidot ovatkin olennainen osa matemaattista kehitystä ja voi siten auttaa selittämään eroja algebran kehittymisessä. (McMullen ym. 2017, 178.) McMullen ym. (2017) nostavat esiin Verschaffelin, Luwelin, Torbeynsin & Van Doorenin (2009) määritelmän joustavuudesta tässä yhteydessä. Sen mukaan joustavuus viittaa aritmeettisen ongelmanratkaisustrategian valintaan ja käyttöön, joka on tilannekohtaisesti sopiva henkilölle, joka ongelmaa ratkaisee (McMullen ym. 2017, 178). Kun oppilas osoittaa korkean tason joustavuutta aritmeettisissä tehtävissä, tämä tarkoittaa sitä, että numeroiden ja operaatioiden tunnistus ja käyttö hyödyttää juuri kyseistä oppilasta tietyssä tehtävässä ja tietyssä tilanteessa (McMullen ym. 2016, 172).

Jotta oppilaalle kehittyisi hyvät joustavat aritmeettiset taidot, hänen tulee ymmärtää luonnollisten lukujen järjestelmän periaatteet sekä osata hyödyntää tätä tietoa aritmeettisissä tehtävissä. Samaan aikaan joustaviin aritmeettisiin taitoihin kuuluu hyvät aritmeettiset taidot ja tietämys. (McMullen ym. 2016, 173.) Oppilaiden tulee tietää miten numeroita ja operaatioita voi ja ei voi käyttää aritmeettisissä tehtävissä. Tämä pätee erityisesti monimutkaisemmissa aritmeettisissä yhteyksissä, kuten käytettäessä sekä vähennys- että kertolaskua numeroiden yhdistämiseksi toisiinsa, esimerkiksi $3 \times 20 - 1 = 59$. (McMullen ym. 2017, 179.) Joustavat aritmeettiset taidot yhdistävätkin numeerisen tietämyksen ja taidot laskennalliseen tietämykseen ja taitoihin (McMullen ym. 2017, 179).

Joustavia aritmeettisiä taitoja on aiemmin tutkittu 3.–5.-luokkalaisilla oppilailla, joita oli yhteensä 55. Tutkimuksessa heidän tuli muotoilla laskulausekkeita annettujen lukujen ja peruslaskutoimitusten avulla niin, että vastauksena oli tietty valmiiksi annettu luku.

Ratkaisujen perusteella heidät jaettiin 4 ryhmään: Alhaiset taidot (*low*) -ryhmässä olivat ne oppilaat (n=22), joiden ratkaisut olivat yksinkertaisia ja niitä oli vähän. Yksinkertaiset taidot (*simple*) -ryhmään (n=11) kuuluneet käyttivät myös yksinkertaisia ratkaisuja, mutta niitä oli paljon. Monia operaatioita (*complex*) -ryhmässä (n=18) oppilaiden ratkaisut sisälsivät useita operaatioita, mutta laskuja oli kokonaisuudessaan vähän. Korkeat taidot (*high*) -ryhmän (n=3) oppilailla puolestaan oli paljon useita operaatioita sisältäviä ratkaisuja. Näistä 3.-luokkalaisia oli eniten ryhmissä alhaiset taidot ja yksinkertaiset ratkaisut, kun taas 5.-luokkalaisista puolet oli ryhmässä monia operaatioita. Jokaiselta luokkatasolta löytyi myös yksi oppilas korkeat taidot -ryhmään. Tämän lisäksi tutkimuksessa oli huomattu, että tiettyyn ryhmään kuulumisen oli myös yhteydessä matematiikan arvosanoihin. Esimerkiksi tällöin heikompaan ryhmään sijoittuvat saavat myös muita heikompia arvosanoja matematiikassa. (McMullen ym. 2016, 176.)

Tämän lisäksi tutkimusta tehtiin myös 6.-luokkalaisilla. Heidän kohdallaan huomattiin joustavien aritmeettisten taitojen yhteys heidän aritmeettiseen sujuvuuteensa sekä käsitteelliseen tietämykseensä. Erityisesti yhteys jälkimmäiseen oli vahvempi. Tämä voi osoittaa, että joustavat aritmeettiset taidot edellyttävät ymmärrystä numeroiden välisistä suhteista sekä aritmeettisistä operaatioista. (McMullen ym. 2016, 179.)

3 TUTKIMUSONGELMAT JA HYPOTEESIT

1. Miten 3.-luokkalaisten itsearvioitu matemaattinen minäkäsitys ja sisäinen motivaatio eroaa 6.-luokkalaisten itsearvioidusta matemaattisesta minäkäsityksestä ja sisäisestä motivaatiosta?

Aikaisemmissa tutkimuksissa on saatu tuloksia, joiden mukaan ylemmällä luokalla olevien oppilaiden minäkäsitys olisi heikompi (Hannula & Holm 2018, 149). On todettu, että 11-vuotiaiden positiivinen käsitys itsestään matematiikan suhteen on heikompaa, kuin mitä 7-vuotiailla (Linnanmäki 2004, 245). Myös sisäisen motivaation on todettu laskevan kouluvuosien kuluessa (Wigfield, Eccles & Rodriguez 1998, 85). Tämän perusteella tutkimuksessa voidaan olettaa, että 6.-luokkalaisten matemaattinen minäkäsitys ja motivaatio on keskimäärin heikompi, kuin mitä 3.-luokkalaisilla.

2. Miten 3.-luokkalaisten mitatut joustavat aritmeettiset taidot eroavat 6.-luokkalaisten mitatuista joustavista aritmeettisistä taidoista?

Aiemmissä tutkimuksissa 3.-luokkalaisten ovat enimmiltä osin kuuluneet alhaiset taidot - ja yksinkertaiset ratkaisut -ryhmiin, mikä kertoo siitä, että heidän ratkaisunsa eivät usein sisällä useampia operaatioita ja lisäksi ratkaisuja voi olla melko vähän. 5.-luokkalaisten sijaan valtaosa kuului monia operaatioita -ryhmään eli heidän ratkaisunsa sisälsivät useampia operaatioita, mutta ratkaisujen määrä sen sijaan oli vähäinen. (McMullen ym. 2016, 176.) Näiden perusteella voidaan olettaa, että 3. luokalla joustavat aritmeettiset taidot ovat vielä alhaisella tasolla ja ratkaisut yksinkertaisia. Sen sijaan 6.-luokkalaisten taitojen voidaan olettaa olevan paremmat, kuin mitä 5.-luokkalaisilla ja myös ratkaisujen olevan monioperaatioisia.

3. Miten matemaattinen minäkäsitys ja sisäinen motivaatio ovat yhteydessä joustaviin aritmeettisiin taitoihin 3. ja 6. luokalla?

PISA 2012 -tutkimuksessa on todettu, että matematiikan pistekeskisarvot olivat alhaisempia oppilailta, joilla on heikko matemaattinen minäkäsitys, verrattuna taas oppilaisiin, joiden matemaattinen minäkäsitys on vahva (Kupari ym. 2013, 60). Yhteyden on myös todettu olevan erilaista luokka-asteesta riippuen. 2. luokalla yhteyttä ei ole löydetty ollenkaan, kun taas 5. luokalla yhteys oli melko vahva ja 8. luokalla taas selvästi vahva. Näillä kahdella ylemmällä luokalla on huomattu, että oppilaiden käsitys itsestään suhteessa matematiikkaan kulkee melko hyvin linjassa heidän suoriutumisensa kanssa. Tasaisesti on

myös heitä, joiden suoriutuminen on keskivertaista, mutta minäkäsitys joko myönteinen tai kielteinen. (Linnanmäki 2004, 249.) PISA 2012 -tutkimuksessa tuli myös ilmi, että 15-vuotiailla, joilla on heikko sisäinen motivaatio, niin heidän matematiikan pistekeskiarvot olivat alhaisempia, kuin niillä, joiden sisäinen motivaatio oli hyvä (Kupari ym. 2013, 57). Tämän perusteella voidaan olettaa, että 3.-luokkalaisten voidaan löytää ainakin pieni yhteys matemaattisen minäkäsityksen ja joustavien aritmeettisten taitojen välillä. Yhteys voi kuitenkin näkyä selkeänä myönteisyytenä tai kielteisyytenä minäkäsityksessä suhteessa omiin taitoihin. Sen sijaan 6.-luokkalaisten kohdalla voidaan olettaa, että matemaattinen minäkäsitys ja joustavat aritmeettiset taidot hyvin pitkälti kohtaavat. Esimerkiksi hyvin osaavalla oppilaalla myös matemaattinen minäkäsitys on myönteinen. Vastaavaa suuntaa voidaan odottaa myös sisäisen motivaation ja taitojen välisestä yhteydestä.

3.1. Miten 3.- ja 6.-luokkalaisten joustavien aritmeettisten taitojen yhteydet matemaattiseen minäkäsitykseen ja sisäiseen motivaatioon eroavat?

Edellä mainitun Linnanmäen (2004, 249) tutkimuksen lisäksi on todettu, että lapsen kasvaessa hänen akateeminen minäkäsityksensä, johon matemaattinen minäkäsitys myös kuuluu, muuttuu luotettavammaksi. Tällöin se on myös vahvemmin yhteydessä oppilaan saavutuksiin. (Guay, Marsh & Boivin 2003, 133.) Tätä voidaan olettaa, että 6.-luokkalaisten matemaattisen minäkäsityksen ja joustavien aritmeettisten taitojen välinen yhteys on 3.-luokkalaisten vahvempi ja tätä kautta myös realistisempi. Vastaavaa voidaan olettaa myös motivaation ja joustavien aritmeettisten taitojen yhteyden osalta, sillä on todettu, että sisäinen motivaatio ja kiinnostus laskevat lapsen koulupolun aikana (Wigfield, Eccles & Rodriguez 1998, 85).

4. Miten sukupuolet eroavat toisistaan matemaattisessa minäkäsityksessä, sisäisessä motivaatiossa ja joustavissa aritmeettisissä taidoissa 3. ja 6. luokilla?

4.1. Millaisia eroja on tyttöjen ja poikien välillä matemaattisessa minäkäsityksessä ja sisäisessä motivaatiossa 3. ja 6. luokalla?

Sukupuolten välillä on löydetty eroja eri ikäryhmissä. On todettu, että 3. luokkalaisten verrattuna 6.-luokkalaisten tyttöillä itseluottamus ja suhtautuminen matematiikkaan oli poikia heikompaa. 3. luokalla tässä suhteessa ei ole löydetty merkittävää eroa. (Hannula & Holm 2018, 144). PISA 2012-tutkimuksessa on löydetty vastaavaa, sillä sen mukaan 15-vuotiaiden tyttöjen minäkäsitys matematiikassa oli selvästi poikia heikompaa (Kupari ym. 2013, 59). Lisäksi myös tyttöjen sisäinen motivaatio on todettu poikia alhaisemmaksi

matematiikan suhteen (Kupari ym. 2013, 57). Näiden pohjalta voidaan tässä tutkimuksessa olettaa, että erityisesti 6. luokalla poikien matemaattinen minäkäsitys ja motivaatio olisi tyttöjä vahvempi, kun taas 3. luokalla ero on hyvin pieni tai sitä ei ole.

