



<input type="checkbox"/>	Kandidaatintutkielma
<input checked="" type="checkbox"/>	Pro gradu -tutkielma
<input type="checkbox"/>	Lisensiaatintutkielma
<input type="checkbox"/>	Väitöskirja

Oppiaine	Taloustiede	Päivämäärä	15.11.2020
Tekijä	Pauli Mörönen	Sivumäärä	52
Otsikko	Tapauskohtainen päätöksentekoteoria		
Ohjaaja	Prof. Hannu Salonen		

### Tiivistelmä

Hyödyn maksimoinnin -teoria on toiminut pohjana sille, miten taloustieteessä käsitetään päätöksentekoa. Kyseisessä teoriassa rationaalinen päätöksentekijä optimoi hyötyfunktioitaan näin maksimoiden odotetun hyötynsä. Kun hyötyfunktio ilmentää tarkasti päätöksentekijän preferenssejä, kyseinen menetelmä toimiikin hyvin sekä normatiivisena että deskriptiivisenä teorianä. Ongelmia kuitenkin ilmenee, kun päätöksenteko – erityisesti lopputulemien todennäköisyydet – alkavat muodostua epäselviksi.

Tutkielmassani tarkastelen täydentävää teoriaa – Tapauskohtainen päätöksentekoteoria – sen hyötyjä ja haittoja, sekä sitä kuinka se sopii yleiseen taloustieteen teoriaan. Tapauskohtaisen päätöksentekoteorian pohjalla on ajatus, jonka mukaan ennustukset perustuvat menneisiin tapahtumiin. Hume:n sanoin: “Syistä, jotka vaikuttavat samankaltaisilta, odotamme samankaltaisia seurauksia. Tämä on kokemuksen tuoman päättelymme summa”.

Tapauskohtainen päätöksentekoteoria täyttää kaikki hyvän taloustieteellisen teorian vaatimukset. Se ei kuitenkaan ole vielä saavuttanut mittavaa suosiota perinteisen taloustieteen piirissä. Se on kuitenkin saanut huomiota informaatioteknologian alan kirjallisuudessa. Teoria pyrkii viemään taloustieteellistä paradigmaa eteenpäin hyödyntämällä muilla tieteenaloilla tehtyä tutkimusta kuitenkin onnistumatta siinä täysin.

Avainsanat	Case-based decision theory, CBDT, tapauskohtainen päätöksentekoteoria
------------	---







**TURUN  
YLIOPISTO**  
Kauppakorkeakoulu

# **TAPAUSKOHTAINEN PÄÄTÖKSENTEKOTEORIA**

Taloustieteen  
pro gradu -tutkielma

Laatija:  
Pauli Mörönen  
505384

Ohjaaja:  
Prof. Hannu Salonen

15.11.2020  
Espoo

Turun yliopiston laatujärjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Tur-  
nitin OriginalityCheck -järjestelmällä.

## SISÄLLYSLUETTELO

<b>1</b>	<b>JOHDANTO .....</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>INDUKTIIVINEN PÄÄTTELY .....</b>	<b>8</b>
	2.1 Malli ja tulokset.....	11
	2.2 Liittyvät tilastolliset menetit .....	15
	2.3 Keskustelua aksiomista .....	17
<b>3</b>	<b>TAPAUSSKOHTAINEN PÄÄTÖKSENTEKOTEORIA.....</b>	<b>22</b>
	3.1 Esittely.....	22
	3.2 Malli .....	30
	3.3 Keskustelua.....	34
	3.4 TKPT behavioristisena mallina .....	35
	3.5 Tapauskohtainen ennustaminen.....	36
<b>4</b>	<b>SOVELLUS .....</b>	<b>38</b>
	4.1 Vangin dilemma .....	38
<b>5</b>	<b>PSYKOLOGISIA TEEMOJA .....</b>	<b>44</b>
<b>6</b>	<b>JOHTOPÄÄTÖKSET .....</b>	<b>49</b>
<b>7</b>	<b>YHTEENVETO .....</b>	<b>51</b>
	<b>LÄHTEET .....</b>	<b>52</b>

## KUVAOTSIKKOLUETTELO

Kuva 1: Muistimatriisi .....	32
Kuva 2: Valinta-algoritmi (Guilfoos & Pape 2016, 10).....	41
Kuva 3:Yksittäinen valintaongelma (Guilfoos & Pape 2016, 11). .....	42
Kuva 4: (a)-kohdassa dataa käsittelyryhmästä 1, (b)-kohdassa dataa käsittelyryhmästä 2 ja (c)-kohdassa dataa käsittelyryhmästä 3 (Guilfoos & Pape 2016, 17.) .....	43
Kuva 5: Müller–Lyer -illuusio. ....	44

# 1 JOHDANTO

Vuonna 1947 von Neumann ja Morgestern julkaisivat kirjan *Theory of games and economic behavior*, josta tuttu hyödyn maksimoinnin -teoria on toiminut pohjana sille, miten taloustieteessä käsitetään päätöksentekoa. Kyseisessä teoriassa rationaalinen päätöksentekijä optimoi hyötyfunktioitaan näin maksimoiden odotetun hyötynsä. Kun hyötyfunktio ilmentää tarkasti päätöksentekijän preferenssejä, kyseinen menetelmä toimiikin hyvin sekä normatiivisena että deskriptiivisenä teoriana. Ongelmia kuitenkin ilmenee, kun päätöksenteko – erityisesti lopputulemien todennäköisyydet – alkavat muodostua epäselviksi. Vuonna 1954 Leonard Savage toi kirjassaan *The foundation of statistics* julki subjektiivisen todennäköisyyden käsitteen, jonka avulla oli mahdollista soveltaa odotetun hyödyn teoriaa myös tilanteissa, joissa objektiiviset todennäköisyydet eivät ole tiedossa. Eri vaihtoehtojen todennäköisyydet eivät kuitenkaan ole ainoa ongelmallinen asia. Kun päätöksentekotilanne muuttuu monimutkaisemmaksi, voi pelkästään kaikkien vaihtoehtojen kuvaaminen muodostua mahdottomaksi – saati sitten lopputulemien.

Yhdeksänkymmentäluvulla David Schmeidler ja Itzhak Gilboa alkoivat tutkia päätöksentekoa epävarmuuden vallitessa täysin uudesta kulmasta; ilman maailmantiloja päätöksentekijän käyttäytymisen rakentuvan datajoukoista. Ensimmäiset tapauskohtaisen päätöksentekoteorian muodostelmat pyrkivät mallintamaan taloustieteellistä päätöksentekoa, jossa datajoukot otetaan teorian primitiivinä, ja joka tarjosi uuden pohjan, josta johtaa uskomuksia. Tämä avasi uuden perspektiivin vanhoille tilastotieteen ja tekoälyn kysymyksille. (Eichberger & Guerdjikova 2020, 283.)

Perinteisessä taloustieteen teoriassa epävarmuutta mallinnetaan päätöksentekona tilariippuvaisista lopputulemista. Tästä perspektiivistä katsottuna epävarmuus käsittelee tietyn tilan toteutumisen todennäköisyyttä hyvin määritellystä ja täydellisesti tunnetusta joukosta ”maailmantiloja”; jokainen teko johtaa lopputulemaan, joka on ehdollinen realisoituneesta tilasta. Tässä oletetaan päätöksentekijän pystyvän järjestämään kaikki tekonsa preferenssien mukaisesti. Näistä preferensseistä voidaan päätellä henkilön uskomukset, eli subjektiiviset odotukset tietyn maailmantilan toteutumisesta. Savage tarjosi joukon aksioomia päätöksentekijän preferensseistä teoille, joiden pitäessä päätöksentekijä valitsee kuin hän valitsisi odotetun hyödyn teorian mukaisesti subjektiivisen todennäköisyysjakauman kuvastaessa uskomuksia. Tämä jakauma voidaan nähdä Bayesialaisena priorina jakaumana yli maailmantilojen. Jos tapaus toistuu, voidaan näitä prioreita jakaumia päivittää uuden datan valossa. Tämä kuitenkin vaikuttaa ainoalta tavalta, jolla data vaikuttaa perinteisessä taloustieteessä. (Eichberger & Guerdjikova 2020, 285.)

Kysymys siitä, kuinka todistusaineisto uudesta datasta vaikuttaa päätöksentekoon on paljon laajempi. Jopa tilariippuvaisen päätöksenteon primitiivit, tilat, jotka purkavat kaiken epävarmuuden päätöksentekoon liittyen ja teot, joita päätöksentekijä harkitsee, riippuvat aiempien havaintojen datasta. Siksi ei liene liioiteltua sanoa, että datajoukot

muodostavat taloustieteellisen teorian ytimen. Tilastotiede ja päätöksentekoteoria kuitenkin ehdottavat erilaisia lähestymistapoja datan käyttöön. Tilastotiede olettaa stokastisen prosessin ja arvioi prosessin parametrejä käyttäen havaintoja datajoukosta. Tämä metodi olettaa tunnetun stokastisen prosessin luovan datan, jossa vain parametrit ovat tuntemattomia. (Eichberger & Guerdjikova 2020, 285.)

Päätöksentekoteoriassa preferenssirelaatioiden ominaisuuksia painotetaan ennen maailmantiloja. Tämän näkemyksen mukaan teot johtavat tilariippuvaisiin lopputulemiin. Sen sijaan, että yritettäisiin oppia todennäköisyysjakauma yli maailmantilojen arvioimalla sen luovaa stokastista prosessia, todennäköisyydet johdetaan preferensseistä ja täten kuvaavat subjektiivista näkemystä epävarmuudesta. Tilastotieteestä poiketen, päätöksentekoteoria ei vaadi uskomusten olevan yhtenäiset datan kanssa; priori on täysin subjektiivinen. Yhdenmukaisuutta vaaditaan vain, kun uskomuksia päivitetään uuden tiedon valossa. Vain erikoistapauksessa, jossa päätöksentekijä on Bayesialainen, joka oppii priorin ”oikean” prosessin pohjalta, ovat lähestymistavat yhtenevät. Tällöin päätöksentekijä käyttäytyy tilastotieteilijänomaisesti ja oppii lopulta jakauman prosessin takana. (Eichberger & Guerdjikova 2020, 285.)

Tapauskohtainen päätöksentekoteoria eroaa näistä lähestymistavoista, koska se pitää dataa teorian primitiivinä. Tosi-elämän päätöksentekijät eivät ole tilastotieteilijöitä eivätkä täysin rationaalisia ja johdonmukaisia preferenssiensä suhteen. Erityisesti, heitä ei ole varustettu tila-avaruudella, ja joukolla toimintoja, joka kartoittaa tilat lopputulemiin. Lisäksi tosielämän data on harvoin rakenteeltaan sellainen, joka mahdollistaa tilastotieteellisen analyysin. Yleensä kerätty data eroaa tarkkuudessaan, informatiivisuudessaan, saatavuudessaan ja relevanttiudessaan kyseessä olevaan tilanteeseen. (Eichberger & Guerdjikova 2020, 285.)

Käsiteltäessä päätöksentekoa on psykologia edelleen taloustieteen isovelji. Tämän takia monet psykologit ovat antaneet kontribuutionsa aiheelle. Yksi tunnetuimmista teoksista on *Prospektiteoria*, jossa Amos Tversky ja Daniel Kahneman osoittavat monia epäjohdonmukaisuuksia ihmisten taloudellisessa päätöksenteossa. Monet ovat seuranneet tätä esimerkkiä. Neurotieteiden yleistyessä on mahdollista tarkkailla muutoksia solutasolla päätöksiä tehtäessä, ja täten mennä pidemmälle kuin vain käyttäytymisen tarkkaileminen. Pidänkin erityisen tärkeänä kaataa raja-aitoja tieteiden väliltä ja pyrkiä hyödyntämään eri tieteenalojen menetelmiä, käsitteitä ja ajatusmalleja pyrkiessämme löytämään uusia ratkaisuja sekä vanhoihin, että uusiin ongelmiin.

Tapauskohtainen päätöksentekoteoria (TKPT) tuo vaihtoehtoisen tavan kuvata ihmisten päätöksentekoa. Sen vahvuuksia on todennäköisyyksien – objektiiviset tai subjektiiviset – merkityksen katoaminen. TKPT:ssa päätöksenteko perustuu muistoihin, joita henkilö vertaa nykyiseen tilanteeseen. Muistojen ja nykyisen tilanteen samankaltaisuuden perusteella henkilö valitsee parhaimmaksi näkemänsä toimintavaihtoehdon.



Tutkielman tarkoitus on tarkastella tapauskohtaista päätöksentekoteoriaa ja analysoida, mitkä ovat sen vahvuudet ja heikkoudet. Itzhak Gilboa on tehnyt tutkimusta, jossa päätöksenteko etäännyttävä todennäköisyyksistä; onko tämä tapa, jolla päätöksentekoa mallinnetaan tulevaisuudessa taloustieteen alalla ja kenties muutenkin?

Tapauskohtainen päätöksentekoteoria ei ole sivuuttanut – ja tuskin sivuuttaakaan lähi-tulevaisuudessa – odotetun hyödyn teoriaa taloustieteen ytimessä. Vaikka teoria on hyvin perusteltu, se ei kuitenkaan pärjää odotetun hyödyn teorian yksinkertaisuuden vetovoimalle. Teoria ei ole myöskään herättänyt valtavaa kiinnostusta taloustieteellisissä piireissä, ja siitä tehtyjä kirjoituksia vähän – vielä vähemmän, jos Gilboan ja Schmeidlerin teokset luetaan pois. Sen sijaan se on saanut jonkin verran huomiota informaatioteknologian – ja tarkemmin tekoälyn – piirissä.

Systemaattisessa kirjallisuuskatsauksessa käydään tiivistetysti läpi aiheeseen liittyvää kirjallisuutta ja pyritään löytämään sen keskeinen sisältö. Tämän jälkeen aineisto järjestetään historiallisesti oman alan kontekstiin.

Tapauskohtainen päätöksentekoteoria on Itzhak Gilboan ja David Schmeidlerin luoma teoria, minkä vuoksi aineisto perustuu pitkälti heidän julkaisuihinsa sekä aiheeseen liittyviin tutkimuksiin. Teorian vastapainoksi etsin tutkimuksia, joissa kyseistä teoriaa on testattu käytännössä sekä verrattu aikaisempaan teoriaan.

Tässä luvussa olen esitellyt aiheen ja tuonut esille tutkimuskysymykset. Luku 2 aloittaa teorian matemaattisen pohjan tarkastelun luomalla katsauksen induktiiviseen päätte-lyyn. Luvussa 3 tarkastellaan tarkemmin itse tapauskohtaista päätöksentekoteoriaa käymällä läpi Gilboan ja kumppaneiden julkaisuja. Luku 4 käsittelee tutkimusta, jossa TKPT:n pohjalta luotu tekoäly pyrkii mallintamaan päätösprosessia, joka sopii empiiri-seen dataan. Luvussa 5 otamme pienen sivuaskelen ja tarkastelemme joitakin psykologisia aspekteja sekä niiden implikaatioita TKPT:an. Luku 6 tarkastelee TKPT:a yleisten hyvän taloustieteen mallin kriteerien mukaisesti.