4.2. Millaiset ovat tyttöjen ja poikien joustavat aritmeettiset taidot 3. ja 6. luokalla? Tyttöjen ja poikien välinen ero matematiikan taitojen suhteen on todettu kaventuneen ja tytöt voivat jopa olla poikia hieman edellä. Pääosin kuitenkin tytöt ja pojat ovat taidollisesti yhtä hyviä (Vettenranta ym. 2016, 51–52; Hannula ym. 2004, 170.) Tämän perusteella oletetaan, että tyttöjen ja poikien taidot ovat melko samalla tasolla niin 3. kuin 6. luokalla.

4.3. Miten tytöt ja pojat eroavat matemaattisen minäkäsityksen ja sisäisen motivaation yhteydessä joustaviin aritmeettisiin taitoihin?

Tyttöjen ja poikien väliset erot taidoissa pysyvät melko alhaisina koko peruskoulun ajan, mutta tyttöjen minäkäsitys matematiikan suhteen on poikia negatiivisempaa useissa ikäryhmissä. (Hannula ym. 2004, 170; Linnanmäki 2004, 243–244; Kupari ym. 2013, 59). Tämän lisäksi on todettu matemaattisen minäkäsityksen muuttuvan realistisemmaksi ja myös negatiivisemmaksi iän myötä (Linnanmäki 2004, 245; Guay, Marsh & Boivin 2003, 133; Hannula & Holm 2018, 149). Motivaation osalta on myös todettu, että 15-vuotiaiden poikien sisäinen motivaatio matematiikkaa kohtaan on tyttöjä korkeampi (Kupari ym. 2013, 57). Tämän lisäksi poikien kohdalla on huomattu, että matemaattisella minäkäsityksellä ja matemaattisilla saavutuksilla on vahvempi yhteys (Chiu & Klassen 2008, 16). Täten tässä tutkimuksessa voidaan olettaa, että pojilla yhteys on tyttöjä vahvempi molemmilla luokilla ja erityisesti 6. luokalla, kun matemaattinen minäkäsitys ja sisäinen motivaatio kohtaavat taitojen kanssa tyttöjä paremmin. Tyttöjen kohdalla oletukseen vaikuttaa erityisesti se, että heidän minäkäsityksensä on todettu negatiivisemmaksi myös myöhemmillä luokilla, vaikka taidot olisivatkin poikien kanssa samat.

4 TUTKIMUSMENETELMÄ

Tietoa kerättiin määrällisin menetelmin. Tutkimukseen osallistuneet vastasivat itsearviointikyselyyn, jolla mitattiin matemaattista minäkäsitystä ja sisäistä motivaatiota ja tekivät yhden testitehtävän, jolla puolestaan mitattiin osallistuneiden joustavia aritmeettisia taitoja. Tutkittavat olivat kolmesta eri koulusta ja tutkija suoritti aineistonkeruun itse annettujen ohjeiden mukaisesti. Aineisto analysoitiin SPSS-ohjelman avulla.

4.1 Tutkittavat

Tutkimukseen osallistui 3.- ja 6.-luokkalaisia kolmesta eri varsinais-suomalaisesta koulusta. Koulut olivat valikoituneet mukaan siten, että ne olivat tutkijan omien tietojen mukaan sosioekonomisilta taustoiltaan samankaltaisia. Tämän kautta oli mahdollista välttää taustan vaikuttamista tuloksiin. 3.- ja 6- luokkalaiset valikoituivat tutkimukseen siksi, että heidän katsotaan kykenevän vastaamaan samanlaisiin kysymyksiin. Heidän kohdallaan myös tulosten vertailun katsotaan olevan mahdollista, sillä 6.-luokkalaiset ovat kehityksessä pidemmällä.

Tutkimusluvut (Liite1) menivät alkuun yhteensä 51 3.-luokkaiselle, joista luvan osallistumiseen sai 44 oppilasta. 6.-luokkalaisten kohdalla tutkimuslupia meni yhteensä 52 oppilaille, joista 31:llä oli lupa osallistua. Tämän jälkeen kysyttiin vielä yhtä 6. luokkaa mukaan, jotta eroa saatiin tasattua. Näitä 6.-luokkalaisia oli 20, joista 14 sai luvan osallistumiseen. Loppujen lopuksi tutkimuksen tehtävät tekivät 41 3.-luokkalaista (kato=3) ja 44 6.-luokkalaista (kato=1) eli kokonaisuudessaan osallistujia oli 85 (N=85). Otosta jouduttiin kuitenkin pienentämään yhdellä (N=84), sillä yksi vastaaja jouduttiin poistamaan aineistosta, koska hänen vastauksensa ei katsottu olevan luotettavia. Kyseinen vastaaja ei keskittynyt kyselyyn ja tehtävän tekoon ja hänen vastauksensa olivat kyselyssä samanlaisia jokaisessa kohdassa. Koko otoksessa tyttöjä (n=53) oli enemmän kuin poikia (n=31).

Taulukko 1: Oppilaiden jakautuminen sukupuolen ja luokka-asteen mukaan

		lkm	%
3. luokka	Tytöt	25	29,8
	Pojat	16	19,0
6. luokka	Tytöt	28	33,3
	Pojat	15	17,9

N=84

4.2 Mittarit

Tietoa kerättiin oppilailta kahdella eri mittarilla, joita käytettiin luokkamittauksena. Kaikki luokan oppilaat tekivät ensin minäkäsitystä ja motivaatiota mitanneen kyselyn ja sitten joustavia aritmeettisiä taitoja mitanneen tehtävän.

4.2.1 Minäkäsitys- ja motivaatiokysely

Ensimmäisenä oppilaat vastasivat matemaattista minäkäsitystä ja motivaatiota koskevaan kyselyyn, jossa he arvioivat itseään ja suhdettaan matematiikkaan 5-portaisella Likert-asteikolla. Tehtävä on sama, jota Rodrigues-Aflecht ym. (2015, 11) käyttivät omassa tutkimuksessaan ja se mittasi odotusarvomallia matematiikan osalta. Rodrigues-Aflechtin ym. (2015, 11) mukaan tehtävä perustuu Bergerin ja Karabenickin (2011) motivaatioskaalaan, joka on suomennettu ja muokattu sopivaksi alakoulun 3.–6. luokille. Tehtävässä oli yhteensä 14 väittämää ja kunkin väittämän kohdalla oppilas arvioi suhdettaan matematiikkaan rastittamalla arvon väliltä 1–5. Asteikossa 1 tarkoitti ”täysin eri mieltä” ja 5 puolestaan ”täysin samaa mieltä”. Luku 3 oli asteikolla ”neutraali”. Väittämät oli jaoteltu tasaisesti viiteen osa-alueeseen (Taulukko 2): Kiinnostus (*interest*), hyödyllisyys (*utility*), saavutus (*attainment*), minäpystyvyys (*self-efficacy*) ja hinta (*cost*). Kaikkiin muihin osa-alueisiin kuului kolme väittämää, paitsi hintaan, jossa oli kaksi. Osa-alueista minäpystyvyyteen kuuluvat väittämät vastaavat eniten minäkäsityksen määritelmää. (Rodrigues-Aflecht ym. 2015, 11.)

Taulukko 2: Kyselyn osa-alueet ja esimerkkiväittämät

Osa-alue	Esimerkkiväittäjä
Kiinnostus	”Pidän matematiikasta.”
Hyödyllisyys	”Matematiikka on minulle hyödyllistä myös koulun ulkopuolella.”
Saavutus	”Minusta on tärkeä olla sellainen oppilas, joka on hyvä matematiikassa”
Minäpystyvyys	”Uskon, että pystyn ratkaisemaan vaikeita matematiikan tehtäviä.”
Hinta	”Ollakseni hyvä matematiikassa harjoittelen niin paljon, että se vie aikaa harrastuksiltani.”

4.2.2 Joustavia aritmeettisia taitoja mittaava tehtävä

Toisessa osassa oppilaat tekivät joustavia aritmeettisiä taitoja mitanseen tehtävän. Tämä muodostui 5 osatehtävästä, joista ensimmäinen oli harjoitustehtävä, joten tutkimuksessa huomioitiin neljä muuta osatehtävää. Ensimmäisessä osatehtävässä oppilailla oli noin viisi minuuttia aikaa tehdä tehtävä ja sen tarkoituksena oli tutustuttaa oppilaat tehtävätyyppiin. Muissa osatehtävissä aikaa oli 90 sekuntia. Tehtävissä oppilaiden tuli muodostaa annetuista luvuista ja neljästä operaatiosta (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolasku) niin monta aritmeettistä lauseketta kuin mahdollista. Jokaisessa osatehtävässä oli myös erikseen annettu vastaus, joka lausekkeilla tuli saada. Lukujen ja operaatioiden käytön määrää ei ollut rajoitettu. Taulukossa 3 on esitetty tutkimuksessa huomioitujen neljän osatehtävän lausekkeissa vaaditut vastaukset ja käytettävissä olleet luvut. (McMullen ym. 2016, 175; Rodriguez-Aflecht 2018, 30.)

Taulukko 3: Tutkimuksessa huomioitujen osatehtävien vaaditut vastaukset ja käytettävät luvut

Osatehtävä	Käytettävät luvut	Vaadittu vastaus
1	2, 4, 8, 12, 32	16
2	1, 2, 3, 5, 30	59
3	2, 4, 6, 16, 24	12
4	3, 5, 30, 120, 180	12

Osatehtävien vastaukset pisteytettiin sen mukaan, kuinka monta vaaditun vastauksen antavaa lauseketta oppilaalla oli. Esimerkiksi ensimmäisessä, tutkimuksessa huomioitussa osatehtävässä, lausekkeesta $8 + 8$ oppilas sai yhden pisteen. Tämän lisäksi tarkasteltiin, kuinka monta sellaista oikeaa lauseketta oppilaalla oli, joissa hän oli käyttänyt kahta tai useampaa operaatiota ja lukua. Esimerkiksi ensimmäisessä osatehtävässä pisteen sai lausekkeesta $8 : 2 + 4$. Osatehtävissä ei vaadittu yhtälömuotoa eli yhtäsuuruusmerkin käyttöä, vaan pelkkä lauseke riitti. (McMullen ym. 2016, 175.)

4.3 Aineistonkeruu

Jokaisen osallistuneen luokan kohdalla otettiin ensimmäisenä yhteys rehtoriin puhelimitse ja häneltä pyydettiin lupa lähettää viestiä opettajille tutkimukseen osallistumisesta.

Tammikuun 2019 aikana lähetettiin viestit opettajille ja sovittiin heidän kanssaan tutkimuslupien toimittamisesta koululle. Tutkija toimitti tutkimusluvut ja niihin kuuluneet palautuskuoret koululle itse ja sopi myös jokaisen opettajan kanssa, milloin oppilaiden tulisi kuoret palauttaa sekä milloin tutkija tulee tehtävät teettämään. Tutkimusluvut sisälsivät saateviestin huoltajille, josta tuli ilmi tutkimuksen tarkoitus. Ennen tehtävien teettämistä tutkija kävi vielä noutamassa palautetut kuoret ja kävi läpi, saiko kukin oppilas osallistua vai ei.

Varsinainen aineistonkeruu tapahtui helmi-maaliskuun aikana. Tutkija kävi itse teettämässä kyselyn ja tehtävän oppilailla kullakin luokalla yhden oppitunnin aikana. Ensin oppilaiden annettiin rauhassa tehdä matemaattista minäkäsitystä mittaava kysely. Tutkija keräsi lomakkeet oppilailta sitä mukaa kun he saivat sen valmiiksi ja laittoi ne omaan kansioon. Kysely tehtiin ensin sen vuoksi, jotta toisessa tehtävässä heräävät mahdolliset tuntemukset omasta osaamisesta eivät vaikuttaisi vastauksiin. Myös mahdollista sekaannusta siitä, että minäkäsityskysely koskisi vain taitoja mittaavaa tehtävää, vältettiin tekemällä kysely ennen tehtävää. Joustavia aritmeettisia taitoja mitanneessa tehtävässä oppilaille annettiin aluksi tarkat ohjeet siitä, miten tehtävä suoritetaan. Olennaista oli, että sivuja ei saanut kääntää ennen lupaa ja merkistä aloitettiin ja lopetettiin, jotta kaikilla oli yhtä paljon aikaa kunkin osatehtävän tekemiseen. Ensimmäinen tehtävä tehtiin harjoitusmielessä, jolla varmistettiin, että jokainen oppilas oli ymmärtänyt tehtävän. Tämän jälkeen loput 4 tehtävää käytiin läpi niin, että ne tehtiin suoraan toistensa perään. Lopuksi tutkija keräsi tehtävät pois oppilailta ja laittoi myös ne omaan kansioon.

4.4 Tutkimusmenetelmän luotettavuus

Tutkimuksen luotettavuuden kannalta on hyvä, että molemmat käytetyt mittarit ovat aikaisemmissa tutkimuksissa hyödynnettyjä ja toimiviksi todettuja. Vaikka toinen mittareista on enemmän painottunut motivaatioon mittaamiseen minäkäsityksen sijaan, toimi se siitä huolimatta vastauksissa hyvin. Reliabiliteettiin vaikuttaa kuitenkin se, että tehtäviä ei käynyt kouluissa teettämässä henkilö, joka on aiemmissa tutkimuksissa tehnyt mittaukset. Tutkijalla oli kuitenkin samat ohjeistukset, mikä puolestaan edisti mittauksen toteuttamista samalla tavalla, kuin mitä aiemmissa tutkimuksissa.

Oppilaita osallistui tutkimukseen suhteellisen hyvin, mutta vastaajat jakaantuvat kahden luokkaan, mikä puolestaan vaikeuttaa tulosten luotettavuutta. Otos jakautui 3.- ja 6.-luokkalaisiin, mikä tarkoittaa sitä, että valtakunnallisella tasolla näiden luokka-asteiden

populaatiot eivät ole kovin kattavasti edustettuina. Luotettavuuden kannalta on kuitenkin hyvä, että eri luokka-asteilta olevia oppilaita on melkein saman verran, vaikka sukupuolijakaumassa ero on suurempi. Pienet otoskoot myös vaikeuttavat tarkkojen arvioiden saamista tutkimusongelmia koskien eli ei voida tarkkaan sanoa, ovatko tulokset sattumaa vai eivät.

Luotettavuuden kannalta yksi ongelma on se, että osallistuneet 3.-luokkalaiset ovat kaikki samasta koulusta, kun taas 6.-luokkalaiset ovat kolmesta eri koulusta. Tällöin 3.-luokkalaisten tuloksia voi olla vaikeampi yleistää, sillä ne voivat olla vain koulukohtaisia. Koulut ovat kuitenkin sosioekonomisilta taustoiltaan katsottu samankaltaisiksi, joten koulujen yksilöllisyyden vaikutus ei ole niin suuri.

4.5 Aineiston analysointi

Kerätty aineisto syötettiin SPSS-ohjelmaan manuaalisesti oppilaiden vastausten mukaisesti. Kukin oppilas sai oman numerokoodin 3.-luokkalaisten ollessa luvut 1–41 ja 6.-luokkalaiset puolestaan 42–84. Luokittain oppilaille annettiin koodit niin, että yksi tarkoitti 3. luokkaa ja kaksi 6. luokkaa. Sukupuolten osalta koodaus meni seuraavasti: 1=tyttö, 2=poika ja 3=muu.

Matemaattista minäkäsitystä ja kiinnostusta mitanneessa tehtävässä syötettiin oppilaan kohdalla väittämiin arvot 1–5 sen mukaan, minkä arvon oppilas oli kunkin väittämän kohdalla rastittanut. Joustavia aritmeettisia taitoja mitanneessa tehtävässä puolestaan tarkasteltiin kahta asiaa. Ensin katsottiin, montako oikeaa lauseketta oppilas oli saanut ja tämän jälkeen, löytyikö lausekkeita, joissa oli käytetty useampaa kuin kahta annettua lukua ja operaatiota. Esimerkiksi aiemmin kuvatun tehtävän mukaisesti lauseke $2 \cdot 12 - 8$ lasketaan molemmissa tarkasteluissa oikeaksi ratkaisuksi. Tämä tehtiin kaikille neljälle osatehtävälle, jotka tutkimuksessa otettiin huomioon. Kun aineisto oli kokonaisuudessaan syötetty SPSS-ohjelmaan, etsittiin mahdolliset puuttuvat tiedot. Näitä löytyi vain muutama ja ne korvattiin regressiokorvauksen avulla.

Aineistonkäsittely aloitettiin tunnuslukujen tarkastelulla luokka-asteittain molempien tehtävien kohdalla. Tarkasteltavina tunnuslukuina olivat keskiarvo ja -hajonta, suurin ja pienin arvo sekä vinous ja huipukkuus, joista analysoitiin, noudattaako jakauma normaalijakaumaa. Jos arvot noudattivat normaalijakaumaa, analysoitiin t-testin avulla luokka-asteiden keskiarvojen eroja. Jos arvot eivät noudattaneet normaalijakaumaa, analysointi

tehtiin Mann-Whitneyn U-testillä. Tämän jälkeen tarkasteltiin kyselyn väittämien välisiä korrelaatioita, joka tehtiin myös luokka-asteittain.

Seuraavassa vaiheessa tarkasteltiin, muodostuuko kyselyn väittämistä samankaltaisia summamuuttujia kuin Rodrigues-Aflechtin ym. (2015, 11) tutkimuksessa. Tarkastelu toteutettiin faktorianalyysin avulla, jossa kokeiltiin analyysiä 3, 4 ja 5 faktorilla. Loppujen lopuksi paras tulos saatiin 3 faktorilla (Taulukko 4) ja samalla huomattiin, että 3 väittämää (V9, V11, V12) tuli jättää pois summamuuttujista, sillä niiden alhaisten arvojen vuoksi ne eivät sopineet kunnolla mihinkään faktoriin. Faktorimallin sopivuus käytettäväksi testattiin myös ja tulosten mukaan malli on sopiva ($X^2(25) = 22.70$, $p > .05$). Faktorianalyysin jälkeen faktoreista tehtiin summamuuttujat ja ne nimettiin kuvaamaan väittämiä, jotka niihin sisältyivät. Lisäksi katsottiin niiden reliabiliteettia Cronbachin alfa -kertoimen avulla. Summamuuttujat olivat seuraavat: kiinnostus ($\alpha = .91$), minäkäsitys ($\alpha = .87$) ja hyödyllisyys ($\alpha = .75$). Näissä kiinnostus- ja hyödyllisyysfaktorit pitivät sisällään samat väittämät, kuin mitä oli myös vastaavissa Rodrigues-Aflechtin ym. (2015, 11) osa-alueissa. Minäkäsitys puolestaan kokosi tässä yhteen minäpystyvyys- ja saavutusosa-alueet. Tässä tutkimuksessa keskitytään kiinnostus- ja minäkäsityssummamuuttujilla saatuihin tuloksiin, sillä tutkimuksen pääkiinnostus on rajattu erityisesti matemaattisen minäkäsityksen tutkimiseen. Kiinnostuksen on aiemmin todettu kuuluvan keskeisesti sisäiseen motivaatioon, jota myös minäkäsityksen määritelmä on hyvin lähellä. (Aho 1996, 9–11; Wigfield, Eccles & Rodriguez 1998, 77; Hidi 2000, 316 & 317). Tämän perusteella tuloksissa puhuttaessa matemaattisesta minäkäsityksestä ja kiinnostuksesta, puhutaan yhteisesti motivaatiotekijöistä. Hyödyllisyssummamuuttuja, johon kuuluvat väittämät kuvastavat hyvin ulkoista motivaatiota, jätetään tulosten käsittelyssä ulkopuolelle, sillä niistä ei ollut tutkimusongelmia.

Taulukko 4: Faktorianalyysistä saadut summamuuttujat.

Väittämät	Lataukset			
	Faktori1: Kiinnostus	Faktori2: Minäkäsitys	Faktori3: Hyödyllisyys	Kommunali- teetit
V1	.83	.34	-	.75
V2	.83	-	-	.76
V3	.77	-	-	.69
V4	-	-	.91	.54
V5	-	-	.47	.34
V6	-	-	.64	.47
V7	-	.64	.38	.54
V8	-	.74	-	.57
V10	-	.80	-	.64
V13	.50	.57	-	.57
V14	.48	.57	-	.58
Ominaisarvot	5.60	1.41	1.10	Yht. 8.11
Selitysosuudet (%)	50.90	12.79	10.02	73.71

Tämän lisäksi summamuuttujina käytettiin toisessa tehtävässä oikeiden lausekkeiden määrää (jatkossa JATO=Joustavat aritmeettiset taidot, oikeat ratkaisut) sekä useamman operaation käyttöä yhdessä lausekkeessa (jatkossa JATM=Joustavat aritmeettiset taidot, monioperaatioinen). Nämä summamuuttujat muodostettiin laskemalla yhteen jokaisen oppilaan kohdalla eri osatehtävissä annetut arvot. Lisäksi summista laskettiin keskiarvot ja muodostettiin siitä oma summamuuttuja.

Molempien tehtävien summamuuttujia hyödynnettiin varsinaisessa aineiston analysoinnissa. Motivaatiotekijöiden tasoa ja eroavaisuuksia luokka-asteiden ja sukupuolten välillä tarkasteltiin summamuuttujien tunnuslukujen sekä t-testin ja Mann-Whitneyn U-testin avulla. Joustavien aritmeettisten taitojen tasoa tarkasteltiin summamuuttujien tunnuslukujen kautta ja lisäksi tehtiin myös klusterianalyysi, jolla nähtiin, millaisiin ryhmiin oppilaat jakautuvat taitojen puolesta ja kuinka monta oppilasta kuuluu kuhunkin klusteriin eri luokka-asteelta. Klusterien riippuvuuden tilastollista merkitsevyyttä tarkasteltiin

Khiin neliö -testin avulla. Motivaatiotekijöiden ja taitojen välistä yhtyettä luokka-asteittain tarkasteltiin puolestaan summamuuttujien välisten korrelaatioiden avulla. Yhteydessä ilmeneviä eroja luokka-asteiden välillä tarkasteltiin COCOR-sivustolta (<http://comparingcorrelations.org/>) saatujen tulosten kautta, jotka perustuivat luokka-asteiden korrelaatioiden eroihin. Lopuksi tarkasteltiin sukupuolten eroja motivaatiotekijöiden ja taitojen yhteydessä eri luokka-asteilla. Näiden tarkastelussa hyödynnettiin myös summamuuttujien korrelaatioita.