## 2 INDUKTIIVINEN PÄÄTTELY

Ennustukset perustuvat menneisiin tapahtumiin. Hume:n sanoin: “syistä, jotka vaikuttavat samankaltaisilta, odotamme samankaltaisia seurauksia. Tämä on kokemuksen tuoman päättelymme summa”. Viime vuosikymmeninä Hume:n näkemys on herännyt eloon tekoälyyn liittyvässä kirjallisuudessa, jossa käsitellään järkeilyä analogioiden, samankaltaisuuden tai tapauskohtaisuuden perusteella. Monet kirjailijat hyväksyvät analogioiden tai samankaltaisuuden menneisiin tapahtumiin pitävän sisällään avaimen ihmisen järkeilyyn. Ennen kaikkea kirjallisuus koneoppimisesta ja kaavojen tunnistamisesta käyttää hyödykseen menneitä tapahtumia tehdessään ennustuksia. Kuinka menneitä tapahtumia tulisi käyttää? Entä miten valinta erilaisten analogioiden välillä tulisi tehdä. Katsotaan seuraavaksi muutamaa esimerkkiä tähän liittyen. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 17 mukaan.)

Esimerkki 1: Noppaa heitetään uudestaan ja uudestaan. Henkilön tulee ennustaa seuraavan heiton silmäluku. Ennustuksen tekijän mukaan olosuhteet jokaisessa heitossa ovat olleet samankaltaiset. Hän ei myöskään ennalta tiedä mitään syytä, miksi joku silmäluku olisi toista todennäköisempi. Järkevin ennustus näyttäisi olevan aikaisimpien heittojen moodi. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 17 mukaan.)

Kyseinen logiikka ei suoraan istu omaan ajattelutapaani. Miksi useimmiten esiintynyt luku menisi ennustuksessa muiden edelle? Eikö samankaltaisella logiikalla voitaisi sanoa, että järkevin ennustus olisi nimenomaan jokin muu kuin moodi? Jos jokaisen silmäluvun todennäköisyys on yhtä suuri, niin äärettömän monen heiton sarjassa kaikki silmäluvut esiintyvät yhtä monta kertaa. Täten silmäluku, joka on useimmiten jo esiintynyt, esiintyy jatkossa harvemmin kuin muut luvut. Molemmat ennustukset, tai ajattelutavat, ovat luonnollisesti harhaisia, mutta ensiksi mainittu tukee paremmin esitettävää teoriaa.

Esimerkki 2: Potilas pyytää lääkäriään ennustamaan tuleeko hänen leikkauksensa onnistumaan. Lääkäri tietää onko toimenpide onnistunut yleensä aiemmissa tapauksissa, mutta muistuttaa potilastaan jokaisen kehon ainutlaatuisuudesta. Hän muistaa aiempien tapausten statistiikasta potilaiden eronneen mm. iän, sukupuolen ja terveyden tilan suhteen. Olisi siis liian naiivia ajatella pelkästään empiiristen frekvenssien merkitsevän asiassa. Toisaalta, jos hän huomioi vain menneet potilaat, jotka ovat olleet identtisiä nykyisen kanssa, hänelle tuskin jää dataa käsiteltäväksi. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 17-18 mukaan.)

Esimerkki kiehtoo mieltäni. Lähtökohtaisesti näen, ettei lääkärin pitäisi ryhtyä operaatioon, jollei hän usko sen onnistuvan. Myös potilaan tulisi aina kuulla lääkärin uskovan leikkauksen onnistuvan. Se mikä on tilastotieteellinen totuus, on täysin merkityksetöntä. Yllä kuvatussa tilanteessa potilas haluaa apua päätöksenteossa, joka on monimutkainen ja merkittävä potilaan kannalta. Sen sijaan että lääkäri, jonka voidaan olettaa olevan asiantuntija kyseisissä tilanteissa, helpottaisi päätöksen tekemistä, päättääkin hän vaikeuttaa

sitä lisäämällä siihen epämääräisen muuttujan. Tämä kommentti liittyy lähinnä esimerkin asetteleeseen, mutta tuo myös esiin mielenkiintoisia piirteitä kirjoittajien omasta ajatusmaailmasta.

Esimerkki 3: Kansainvälisten suhteiden asiantuntijan pyydetään ennustavan lopputulema Lähi-Idän konfliktissa. Hänen luotetaan nojaavan vankkaan kokemukseensa menneistä tapahtumista, sekä terävään analyysiinsä tehdessään ennustusta. Kuten aiemmassa esimerkissä, asiantuntijalla on käytössään paljon informaatiota, mutta ei yhtäkään identtistä tapausta. Sen lisäksi, päinvastoin aiempaan esimerkkiin, mahdolliset lopputulemat eivät ole identtisiä aiempien tapausten kanssa. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 18 mukaan.)

Mieti ennustussääntöä esimerkki 2:sa. Lääkäri miettii kaikkia onnistuneita leikkauksia. Sitten hän käyttää harkintakykyään määrittääkseen niiden samankaltaisuuden nykyisen tapauksen kanssa ja summaa ne. Sama tehdään epäonnistuneille leikkauksille. Hänen ennustuksensa on lopputulema, jolla on suurin kertynyt samankaltaisuusarvo. Tämä yleistää frekvenssijärjestyksen “sumeaksi joukoksi”: molemmissa esimerkeissä lopputuleman uskottavuutta mitataan summaamalla yli tapausten, joissa se ilmeni. Esimerkissä yksi kaikki menneet tapaukset saavat painotuksen yksi. Esimerkissä kaksi samankaltaisuuden painotus riippuu lääkärin subjektiivisesta arviosta relevanttien tapausten samankaltaisuudessa. Sen sijaan, että datapisteet jaettaisiin niihin, jotka kuuluvat ja jotka eivät, jokainen datapiste kuuluu otokseen tietynasteisesti, sanottakoon nollan ja yhden väliltä. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 18 mukaan.)

Intuitiivisesti tämä lähestymistapa käy järkeen, mutta esimerkin yksi tilanteessa, jossa todennäköisyysjakauma on hyvin tiedossa, tuntuu järjenvastaiselta antaa menneille tapahtumille mitään painoarvoa. Tämä esimerkki käy järkeen tapauksessa, jossa jokainen heitto muuttaa ennustuksetekijän uskomuksia taustalla olevasta todennäköisyysjakaumasta. Psykologiassa ilmiö tunnetaan saatavuusharhana.

Kyseistä esimerkkiä voidaan hyödyntää myös esimerkissä 3 seuraavasti. Jokaiselle lopputulemalle Lähi-Idän konfliktissa, ja jokaiselle menneelle tapaukselle, asiantuntijaa pyydetään määrittämään numero, joka kuvaa missä määrin tapaus soveltuu tähän lopputulemaan. Näiden numeroiden summaaminen, kaikissa tiedetyissä tapauksissa kaikille lopputulemille, antaa numeerisen esityksen uskottavuusjärjestyksestä. Näin ennustussääntöä voidaan soveltaa myös silloin, kun ei ole rakenteellista yhteyttä menneiden tapausten ja tulevien tapahtumien välillä. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 18 mukaan.)

Formaalisti esitettynä annetaan  $M$  kuvata tunnettujen tapausten joukkoa. Jokaiselle  $c \in M$  ja jokaiselle mahdolliselle tapahtumalle  $x$ , merkitsee  $v(x, c) \in \mathbb{R}$  astetta, kuinka tapaus  $c$  tukee tapahtumaa  $x$ . Nyt ennustussääntö järjestää tapahtuman  $x$  todennäköisemmäksi kuin tapahtuman  $y$ , jos ja vain jos

(1)  $\sum_{c \in M} v(x, c) > \sum_{c \in M} v(y, c)$ . (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 19 mukaan.)

Oletuksena on, että ennustajalla on järjestys kaikille mahdollisille tapahtumille jokaisessa mahdollisessa muistissa. Muisti sisältää äärellisen määrän menneitä tapauksia. Ennustajan ei tarvitse kuvitella mielessään kaikkia muistoja vaan hänellä voi olla sääntö, jonka mukaan hän asettaa ne järjestykseen. Teoria nojaa ennustajan tekemään järjestykseen tapauksille, muttei oleteta hänen pystyvän kvantifioimaan tätä mielekkäällä tavalla. Mitään tiettyä rakennetta tapauksille ei oleteta. Sen sijaan oletuksena on, että jokaiselle tapaukselle on määrittämätön määrä muita tapauksia, jotka ovat ekvivalentteja ennustajan silmissä. Tapausten ekvivalenssirelaatio saa aikaan myös muistien ekvivalenssirelaation. Tämä mahdollistaa muistien replikoimisen. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 19 mukaan.)

Päaoletuksena on, että ennustus täyttää kombinaatioaksioman. Karkeasti tämä tarkoittaa sitä, että jos tapahtuma  $x$  on todennäköisempi kuin tapahtuma  $y$  kahdessa erillisessä muistissa, niin se on sitä myös näiden unionissa. Esimerkissä kaksi tämä tarkoittaisi kahta lääkäriä, jotka työskentelevät eri sairaaloissa, ja omaavat täten erilliset tietokannat potilaista. Jos he pitäisivät toimenpiteen onnistumista todennäköisempänä kuin epäonnistumista pohtiessaan asiaa erikseen, heidän mielipiteensä ei muuttuisi, vaikka he yhdistäisivät tietonsa ja pohtisivat asiaa yhdessä. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 19 mukaan.)

Ennustajan järjestyksen tulee täyttää Arkhimedeiden aksioman seuraavalla tavalla: jos tietokanta  $M$  määrittää tapahtuman  $x$  todennäköisemmäksi kuin tapahtuman  $y$ , niin kaikille muille tietokannoille  $N$  on olemassa tarpeeksi suuri määrä replikaatioita tietokannasta  $M$ , niin että kun nämä lisätään tietokantaan  $N$  tulee tapahtumasta  $x$  todennäköisempi kuin tapahtumasta  $y$ . Viimeiseksi tarvitaan oletus monimuotoisuudesta, millä tarkoitetaan, että mikä tahansa lista neljästä tapahtumasta voidaan järjestää parhaimmasta huonoimpaan. Yhdessä nämä oletukset tekevät tarpeelliseksi tehdä ennustus kaavan (1) mukaisesti. Lisäksi teoria osoittaa funktion  $v$  olevan pohjimmiltaan ainutlaatuinen. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 19-20 mukaan.)

Tulos voidaan tulkita usealla tavalla. Kuvailevasta näkökulmasta voidaan väittää asiantuntijoiden ennustusten olevan johdonmukaisia, kuten aksiomat vaativat, ja ne voidaan siten esittää ennustuksina, jotka pohjaavat samankaltaisuuden perustuvaan kertymään. Normatiivisesta näkökulmasta tulos voidaan tulkita viittaavan ennustusten, jotka perustuvat samankaltaisuuden kertymään, olevan ainoa tapa tyydyttää johdonmukaisuuden aksioma. Molemmista lähestymistavoissa samankaltaisuutta voidaan yrittää mitata käyttäen erilaisten tietokantojen antamaa uskottavuusjärjestystä. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 20 mukaan.)

Huomaa ettei teoria oletta alustavaa käsitteellistä suhdetta tapausten ja mahdollisuuksien välille. Kyseiset suhteet, joita ennustajalla saattaa olla, paljastuvat hänen uskottavuusjärjestyksestensä. Vaikka tapahtumat ja mahdollisuudet olisivat formaalisti yhdyntäviä, teoria ei oletta datan antavan minkäänlaista numeerista mittaa etäisyydelle tai samankaltaisuudelle. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 18-19 mukaan.)

Tässä esitetty päätössääntö yleistää monia tunnettuja tilastotieteellisiä menetelmiä. Ydinmenetelmät tiheysfunktion arviointiin, kuin myös luokitteluongelmiin, ovat erityistapauksia säännölle. Jos tapausten tai mahdollisuuksien sijaan käsitellään teorioita, voidaan säännön katsoa järjestävän teorian niiden uskottavuusfunktion mukaisesti. Nämä tunnetut tilastotieteelliset menetelmät täyttävät kombinaatioaksioman vaatimukset. Tätä voidaan pitää argumenttina aksioman puolesta. Kääntäen, Tässä esitettyä tulosta voidaan käyttää näiden tilastotieteellisten menetelmien aksiomatisoimiseen. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 20 mukaan.)

Bayesianilaisen lähestymistavan mukaan kaikki ennustamiseen liittyvät ongelmat tulisi käsitellä priorin subjektiivisen todennäköisyyden mukaan, jota päivitetään uuden tiedon valossa Bayesin säännön avulla. Tämä vaatii, että ennustajalla on prioritodennäköisyys yli avaruuden, joka on tarpeeksi laaja kuvaamaan kaikki uusi tieto. Tämä ei vaikuta kognitiivisesti uskottavalta kaikissa tapauksissa. Toisaalta ennustussääntö (1) vaatii ainoastaan ennustajan arvioivan kuinka paljon koetut tapaukset tukevat nykyistä ongelmaa. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 20 mukaan.)

Todennäköisyysteorian alkuajoista on todennäköisyyden konseptilla ollut kaksi roolia: toinen liittyy empiirisiin frekvensseihin, ja toinen subjektiivisten uskomusten tai mielipiteiden kvantifointiin. Bayesianilainen lähestymistapa yhdistää nämä roolit käyttämällä subjektiivisen priorin todennäköisyyden konseptia. Tässä käytetyn lähestymistavan voidaan nähdä yrittävän yhdistää empiiristen frekvenssien ja subjektiivisten mielipiteiden käsitteet. Kun de Finettin ja Savagen aksiomaattiset derivaatiot käsittelevät priorin luomisen prosessia mustana laatikkona, tässä esitetty sääntö ottaa ensimmäiset askeleet tämän prosessin mallintamisessa. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 20-21 mukaan.)

## 2.1 Malli ja tulokset

Mallin lähtökohdat koostuvat kahdesta epätyhjistä joukosta  $X$  ja  $\mathbb{C}$ .  $X$  on joukko kaikista mahdollisista tapahtumista liittyen ennustusongelmaan,  $p$ , ja  $\mathbb{C}$  kuvaa joukkoa kaikista mahdollisista tapauksista. Notation yksinkertaistamiseksi ennustusongelma  $p$  jätetään merkitsemättä aina kun mahdollista. Ennustajalla on muisti,  $M \subset \mathbb{C}$ , joka on äärellinen joukko tapauksia. Hänen tulee järjestää mahdollisuudet binaarisella relaatiolla “vähintään yhtä todennäköinen kuin”. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 21 mukaan.)  $X$ :n alkioit ovat siis tekijöitä  $\mathbb{C}$ :n alkioissa.  $M$  taas koostuu tapahtuneista tapauksista, jotka eivät ole poistuneet muistista. Toisin sanoen  $\mathbb{C} \setminus M$  on joukko tapauksia, jotka eivät

koskaan tapahtuneet tai ovat poistuneet muistista. Kappaleen neljä Vangin dilemma -esimerkissä on käytetty tekoälyä, joka huomio muistin häiriöt.

Kun mietitään uskottavuuksia, on tärkeä ottaa huomioon myös mitä olisi voinut tapahtua. Ennustajalla oletetaan olevan myös hyvin määritelty “vähintään yhtä todennäköinen kuin” -relaatio joukolle tapauksia muistin,  $M$ , lisäksi.  $\mathbb{M}$  on äärellinen alajoukko  $\mathbb{C}$ :stä. Kaikille  $M \in \mathbb{M}$  merkitään ennustajan “vähintään yhtä todennäköinen kuin” -relaatiota  $\succeq_M \subset X \times X$ . (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 21 mukaan.)  $\mathbb{M}$  on siis joukko tapauksia, tapahtuneiden lisäksi, jotka olisivat voineet tapahtua, tai jotka henkilö pystyy kuvittelemaan.

Kaksi tapausta  $c$  ja  $d$  ovat ekvivalentteja, merkitään  $c \sim d$ , jos kaikille  $M \in \mathbb{M}$  siten että  $c, d \notin M$ ,  $\succeq_{M \cup \{c\}} = \succeq_{M \cup \{d\}}$ . Huomaa, että tapausten ekvivalenssi on subjektiivinen notaatio: tapaukset ovat ekvivalentteja, jos ne ennustajan mukaan vaikuttavat uskottavuusjärjestykseen samalla tavalla. Lisäksi ekvivalenssinotaatio riippuu myös kontekstista: kaksi tapausta  $c$  ja  $d$  ovat ekvivalentteja vain, kun huomioidaan kyseinen ennustusongelma. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 21 mukaan.)

Ekvivalenssin määritelmä kattaa myös muistit. kaksi muistia  $M_1, M_2 \in \mathbb{M}$  ovat ekvivalentteja, merkitään  $M_1 \sim M_2$ , mikäli on bijektio  $f: M_1 \rightarrow M_2$  niin että  $c \sim f(c)$  kaikille  $c \in M_1$ . Huomaa, että muistin ekvivalenssi on myös ekvivalenssirelaatio. Siitä seuraa että, jos  $M_1 \sim M_2$ , niin kaikille  $N \in \mathbb{M}$  siten että  $N \cap (M_1 \cup M_2) = \emptyset$ ,  $\succeq_{N \cup M_1} = \succeq_{N \cup M_2}$ . (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 21-22 mukaan.)

Koko luvun läpi on oletus rakenteellisesta rikkaudesta: jokaiselle tapaukselle  $c \in \mathbb{C}$  on olemassa ääretön määrä tapauksia  $d \in \mathbb{C}$  niin että  $c \sim d$ . Huomautus termistöstä: tämän luvun päätulos on esittää ennustussääntö. Ennustaja voi olla henkilö, organisaatio tai kone. Tulos voidaan kuitenkin tulkita myös toisin. Sen sijaan että järjestys koostuisi mahdollisuuksista, voi järjestys koostua myös päätöksistä, teoista tai vaihtoehtoista. Tapauksia voidaan kutsua myös huomioiksi tai faktoiksi. Muisti,  $M \in \mathbb{M}$ , edustaa ennustajan tietoa ja sitä kutsutaan myös tietokannaksi. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 22 mukaan.)

Teoria käyttää neljää aksioomaa. Niiden formalisoinnissa  $\succ_M$  ja  $\approx_M$  kuvaavat  $\succeq_M$ :n asymmetrisia ja symmetrisia osia.  $\succeq_M$  on täydellinen, jos  $x \succeq_M y$  tai  $y \succeq_M x$  kaikille  $x, y \in X$ . (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 22 mukaan.)

A1 JÄRJESTYS: Kaikille  $M \in \mathbb{M}$ ,  $\succeq_M$  on täydellinen ja transitiivinen  $X$ :ssä

A2 KOMBINAATIO: Kaikille epäyhtyville  $M, N \in \mathbb{M}$  ja kaikille  $x, y \in X$ , jos  $x \succeq_M y$  ( $x \succ_M y$ ) ja  $x \succeq_N y$ , niin  $x \succeq_{M \cup N} y$  ( $x \succ_{M \cup N} y$ ).

A3 ARKHIMEDEEN AKSIOOMA: Kaikille epäyhtyville  $M, N \in \mathbb{M}$  ja kaikille  $x, y \in X$ , jos  $x \succ_M y$ , niin on olemassa  $l \in \mathbb{N}$  niin että mille tahansa  $l$ -listalle  $(M_i)_{i=1}^l$  pareittain

epäyhtyviä  $M_i \in \mathbb{M}$ , missä kaikille  $i \leq l$ ,  $M_i \sim M$  ja  $M_i \cap N = \emptyset$ ,  $x \succ_{M_1 \cup \dots \cup M_l \cup N} y$  pitää. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 22 mukaan.)

Aksiooma 1 vaatii, että kaikissa mahdollisissa muisteissa on ennustajalla heikko uskottavuusrelaatio kaikkien mahdollisuuksien yli. Aksiooma 2 sanoo että, jos mahdollisuus  $x$  on todennäköisempi kuin mahdollisuus  $y$  kahdessa epäyhtyvässä muistissa, tulee sen olla näin myös, kun muistit yhdistetään. Aksiooma kolme sanoo että, jos mahdollisuus  $x$  on todennäköisempi kuin mahdollisuus  $y$  tietyssä muistissa  $M$ , niin huolimatta toisen muistin,  $N$ , järjestyksestä, muistin  $M$  ”toistoja” on tarpeeksi monta kumotakseen järjestyksen, jonka  $N$  antaa. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 22 mukaan.)

Viimeiseksi tarvitaan erilaisuuden aksiooma. Sitä ei kuitenkaan tarvita uskottavuusrelaatioiden esittämiseen, kun summataan reaalitylukuja. Teoreema 1 alla on ekvivalenssi-teoreema, joka luonnehtii mitkä reaalitylukumatriisit tyydyttävät tämän aksiooman. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 22 mukaan.)

A4 MONIMUOTISUUS: Jokaiselle listalle  $(x, y, z, w)$   $X$ :n erillisistä alkioista on olemassa  $M \in \mathbb{M}$  niin että  $x \succ_M y \succ_M z \succ_M w$ . Jos  $|X| < 4$ , niin mille tahansa  $X$ :n alkiolle on olemassa  $M \in \mathbb{M}$  niin että  $\succ_M$  määrittää järjestyksen. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 23 mukaan.)

Teoreema osa 1- riittävyys: Olkoon annettu  $X, \mathbb{C}$  ja  $\{\succeq_M\}_{M \in \mathbb{M}}$ , mitkä tyydyttävät oletuksen rikkaudesta. Tällöin (i) implikoi (ii(a)):

(i)  $\{\succeq_M\}_{M \in \mathbb{M}}$  täyttää aksioomien 1-4 vaatimukset

(ii(a)) On olemassa matriisi  $v: X \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$  niin että:

(2) 
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{jokaiselle } M \in \mathbb{M} \text{ ja jokaiselle } x, y \in X, \\ x \succeq_M y \text{ jos ja vain jos } \sum_{c \in M} v(x, c) \geq \sum_{c \in M} v(y, c), \end{array} \right.$$

Toisin sanoen aksioomat 1-4 implikoi, että  $\{\succeq_M\}_{M \in \mathbb{M}}$  seuraa esitettyä ennustussääntöä sopivan matriisin  $v$  valinnassa. Kuitenkaan kaikki aksioomat eivät ole välttämättömiä, jotta esitys pitää. Aksioomat kuitenkin implikoivat erityisiä ominaisuuksia esittää matriisi  $v$ . Ensinnäkin voidaan valita niin, että kaikki ekvivalentit tapaukset ovat liitetty identtisiin sarakkeisiin. Toiseksi jokainen neljän rivin joukko matriisissa täyttää ylimääräisen ehdon. Matriisin  $v$ , joka täyttää nämä kaksi ominaisuutta, olemassaolo yhdessä (2) kanssa implikoi aksioomat 1-4. Ennen teoreeman seuraavaa osaa, esitämme kaksi määritelmää. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 23 mukaan.)

Määritelmä: Matriisi  $v: X \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$  kunnioittaa tapausten ekvivalenssia (suhteessa  $\{\approx_M\}_{M \in \mathbb{M}}$ ) jos jokaiselle  $c, d \in \mathbb{C}$ ,  $c \sim d$  jos ja vain jos  $v(\cdot, c) = v(\cdot, d)$ . (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 23 mukaan.)

Koska sekaannusta ei luultavasti synny, jätetään  $\{\approx_M\}_{M \in \mathbb{M}}$  merkitsemättä ja todetaan, että  $v$  kunnioittaa tapausten ekvivalenssia. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 23 mukaan.)

Seuraava määritelmä soveltuu kaikkiin reaaliarvoisiin matriiseihin yleisesti. Tässä sitä käytetään matriisiin  $v: X \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$  teoreeman esittelyssä. Se määrittää matriisin monimuotoisuuden, mikäli yhtäkään riviä ei dominoi muiden rivien affiini kombinaatio. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 23 mukaan.)

Määritelmä: Matriisi  $v: X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ , missä  $|X| \geq 4$ , on monimuotoinen, mikäli ei ole neljää alkioita  $x, y, z, w \in X$  ja  $\lambda, \mu, \theta \in \mathbb{R}$ ,  $\lambda + \mu + \theta = 1$ , niin että  $v(x, \cdot) \leq \lambda v(y, \cdot) + \mu v(z, \cdot) + \theta v(w, \cdot)$ . Jos  $|X| < 4$ , niin  $v$  on monimuotoinen, mikäli mitään riviä ei dominoi toisten affiini kombinaatio. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 23 mukaan.)

Teoreema osa 2-Vättämättömyys: (i) implikoi

(ii(b)) matriisi  $v$  on monimuotoinen; ja

(ii(c)) matriisi  $v$  kunnioittaa tapausten ekvivalenssia.

Kääntäen: (ii(a, b, c)) implikoi (i). (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 24 mukaan.)

Teoreema osa 3-Ainutlaatuisuus: Jos (i) [tai (ii)] pitää, matriisi  $v$  on ainutlaatuinen seuraavalla tavalla:  $v$  ja  $u$  molemmat täyttävät (2) vaatimukset ja kunnioittavat tapausten ekvivalenssia, jos ja vain jos on skalaari  $\lambda > 0$  ja matriisi  $\beta: X \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$  identtisillä riveillä, jotka kunnioittavat tapausten ekvivalenssia siten, että  $u = \lambda v + \beta$ . (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 24 mukaan.)

Huomaa, että rikkauden oletuksen takia  $\mathbb{C}$  on ääretön, ja matriisissa  $v$  on ääretön määrä sarakkeita. Lisäksi teoreema ei rajoita  $X$ :n mahtavuutta, joten  $v$  voi sisältää myös ääretömän määrän rivejä. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 24 mukaan.)

Mille tahansa reaaliarvoiselle matriisille  $|X| \times |\mathbb{C}|$  voidaan kaikille  $M \in \mathbb{M}$  määrittää heikko järjestys  $X$ :ssä (2) kautta. Se täyttää aksioomien 1 ja 2 vaatimukset. Jos matriisi kunnioittaa tapausten ekvivalenssia, täyttää se myös aksiooman 3 vaatimukset. Nämä ehdot eivät kuitenkaan implikoi aksioomaa 4. Esimerkiksi aksiooma 4 rikkoutuu, jos joku matriisin rivi dominoi toista. Koska aksiooma 4 ei ole tarpeellinen matriisin esitykseen (2) kautta, voidaan miettiä olisiko mahdollista luopua aksioomasta. Vastaus annetaan seuraavaksi. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 24 mukaan.)



Propositio: Aksiomat 1,2 ja 3 eivät implikoi matriisin  $v$ , joka tyydyttää (2), olemassaoloa. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 24 mukaan.)

Pari huomiota kardinaalisuudesta. Aksioma 4 voi pitää vain, jos joukko tapausten luokkia,  $\mathbb{T} = \mathbb{C}/\sim$ , on tarpeeksi suuri suhteessa  $X$ :ään. Esimerkiksi, jos on kaksi erillistä mahdollisuutta, monimuotoisuuden aksioma vaatii, että on vähintään kaksi eri luokkaa tapauksia. Kuitenkin kuusi luokkaa riittää, että  $X$ :llä on jatkumon mahtavuus. Lopuksi mainittakoon, että (2) ei implikoi  $v$ :n kunnioittavan tapausten ekvivalenssia. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 24 mukaan.)

## 2.2 Liittyvät tilastolliset metodit

Oletetaan, että  $Z$  on jatkuva satunnaismuuttuja, joka saa arvoja alueella  $\mathbb{R}^m$ . Kun on havaittu äärellinen otos  $(z_i)_{i \leq n}$ , henkilöä pyydetään arvioimaan muuttujan  $Z$  tiheysfunktio. Ydinestimointi ehdottaa seuraavaa. Valitse ydinfunktio  $k: \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}_+$  seuraavilla ominaisuuksilla: (i)  $k(z, y)$  on  $\|z - y\|$ :n vähenevä funktio; (ii) kaikille  $z \in \mathbb{R}^m$ ,  $\int_{\mathbb{R}^m} k(z, y) dy = 1$ . Annetun otoksen  $(z_i)_{i \leq n}$  perusteella arvioidaan tiheysfunktio  $f(y | z_1, \dots, z_n) \equiv \frac{1}{n} \sum_{i \leq n} k(z_i, y)$ . (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 24-25 mukaan.)

Funktio  $f$  on uskottavuuden mitta:  $f(y) > f(w)$  tarkoittaa pienen alueen  $y$ :n ympäristössä olevan uskottavampi kuin samainen alue  $w$ :n ympäristössä. Tällä tulkinnalla ydinestimatio on erikoistapaus tässä esitetystä ennustussäännöstä,  $v(y, z) = \frac{1}{n} k(z, y)$ . Huomionarvoista on, että ydinestimatioon liittyy oletus etäisyydestä, kun taas tässä esitetty teoria johtaa funktion  $v$  ainoastaan kvalitatiivisista järjestyksistä. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 25 mukaan.)