5 TULOKSET

5.1 3. ja 6. luokkalaisten matemaattinen minäkäsitys ja sisäinen motivaatio

Tarkasteltaessa kyselyn vastausten mukaan muodostettuja summamuuttujia (Taulukko 5 & 6), voitiin nähdä, että molempien luokkien kohdalla motivaatiotekijöitä mitanneet muuttujat noudattivat normaalijakaumaa. Keskiarvoja tarkasteltaessa havaittiin, että 3. luokilla (n=41) motivaatiotekijät olivat lähempänä arvoa 4, kun taas 6.-luokkalaisilla (n=43) molemmat olivat lähempänä arvoa 3. Kiinnostusta mitanneiden väittämien kohdalla huomattiin, että t-testin tulos ei ollut merkitsevä ($t(82) = .98, p = .33$), mikä kertoi, että 3.- ja 6.-luokkalaisten eivät eronneet matematiikkaa koskevassa kiinnostuneisuudessaan. Vastaava tulos saatiin myös Mann-Whitneyn U-testillä ($U = 1.01, p = .31$). Sen sijaan minäkäsitystä mitanneiden muuttujien kohdalla ero luokkien välillä oli merkitsevä ($t(82) = 2.84, p = .006$) ja se oli vielä melko suuri ($d = .62$). Tämä kertoo siitä, että 3.-luokkalaisten matemaattinen minäkäsitys oli positiivisempi kuin 6.-luokkalaisilla.

Taulukko 5: Tilastolliset tunnusluvut motivaatiotekijöistä (3. luokka)

	Keskiarvo	Keski-hajonta	Minimi	Maksimi	Vinous	Huipukkuus
Kiinnostus	3.67	.92	1.33	5.00	-.58	.20
Minäkäsitys	3.87	.83	1.40	5.00	-.90	.69

n=41

Taulukko 6: Tilastolliset tunnusluvut motivaatiotekijöistä (6. luokka)

	Keskiarvo	Keski-hajonta	Minimi	Maksimi	Vinous	Huipukkuus
Kiinnostus	3.46	1.03	1.00	5.00	-.61	.13
Minäkäsitys	3.36	.83	1.00	5.00	-.42	.47

n=43

5.2 Joustavat aritmeettiset taidot 3. ja 6. luokilla

Joustavia aritmeettisiä taitoja mitattiin molemmilla luokka-asteilla samalla tehtävällä ja tuloksista havaittiin (Taulukko 7 & 8), että oikeiden vastausten määrä tehtävissä (JATO) noudatti normaalijakaumaa molemmilla luokilla. Sen sijaan useita eri operaatioita sisältävien laskujen määrä (JATM) oli 6.-luokkalaisilla normaalisti jakautunut, mutta 3.-luokkalaisilla ei.

Taulukko 7: Tilastolliset tunnusluvut joustavista aritmeettisistä taidoista (3. luokka)

	Keskiarvo	Keski- hajonta	Minimi	Maksimi	Vinous	Huipukkuus
JATO	6.85	2.82	2	14	.65	.60
JATM	1.15	1.46	0	6	1.61	2.61

Taulukko 8: Tilastolliset tunnusluvut joustavista aritmeettisistä taidoista (6. luokka)

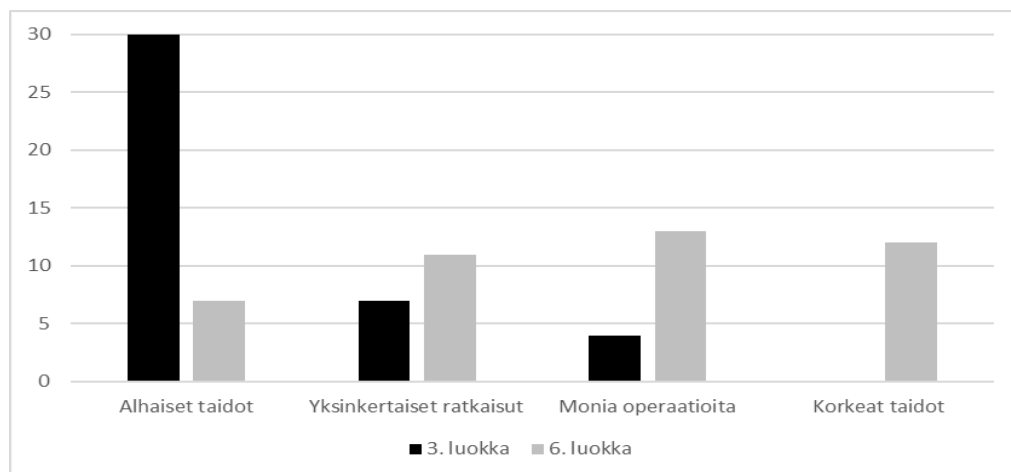
	Keskiarvo	Keski- hajonta	Minimi	Maksimi	Vinous	Huipukkuus
JATO	12.72	4.53	0	24	.07	1.00
JATM	3.91	2.91	0	11	.52	-.54

Tunnuslukujen tarkastelun lisäksi pyrittiin ryhmittelemään oppilaita vastausten perusteella klusterianalyysin avulla. Klusterianalyysi tuotti neljä klusteria. Klusterit muodostuivat sen mukaan, kuinka paljon yhdessä klusterissa oli oikeat ratkaisut antavia laskuja sekä useita operaatioita sisältäviä laskuja (Taulukko 9). 1. klusteriin kuului 37 oppilasta (3. lk = 30, 6. lk = 7) ja heidän ryhmänsä nimi oli alhaiset taidot (*low*). Heillä oli vastauksissaan vähän oikeita ratkaisuja (-.86) ja ne olivat yksinkertaisia (-.65). 2. klusterissa oli 18 oppilasta (3. lk = 7, 6. lk = 11) ja tätä ryhmää kutsuttiin nimellä yksinkertaiset ratkaisut (*simple*), sillä tähän kuuluvien oppilaiden vastauksissa oli paljon oikeita ratkaisuja (.34), mutta ne olivat yksinkertaisia (-.52). 3. klusterissa oli 17 oppilasta (3. lk = 4, 6. lk = 13) ja heidän ryhmänsä oli monia operaatioita (*complex*). Heillä oli vähän oikeita ratkaisuja (1.56), mutta ne sisälsivät useampia operaatioita (1.87). 4. klusterissa oli 12 oppilasta (6. lk = 12) ja tämä ryhmä oli kaikista edistynein, joten heidän ryhmänsä oli korkeat taidot (*high*). Heillä oli paljon ratkaisuja (.41) ja ne sisälsivät useita operaatioita (.64). Eri klustereissa olevat oppilaat poikkesivat myös toisistaan tilastollisesti merkitsevästi ($p < .001$).

Taulukko 9: Joustavat aritmeettiset taidot eri klustereissa

	Klusteri1	Klusteri2	Klusteri3	Klusteri4
	Alhaiset taidot	Yksinkertaiset ratkaisut	Monia operaatioita	Korkeat taidot
Muuttuja				
Oikeiden laskujen määrä (JATO)	-.86	.34	1.56	.41
Useita operaatioita (JATM)	-.65	-.52	1.87	.64

Näistä tuloksista havaittiin, että 6.-luokkalaisista enemmistö kuului edistyneempiin ryhmiin kolme ja neljä kun taas 3.-luokkalaisista suurin osa kuului ryhmään yksi eli heikoimpaan (Kuvio 1). Huomattavaa oli kuitenkin, että yksitoista 6.-luokkalaista kuului myös ryhmään 1. Sen sijaan yhtään 3.-luokkalaista ei ollut edistyneimmässä ryhmässä eli neljännessä. Tämä kertoo siitä, että 6.-luokkalaiset olivat joustavilta aritmeettisilta taidoiltaan 3. luokkalaisia edellä, mutta heidän joukossaan vaihtelu edistyneimpien ja heikoimpien välillä oli suurta. Khiin neliö -testin mukaan luokka-asteen ja joustavien aritmeettisten taitojen välillä oli merkitsevä riippuvuus ($X^2(3) = 31.92, p < .001$), mikä tarkoittaa sitä, että 3.- ja 6.-luokkalaisten taidot erosivat toisistaan.



Kuvio 1: 3.- ja 6.-luokkalaisten lukumäärät eri klustereissa

5.3 Matemaattisen minäkäsityksen ja sisäisen motivaation yhteys joustaviin aritmeettisiin taitoihin 3. ja 6. luokalla

Tarkasteltaessa motivaatiotekijöiden yhteyttä joustaviin aritmeettisiin taitoihin havaittiin, että 3.-luokkalaisilla matemaattinen minäkäsitys ja joustavien aritmeettisten taitojen osa-alueet eivät olleet tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä keskenään (Taulukko 10). Myöskään kiinnostusmuuttuja ei korreloinut merkitsevästi taitoja mitanneiden osa-alueiden kanssa. Sen sijaan minäkäsityksen ja kiinnostuneisuuden välillä korrelaatio oli hyvin merkitsevä ($r = .57$). Tämä kertoi siitä, että oppilaan ollessa kiinnostunut ja siten sisäisesti motivoitunut matematiikasta, hänellä oli myös todennäköisesti positiivinen matemaattinen minäkäsitys.

Taulukko 10: Motivaatiotekijöiden ja joustavien aritmeettisten taitojen väliset korrelaatiot luokittain

		Kiinnostus	Minäkäsitys	JATO	JATM
3. lk n=41	Kiinnostus	1			
	Minäkäsitys	.57**	1		
	JATO	-.01	.06	1	
	JATM	.25	.02	.36*	1
6. lk n=43	Kiinnostus	1			
	Minäkäsitys	.74**	1		
	JATO	.52**	.49**	1	
	JATM	.53**	.52**	.66**	1

** $p < .01$, * $p < .05$

6.-luokkalaisia tarkasteltaessa havaittiin motivaatiotekijöiden korreloivan hyvin merkitsevästi keskenään ($r = .74$) (Taulukko 10). Kiinnostuneisuuden ja oikeiden laskujen määrän välinen positiivinen korrelaatio ($r = .52$) sekä kiinnostuneisuuden ja useita operaatioita sisältäneiden lausekkeiden määrän välinen korrelaatio ($r = .53$) olivat myös hyvin merkitseviä. Tämän mukaan 6.-luokkalainen, joka oli kiinnostunut matematiikasta, oli myös hyvä joustavilta aritmeettisilta taidoiltaan. Vastaava tulos saatiin myös matemaattisen minäkäsityksen yhteydestä näihin kahteen joustavia aritmeettisiä taitoja mitanneisiin osa-alueisiin ($r = .49$, $r = .52$). Näin ollen myös positiivinen matemaattinen minäkäsitys oli 6.-luokkalaisilla yhteydessä hyvin joustaviin aritmeettisiin taitoihin.

5.3.1 3. ja 6. luokkien erot joustavien aritmeettisten taitojen yhteydessä matemaattiseen minäkäsitykseen ja sisäiseen motivaatioon

Tarkasteltaessa 3.- ja 6.-luokkalaisten joustavien aritmeettisten taitojen yhteyttä motivaatiotekijöihin, havaittiin näiden korrelaatioissa joitain eroja. Aiemmin todettiin, että 6.-luokkalaisilla oikeiden laskujen määrä korreloi hyvin merkitsevästi motivaatiotekijöiden kanssa, kun taas 3.-luokkalaisilla nämä korrelaatiot eivät olleet merkitseviä. Tarkasteltaessa näiden korrelaatioiden erojen merkitsevyyttä 3. ja 6. luokkien välillä huomattiin, että tämä ero oli kiinnostuksen ja JATO:n suhteen hyvin merkitsevä ($p < .01$) ja minäkäsityksen ja JATM:n suhteen merkitsevä ($p < .05$) (Taulukko 11). Tämä tarkoittaa sitä, että 6. luokkalaisilla nämä asiat olivat vahvemmin yhteydessä toisiinsa, kuin 3. luokkalaisilla eli yhteydet voimistuvat siirryttäessä luokalta toiselle.

Taulukko 11: 3. ja 6. luokkien motivaatiotekijöiden ja joustavien aritmeettisten taitojen välisten korrelaatioiden erojen p-arvot COCOR-testin mukaan

	Kiinnostus	Minäkäsitys	JATM
JATO	.01**	.04*	.07
JATM	.14	.01**	-

Aiemmassa tarkastelussa huomattiin myös, että useita operaatioita sisältäneiden laskujen määrä korreloi 6.-luokkalaisilla motivaatiotekijöiden kanssa hyvin merkitsevästi, mutta ei 3.-luokkalaisilla. Tarkasteltaessa tämän eron merkitsevyyttä huomattiin, että kiinnostuksen ja JATM:n osalta korrelaatioiden ero luokkien välillä ei ollut merkitsevä ($p > .05$), mutta minäkäsityksen ja JATM:n välillä merkitsevyys löytyi ($p < .05$) (Taulukko 11). Siis tulosten mukaan minäkäsityksen osalta yhteys useita operaatioita sisältäviin lausekkeisiin oli vahvaa 6. luokalla. Koska ero oli vahva myös laskujen määrän suhteen, kertovat tulokset siitä, että 6.-luokkalaisilla matemaattinen minäkäsitys liittyi vahvemmin joustaviin aritmeettisiin taitoihin. Tämä osoittaa siis myös heidän minäkäsityksensä olleen realistisemmin yhteydessä omiin taitoihin, sillä aiemmin heidän taitonsa todettiin 3.-luokkalaisia paremmiksi, mutta 3.-luokkalaisten minäkäsitys oli kuitenkin parempi. Kiinnostuksen suhteen huomattiin luokkien välisten korrelaatioiden erojen olevan laskujen määrän osalta merkitsevä, mutta useita operaatioita sisältävien osalta puolestaan ei. Tällöin 3. ja 6. luokkalaisten välillä ei voida todeta olleen eroa kiinnostuksen ja useita operaatioita sisältävien lausekkeiden välisessä yhteydessä.

5.4 Sukupuolten väliset erot joustavissa aritmeettisissa taidoissa ja niiden yhteydessä minäkäsitykseen ja sisäiseen motivaatioon

Joustavien aritmeettisten taitojen osalta havaittiin, että tytöt ja pojat olivat sekä oikeiden laskujen määrässä että useita operaatioita sisältävien laskujen määrässä hyvin samanlaisia (Taulukko 12). T-testissä tuli ilmi, etteivät kummankaan osa-alueen kohdalla tyttöjen ja poikien väliset erot olleet merkitseviä (JATO: $t(82) = .36$, $p = .72$; JATM: $t(82) = -.47$, $p = .64$). Tämä vahvistaa, että tyttöjen ja poikien välillä ei ollut eroa joustavissa aritmeettisissä taidoissa.

Taulukko 12: Tilastolliset tunnusluvut tyttöjen ja poikien joustavista aritmeettisistä taidoista

		Ka	Kh	Min	Max	Vinous	Huipukkuus
Tytöt	JATO	10.00	4.54	4.00	24.00	.91	.67
	JATM	2.45	2.56	0.00	8.00	.79	-.39
Pojat	JATO	9.61	5.25	0.00	22.00	.28	-.24
	JATM	2.74	3.21	0.00	11.00	1.26	.53

N=84

Tarkasteltaessa motivaatiotekijöiden ja joustavien aritmeettisten taitojen yhteyttä tulosten analysoinnissa tuli ilmi (Taulukko 13), että molemmilla sukupuolilla motivaatiotekijöiden välinen korrelaatio oli merkitsevä (tytöt: $r = .68$, pojat: $r = .63$). Tämä kertoo siitä, että hyvä sisäinen motivaatio ja positiivinen matemaattinen minäkäsitys olivat yhteydessä toisiinsa. Sen sijaan tytöillä ($n = 53$) ei huomattu, että kiinnostuksella tai minäkäsityksellä olisi merkitsevää yhteyttä joustaviin aritmeettisiin taitoihin. Pojilla ($n = 31$) puolestaan merkitsevä tulos saatiin kiinnostuksen yhteydestä useita operaatioita sisältävien lausekkeiden määrään, ($r = .36$), mikä kertoo siitä, että matematiikkaan sisäisesti motivoituneet pojat myös käyttivät laskuissaan useampaa operaatiota.

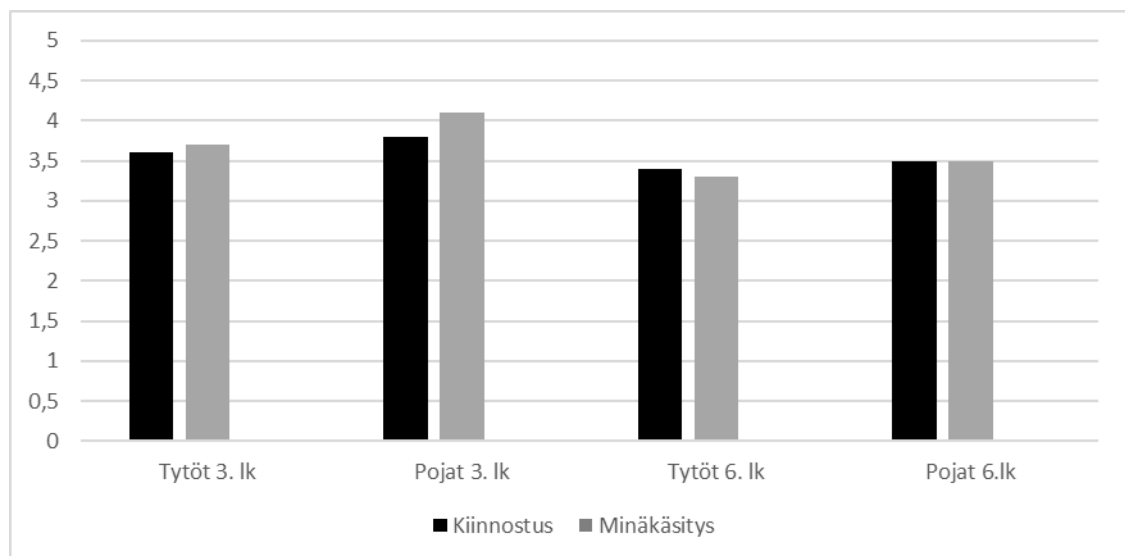
Taulukko 13: Motivaatiotekijöiden ja joustavien aritmeettisten taitojen väliset korrelaatiot sukupuolen mukaan

		Kiinnostus	Minäkäsitys	JATO	JATM
Tytöt n=53	Kiinnostus	1			
	Minäkäsitys	.68**	1		
	JATO	.16	.02	1	
	JATM	.26	.10	.67**	1
Pojat n=31	Kiinnostus	1			
	Minäkäsitys	.63**	1		
	JATO	.25	.12	1	
	JATM	.36*	.13	.78**	1

**p<.01, *p<.05

5.4.1 Sukupuolten väliset erot matemaattisessa minäkäsityksessä, sisäisessä motivaatiossa, joustavissa aritmeettisissä taidoissa ja näiden välisessä yhteydessä 3. ja 6. luokilla

Tarkasteltaessa tyttöjen ja poikien välisiä eroja luokittain havaittiin (Kuvio 2), että molemmilla luokilla poikien minäkäsitys (3. lk: ka.=4.08 & 6.lk: ka.=3.48) ei juurikaan eronnut tyttöjen minäkäsityksestä (3. lk: ka.=3.74 & 6. lk: ka.=3.29) ja samoin oli myös kiinnostuksen suhteen. T-testissä saatujen tulosten (Taulukko 14) mukaan arvojen erot eivät olleet merkitseviä kummallakaan luokalla. Tämän perusteella voidaan siis todeta, että kummallakin luokka-asteella tyttöjen ja poikien välillä ei ollut eroa kiinnostuksessa ja matemaattisessa minäkäsityksessä.

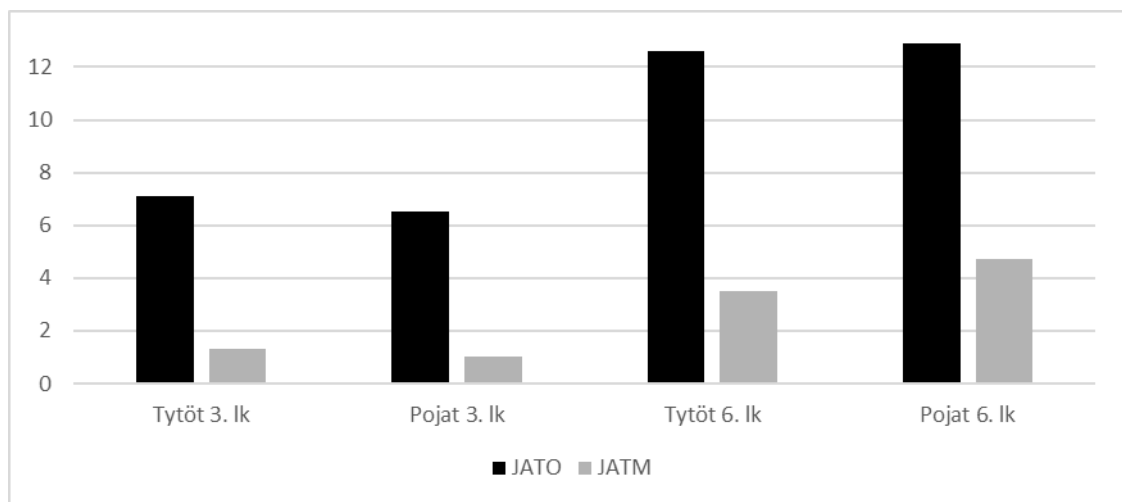


Kuvio 2: Motivaatiotekijöiden keskiarvot tytöillä ja pojilla 3. ja 6. luokalla

Taulukko 14: Motivaatiotekijöiden keskiarvojen erot t-testissä

	Minäkäsitys	Kiinnostus
Tytöt	t(51)=1.99, p=.05	t(52)=.51, p=.61
Pojat	t(29)=1.95, p=.06	t(29)=.83, p=.42

Joustavien aritmeettisten taitojen osalta voidaan sanoa, että 6. luokalla tytöt ja pojat olivat keskiarvojen mukaan samantasoisia (Kuvio 3). Samoin oli myös 3.-luokkalaisten tyttöjen ja poikien kohdalla, sillä t-testillä saatujen tulosten mukaan kummallakaan luokalla tyttöjen ja poikien arvojen erot eivät olleet merkitseviä. Tällöin tulosten perusteella voidaan todeta, että tyttöjen ja poikien välillä ei ollut eroa 3. tai 6. luokalla joustavissa aritmeettisissä taidoissa.