Ydinmetodeja käytetään myös luokitteluongelmissa. Kun luokittelija kohtaa datapisteen  $y \in \mathbb{R}^m$ , ja häntä pyydetään arvaamaan mihin alkioon äärellisessä joukossa  $A$  se kuuluu. Luokittelijalla on joukko esimerkkejä  $M \subset \mathbb{R}^m \times A$ . Jokainen esimerkki  $(x, a)$  sisältää datapisteen  $x \in \mathbb{R}^m$  ja luokittelun  $a \in A$ . Ydinluokittelumetodit käyttäisivät ydinfunktiota, kuten yllä, ja annettuna piste  $y$  arvaisivat sen kuuluvan luokkaan  $a \in A$ , joka maksimoi  $k(x, y)$  summan yli kaikkien  $x$  muistissaan, jotka kuuluvat luokkaan  $a \in A$ . (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 25 mukaan.)

Tässä esitettyä yleistä viitekehystä voidaan myös käyttää luokitteluongelmissa. Toisin kuin ydinluokittelussa, henkilöä ei pyydetä luokittelemaan pisteitä  $\mathbb{R}^m$  ympäristössä, vaan kun hänelle annetaan tällainen piste, järjestämään luokat  $A$ :ssa. Oleta, että piste  $y \in \mathbb{R}^m$  on annettu, ja tapaukselle  $(x, a) \in M$ , määritetään  $v_y(b, (x, a)) = k(x, y) 1_{a=b}$  (missä  $1_{a=b}$  on 1, jos  $a = b$  ja nolla muuten. Yhtenevyys ydinestimatioon on selvä. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 25 mukaan.)

Kuten yllä, tämä aksiomatisointi voidaan nähdä normatiivisena oikeutuksena ydinmetodeille, ja tapana saada esiin sopiva ydinfunktio kvalitatiivisen järjestyksen datasta. Suosittu vaihtoehto ydinluokittelumetodeille on lähimmän naapurin menetelmä. Tämä menetelmä ei kuitenkaan täytä Arkhimedeeseen aksiomaa. Lisäksi tapauksessa  $k > 1$  enemmistö päätös  $k$ :n lähimmän naapurin kesken rikkoo kombinaatioaksioman. Täten tekstissä tarjotut aksioomat antavat normatiivisen oikeutuksen suosia ydinmenetelmiä ennen lähimmän naapurin menetelmiä. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 25-26 mukaan.)

Malli voidaan tulkita myös viittaavan teorioita ja hypoteeseja järjestäväksi tietyillä havainnoilla. Tässä muodostetut aksioomat sopivat myös kyseisessä tapauksessa. Päävaatimus on, että teorit järjestetään heikkoon preferenssijärjestykseen jokaisessa muistissa, ja jos teoriaa  $x$  preferoidaan teoriaan  $y$  kahdessa epäyhtyvässä muistissa, tulee näin käydä myös näiden muistien unionissa. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 26 mukaan.)

Oletuksena on siis, että teoreema 1 pitää. Nyt siis  $v(x, c)$ , jokaiselle tapaukselle  $c$ , on rajoitettu ylhäältä. Tämä tarkoittaa esimerkiksi sitä, että teorioiden määrä on äärellinen. Valitaan esitys  $v$ , missä  $v(x, c) < 0$  jokaiselle teorialle  $x$  ja tapaukselle  $c$ . Määritetään  $p(c | x) = \exp(v(x, c))$  niin, että  $\log(p(c | x)) = v(x, c)$ . (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 26 mukaan.)

Tämä tulos sanoo, että jokaiselle kahdelle teorialle  $x, y$ :

$$x \succeq_M y \text{ jos ja vain jos } \sum_{c \in M} v(x, c) \geq \sum_{c \in M} v(y, c),$$

mikä on ekvivalentti sen kanssa, että

$$\exp(\sum_{c \in M} v(x, c)) \geq \exp(\sum_{c \in M} v(y, c)) \text{ tai}$$

$\prod_{c \in M} p(c | x) \geq \prod_{c \in M} p(c | y)$ . (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 26 mukaan.)

Toisin sanoen, jos ennustaja järjestää teorit aksiomien 1-4 mukaan, on olemassa ehdolliset todennäköisyydet  $p(c | x)$  jokaiselle tapaukselle  $c$  ja teorialle  $x$  niin, että ennustaja järjestää teorit ikään kuin samalla tavalla kuin niiden uskottavuusfunktiot järjestäisivät ne. Tähän liittyy implisiittinen oletus, että tapaukset ovat stokastisesti riippumattomia. Toisaalta tämä tulos voidaan nähdä normatiivisena oikeutuksena uskottavuussäänölle: menetelmä, joka ei ole ekvivalentti uskottavuuteen perustuvaan menetelmään (menetelmään, joka perustuu johonkin ehdolliseen todennäköisyyteen  $p(c | x)$ ) rikkoo väkisin jotakin aksiomaa. Kuvaavasti tulos puhuu uskottavuuteen perustuvien teorioiden

hallitsevuudesta. Henkilön ei tarvitse tietoisesti määrittää ehdollisia todennäköisyyksiä jokaiselle tapaukselle tai teorialle, eikä hänen tarvitse osata laskentaa tehdäkseen ennustuksensa uskottavuuskriteerin mukaisesti. Kunhan henkilö ennustaa aksioomien mukaisesti, voidaan ehdolliset todennäköisyydet määrittää siten, että ennustukset ovat yhdenmukaiset niistä seuraavan uskottavuusfunktion kanssa. Täten suhteellisen lievät johdonmukaisuuden vaatimukset riittävät siihen, että voidaan sanoa henkilön ennustavan ikään kuin todennäköisyysfunktioiden mukaisesti. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 26-27 mukaan.)

Lopuksi tuloksen avulla voidaan saada selville ennustajan subjektiiviset ehdolliset todennäköisyydet hänen kvalitatiivisen teorioiden järjestyksen perusteella. Kuitenkin ainutlaatuisuuden tulos on jokseenkin rajoitettu. Erityisesti jokaiselle tapaukselle  $c$  voidaan valita positiivinen vakio  $\beta_c$  ja kertoa tällä  $p(c \mid x)$ , mistä saadaan sama uskottavuusjärjestys. Samoin voidaan valita positiivinen numero  $\alpha$ , jolla nostetaan potenssiin kaikki todennäköisyydet  $\{p(c \mid x)\}_{c,x}$  eikä teorioiden järjestys mahdollisten muistien sisällä muutu. Tämän vuoksi on yleensä useampi joukko ehdollisia todennäköisyyksiä  $\{p(c \mid x)\}_{c,x}$ , jotka ovat yhtenäisiä  $\{\succeq_M\}_{M \in \mathbb{M}}$  kanssa. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 27 mukaan.)

Uskottavuusfunktio nojaa riippumattomuuteen tapausten välillä. Käsitteellisesti stokastinen riippumattomuus seuraa mallin kahdesta oletuksesta. Ensinnäkin mallissa on määritely  $\{\succeq_M\}_{M \in \mathbb{M}}$ , missä jokainen  $M$  on joukko. Tähän liittyy implisiittinen oletus, että tapausten toistojen määrä merkitsee, ei niinkään niiden järjestys. Toisekseen kombinaatioaksioma viittaa riippumattomuuteen. Tarkemmin ottaen se poistaa mahdollisuuden, jossa menneet tapaukset tekisivät tulevista, samoista, tapauksista epätodennäköisempiä. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 27 mukaan.)

### 2.3 Keskustelua aksioomista

Tässä aksiomisoitu sääntö yleistää järjestykset empiiristen frekvenssien avulla. Aiempi osa näytti, että se yleistää myös monet hyvin tunnetut tilastotieteelliset tekniikat. Se osoittaa, että on paljon applikaatioita joihin sääntö, ja siihen pätevät aksioomat, ovat uskottavia. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 27 mukaan.)

Mutta on myös applikaatioita, joihin aksioomat eivät sovi. Seuraavassa on keskustelua useista esimerkeistä, jossa yritetään hahmottaa aksioomien soveltuvuuden laajuus sekä tunnistaa tilanteita, joissa ne eivät ole käyttökelpoisia. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 27 mukaan.)

Keskustelu ei pyöri ensimmäisen aksiooman ympärillä, joka sanoo uskottavuusrelaatioiden olevan heikkoja järjestyksiä. Tästä aksioomasta, ja sen rajoituksista, on keskusteltu paljon päätöksentekoteoriassa, eikä tässä esitetyn teorian kontekstissa ole erityisiä

argumentteja aksiooman puolesta tai sitä vastaan. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 27 mukaan.)

Monimuotoisuuden aksioomasta käytyyn keskusteluun ei myöskään ole paljoa lisättävää. Vaikka aksioomaan ei liitykään käsitteellisiä ongelmia, ei myöskään ole mitään perustavanlaatuisia syitä vaatia sen validiteettia. Kiinnostusta voi herättää oletukset, jotka sallivat esitystavan (2) matriisin  $v$  avulla, jotka eivät välttämättä ole monimuotoisia. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 27-28 mukaan.)

Arkhimedeen aksiooma rikkoutuu, mikäli yksittäinen tapaus painaa päätöstä tehtäessä enemmän kuin mikä tahansa määrä muiden tapausten toistoja. Esimerkiksi lääkäri voi pitää yhtä havaintoa nykyisestä potilaastaan relevantimpana kuin mitä tahansa määrää havaintoja muista potilaista. Teorioita järjestettäessä yksi tapaus  $c$  voi kumota teorian  $x$ . Jos jokin teoria  $y$  ei kumoudu minkään tapauksen takia muistissa, yksi tapauksen  $c$  ilmeminen tekee teoriasta  $x$  vähemmän uskottavan kuin teoria  $y$ , huolimatta muiden tapausten määrästä, vaikka nämä tapaukset tarjoaisivat enemmän tukea teorialle  $x$  kuin teorialle  $y$ . Kyseisessä tilanteessa tapauksen  $c$  ehdollinen todennäköisyys voidaan asettaa nolaksi teorian  $x$  kohdalla. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 28 mukaan.) Tässä on tärkeää tuoda esille, että yksi tapaus voi olla hyvin merkittävä, kun tapausten joukko on pieni, mutta joukon kasvaessa yksittäiset tapahtumat menettävät merkitystään. Yllä esitettyä analogiaa mukailen: nuori lääkäri saattaisi kyseisen virheen tehdä, mutta kokemuksen karttuessa siitä tulisi epätodennäköisempää.

Siirrytään sitten kombinaatioiden aksioomaan. Kaavan (2) additiivisuudesta selvästi huomaa, että tässä esitetty sääntö implisiittisesti edellyttää jokaisesta tapauksesta johdetun painon riippumattomuuden muista tapauksista. Siitä seuraa, että kombinaatioaksioma rikkoutuu aina kun tämä separoituvuuden oletus ei päde. Tässä käydään useita tällaisia esimerkkejä läpi. Aluksi käydään läpi tapauksia, joissa uudelleenmäärittämällä mallin primitiivit saadaan ongelma ratkaistua. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 28 mukaan.)

Väärin määritellyt tapaukset: Ajattele kissaa nimeltä Lucifer, joka vähän väliä kuolee ja saattaa herätä henkiin. Oletetaan, että historian saatossa monien muiden kissojen on huomattu heräävän henkiin kahdeksan kertaa. Jos Lucifer olisi kuollut ja herännyt henkiin neljä kertaa, ja nyt kuolisi viidennen kerran, olettaisimme sen heräävän uudelleen. Mutta jos tuplaamme tapausten lukumäärän, mikä implikoi todistavamme yhdeksättä kuolemaa, emme uskoisi Luciferin olevan enää kanssamme. Täten voisi väittää, että kombinaatioiden aksiooma ei vaikuta uskottavalta. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 28 mukaan.)

Tietenkin tässä esimerkissä oletetaan kaikkien kuolemien olevan ekvivalentteja. Vaikka tämä voikin olla järkevä oletus naiiville tarkkailijalle, kissojen erikoistuntija pitäisi huolen, että kuolemat erotellaan ensimmäiseen, toiseen, kolmanteen ja niin edelleen.

Tämä esimerkki osoittaa, että määriteltäessä tapausta (ja tapausten ekvivalenssia) tulee olla huolellinen ennen kuin voi soveltaa kombinaatioaksioomaa. (Gilboa ym. 2015, 28.)

Väärin määritetyt teoriat: Oletetaan, että henkilö pyrkii määrittämään, onko kolikko harhainen. Muisti, jossa on tuhat toistoa kruunasta, ja muisti, jossa on tuhat toistoa klaavasta, molemmat viittaavat, että tämä olisi tapaus, mutta niiden unioni ei. Huomioi tämän esimerkin riippuvan siitä, että nämä ovat kaksi erillistä teoriaa, ”kolikko on harhainen klaavaan päin” ja ”kolikko on harhainen kruunaan päin”, yhdistetään teoriaksi ”kolikko on harhainen”. Jos teoriat määriteltäisiin tarkemmin, niin kombinaatioaksiooma pitäisi. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 28-29 mukaan.)

Kirjoittajat ovat tässä yrittäneet tuoda esille, että ”kruunaan harhainen kolikko” ja ”klaavaan harainen kolikko” ovat kaksi eri teoriaa, joista yhdistettynä tulee kolmas teoria. Huomionarvoista on myös se miten teoriat, tai niiden datajoukot, yhdistetään: Kaksituhatta heittoa, joista puolet on klaavoja ja puolet kruunia, antaa tukea ajatukselle harhattomasta kolikosta. Sen sijaan kaksituhatta heittoa, joista ensimmäiset tuhat on klaavoja ja jälkimmäiset tuhat kruunia, ei anna kuvaa harhattomasta kolikosta.

Teoriat kaavoista: Saman tyylinen luokka esimerkkejä käsittelee konsepteja, jotka kuvaavat, tai joita määrittää, kaavat, sekvenssit tai joukot tapauksia. Oleta yhden tapauksen koostuvan sadasta kolikonheitosta. Monimutkainen sekvenssi sadasta heitosta voi antaa tukea hypoteesille, että kolikko luo satunnaisia sekvenssejä. Kuitenkin monta toistoa samasta sekvenssistä puhuisi hypoteesia vastaan. Huomaa, että ”kolikko luo satunnaisia sekvenssejä” on väite tapausten sekvensseistä. Myös väite kuin ”sää aina yllättää” tai ”historia toistaa itseään” liittyy tapausten sekvensseihin, ja siksi todennäköisesti rikkoo kombinaatioaksiooman. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 29 mukaan.)

Toisen asteen induktio: Tärkeä esimerkkien luokka, jossa voidaan olettaa kombinaatioaksiooman rikkoutuvan, niin kuvailevissa kuin normatiivisissakin tarkoituksissa, liittyy samankaltaisuusfunktion oppimiseen. Esimerkiksi, kuvittele tietokanta, jossa on vain yksi tapaus; Mari valitsi ravintolan  $x$  ravintolaa  $y$  ennen. Nyt henkilöä pyydetään arvioimaan kumman ravintolan Joni valitsisi. Kun käsillä ei ole muuta informaatiota, on todennäköistä olettaa jonkinasteinen samankaltaisuus Jonin ja Marin ravintolapreferenssien välille, ja täten pitää todennäköisempänä valintana ravintolaa  $x$ . Toisessa tietokannassa ei ole havaintoja (keneltäkään) ravintoloiden  $x$  ja  $y$  välillä. Siksi, tähän tietokantaan perustuen, vaikuttaisi valinnan osuvan kumpaan tahansa yhtä suurella todennäköisyydellä. Lisäksi oletetaan tietokannan sisältävän paljon erimerkkejä muiden ravintolaparien välillä, joissa Jonin ja Marin valinnat johdonmukaisesti osuvat päinvastaisiin vaihtoehtoihin. Kun tietokannat yhdistetään, käy järkeen Jonin valitsevan ravintolan  $y$  ennen ravintolaa  $x$ . (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 29 mukaan.)