Kuvio 3: Joustavien aritmeettisten taitojen keskiarvot tytöillä ja pojilla 3. ja 6. luokalla

Tarkasteltaessa motivaatiotekijöiden yhteyttä taitoihin 3. ja 6. luokan tytöillä ja pojilla havaittiin, että eroja ilmeni monessakin kohdassa (Taulukko 15 & 16). 3.-luokkalaisilla huomattiin, että summamuuttujien kesken vain tytöillä löytyi hyvin merkitsevä positiivinen korrelaatio ja tämä oli kiinnostuksen ja minäkäsityksen välillä ($r = .65$). Pojilla sen sijaan merkitseviä yhteyksiä ei löytynyt lainkaan. 6.-luokkalaisten tarkastelussa havaittiin tyttöjen ja poikien välisiä eroja monessakin kohdassa. Motivaatiotekijöiden väliset positiiviset korrelaatiot olivat molempien sukupuolien kohdalla hyvin merkitseviä (tytöt: $r = .71$, pojat: $r = .80$).

Taulukko 15: Motivaatiotekijöiden ja joustavien aritmeettisten taitojen väliset korrelaatiot sukukupuolen mukaan (3. luokka)

		Kiinnostus	Minäkäsitys	JATO	JATM
Tytöt n=25	Kiinnostus	1			
	Minäkäsitys	.65**	1		
	JATO	.03	.06	1	
	JATM	.38	.02	.40*	1
Pojat n=16	Kiinnostus	1			
	Minäkäsitys	.44	1		
	JATO	-.02	.39	1	
	JATM	.08	-.11	.30	1

**p < .01, *p < .05

Taulukko 16: Motivaatiotekijöiden ja joustavien aritmeettisten taitojen väliset korrelaatiot sukukupuolen mukaan (6. luokka)

		Kiinnostus	Minäkäsitys	JATO	JATM
Tytöt n=28	Kiinnostus	1			
	Minäkäsitys	.71**	1		
	JATO	.37	.46**	1	
	JATM	.31	.39*	.60**	1
Pojat n=15	Kiinnostus	1			
	Minäkäsitys	.80**	1		
	JATO	.73**	.54**	1	
	JATM	.79**	.68**	.75**	1

**p < .01, *p < .05

Seuraavaksi tarkasteltiin kiinnostuksen ja joustavien aritmeettisten taitojen osa-alueiden välisiä korrelaatioita (Taulukko 16). Havaittiin, että tässä tytöillä korrelaatiot eivät olleet merkitseviä. Pojilla puolestaan kiinnostus korreloi positiivisesti ja hyvin merkitsevästi sekä oikeiden laskujen määrän ($r = .73$) että useampia operaatioita sisältävien lausekkeiden määrän kanssa ($r = .79$). Tämä osoittaa, että poikien kohdalla sisäisen motivaation ja joustavien aritmeettisten taitojen välinen yhteys oli vahva ja toisen ollessa positiivinen myös toinen oli. Minäkäsityksen ja joustavien aritmeettisten taitojen osa-alueiden väliset korrelaatiot puolestaan olivat hyvin merkitseviä molemmilla sukupuolilla. Oikeiden laskujen ja useita operaatioita sisältävien lausekkeiden määrää mitanneiden muuttujien ja minäkäsityksen väliset korrelaatiot olivat samansuuntaisia sekä tytöillä ($r = .46$, $r = .39$) että pojilla ($r = .54$, $r = .68$). Tämän perusteella sekä tytöillä että pojilla positiivisella matemaattisella minäkäsityksellä oli yhteys myös parempiin joustaviin aritmeettisiin taitoihin. Vastaavaa ilmiötä ei löytynyt 3. luokkalaisilla tytöillä ja pojilla.

6 POHDINTA

Tutkimuksessa pyrittiin erityisesti selvittämään, millaisia ovat 3.- ja 6.-luokkalaisten oppilaiden matemaattinen minäkäsitys ja joustavat aritmeettiset taidot sekä miten ne ovat mahdollisesti yhteydessä toisiinsa. Lisäksi selvitettiin myös tarkemmin sisäistä motivaatiota kiinnostuneisuuden avulla sekä sen yhteyttä taitoihin. Tuloksissa verrattiin luokkia keskenään sekä tarkasteltiin sukupuolen merkitystä saaduissa tuloksissa. Tulokset ovat pitkälti samansuuntaisia, kuin aiemmat tutkimukset. Minäkäsityksen todettiin olevan negatiivisempi 6. luokkalaisilla, mutta tämän yhteys joustaviin aritmeettisiin taitoihin oli vahvempi. Myös motivaation suhteen 6. luokkalaisten yhteys taitoihin oli vahvempi. Sukupuolten osalta merkitseviä korrelaatioita oli enemmän 6. luokkalaisilla ja yhteydet olivat pojilla erityisen vahvoja.

6.1 Matemaattisen minäkäsityksen, sisäisen motivaation ja joustavien aritmeettisten taitojen taso

Oletusten mukaisesti 3.-luokkalaisten sisäinen motivaatio ja matemaattinen minäkäsitys olivat hieman korkeampia, kuin 6.-luokkalaisilla. Kuitenkin sisäisen motivaation kohdalla ero ei ollut merkitsevä, joten 3.- ja 6.-luokkalaisten ei erottautunut sisäisessä motivaatiossa matematiikka kohtaan. Sen sijaan minäkäsityksen osalta oli vahvaakin näyttöä siitä, että 6.-luokkalaisilla suhtautuminen itseensä matematiikan oppijana oli 3.-luokkalaisia heikompa. Tätä havaintoa tukee aiemmat tutkimukset, joissa on todettu lasten minäkäsityksen olevan hyvin positiivinen ensimmäisinä kouluvuosina, mutta sen lähtevän laskuun peruskoulun edetessä (Hannula & Holm 2018, 149; Linnanmäki 2004, 244).

Joustavien aritmeettisten taitojen suhteen osattiin odottaa, että 6.-luokkalaisten olisivat selvästi 3.-luokkalaisia taitavampia ja tämä tuli myös tuloksissa ilmi. Tulosten perusteella oppilaat jaettiin klusterianalyysillä 4 tasoryhmään ja odotusten mukaisesti 3.-luokkalaisista selkeä enemmistö (n=37) kuului kahteen heikompaan ryhmään. 6.-luokkalaisten kohdalla enemmistö (n=25) kuului kahteen parempaan ryhmään. 6.-luokkalaisten kykenevät siis 3.-luokkalaisia paremmin joustavaan ajatteluun ja mukauttamaan ratkaisunsa paremmin tilanteen ja oman taidon mukaan (McMullen ym. 2016, 172). Kaikkiaan 6.-luokkalaisten olivat kuitenkin melko tasaisesti jakautuneet ryhmien välillä. Aiemmissa tutkimuksissa on selvitetty vastaavasti 3.- ja 5.-luokkalaisten taitojen tasoa. 5.-luokkalaisista vain yksi kuului parhaimpaan ryhmään, mutta valtaosa toiseksi parhaimpaan, joten tämän

perusteella oletuksena oli, että 6.-luokkalaisista useampi oppilas kuuluisi parhaimpaan tasoryhmään. (McMullen ym. 2016, 176.) 6.-luokkalaisten tasainen jakautuminen jokaiseen ryhmään oli tutkimuksessa pieni yllätys, mutta kokonaisuudessaan selkeä ero 3.-luokkalaisiin ja aiemman tutkimuksen 5.-luokkalaisia paremmat tulokset kertovat joustavien aritmeettisten taitojen ylöspäin suuntautuvasta kehityksestä alakoulun aikana.

6.2 Yhteydet joustaviin aritmeettisiin taitoihin

3.-luokkalaisten kohdalla ei odotetusti löydetty merkitsevää yhteyttä, kun tarkasteltiin joustavia aritmeettisiä taitoja suhteessa matemaattiseen minäkäsitykseen ja sisäiseen motivaatioon. 6.-luokkalaisilla puolestaan yhteydet olivat kaikilta osin vahvoja. Saadut tulokset ovat myös linjassa aiempien tutkimusten kanssa. Aiemmin on nimittäin todettu, että 2. luokalla oppilaiden minäkäsityksellä ei ollut yhteyttä matematiikassa suoriutumiseen, kun taas 5. luokalla ja yläkoulussa oppilaiden suoriutuminen matematiikassa on ollut linjassa heidän minäkäsityksensä kanssa (Kupari ym. 2013, 60; Linnanmäki 2004, 249). Vastaavaa on huomattu myös sisäisen motivaation suhteen 15-vuotiailla (Kupari ym. 2013, 57). Täten voidaan siis todeta, että jos vanhemmalla oppilaalla joustava matemaattinen ajattelu on edistynyt, niin hänellä on myös positiivinen käsitys omista taidoistaan sekä hän on sisäisesti motivoitunut matematiikasta.

Tarkasteltaessa 3.- ja 6.-luokkalaisten erojen merkitsevyyttä huomattiin, että minäkäsityksen ja joustavien aritmeettisten taitojen välisessä yhteydessä ilmenneet erot olivat merkitseviä. Tämä kertookin siitä, että 3. luokalta 6. luokalle edetessä oppilaiden matemaattisen minäkäsityksen yhteys joustaviin aritmeettisiin taitoihin vahvistuu. Tällöin siis 6.-luokkalaisten oma matemaattinen minäkäsityksensä on realistisempi suhteessa joustaviin aritmeettisiin taitoihin, kuin 3.-luokkalaisella. Tätä havaintoa tukee Linnanmäen (2004, 249) tutkimus, jossa huomattiin näiden kahden yhteyden vahvuus tarkasteltaessa 5. luokkaa, kun taas 2. luokalla yhteys ei ollut merkitsevä. On todettu myös yleisesti, että lapsen matemaattinen minäkäsitys muuttuu luotettavammaksi koulupolun aikana, jolloin se on myös vahvemmin yhteydessä saavutuksiin (Guay, Marsh & Boivin 2003, 133). Sisäistä motivaatiota mitanneen kiinnostus-summamuuttujan yhteydessä ilmenneet erot joustavia aritmeettisiä taitoja mitanneisiin kahteen summamuuttujaan olivat mielenkiintoisia. Laskujen määrän osalta 3. ja 6. luokkien ero oli merkitsevä, mutta useita operaatioita sisältävien laskujen määrän suhteen ei. Täten, vastoin oletuksia, sisäisen motivaation

merkityksen muuttuminen vahvemmaksi taitojen kannalta 3. luokalta 6. luokalle ei tässä kohtaa ole yleistettävissä. Tulos voi kuitenkin antaa suuntaa tuleville tutkimuksille, sillä aiemmin todettiin sisäisen motivaation ja joustavien aritmeettisten taitojen olevan merkittävästi yhteydessä toisiinsa 6.-luokkalaisilla ja ero kuitenkin oli merkittävä toisen summamuuttujan kanssa.

6.3 Sukupuolten väliset erot

Lopuksi tarkasteltiin tyttöjen ja poikien mahdollisia eroja. Vertailtaessa matemaattisen minäkäsityksen ja sisäisen motivaation eroja odotettiin poikien olevan tyttöjä positiivisempia. Tuloksissa ilmenneet erot eivät kuitenkaan olleet tilastollisesti merkitseviä, joten tämän perusteella tyttöjen ja poikien sisäinen motivaatio ja matemaattinen minäkäsitys olivat samanlaisia luokka-asteesta riippumatta. Tulos on mielenkiintoinen, sillä aiemmissa tutkimuksissa on todettu 6.-luokkalaisilla ja yläkouluikäisillä tytöillä matemaattinen minäkäsitys, sisäinen motivaatio ja suhtautuminen matematiikkaa kohtaan poikia heikomiksi (Hannula ym. 2018, 144; Kupari 2013, 57 & 59). Tämän tutkimuksen tulos poikkeaa siis aikaisemmista tutkimuksista.

Joustavien aritmeettisten taitojen suhteen osattiin aiempien tutkimusten pohjalta odottaa, että yleisesti tyttöjen ja poikien väliset erot eivät olisi kovin suuria (Vettenranta ym. 2016, 51–52; Hannula ym. 2004, 170). Tämä näkyi tuloksissa, sillä tyttöjen ja poikien väliset erot eivät olleet merkitseviä.

Tarkasteltaessa taitojen ja sisäisen motivaation yhteyttä yleisesti huomattiin, että sukupuolella ei olisi suurta merkitystä, sillä tyttöjen osalta ei löytynyt merkitsevää yhteyttä ja pojilla merkitsevä yhteys löytyi vain kiinnostuksen ja toisen joustavia aritmeettisiä taitoja mitanneen summamuuttujien välillä. Sen sijaan, kun tarkasteltiin tyttöjä ja poikia luokka-asteittain huomattiin, että 6. luokalla löytyi jo hyvin merkitseviä yhteyksiä joustaviin aritmeettisiin taitoihin. Tämä kertoo siitä, että koulupolun edetessä sisäinen motivaatio alkaa olla vahvemmin yhteydessä taitoihin.

Tyttöjen kohdalla matemaattinen minäkäsitys oli 6. luokalla merkittävästi yhteydessä joustaviin aritmeettisiin taitoihin, kun taas sisäinen motivaatio ei ollut. Tämä on mielenkiintoinen tulos, sillä kiinnostus ja minäkäsitys olivat kuitenkin vahvasti yhteydessä toisiinsa. Tulos vastaa silti osittain oletuksia, sillä aiemmin on todettu poikien matemaattisen minäkäsityksen ja tulosten yhteys voimakkaammaksi sekä sisäisen motivaation olevan

matematiikkaa kohtaan korkeampi kuin tytöillä (Chiu & Klassen 2008, 16; Kupari ym. 2013, 57). Lisäksi tyttöjen matemaattinen minäkäsitys on todettu heikommaksi useissa ikäryhmissä, vaikka taidot ovat vähintään samalla tasolla poikien kanssa (Hannula & Holm 2018, 144 & 149; Hannula ym. 2004, 170; Kupari ym. 2013, 59; Vettenranta ym. 2016, 51-51). Tulokset siis vahvistavat näkemystä siitä, että huolimatta tyttöjen mahdollisista hyvistä taidoista heidän sisäinen motivaationsa ei ole niihin niin vahvasti yhteydessä. Tulos on mielenkiintoinen siksi, että aiemmin kuitenkin todettiin tyttöjen ja poikien sisäisen motivaation olevan samalla tasolla. On silti positiivista huomata merkittävä positiivinen yhteys matemaattisen minäkäsityksen osalta, mikä osoittaa, että tytöt jossain määrin uskovat ja luottavat omiin matemaattisiin kykyihinsä ja se näkyy myös jonkinlaisena yhteytenä heidän hyvässä suoriutumisessaan.

6. luokkalaisten poikien osalta tulos oli hyvinkin odotettu, sillä taitojen vahva yhteys niin sisäisen motivaation kuin matemaattisen minäkäsityksenkin osalta kertoo poikien sisäisen motivaation ja omiin kykyihin uskomisen merkityksestä heidän joustavien aritmeettisten taitojen kanssa. Tulos saa myös tukea erityisesti Chiun & Klassenin (2008, 16) ja PISA 2012 -tutkimuksen tuloksista (Kupari ym. 2013, 57). Tämä on sikäli merkityksellistä, että se osoittaa kuinka pojilla taito toimia matemaattisissa tilanteissa tilanne ja omat taidot huomioiden on tavalla tai toisella yhteydessä heidän positiiviseen matemaattiseen minäkäsitykseensä ja sisäiseen motivaatioon matematiikkaa kohtaan (McMullen ym. 2016, 172). Täten voidaan todeta, kuinka tärkeää on kiinnittää huomiota onnistumisen kokemuksiin, mielekkääseen tekemiseen ja joustavan ajattelun tukemiseen.

6.4 Tutkimuksen luotettavuus

Tutkimuksen mittauksissa käytettiin mittareita, joita on myös aiemmissa tutkimuksissa käytetty ja silloin toimiviksi todettu, mikä parantaa sekä reliabiliteettia että validiteettia. Validiteetin kannalta on kuitenkin huomioitava, että kyselyä ei ollut suunniteltu matemaattisen minäkäsityksen mittaukseen. Tästä huolimatta osa väittämistä sopi minäkäsityksen määritelmään ja ne myös korreloivat merkitsevästi keskenään. Näin ollen summamuuttujien jaottelussa voitiin erottaa matemaattinen minäkäsitys omaksi muuttujakseen. Tämä osoittaa sen, että epäilyksistä huolimatta tämän muuttujan osalta kysely mittasi sitä, mitä tässä tutkimuksessa haluttiin. Väitteiden jakautuminen summamuuttujiin tapahtui myös samalla tavalla, kuin mitä aiemmissakin tutkimuksissa, osoittaen sen toimivuuden

myös tämän tutkimuksen osalta. Tehtävien avulla saatiin myös vastaukset esitettyihin tutkimusongelmiin, mikä myös osoittaa mittareiden toimineen halutusti. Näiden lisäksi validiteettiin vaikuttaa se, että molempia tehtäviä oli käytetty alakouluikäisten mittaamiseen ja etenkin luokilla 3.–5. Näin ollen ne olivat melko sopivia myös tämän tutkimuksen osallistujille eli luokka-asteille 3. ja 6. Alussa pohdittiin myös sisäisen motivaation ja matemaattisen minäkäsityksen liittymistä toisiinsa, mutta näitä vastanneet summamuuttujat korreloivat kuitenkin hyvin merkitsevästi tuloksissa. Tämä vahvistaa validiteettia ja reliabiliteettia siinä suhteessa, että näitä kahta voidaan mitata yhdessä ja ne todennäköisesti ovat myös yhteydessä toisiinsa.

Tutkimuksen reliabiliteettia heikentää hieman otoskoko ($N=84$), mikä on tehtyihin vertailuihin nähden pieni, jolloin tilastanalyysit tunnistavat vain isoimpia vaikutuksia aineistosta. Kuitenkin osallistuneet 3.- ($n=41$) ja 6.-luokkalaiset ($n=43$) olivat jakautuneet tasaisesti, mikä omalta osaltaan vaikuttaa positiivisesti reliabiliteettiin ja luokkien vertailuun. 6.-luokkalaiset olivat kolmesta eri koulusta, mikä vähentää epäilyjä yksittäisen koulun merkityksestä. 3.-luokkalaiset puolestaan olivat kaikki samasta koulusta ja se voi vaikuttaa tuloksiin, huolimatta siitä, että kaikki koulut olivat sosioekonomiselta taustaltaan samankaltaisia. Lisäksi molemmilla luokka-asteilla tyttöjä (3. lk: $n=25$ & 6. lk: $n=28$) oli reilusti enemmän kuin poikia (3. lk: $n=16$ & 6. lk: $n=15$), mikä lisää sattuman todennäköisyyttä.

Huomioitava on myös se, että tutkimus tehtiin poikittaistutkimuksena eli 3.- ja 6.-luokkalaiset ovat eri oppilaita, jonka vuoksi tutkimuksen perusteella ei voida varmuudella päätellä mitään minäkäsityksen, motivaation ja taitojen kehityksestä. Näiden lisäksi tutkija kävi itse teetättämässä tehtävät tarkkojen ohjeiden mukaisesti, mikä puolestaan parantaa menetelmän ja tulosten luotettavuutta. Huomioitavaa on myös määrällisen aineiston ja tulosten merkitys, joka vähentää tutkijan omien tulkintojen tekemistä ja siten tulosten vääristymistä. Tutkimuksen tuloksia on myös käsitelty anonyymisti eli oppilaita tai kouluja ei voida tuloksista tunnistaa ja tämä myös parantaa tutkimuksen reliabiliteettia.

6.5 Tulosten hyödyntämismahdollisuudet ja jatkotutkimusehdotukset

Tulosten perusteella opettajat voisivat alkaa enemmän kiinnittää huomiota oppilaiden matemaattisen minäkäsityksen edistämiseen. Tuloksissa oli kuitenkin huomattavissa sel-

keä yhteys joustavan aritmetiikan taitoihin. Sitä ei kuitenkaan voida sanoa, minkä suuntainen yhteys on, mutta siitä huolimatta se kertoo näiden kahden edistämisen tärkeydestä oppilaan koulupolun ja menestyksen kannalta. Tuloksissa oli myös huomattavissa samoja havaintoja aiempien tutkimuksien kanssa. Tämä antaa vahvistusta sille, että peruskoulussa olisi hyvä alkaa enemmän kiinnittämään huomiota asian edistämiseen. Lisäksi tuloksista saadaan hyvin tietoa siitä, millaiset taidot 3.- ja 6.-luokkalaisilla on joustavan aritmetiikan osalta. Tätä kautta on mahdollista niin opettajien kuin vaikka opetushallituksen ja opettajankoulutuslaitostenkin lähteä pohtimaan, miten näitä taitoja olisi mahdollista lähteä peruskoulussa kehittämään.

Aihetta jatkossa tutkittaessa olisi hyvä toteuttaa pitkittäistutkimus, sillä tätä kautta olisi mahdollista seurata kehitystä samoilla oppilailta. Tässä tutkimuksessa saatiin kuitenkin hyvin suuntaa sille, millaista kehitys luokkien välillä voi olla. Lisäksi mukaan voisi ottaa yläkoulukäiset oppilaat, jotta saadaan lisää vertailupohjaa matemaattisen minäkäsityksen, sisäisen motivaation ja joustavien aritmeettisten taitojen kehitykselle ja niiden yhteydelle. Samalla saataisiin tilannekatsausta siihen, mikä on oppilaiden tilanne etenkin taitojen suhteen. Tämä olisi hyvin tärkeää etenkin sen kannalta, että joustavien matematiikan taitojen merkitys tulee tulevaisuudessa todennäköisesti kasvamaan. Tähän liittyen jatkossa voisi käyttää myös useampia tehtäviä joustavien aritmeettisten ja etenkin yleisesti joustavien matemaattisten taitojen mittaamiseksi. Tarvetta olisi myös tehtävälle, joka selkeästi mittaisi matemaattista minäkäsitystä. Yleisesti ottaen olisi myös hyvä ottaa mukaan oppilaita ympäri Suomen, mikä kasvattaisi otoskokoa sekä lisääisi tutkimusten tulosten yleistettävyyttä. Lisäksi voisi tehdä jonkinlaisen kyselyn myös opettajille esimerkiksi siitä, kuinka usein ja millä tavoin he harjoittelevat luokassa joustavaan matematiikkaan kuuluvia taitoja. Tätä kautta nähtäisiin, millainen tilanne on opettamisen kannalta. Viimeisenä voisi mainita vielä oppilaan yleisten matematiikan taitojen mittaamisen. Tällöin voitaisiin nähdä, mikä merkitys oppilaan matemaattisella minäkäsityksellä ja joustavilla aritmeettisillä taidoilla on yleisesti oppilaan yleisempään suoriutumiseen matematiikassa.