Tämä on tapaus, jossa samankaltaisuusfunktio opitaan tapauksista. Tapausten lineaarinen yhdistäminen kiinteillä painotuksilla ilmentää oppimista samankaltaisuusfunktion avulla. Se ei kuitenkaan kuvaa kuinka tämä funktio itsessään opitaan. Tätä prosessia

Gilboa ja Schmeidler kutsuvat toiseen asteen induktioksi, eikä sumautuva malli pysty kuvaamaan kyseistä prosessia. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 29 mukaan.)

Kappaleessa viisi otetaan kantaa enemmän samankaltaisuusfunktioon ja katsotaan teoriaa psykologisesta näkökulmasta. Tässä kuitenkin voidaan huomauttaa Gilboan ja Schmeidlerin myöntävän samankaltaisuusfunktion sisältävän epämääräisyyttä. Teoria ei ota kantaa siihen, kuinka ihmiset määrittävät samankaltaisuutta vaan, kuinka päätökset tehdään sen jälkeen, kun samankaltaisuus on määritelty.

Induktiivisen ja deduktiivisen päättelyn yhdistäminen: Toinen tärkeä esimerkkien luokka, missä kombinaatioaksiooma ei ole järkevä, koostuu ennustusongelmista, joissa rakennetta on annettu. Ajattele yksinkertaista regressio-ongelmaa, jossa muuttujalla  $x$  ennustetaan muuttujaa  $y$ . Täyttääkö pienimmän neliösumman menetelmä tässä esitettyjen aksioomien vaatimukset? Se riippuu analysointiyksiköstä. Jos mietimme regressioyhtälöä  $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$  ja yritämme arvioida  $\alpha$ :n ja  $\beta$ :n arvoja otoksen  $M = \{(x_i, y_i)\}_{i \leq n}$  avulla, vastaus on kyllä. Mietitään esimerkiksi  $\alpha$ :aa. Annetaan  $a, a'$  olla kaksi reaalinumeroa, jotka tulkitaan  $\alpha$ :n estimaateiksi. Määritetään  $a \succeq_M a'$ , jos  $a$  saa korkeamman arvon uskottavuusfunktioilla kuin  $a'$ , kun  $\{(x_i, y_i)\}_{i \leq n}$  on annettu. Tämä implikoi, että  $\succeq_M$  täyttää kombinaatioaksiooman vaatimukset. Koska pienimmän neliosumman estimaattori  $a$  on  $\alpha$ :n suurin todennäköisysestimaattori (regressioanalyysin perusoletusten perusteella), estimaatin  $a$  valitseminen on yhtäpitävä  $\succeq_M$ -maksimoijan valitsemisen kanssa. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 29-30 mukaan.)

Oleta nyt, että analysointiyksiköt ovat tiettyjä  $y_p$ :n arvoja uudelle  $x_p$ :n arvolle. Tämä tarkoittaa, että regressiomallin  $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$  hyväksymisen, ja kysymisen mitkä ovat  $\alpha$ :n ja  $\beta$ :n arvot, sijaan henkilöä pyydetään muodostamaan  $\succeq_M$  suoraan  $y_p$ :n potentiaalisista arvoista. Regressioestimaatit  $a, b$  määrittävät tiheysfunktion  $y_p$ :lle (normaalijakauma, jonka keskiössä on arvo  $a + bx_p$ ). Tätä tiheysfunktiota voidaan käyttää  $\succeq_M$  määrittämiseen, mutta tällaiset relaatiot eivät yleensä täytä kombinaatioaksiooman vaatimuksia. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 30 mukaan.)

Syy tähän löytyy siitä, että regressiomalli sisältää tarpeeksi rakennetta salliakseen jonkin verran deduktiivista päättelyä. Kun järjestetään uskottavuutta  $y$ :n arvoille, tietyllä arvolla  $x$ , tehdään kaksi vaihetta. Ensimmäisessä käytetään induktiivista päättelyä, jotta saadaan estimaatit parametreille  $a$  ja  $b$ . Sitten omaksumalla usko lineaariseen malliin, käytetään näitä estimaatteja järjestettäessä  $y$ :n arvoja niiden uskottavuuden perusteella. Toisessa vaiheessa käytetään deduktiivista päättelyä hyödyntäen mallin rakennetta. Vaikka kombinaatioaksiooma on uskottava induktiivisessa vaiheessa, ei ole syytä sen pitävyydestä koko induktiivinen-deduktiivinen prosessissa. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 30 mukaan.)

Toisessa esimerkissä kolikkoa heitetään tavalla, joka on riippumaton ja identtisesti jakautunut. Kolikon parametria ei tiedetä, mutta tiedetään todennäköisyssäännöt, joista voidaan päätellä lopputulemien uskottavuusjärjestykset millä tahansa arvolla tästä

tuntemattomasta parametrasta. Kun henkilö aloittaa päättelyn tuntemattomasta parametrasta, hän käyttää induktiivista päättelyä, ja kombinaatioaksioma vaikuttaa uskottavalta. Kun häneltä taas kysytään tietyistä lopputulemista, hän käyttää sekä induktiivista että deduktiivista päättelyä. Näissä tapauksissa kombinaatioaksioma on liian yksinkertainen. (Gilboa & Schmeidler 2003, Gilboa ym. 2015, 30 mukaan.)

Induktiivisessa päättelyssä tehdään yleistyksiä, tai sääntöjä, joukosta havaintoja. Deduktiivisessa päättelyssä taas liikutaan yleistyksestä yksittäistä tapahtumaa kohti. Deduktiossa premisseistä seuraa välttämättä tietty lopputulos. On selvää, että induktion on virhealttiimpi prosessi, joka on vahvasti riippuvainen havaintojoukosta.

### 3 TAPAUSKOHTAINEN PÄÄTÖKSENTEKOTEORIA

Kyseinen teoria ehdottaa päätöksenteon olevan osittain tapauskohtaista, kun siihen liittyy epävarmuutta. Mallin tapaukset ovat alkukantaisia ja tarjoavat yksinkertaisen aksiomatisaation säännöille, joiden perusteella valitaan paras tapa toimia edeltävien, samankaltaisten tapausten pohjalta. Jokainen toiminta arvioidaan summaamalla hyödyt, jotka ovat seuranneet tapauksista joissa, samaa toimintaa on aiemmin käytetty; tämä hyöty painotetaan tapauksen samankaltaisuudella. Formaali malli nostaa esiin tyytymisen ja pyrkimyksen tason käsitteet. (Gilboa & Schmeidler 1995, 605.)

#### 3.1 Esittely

Odotetun hyödyn teoria (OHT) on vallitseva paradigma, kun puhutaan päätöksenteosta epävarmuuden vallitessa. Se pohjaa moniin klassisiin teoksiin mm. Ramseyltä, de Finetiltä, von Neumannilta ja Morgesternilta sekä Savagelta. Teorialla on paljon voimaa niin positiivisena kuin normatiivisenakin, kun katsotaan tilanteita, joihin liittyy todennäköisyyksiä. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

Vaikka todistusaineistoa on kertynyt teorian rajoittavuudesta, sen monet yleistyksiset osoittavat sen voimaa ja viehättävyyttä odotetun hyödyn paradigmassa. Silti monissa tilanteissa odotetun hyödyn teoria vaikuttaa epäsovivalta. Usein päätöksenteko epävarmuuden vallitessa sisältää maailmantiloja, joita ei ole luonnostaan annettu, eikä pysty helposti muodostamaan. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

Esimerkiksi sopii hyvin Savagen kuuluisa munakasongelma: Savage tekee munakasta kuudesta munasta. Viisi niistä on jo rikottu ja kaadettu kulhoon. Hänellä on kuudes kädessään ja hänen pitää päättää rikkoako se suoraan muiden sekaan vai erilliseen astiaan selvittääkseen sen tuoreus. Päätös sisältää epävarmuutta, joka on merkityksellistä: jos muna on tuore, se kannattaa rikkoa suoraan muiden joukkoon, jolloin säästytään ylimääräiseltä tiskiltä. Jos muna taas on mätä, pilaa se jo viisi kulhoon rikottua munaa. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

Tässä esimerkissä on kaksi maailmantilaa: muna on joko tuore tai mätä. Molemmat näistä tiloista poistavat epävarmuuden. Tässä esimerkissä vaihtoehtoja on hyvin vähän ja ne ovat luonnollisesti annettu. Ne voidaan myös määritellä riippumatta muista toimintavaihtoehtoista ja sopivat sen vuoksi Savagen mallin päätöksentekoon epävarmuuden vallitessa. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

Toisessa esimerkissä pariskunta haluaa palkata lapsenvahdin. Pariskunta ei kuitenkaan tiedä kuinka kukin ehdokkaista toimisi lapsenvahdina. He voivat olla piittaamattomia tai epärehellisiä. Kun asiaa tarkastelee lähemmin, ilmenee muitakin ongelmia: osa lapsenvahdeista kohtelee lapsia hyvin, muttei pidä huolta asunnosta. Toiset vaikuttavat täydellisiltä, mutteivat välttämättä pysy työssä kauaa. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)



Valinta sisältää epävarmuutta monen muuttuja suhteen, eikä sovellu kauhean hyvin hyötyteorian viitekehukseen. Ensinnäkään kaikkien lopputulemien kuvittelemisen ei ole helppoa. Toisekseen vaihtoehtoiset maailmantilat eivät suoranaisesti selviä ongelmasta. Näiden mahdollisuuksien rakentaminen analyttisesti on käytännössä mahdotonta erilais-  
ten vaihtoehtojen määrän ja monimuotoisuuden vuoksi. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

Kolmannessa esimerkissä presidentin pitää tehdä päätös sotilaallisesta väliintulosta. Vaihtoehdot ovat varsin selvät: hän voi joko olla tekemättä mitään, uhata taloudellisilla sanktioilla, käyttää rajoitettua tai täyttä sotilaallista väliintuloa. Pääasiallinen ongelma on, että näiden vaihtoehtojen lyhyt- tai pitkäaikaiset seuraukset eivät ole selvillä. Ei voida tietää kuinka suurta sotilaallista vastarintaa mahdollisesti koetaan tai mikä on kansan reaktio näihin toimiin. Päätös sisältää selvästikin epävarmuutta. Tyhjentävää listaa kaikista mahdollisista lopputulemista ei pystytä rakentaa eikä sellaista ole suoraan saatavilla. Ongelmaan liittyy myös ajallinen ongelma, joka entisestään vaikeuttaa mahdollisten lopputulemien kuvittelemista. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

OHT vaikuttaa kuvaavan ihmisen ajatusprosessia oikein munakasongelman kohdalla, mutta kahden muun esimerkin kohdalla ei. Näissä esimerkeissä mahdollisten eri vaihtoehtojen ja lopputulemien määrä on niin valtava, että sitä ei voida pitää intuitiivisena. Vaikka tämä onnistuisi, niin näihin lopputulemiin pitäisi pystyä yhdistämään hyödyt, joita niistä saadaan. Entä miten ennakkotapaukset määritellään? Varsinkin kun aiemmista tapahtumista ei ole paljoakaan apua saatavilla kyseisissä ongelmissa. Kuinka todennäköistä on, että lapsenvahti on piittaamaton? Tai piittaamaton ja epärehellinen? Entä kuinka todennäköisesti sotilaallinen väliintulo paisuu sodaksi? (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

Näihin kysymyksiin on vaikea antaa vastausta. OHT ei kuvaa kuinka ihmiset oikeasti ratkaisevat ongelmia. Se ei myöskään vaikuta parhaalta tavalta ennustaa ihmisten käyttäytymistä kyseisissä ongelmissa. Teoria, joka kuvaa tarkemmin ihmisen ajatusprosessia, tarjoaa todennäköisemmin tarkempia ennusteita. Tapauskohtainen päätöksentekoteoria (TKPT) pohjaa David Humen ajatukselle, että samankaltaisista tapahtumista odotamme samankaltaisia seurauksia. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

TKPT ehdottaakin, että ihmiset valitsevat toimintansa sen perusteella, kuinka se on toiminut aiemmin samankaltaisissa tilanteissa. Lapsenvahti-ongelmassa on järkevää pyytää suosituksia. Jokainen suosituskirje kertoo heidän toiminnastaan erilaisissa tilanteissa. Tässä esimerkissä päätöksentekijä ei käytä omaa muistiaan vaan hyödyntää muiden työnantajien kokemusta. Jokainen edeltävä tapaus arvostetaan sen samankaltaisuuden perusteella: toimiminen lapsenvahtina vastasyntyneelle eroaa jokseenkin muutaman vuoden ikäisen lapsen hoitamisesta. Myös asunto, naapurusto ja muut tekijät saattavat vaikuttaa samankaltaisuuteen. Siksi teoria olettaa päätöksentekijän antavan enemmän painoa tilanteille, jotka ovat samankaltaisempia. Päätöksentekijä saattaa myös luottaa henkilön

kokemukseen enemmän, jos hän tuntee henkilön tai tietää hänen omaavan samanlaiset mieltymykset. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

Asiantuntijat sotilaalliselta ja poliittiselta alalta pyrkivät ongelmatilanteissa muodostamaan mahdolliset skenaariot ja niiden uskottavuudet, mutta tämä ei silti ole ainoa tapa ajatella ongelmaa. Usein käytetään edeltävien tapausten analogioita. Sotilaallisen väliintulon kannattajat saattavat viitata Persianlahden sotaan onnistuneena tapauksena painottaen tapausten samankaltaisuutta paikallisina, kylmän sodan jälkeisinä tapahtumina. Vastustajat voivat viitata Vietnamin sotaan, jota yleisesti pidetään virheenä. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

Teoria, jota näihin tilanteisiin ehdotetaan, on nimeltään Tapauskohtainen päätöksenteoteoria. Ongelmat ovat kuvauksia tilanteista, johon liittyy päätösongelma. Yleisesti päätöksentekijä muistaa osan ongelmista, joita hän tai muut ovat kohdanneet. Kohdatessaan ongelman sen samankaltaisuus muistuttaa aikaisemmista ongelmista, valituista teoista ja lopputulemista. Näistä kolmesta: ongelmasta, teosta ja lopputulemasta koostuu tapaus. Näihin lopputulemiin liitetään hyöty, joka mallissa lasketaan yhteen kaikkien kertojen yli, kun kyseinen teko on valittu. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

Tapaus  $(q, a, r)$  koostuu siis ongelmasta  $(q)$ , teosta  $(a)$  ja lopputulemasta  $(r)$ .  $M$ :llä tarkoitetaan muistia, joka koostuu menneistä tapauksista. Päätöksentekotilannetta kuvaa hyötyfunktio  $u$ , joka antaa numeraaliset arvot lopputulemille  $(r)$ , ja samankaltaisuusfunktio  $s$ , joka antaa ei-negatiiviset arvot ongelmapareille  $(p, q)$ . Kohdatessaan uuden ongelman  $p$  päätöksentekijä valitsee teon  $a$ , joka maksimoi

$$(*) \quad U(a) = U_{p,M}(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s(p,q)u(r)$$

missä summaus tyhjän joukon yli tuottaa nollan. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

Jokaiselle teolle  $a \in A$  ja jokaiselle tapaukselle  $c = (q, a, r) \in M$ , jossa teko  $a$  valittiin, voidaan tulo  $s(p, q)u(r)$  nähdä menneen tapauksen vaikutuksena nykyisen päätösongelman arvioinnissa. Jos teko  $a$  tuotti miellyttävän lopputuloksen  $u(r) > 0$ , niin tämän tapauksen oleminen muistissa saa teon vaikuttamaan miellyttävämmältä vaihtoehdolta nykyiseen ongelmaan ja päinvastoin. Myös se kuinka samankaltaisina ongelmat nähdään vaikuttaa siihen, kuinka paljon vaikutusta menneellä teolla  $a$  on päätöstilanteessa. Lopuksi yhteisvaikutus saadaan summaamalla kaikki tulot  $s(p, q)u(r)$  tapauksista  $(q, a, r)$ , jossa kyseinen teko on valittu. (Gilboa & Schmeidler 2001, 38.)