LÄHTEET

Aho, S. (1996). *Lapsen minäkäsitys ja itsetunto*. Helsinki: Edita.

Aunio, P., Hannula, M. M. & Räsänen, P. (2004). Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (s. 198–221). Niilo Mäki Instituutti.

Berger, J. & Karabenick, S.A. (2011). Motivation and Students' Use of Learning Strategies: Evidence of Unidirectional Effects in Mathematics Classrooms. *Learning and Instruction, 21(3)*, 416-428. doi: 10.1016/j.learninstruc.2010.06.002

Bong, M. & Skaalvik, E. M. (2003). Academic Self-Concept and Self-Efficacy: How Different Are They Really? *Educational Psychology Review, 15(1)*, 1–40.
doi: 10.1037/0022-0663.95.1.124

Chiu, M. M. & Klassen, R. M. (2008). Relations of mathematics self-concept and its calibration with mathematics achievement: Cultural differences among fifteen-year-olds in 34 countries. *Learning and Instruction, 20(1)*, 2–17.
doi: 10.1016/j.learninstruc.2008.11.002

Collin, P. (16.8.2018). *Suomalaiset osaavat matematiikkaa yhä huonommin, vaikka sitä tarvittaisiin koko ajan enemmän - Professori: Teknologinen kehitys lisää matematiikan merkitystä*. Yleisradio Oy. Haettu 4.3.2019 osoitteesta <https://yle.fi/uutiset/3-10353905>.

Eccles, J. S. (2009). Who am I and what am I going to do with my life? Personal and collective identities as motivators of action. *Educational Psychologist, 44(2)*, 78–89.
doi: 10.1080/00461520902832368

Eccles, J. S. & Wigfield, A. (2000). Schooling's influence on motivation and achievement. Teoksessa S. Danziger & J. Waldfogel. (toim.), *Searching the future: Investing in children from birth to college* (s. 153–181). New York: Russell Sage Foundation.

Eccles, J.S. & Wigfield, A. (2002). Motivational beliefs, values and goals. *Annual Review of Psychology*, 53(1), 108–129. doi: 10.1146/annurev.psych.53.100901.135153.

Guay, F., Marsh, H. W. & Boivin, M. (2003). Academic self-concept and academic achievement: Developmental perspectives on their causal ordering. *Journal of Educational Psychology*, 95(1), 124–136. doi: 10.1037/0022-0663.95.1.124

Hannula, M. S., Kupari, P., Pehkonen, L., Räsänen, P. & Soro, R. 2004. Matematiikka ja sukupuoli. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (s. 170–197). Niilo Mäki Instituutti.

Hannula, M. S. & Holm, M.E. (2018). Oppilaan matematiikkakuva oppimistuloksena ja oppimisen taustatekijänä. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 132–156). Niilo Mäki Instituutti.

Hidi, S. (2000). An interest researcher's perspective: The effects of external and internal factors on motivation. Teoksessa C. Sansone & J. M. Harackiewicz (toim.), *Intrinsic and extrinsic motivation: The search for optimal motivation and performance* (s. 309–339). Academic Press.

Korkeakivi, R. (11.1.2019). Enemmän puhetta, vähemmän hiljaista laskemista – Matematiikasta tuli joustavaa. *Opettaja: Opetusalan ammattijärjestö*. Haettu 9.9.2019 osoitteesta <https://www.opettaja.fi/tyossa/enemman-puhetta-vahemman-hiljaista-laskemista-matematiikasta-tuli-joustavaa/>.

Kupari, P., Välijärvi, J., Andersson, L., Arffman, I., Nissinen, K., Puhakka, E. & Vetterranta, J. (2013). PISA12 Ensituloksia. *Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 20*.

Lehtinen, E., Hannula-Sormunen, M., McMullen, J. & Gruber, H. (2017). *Cultivating mathematical skills: from drill-and-practice to deliberate practice*. ZDM Mathematics Education. doi: 10.1007/s11858-017-0856-6

Linnanmäki, K. (2004). Minäkäsitys ja matematiikan oppiminen. Teoksessa P., Räsänen, P., Kupari, T., Ahonen & P., Malinen (toim.), *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (s. 241–254). Niilo Mäki Instituutti.

Lohbeck, A. (2018). Self-concept and self-determination theory: math self-concept, motivation, and grades in elementary school children. *Early child development and care*, 188(8), 1031–1044. doi: 10.1080/03004430.2016.1241778

McMullen, J., Brezovszky, B., Hannula-Sormunen, M., Veermans, K., Rodríguez-Aflecht, G., Pongsakdi, N. & Lehtinen, E. (2017). Adaptive number knowledge and its relation to arithmetic and prealgebra knowledge. *Learning and Instruction*, 49, 178–187. doi: 10.1016/j.learninstruc.2017.02.001

McMullen, J., Brezovszky, B., Rodríguez-Aflecht, G., Pongsakdi, N., Hannula-Sormunen, M. M. & Lehtinen, E. (2016). Adaptive number knowledge: Exploring the foundations of adaptivity with whole-number arithmetic. *Learning and Individual Differences*, 47, 172–181. doi: 10.1016/j.lindif.2016.02.007

Metsämuuronen, J. (toim.). (2013). *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkäjäisen arviointi vuosina 2005–2012*. Opetushallitus. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4.

Murayama, K., Pekrun, R., Lichtenfeld, S. & vom Hofe, R. (2013). Predicting Long-Term Growth in students' mathematics achievement: The unique contributions of motivation and cognitive strategies. *Child Development*, 84(4), 1475–1490. doi: 10.1111/cdev.12036

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. (2016). Opetushallitus.

Rodriquez-Aflecht, G. (2018). *Exploring motivational effects of mathematics serious game*. Turun yliopiston julkaisu B. 457. Tampere: Suomen yliopistopaino Oy.

Rodríguez-Aflecht, G., Brezovszky, B., Pongsakdi, N., Jaakkola, T., Hannula-Sormunen, M., McMullen, J. & Lehtinen, E. (2015). *Number Navigation Game (NNG): Experience and Motivational Effects*. Doctoral Dissertation. Turun yliopisto.

Shavelson, R. J., Hubner, J. & Stanton, G. C. (1976). Self-concept: validation of construct interpretations. *Review of Educational Research*, 46(3), 407–441.

doi: 10.3102/00346543046003407

9 ratkaisua Suomelle. *Teknolomiteollisuuden Koulutus ja osaaminen -linjaus 2018*. (5/2018). Teknolomiteollisuus ry.

Teknolomiteollisuus ry. (3.5.2018). [Tiedote]. *Tuore selvitys: Teknolomiteollisuus tarvitsee alalle yli 53 000 uutta osaajaa vuoteen 2021 mennessä*. Haettu 4.3.2019 osoitteesta <https://teknolomiteollisuus.fi/fi/ajankohtaista/uutiset/tuore-selvitys-teknolomiteollisuus-tarvitsee-alalle-yli-53-000-uutta-osaajaa>.

Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J. & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(3), 335–359.

doi: 10.1002/cbdv.200490137.

Vettenranta, J., Välijärvi, J., Ahonen, A., Hautamäki, J., Hiltunen, J., Leino, K., Lähteenen, S., Nissinen, K., Nissinen, V., Puhakka, E., Rautopuro, J. & Vainikainen, M-P. (2016). *PISA15 Ensituloksia. Huipulla pudotuksesta huolimatta*. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 41.

Wigfield, A. (1994). Expectancy-value theory of achievement motivation: A developmental perspective. *Educational Psychology Review*, 6(1), 49–78.

doi:10.1007/BF02209024

Wigfield, A., Eccles, J. & Rodriguez, D. (1998). The development of children's motivation in school context. *Review of Research in Education*, 23, 73–108.

doi: 10.3102/0091732X023001073

LIITTEET

Liite 1: Tutkimuslupa-anomus

TUTKIMUSLUPA

Olen neljännen vuoden luokanopettajaopiskelija Turun yliopistossa ja olen tekemässä pro gradu -tutkielmaani. Tutkielmani aiheena on 3. ja 6. luokkalaisten oppilaiden matemaattinen minäkäsitys, sisäinen motivaatio sekä joustavat aritmeettiset taidot. Tarkoituksena on selvittää, millaisia ovat oppilaiden matemaattinen minäkäsitys, sisäinen motivaatio ja joustavat aritmeettiset taidot 3. ja 6. luokalla sekä millaisia eroja mahdollisesti on luokkien välillä. Joustava matemaattinen ajattelu on suhteellisen uusi tutkimusalue ja sen takia on mielenkiintoista selvittää, miten se on yhteydessä oppilaiden matemaattiseen minäkäsitykseen.

Matemaattista minäkäsitystä, sisäistä motivaatioa ja joustavia aritmeettisiä taitoja tutkin kahdella eri tehtävällä: toinen liittyy oppilaan tuntemuksiin matematiikassa ja toisessa hän pääsee tekemään laskulausekkeita. Tehtävien tekemiseen kuluu aikaa korkeintaan yhden oppitunnin verran. Tehtäviin merkataan vastausten lisäksi oppilaan nimi, luokka ja sukupuoli. Näitä tietoja käytetään vain selvittämään, mikä lomake on kunkin oppilaan tekemä sekä tulosten vertailuun luokkatasolla sekä sukupuolen osalta. Tutkimukseen osallistuneiden vastauksia käsitellään luottamuksellisesti. Julkaistavissa tuloksissa oppilasta, luokkaa tai koulua ei voi tunnistaa, joten oppilaiden anonyymius säilyy. Tutkimukseen osallistuminen on täysin vapaaehtoista, eikä se vaikuta muuhun koulutyöhön millään tavalla. Pro gradu -tutkielman valmistumisen ja julkaisun jälkeen kerätty aineisto tuhoetaan.

Jos haluatte antaa lapsellenne luvan osallistua tutkimukseeni, täyttäkää ohessa oleva kaavake ja palauttakaa se luokanopettajalle vastauskuoressa viimeistään ke 27.3. Vastaan myös mielelläni, jos jokin asia jäi askarruttamaan tai haluatte lisätietoja. Minut tavoittaa parhaiten sähköpostilla osoitteesta: lotta.a.tuomisto@utu.fi

Mukavaa alkavaa kevättä!

Ystävällisin terveisin,

Lotta Tuomisto, 4. vuosikurssi

Luokanopettajakoulutus

Turun yliopisto, Turun kampus