TKPT:ssa teot on järjestetty niiden tuottaman hyödyn painotettuina summina, mikä muistuttaa hyvin paljon OHT:aa. Näillä teorioilla on kuitenkin hyvin vähän yhteistä. TKPT:ssa kertoimien  $s(p)$  ei tarvitse summautua ykköseen tai mihinkään muuhunkaan vakioon. Tärkeämpänä erona on, että OHT:ssa jokainen teko arvioidaan jokaisessa maailmantilassa, kun taas TKPT:ssa jokainen teko arvioidaan yli eri tapausten. (Gilboa & Schmeidler 1995, 610.)

Käsitteellisemmällä tasolla OHT:ssa maailmatilojen joukon oletetaan olevan tyhjentävä lista kaikista mahdollisista lopputuloksista, ja jokainen tila poistaa kaiken epävarmuuden. TKPT:ssa muisti sisältää vain tapahtumat, jotka ovat tapahtuneet. Jokainen tapaus antaa siis vain tietoa teosta, joka valittiin. Siksi odotetun hyödyn teoriaa soveltaessaan henkilö joutuu käyttämään abstraktia ajattelua, mikä ei ole tarpeen TKPT:n kohdalla. (Gilboa & Schmeidler 1995, 610.)

Kaava (\*) tekee eron haluttavien ja epähaluttavien vaihtoehtojen välille. Tämä tapa on hyvin intuitiivinen, mutta merkityksetön klassisessa teoriassa, jossa korkeammat hyödyn arvot merkitsevät haluttavampia vaihtoehtoja. Siinä hyötyjä verrataan vain pareittain, mikä tekee absoluuttisista hyödyn arvoista merkityksettömiä. Tämä ei pidä paikkaansa kaavassa (\*). Funktion  $u$  kertominen vakiolla  $c$  muuttaisikin  $U(a)$ :ta määrällä  $c \times \sum_{(q,a,r) \in M} s(p, q)$ . Koska ei ole takuita, että  $\sum_{(q,a,r) \in M} s(p, q)$  olisi sama eri teoille  $a$ , emme myöskään voi olla varmoja, että hyötyjen järjestys pysyisi samana. Tarkemmin ilmaistuna positiivisilla arvoilla kertominen suosisi vaihtoehtoja, jotka on valittu useammin aiemmissa samankaltaisissa tilanteissa. (Gilboa & Schmeidler 2001, 40.)

Tästä seuraa, että hyötyasteikolla referenssipiste nolla ei voi olla satunnainen. Tämä viittaa intuitiivisen erontekomme, haluttavien ja epähaluttujen, lopputulosten välillä saatavan sisältää käytöksellisen merkityksen. Yksinkertaisessa esimerkissä, joka ei sisällä epävarmuutta, ja jossa päätöksentekijä valitsee teon  $a \in A$ , joka johtaa tiettyyn lopputulemaan  $r_a \in R$ , päätöksentekijän ei oleteta tietävän näin käyvän. Hänen ei myöskään oleteta tietävän, mikä teko johtaa mihinkin hyödyn tasoon. Hänellä on tiedossaan vain muistissa olevat tapaukset, ja hän maksimoi kaavaa (\*). (Gilboa & Schmeidler 2001, 40.)

TKPT:ssa ei tehdä eroa varmojen ja epävarmojen tapahtumien välille. Jälkeenpäin päätöksentekijä voi huomioda jonkun teon aina tuottavan tietyn lopputuloksen, tai että samankaltaisissa tapauksissa lopputulema onkin aivan erilainen. Päätöksentekijän ei kuitenkaan oleteta etukäteen tietävän, mitkä teot sisältävät epävarmuutta. Tarkalleen hänen ei oleteta tietävän mitään ulkopuolisesta maailmasta menneitä tapauksia lukuun ottamatta. (Gilboa & Schmeidler 1995, 610.)

Menneet tapaukset voivat kuitenkin olla myös hypoteettisia. Mieti seuraavaa esimerkkiä: Maija on matkalla lentokentälle ja hänellä on valittavanaan kaksi reittiä; a ja b. Hän valitsee reittivaihtoehdon a ja saapuu lentokentälle ajoissa. Myöhemmin hän kuitenkin oppii vaihtoehdon b olleen huono ratkaisu, koska kyseisellä reitillä oli tietöitä. Viikon päästä hänellä on edessään sama ongelma. Pyrkimyksen tasosta riippumatta vaikuttaa ilmeiseltä, että hän valitsee reitin a, koska psykologisesti uskottavissa ajatusmalleissa tiettyt eivät koskaan valmistu. Tämänkaltaisissa tilanteissa Maijan ajatteluun saattaa vaikuttaa uskomus, että hän olisi myöhästynyt, mikäli olisi valinnut vaihtoehdon b. Hypoteettiset tapaukset saattavat antaa päätöksentekijälle työkaluja järkeilyyn, joita hänellä ei muuten olisi ollut käytössään. (Gilboa & Schmeidler 2001, 47.)

Teoriat eroavat myös siinä, kuinka ne käsittelevät uutta tietoa ja kehittyvät. OHT:ssa uusi tieto muokataan tapahtumaksi (joukoksi tiloja), joka on saavutettu. Malli on rajoitettu tähän tapahtumaan, ja sen todennäköisyydet päivitetään käyttämällä Bayesin sääntöä. TKPT:ssa uusi tieto lisää tapauksia muistiin. Perusmallissa samankaltaisuusfunktiota ei tarvitse päivittää uuden tiedon perusteella. OHT siis olettaa päätöksentekijän syntyneen kaikkien mahdollisten tapahtumien tiedon ja uskomusten kanssa, ja hänen oppimisensa perustuu mahdottomien tapahtumien karsimiseen. TKPT:ssa päätöksentekijä syntyy täysin tietämättömänä ja oppii laajentamalla muistiaan. Karkeasti voidaan sanoa, että OHT:ssa päätöksentekijä oppii tarkkailemalla mitä ei voi tapahtua, kun taas TKPT:ssa päätöksentekijä oppii tarkkailemalla mitä voi. (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

TKTP:aa ei tulisi ajatella korvaavana teoriana, vaan enemmänkin täydentävän päätöksentekoteoriaa. OHT:n ja TKPT:n käyttöön päätöstilanteissa vaikuttaa miten ongelmat on kuvattu sekä ongelman suhteellinen uutuus päätöksentekijälle. Ongelmatilanteen ollessa muotoiltu todennäköisyyksien muodossa, on luonnollista käyttää OHT:aa. Tämä on tapaus myös silloin, kun maailmantilat on luonnollisesti määritelty, vaikka ennakkotapausta ei pystyttäisikään muodostamaan. Toisaalta, mikäli maailmantilat tai todennäköisyydet eivät ole selviä, voi TKPT olla parempi vaihtoehto. Tällöin puhutaan rakenteellisesta tietämättömyydestä. (Gilboa & Schmeidler 2001, 44.)

TKPT:n viitekehys luo luonnollisen tavan muodostaa ajatus uskomusten muodostumisen frekvenssitulkinnalle sekä tyytymiselle. Vaikka uskomukset ja todennäköisyydet ei suoraan esiinnykään mallissa, voidaan ne epäsuorasti päätellä (\*) summattavista osista. Voimme siis tulkita (\*) keräävän tilastollista dataa, mikäli päätöksentekijä valitsee saman teon monissa samanlaisissa tapauksissa. TKPT ei kuitenkaan oleta mitään uskomuksia, jos dataa ei ole. (Gilboa & Schmeidler 1995, 611.)

Kun päätöksentekijä kohtaa saman ongelman toistuvasti, on luonnollista arvioida tekoa sen keskimääräisen tuoton perusteella sen sijaan, että summaisi lopputulemat. Molemmissa päätöksenteoreissa voidaan puhua epäsuorasta päättelystä; ne ovat keinoja oppia edeltävistä tapahtumista miten tulevissa tulisi toimia. Tapauskohtainen päätöksentekijä ei suoranaisesti muodosta sääntöjä eikä koskaan pysty tietämään tulevaa, mutta hän saattaa käyttäytyä ikään kuin hänellä olisi käsitys tietyistä säännönmukaisuuksista. (Gilboa & Schmeidler 1995, 611.)

Tapauskohtainen päätöksenteko voi johtaa epävarmuutta karttavaan käytökseen. Esimerkiksi tapaus, jossa teko  $a \in A$ , joka johtaa lopputulemaan  $r_a$ , saa päätöksentekijän kokeilemaan uusia tekoja vain, kunnes löytää  $u(r_a) > 0$ . Sen jälkeen hän valitsee kyseisen teon uudestaan ja uudestaan; hän on tyytyväinen kohtalaiseen tekoon  $a$  eikä yritä maksimoida hyötyskaalaa  $u$ . Lukua nolla hyötyskaalassa voidaan pitää päätöksentekijän tavoitetasona; niin kauan kuin hän ei saavuta sitä, hän kokeilee uusia toimia, ja kun taso saavutetaan, on hän tyytyväinen. (Gilboa & Schmeidler 1995, 611-612.)

On kuitenkin mahdollista, että kaikki toiminnot läpikäytyään päätöksentekijä ei ole löytänyt yhtäkään positiivisen hyödyn vaihtoehtoa, jolloin hän jatkossa valitsee vähiten epämiellyttävän vaihtoehdon vastaavanlaisissa tilanteissa. (Gilboa & Schmeidler 2001, 41.)

Todennäköisesti pyrkimyksen taso muuttuu kokemuksen myötä. Tällöin voi olla tarpeen lisätä kaavaan määritelmä, joka seuraa kyseistä muutosta. Annetaan hyödyn  $u_M$  kuvaava hyötyfunktio, joka liittyy lopputulemiin, jotka esiintyvät muistissa  $M$ . Oletetaan, kaikilla  $M$  ja  $M'$ ,  $u_M$ :n ja  $u_{M'}$ :n eroavan summattavalla vakiolla määrittelyjoukossaan. Hyötyfunktio voidaan merkitä  $\hat{u}$ :lla ja määrittää muistille  $M$ , sekä historialle  $H_M$ , tavoitetason  $u_M = \hat{u} - H_M$ . Tässä tapauksessa voimme muokata kaavan (\*) seuraavalla tavalla. (Gilboa & Schmeidler 2001, 41-42.)

$$(*)' \quad U(a) = U_{p,M}(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s(p,q)[\hat{u}(r) - H_M]$$

Nähdäksemme tavoitetason merkityksen, mietitään seuraavaa esimerkkiä. Oletetaan teon  $a$  tuleen valituksi kymmenen kertaa tuottaen hyödyn ( $\hat{u}$ ) määrän 1 jokaisella kerralla. Tekoa  $b$  on kokeiltu kaksi kertaa tuottaen hyödyn määrän 4 kummallakin kerralla. Lisäksi oletetaan menneiden ongelmien olleen yhtä samankaltaisia. Tavoitetason ollessa nolla, hyöty  $U(a) = 10$  ylittää hyödyn  $U(b) = 8$ . Jos taas tavoitetaso on 2, tuottaa teko  $a$  epähaluttavan lopputuloksen. Teko  $b$  tuottaa edelleen haluttavan lopputuloksen ja on siksi preferoitu tässä tapauksessa. (Gilboa & Schmeidler 2001, 42.)

Mietitään nyt tavoitetason dynaamista säätöä. Oletetaan päätöksentekijän lähtökohtaisen tavoitetason olevan nolla. Nyt havaittuaan teon  $b$  tuottavan hyödyn määrän 4 kahdesti, hän ei enää pidä tekoa, joka tuottaa hyödyn määrän  $u < 1$ , haluttavana. Kuten yllä huomasimme, kaavan (\*)' mukaan tavoitetason riittävä nousu tekee teosta  $b$  haluttavamman kuin  $a$ . (Gilboa & Schmeidler 2001, 42.) Oman näkemykseni mukaan kasvava tavoitetaso ja hyöty toimivat eri suuntiin (tavoitetason nousu pienentää saatavaa hyötyä ja hyödyn nousu kasvattaa hyötyä, eli absoluuttinen hyöty on näiden erotus), jolloin tavoitetaso olisi järkevä vakioida nolnaan, ja parempien kokemusten myötä huonommat vaihtoehdot vajoavat lähemmäs nolaa. Tässä tapauksessa kymmenen yhden hyödyn tuottanut tapausta olisi hyödyltään esim. 0,5 sen jälkeen, kun on koettu kaksi hyödyn neljä tapausta. Nyt  $U(a) = 5$  ja  $U(b) = 8$ . Tämä tarkoittaa myös sitä, että positiivisesta kokemuksesta ei voi tulla negatiivista tai päinvastoin.

Yllä esitettiin tavoitetason ottavan keskimääräisen tason korkeiden ja matalien hyödyn määrien esiintyessä, joka saa matalat hyödyn määrät näyttäytymään vähemmän haluttavilta. Vaikka tämä saakin päätöksentekijän suosimaan paremman lopputuloksen tuottavaa toimintaa, on silti epävarmaa, onko tämä kaikista järkevin tapa vertailla vaihtoehtoja. Toinen variaatio tästä käyttää samankaltaisuuteen perustuvaa keskimääräisen hyödyn funktiota.

$$V(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s'(p,q)u(r),$$

missä

$$s'(p,q) = \frac{s(p,q)}{\sum_{(q',a,r) \in M} s(p,q')}$$

jos  $\sum_{(q',a,r) \in M} s(p,q') > 0$  ja muuten 0. On huomionarvoista, että  $s'(p,q)$  summautuu ykköseen (tai nolnaan). (Gilboa & Schmeidler 1995; 2001.)

V-maksimointi voidaan nähdä formaalina esityksenä tilastollisten uskomusten muodostuksesta. Vaikka uskomuksia ja todennäköisyyksiä ei mallissa suoraan ilmenekään, voidaan ne joissain tapauksissa johtaa painotuksista  $s'$ . Jos päätöksentekijä siis valitsee saman teon monissa samankaltaisissa tapauksissa, niin funktion  $V$  voidaan tulkita keräävän tilastollista dataa, tai muodostavan tilastollisen ennakkotapauksen. Tällaisia alustavia uskomuksia ei kuitenkaan oleteta olevan TKPT:ssa ilman asiaan kuuluvaa dataa. (Gilboa & Schmeidler 2001, 48.)

Kun erittäin samankaltaisia ongelmia kohdataan, voidaan V-maksimointia pitää U-maksimointia uskottavampana, mutta ongelmien ollessa vain vähän samankaltaisia, V-maksimointi ei välttämättä ole kauhean uskottava. Varsinkin kun samankaltaisuus lähennee nolaa ja funktio sisältää epäjatkuvuuskohtia. Esimerkiksi, jos muisti sisältää vain yhden tapauksen  $(q, a, r)$ , jonka samankaltaisuus on  $s(p, q) = \varepsilon$ , niin silloin  $V(a) = u(r)$  kun  $\varepsilon > 0$ , mutta  $V(a) = 0$  kun  $\varepsilon = 0$ . Sekä U-maksimointia, että V-maksimointia voidaan pitää karkeina arvioina, joiden sopivuus riippuu samankaltaisuusfunktion laajuudesta. (Gilboa & Schmeidler 2001, 49.)

Vaikka on järkevää ajatella tietyn teon aiemman suoriutumisen vaikuttavan kyseisen teon arviointiin nykyisessä ongelmassa, se ei välttämättä ole ainoa vaikuttava asia arvioinnissa. Myös samankaltaisten tekojen suoriutuminen voi vaikuttaa tähän. Esimerkiksi jos Anna on vuokraamassa asuntoa A, jossa hän ei ole koskaan asunut, voimme ajatella teon olevan samankaltainen, kuin vuokrata asunto B, joka sijaitsee samalla alueella. (Gilboa & Schmeidler 2001, 49.)

Samalla tavalla, jos Jaakko on päättämässä ostaako uusi tuote kaupasta. Hän ei ole koskaan ostanut tuotetta, mutta on kuluttanut saman tuottajan tuotteita. Kyseisellä teolla ei siis ole historiaa, mutta Jaakon muisti sisältää samankaltaisia tekoja. Voimme olettaa samankaltaisten tekojen vaikuttavan päätösprosessiin. (Gilboa & Schmeidler 2001, 50.)

Päätöksentekijä kohtaa usein tilanteita, joissa hänellä ei ole dataa valitsemansa teon aiemmasta suoriutumisesta. Näissä tilanteissa kaava (\*) liittyy oletusarvon nollla tällaiselle teolle. TKPT ei näissä tilanteissa ole käytännöllinen ja voi johtaa intuitiivisesti käänteisiin ennustuksiin käytöksestä. Se, esimerkiksi, ennustaisi Annan vuokraavan asunnon yhtä todennäköisesti tuntemastaan naapurustosta kuin tuntemattomastakin. Se myös ennustaisi Jaakon ostavan tuotteen pelkästään pyrkimyksen tason perusteella ja jättämättään

huomiotta saman valmistajan tuotteiden historian. Todellisuudessa päätöksentekijä kuitenkin muistaa tapaukset, joihin liittyi samankaltainen teko, ja odottaa samankaltaisen teon, samankaltaisessa ongelmassa, johtavan samankaltaisiin lopputulemiin. Tämän vuoksi mallia on laajennettava koskemaan teon samankaltaisuutta pelkän ongelman samankaltaisuuden lisäksi. (Gilboa & Schmeidler 2001, 50.)

Tekojen samankaltaisuus on merkittävä taloustieteellinen ongelma tilanteissa, joihin liittyy jatkuva muuttuja. Esimerkiksi päätös myydä tietyllä hinnalla todennäköisesti riippuu tuloksista, joita on saatu, kun on tarjottu tuotetta myytäväksi samansuuntaisilla hinnoilla. Kun vaihtoehtoisia tekoja on ääretön määrä, suurin osa näistä on päätöksentekijälle uusia, jolloin hän todennäköisesti hyödyntää samankaltaisista teoista saatua tietoa tehdesään päätöstä. On huomionarvoista, että teon samankaltaisuuden vaikutus ei rajoitu uusiin tekoihin. Vaikka teko olisi valittu aiemmin samankaltaisessa ongelmassa, niin samankaltaisten tekojen voidaan silti olettaa vaikuttavan kyseisen teon arviointiin. (Gilboa & Schmeidler 2001, 50-51.)

Samankaltaisten tekojen lisääminen malliin tuo siihen syvyyttä ja lisää realistisuutta. Tuntuu luonnolliselta, että tietty teko tai käyttäytymismalli voisi toimia samankaltaisesti monissa eri tilanteissa. Tässä liikutaan samankaltaisuuden määrittämisen läheisyydessä menemättä syvemmälle asiaan.

Toiminnan samankaltaisuuden mallintaminen voidaan joskus välttää määrittämällä teot ja ongelmat uudelleen. Esimerkiksi Jaakon teko voi olla vain ostaa tai olla ostamatta, missä jokainen mahdollinen osto muokataan erilliseksi päätösongelmaksi. Kyseinen malli ei kuitenkaan ole hirveän intuitiivinen, varsinkaan jos montaa tekoa harkitaan samanaikaisesti. On luonnollisempaa mallintaa samankaltaisuusfunktio tekojen välille. Monissa tapauksissa samankaltaisuusfunktio on luonnollisinta mallintaa ongelma-teko -pareille. Esimerkiksi se, että ajaa Helsingissä vasemmalla kaistalla vastaa paremmin ajamista oikealla kaistalla Lontoossa, kuin ajamista vasemmalla kaistalla Lontoossa. Tai tuotteen ostaminen alhaisella hinnalla vastaa paremmin tuotteen myymistä kalliilla kuin tuotteen myymistä halvalla. Siksi onkin järkevää olla malli, jossa samankaltaisuusfunktio  $s$  määritetään ongelma-teko -pareille tietyssä muistissa  $M$  ja tietyllä päätösongelmalla  $p$ , missä jokainen teko  $a$  arvioidaan painotettuna summana. (Gilboa & Schmeidler 2001, 51.)

$$(\bullet) \quad U'(a) = U'_{p,M}(a) = \sum_{(q,b,r) \in M} s((p, a), (q, b))u(r)$$

Huomioitavaa on, että tapaus  $(q, b, r)$  muistissa voidaan nähdä parina  $((q, b), r)$ , missä  $(q, b)$  on yksittäinen komponentti, joka kuvaa tilannetta, mistä lopputulema  $r$  seurasi. Tällaisessa tapauksessa ongelman ja teon välille ei tehdä konkreettista eroa, ja tapaus voi olla jopa sumeana päätöksentekijän mielessä. Kun taas nykyisen ongelman kohdalla asia ei ole näin; ongelma kuvaa sen hetkistä tilannetta, ja teko kuvaa vaihtoehtoisia valintoja. (Gilboa & Schmeidler 2001, 51.)

Joskus voi olla käytännöllistä määritellä samankaltaisuusfunktio yli kokonaisten tapauksien. Tämän näkemyksen mukaan samankaltainen teko samankaltaisessa ongelmassa johtaa käytännössä samankaltaiseen lopputulokseen. Jos Ville esimerkiksi on käyttänyt aiemmin automaattia, josta voi ostaa virvoitusjuomia, ja hän nyt kohtaa ensimmäistä kertaa automaatin, josta voi ostaa syötävää. Nappien painaminen on näissä tapauksissa ilmeisen samankaltaista. Tähän samankaltaisuuteen perustuen Ville odottaa saavansa syömistä, jonka kuvaa painaa laitteessa, vaikka ei koskaan ole nähnyt sen tapahtuvan, eikä edes nähnyt kyseistä laitetta aiemmin. (Gilboa & Schmeidler 2001, 52.)

Vaikka kyseinen järkeily voidaan yrittää sovittaa  $U$ -maksimointiin määrittämällä lopputulemat uudelleen, on luultavasti luonnollisempaa olettaa kokonaiset tapaukset sisältävät samankaltaisuusfunktiot. Täten tapaus (*virvoitusjuoma – automaatti, paina nappia A, saa juoma A*) on samankaltainen tapauksen (*Ruoka – automaatti, paina nappia B, saa tuote B*). Jos päätöksentekijä voi kuvitella hyödyt lopputulemille, päädytään seuraavaan yleistykseen. (Gilboa & Schmeidler 2001, 52.)

$$(\bullet\bullet) \quad U''(a) = U''_{p,M}(a) = \sum_{r \in R} \sum_{(q,b,t) \in M} s((p,a,r), (q,b,t))u(r)$$

Tässä kaavassa jokaista lopputulemaa  $r$  pidetään mahdollisena tuloksena teosta  $a$  ongelmassa  $p$ , ja paino hyödystä lopputulemasta  $r$ , on summa samankaltaisissa tapauksissa, jossa toiminta  $a$  valittiin, ja se johti lopputulemaan  $r$ . (Gilboa & Schmeidler 2001, 53.)

Tapausten samankaltaisuus voi pitää sisällään myös epäsymmetristä päättelyä. Otetaan esimerkki, jossa myyjä asettaa hinnan, joka johtaa lopputulemaan (*myynti, ei myyntiä*), ja käsitellään kahta mahdollista tekoa *myy hinnalla 10€* ja *myy hinnalla 12€*. Jos myynti ei onnistu hinnalla 10€, voidaan turvallisesti olettaa, ettei se onnistu myöskään hinnalla 12€. Onnistunut myynti hinnalla 10€ ei suoraan kerro mitään myynnin onnistumisesta hinnalla 12€. Merkitään ongelmia (vaikka päiviä)  $p$  ja  $q$ . Nyt samankaltaisuus tapausten ( $p$ , *myy hinnalla 10€, ei myyntiä*) ja ( $q$ , *myy hinnalla 12€, ei myyntiä*) on suurempi kuin tapausten ( $q$ , *myy hinnalla 12€, ei myyntiä*) ja ( $p$ , *myy hinnalla 10€, ei myyntiä*). (Gilboa & Schmeidler 2001, 53.)

### 3.2 Malli

Ongelmat  $P$  ja teot  $A$  ovat rajoitettuja ja epätyhjiä joukkoja. Kaikki teot  $A$ :ssa ovat käytettävissä kaikissa ongelmissa  $p \in P$ .  $R$  on joukko lopputulemia, ja tapausten joukko on  $C \equiv P \times A \times R$  (Gilboa & Schmeidler 1995, 612.) On huomionarvoista, että kaikki tapahtumat joukossa  $C$  eivät ole tapahtuneet, tai voisikaan tapahtua, koska eri tapahtumat ja niiden lopputulokset johtavat erilaisiin päätöstilanteisiin (Gilboa & Schmeidler 2001, 35).



Annettuna tapausten osajoukko  $M \subseteq C$ , merkitään sen projektiota  $P$ :hen  $H$ :n avulla. Eli,

$$H = H(M) = \{q \in P \mid \exists a \in A, r \in R, \text{ niin että } (q, a, r) \in M\}.$$

Muisti  $M \subseteq C$  määritellään seuraavasti:

1. jokaiselle  $q \in H(M)$  ja  $a \in A$  on ainutlaatuinen  $r = r_M(q, a)$  niin, että  $(q, a, r) \in M$
2. jokaiselle  $q \in H(M)$  on ainutlaatuinen  $a \in A$  jolle  $r_M(q, a) \neq r_0$ .

$r_0$  merkitsee tässä lopputulosta, johon johtavaa tekoa ei valittu. (Gilboa & Schmeidler 1995, 612.)

Muisti voidaan nähdä funktiona, joka osoittaa lopputulokset ongelma–teko -pareille. Jokaiselle muistille  $M$ , ja jokaiselle  $q \in H = H(M)$ , on yksi teko, joka valittiin. Tästä seuraa lopputulema  $r \neq r_0$ , jonka määrittää edeltävä tapaus. Muut teot määritellään  $r_0$ . (Gilboa & Schmeidler 1995, 612.)

Muistin määritelmään sisältyy kaksi yksinkertaistavaa oletusta: ensiksi, yksikään ongelma  $p \in P$  ei voi esiintyä kuin kerran. Kaksi ongelmaa voi kuitenkin vaikuttaa lähes identtisiltä, joka ilmenee samankaltaisuusfunktion kautta. Toisekseen muisti määritellään joukoksi, minkä vuoksi järjestys, jossa tapaukset ilmenevät ei ole merkityksellinen. Ongelman kuvauksen ollessa tarpeeksi informatiivinen, ja sisältävän esimerkiksi aikaparametrin, joukko on yhtä informatiivinen kuin sarja. (Gilboa & Schmeidler 1995, 613.)

Yksinkertaistaakseen esitystä oletamme, että  $R = \mathcal{R}$ , joka antaa lopputulokset hyötyinä. Lisäksi oletetaan, että  $r_0 = 0$ , ja on mahdollista, että jollekin  $q \in H(M)$ ,  $r_m(q, a) = 0 = r_0$  kaikille  $a \in A$ . (Gilboa & Schmeidler 1995, 613.) Yllä mainittiin kaikkien lopputulosten, joihin ei päädytty, olevan  $r_0$ . Lopputulos, johon ei koskaan päädytä omaa neutraalin vaikutuksen päätöksiimme (koska sitä ei koskaan tapahtunut). Myös lopputulos, johon päädyttiin, voi olla vaikutukseltaan neutraali.

Muisti voidaan, havainnollistamisen helpottamiseksi, kuvata myös matriisina. Kun valitaan jokin järjestys  $A$  ja  $H = H(M)$ , voidaan muisti nähdä  $(k \times n)$ -matriisina, jossa  $k \equiv |A|$  riviä kuvaa toimintoja, ja  $n \equiv |H|$  saraketta kuvaa ongelmia (kuva 1). Kyseisessä matriisissa jokainen sarake sisältää korkeintaan yhden nollasta poikkeavan arvon. Kyseiset ehdot täyttävät  $(k \times n)$ -matriisit vastaavat jotakin muistia  $M'$ . Tämä voidaan nähdä muistina, joka eroaa  $M$ :stä siinä suhteessa, että mitkä teot valittiin erinäisissä ongelmissa ja mihin lopputulemiin ne johtivat. (Gilboa & Schmeidler 1995, 613.)

$$M = \left\{ \begin{array}{ccccc} r(a_1, q_1) & r(a_1, q_2) & r(a_1, q_3) & \dots & r(a_1, q_n) \\ r(a_2, q_1) & r(a_2, q_2) & r(a_2, q_3) & \dots & r(a_2, q_n) \\ r(a_3, q_1) & r(a_3, q_2) & r(a_3, q_3) & \dots & r(a_3, q_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(a_k, q_1) & r(a_k, q_2) & r(a_k, q_3) & \dots & r(a_k, q_n) \end{array} \right\}$$

**Kuva 1: Muistimatriisi**

Oletuksena on, että kun päätöksentekijällä on muisti  $M$  ja hän kohtaa ongelman  $p$ , niin hän valitsee tekonsa preferenssirelaation  $\geq_{p,M} \subseteq A \times A$  mukaan. Lisäksi oletuksena on, että toiminta arvioidaan ainoastaan lopputulemien perusteella, jotka ovat seuranneet kyseisestä teosta. Tästä seuraa kaksi asiaa: ensiksi, kyseessä olevan muistin jokainen teko voidaan tunnistaa sen toimintaprofiilista, nimellisesti vektorista  $\mathcal{R}^H$ , josta selviää kaikki menneet lopputulemat. Muistimatriisi  $M$  siis luo preferenssijärjestyksen yli  $k$ :n vektorin  $\mathcal{R}^H$ :ssä. Toisekseen vektorien preferointi ei saa riippua siitä, missä muistissa ne ovat. Muodollisesti, kun  $x, y \in \mathcal{R}^H$ , oletetaan että  $M$  ja  $M'$  ovat niin että  $H(M) = H(M') = H$ , ja  $x$  sekä  $y$  vastaavat rivejä matriiseissa  $M$  ja  $M'$ , silloin vaaditaan että  $x \geq_{p,M} y$  jos ja vain jos  $x \geq_{p,M'} y$ . (Gilboa & Schmeidler 1995, 613-614.)

Näiden oletusten valossa voimme olettaa preferenssijärjestyksen  $\geq_{p,H}$   $\mathcal{R}^H$ :ssä, joka riippuu vain  $p$ :stä ja havaituista ongelmista  $H(p \notin H)$ . Yksi tulkinta tälle on, että päätöksentekijä voi määrittää preferenssijärjestyksen myös hypoteettisille teko-profiileille. (Gilboa & Schmeidler 1995, 614.)

TKPT ei kuitenkaan ole, että  $\geq_{p,H}$  on täydellinen järjestys  $\mathcal{R}^H$ :ssä. Kuvittele kaksi erillistä teko-profiilia  $x, y \in \mathcal{R}^H$ , jotka antavat arvot  $x(q) \neq 0$  ja  $y(q) \neq 0$  jollekin  $q \in H$ . Näitä arvoja ei voi verrata edes hypoteettisesti, koska mille tahansa muistille  $M$  vain yksi teko voidaan valita ongelman  $q$  kohdalla, ja siitä syystä vain yhdellä teolla voi olla nollasta poikkeava arvo toimintaprofiilissaan kyseessä olevalle  $q$ :lle. Toisin sanoen missään muistimatriiseissa  $x$  ja  $y$  eivät voi esiintyä samanaikaisesti riveinä. Siksi osittainen järjestys  $\geq_{p,H}$  vertaa vain teko-profiileja, jotka voivat esiintyä samassa muistimatriisissa, ja ovat siinä mielessä yhteensopivia. (Gilboa & Schmeidler 1995, 614.)

Ensimmäinen aksiooma toteaa yhteensopivuuden olevan välttämätön ja riittävä ehto vertailtavuudelle. Koska yhteensopivuus ei ole transitiivinen relaatio, aksiooma viittaa, ettei kumpikaan ole  $\geq_{p,H}$ . (Gilboa & Schmeidler 1995, 614.)

**A1. YHTEENSOPIVIEN PROFIILIJEN VERTAILU.** Jokaiselle  $p \in P$  ja jokaiselle  $H = H(M)$ , kaikilla  $x, y \in \mathcal{R}^H$ ,  $x$  ja  $y$  ovat vertailtavissa, jos ja vain jos  $x \geq_{p,H} y$  tai  $y \geq_{p,H} x$ . Seuraavat kolme aksioomaa takaavat summautuvasti eroteltavan esityksen  $\geq_{p,H}$   $\mathcal{R}^H$ :ssä.

A2. MONOTONISUUS. Kaikille  $p, H, x \geq y$  ja  $x * y = 0$  viittaa, että  $x \geq_{p,H} y$ .

A3. JATKUVUUS. Kaikille  $p, H$  ja  $x \in \mathcal{R}^H$ , joukot  $\{y \in \mathcal{R}^H | y \geq_{p,H} x\}$  ja  $\{y \in \mathcal{R}^H | x \geq_{p,H} y\}$  ovat suljettuja.

A4. EROTELTAUVUUS. Kaikille  $p, H$  ja  $x, y, z, w \in \mathcal{R}^H$ , jos  $(x + z) * (y + w) = 0$ ,  $x \geq_{p,H} y$  ja  $z \geq_{p,H} w$ , niin silloin  $(x + z) \geq_{p,H} (y + w)$ .

A2 on standardi monotonisuuden aksiooma. Sen vuoksi samankaltaisuusfunktio  $s \geq 0$ . A3 takaa, että jos  $x_k \geq_{p,H} y$  ja  $x_k \rightarrow x$ , niin  $x \geq_{p,H} y$  pitää. (Gilboa & Schmeidler 1995, 614-615.)

Konseptin kannalta A4 on pääroolissa. Se sanoo, että preferenssit voidaan laskea yhteen. Jos kaksi teko-profiilia,  $x$  ja  $z$ , ovat (heikosti) preferoituja kahteen muuhun,  $y$  ja  $w$ , niin myös edeltävien summa on (heikosti) preferoitu jälkimmäisten summaan verrattuna. Sillä on myös tärkeä rooli osoitettaessa numeraalisten tapausten yhteenlaskettavuuden, sekä menneiden tapausten vaikutuksen esittämisen lopputuleman hyödyn ja samankaltaisuuden tuloksena. A4 saattaa olla liian rajoittava joihinkin tapauksiin. Kyseisten aksioomien tarkoitus on osoittaa, että samankaltaisuuden konsepti ja  $U$ -maksimointi on periaatteessa johdettavissa havaituista preferensseistä. (Gilboa & Schmeidler 1995, 615.)

TEOREEMA 1. Seuraavat kaksi väitettä ovat yhtäpitäviä:

1. A1-A4 pätee;
2. Kaikille  $p \in P$  ja  $H$  on olemassa funktio

$$s_{p,H}: H \rightarrow \mathcal{R}_+$$

$$x \geq_{p,H} y \text{ jos ja vain jos } \sum_{q \in H} s_{p,H}(q)x(q) \geq \sum_{q \in H} s_{p,H}(q)y(q)$$

kaikille yhteensopiville  $x, y \in \mathcal{R}^H$ . (Gilboa & Schmeidler 1995, 615.)

Tässä tapauksessa kaikille  $p, H$ , funktio  $s_{p,H}$  voidaan kertoa positiivisella skaalaajalla. Kun asetamme  $s(p, q) = s_{p,H}(q)$ , Teoreema 1 alkaa muistuttaa  $U$ -maksimointia. Kun ajatellaan varsinaista muistia  $M$ , joka päätöksentekijällä on hetkellä  $p$ , hän valitsee teon, joka maksimoi kaavan (\*), jossa  $s(p, q) = s_{p,H}(q)$  ja  $H = H(M)$ . Tämä samankaltaisuusfunktio voi riippua ongelmien joukosta  $H$ . Seuraava aksiooma varmistaa, että samankaltaisuuden määrä ei riipu muistista. Erityisesti A5 vertaa ongelmien,  $q_1$  ja  $q_2$ , suhteellista merkitystä kahdessa historiassa,  $H^1$  ja  $H^2$ . Se vaatii, että samankaltaisuuden painot ovat verrannolliset kahden historian välillä. (Gilboa & Schmeidler 1995, 616.)

A5. SAMANKALTAISUUDEN INVARIANSSI. Jokaiselle  $p, q_1, q_2 \in P$  ja jokaiselle kahdelle muistille  $M^1, M^2$ , jossa  $q_1, q_2 \in H^i \equiv H(M^i)$  ( $i = 1, 2$ ) ja  $p \notin H^i$  ( $i = 1, 2$ ), merkitään yksikkövektoria  $\mathcal{R}^{H^i}$ :ssä  $v_j^i$ :llä ( $i = 1, 2$ ), joka vastaa  $q_j$ :ta ( $j = 1, 2$ ). Tämä

tarkoittaa, että  $v_j^i$  on vektori, jonka  $q_j$ :s komponentti on 1, ja muut komponentit nolliä. Silloin merkitään  $\geq_{p,H}$ :n symmetristä osaa  $\approx_{p,H}$ :lla,

$$x, y \in \mathcal{R}^{H^1}, z, w \in \mathcal{R}^{H^2}, x \approx_{p,H^1} y, z \approx_{p,H^2} w$$

ja

$$x + \alpha v_1^1 \approx_{p,H^1} y + \beta v_2^1$$

viittaa, että

$$z + \alpha v_1^2 \approx_{p,H^2} w + \beta v_2^2$$

aina kun verrattavat profiilit ovat yhteensopivia. (Gilboa & Schmeidler 1995, 616.)

A5:n avulla voimme määritellä samankaltaisuusfunktion, joka esittää preferenssejä missä tahansa historiassa.

TEOREEMA 2. Seuraavat väittämät ovat yhtäpitäviä:

1. A1-A5 pitävät.
2. On olemassa funktio  $s: P^2 \rightarrow [0,1]$  niin että kaikilla  $p \in P$ , jokainen muisti  $M$ , jossa  $p \notin H = H(M)$  ja jokainen yhteensopiva  $x, y \in \mathcal{R}^H$ ,

$$x \geq_{p,H} y \text{ jos ja vain jos } \sum_{q \in H} s(p, q)x(q) \geq \sum_{q \in H} s(p, q)y(q)$$

Tässä tapauksessa, jokaisella  $p$ , funktio  $s(p, \cdot)$  voidaan kertoa positiivisella skaalaaajalla. (Gilboa & Schmeidler 1995, 616.)

### 3.3 Keskustelua

Mallin samankaltaisuusfunktio on johdettu preferensseistä ja on sen vuoksi subjektiivinen. Päätöksentekijöillä on usein erilaiset preferenssit, jonka vuoksi myös samankaltaisuusfunktiot muodostuvat erilaisiksi. Joihinkin sovelluksiin voidaan kuitenkin tarvita objektiivista samankaltaisuutta, joka on verrattavissa objektiiviseen todennäköisyyteen. (Gilboa & Schmeidler 1995, 617.)

Anscombe ja Aumann on antanut lempinimen ”objektiivinen todennäköisyys” subjektiiviselle todennäköisyydelle, jonka useat henkilöt jakavat. Samalla tavalla objektiivinen samankaltaisuus voidaan määritellä monen ihmisen jakamaksi näkemykseksi samankaltaisuudesta. Joillekin tämä ei riitä oikeutukseksi objektiivisuudesta, mutta objektiivinen samankaltaisuus on myös subjektiivista niille, jotka hyväksyvät sen. Teorian samankaltaisuusfunktio voi olla liian salliva objektiivisen samankaltaisuuden tarkoituksiin kuin myös normatiivisiin sovelluksiin; siinä ei esimerkiksi vaadita symmetrisyyttä. (Gilboa & Schmeidler 1995, 617.)

Olen monesti ottanut kantaa samankaltaisuuteen ja samankaltaisuusfunktion muodostumiseen. Gilboa ja Schmeidler vertaavat objektiivista todennäköisyyttä objektiiviseen samankaltaisuuteen, mikä on käytännössä varsin validia. Mitä kuitenkin tarkoittaa, jos

kaksi ihmistä ovat sitä mieltä, että jonkin asian todennäköisyys on 30%? Voimmeko jotenkin kvantifioida näiden arvioiden olevan yhtäpitävät?

Argumenttini nojaa siihen, että jokaisen ihmisen geneettinen- ja kokemuspohja on täysin erillään toisistaan. Vaikka geneettinen pohja olisi periaatteessa identtinen (identtiset kaksoset), kaikki kokemukset ovat eriäviä. Tämä tekee ihmisistä erilaisia. Ihmisillä on vaikeuksia kuvailla jokapäiväisiä asioitakaan – kuten raha – yhtenevästi, joten voi vain kuvitella miten vaikeaa jonkin ongelmatilanteen samankaltaisuudesta on päästä yhteisymmärrykseen. Väitän, että ihmisen on vaikea tehdä tätä vertailua edes oman mielensä sisällä, tietoisena päätöksentekoon vaikuttavista muuttujista.

Teoria ei kuitenkaan ole riippuvainen siitä, onko eri yksilöiden samankaltaisuusfunktiot samanlaisia, tai ovatko he samaa mieltä tilanteiden samankaltaisuudesta. Päätöksenteko on täysin yksilön sisäistä toimintaa, eikä muiden näkemykset ongelmien ja tekojen samankaltaisuudesta lähtökohtaisesti ole päätöksentekijän tiedossa.

### 3.4 TKPT behavioristisena mallina

Yllä olemme käyneet läpi TKPT:aa, joka koittaa mallintaa varsinaisia mentaaliprosesseja päätöksenteossa. Viittaus tapauksiin ja päätöksiin mahdollistaa myös behavioristisen tulkin. Tämä tulkinta pitää tapauksia ärsykkeinä, ja valintoja reaktioina niihin, ottamatta sen tarkemmin kantaa mentaalisiin prosesseihin. (Gilboa & Schmeidler 2001, 53).

Behavioristinen teoria säilyttää yllä mainittujen teorioiden summautuvuuden, mutta poikkeaa tapausten rakenteen sekä samankaltaisuus- ja hyötyfunktion suhteen. Erityisesti tapaukset ovat abstrakteja kokonaisuuksia. Luku  $w_p(a, c)$  näyttää kuinka paljon tapaus  $c$  tukee tekoa  $a$  kyseisessä ongelmassa  $p$ . Lisäksi teorian oletuksiin kuuluu, että nämä tukevat tapaukset summautuvat tapausten joukon  $M$  yli. Päätöksentekijä valitsee siis teon, joka maksimoi seuraavan kaavan yli tekojen  $a \in A$ . (Gilboa & Schmeidler 2001, 53-54.)

$$(\circ) \quad W(a) = W_{p,M}(a) = \sum_{c \in M} w_p(a, c)$$

Behavioristisessa tulkinassa  $M$  on tapausten joukko, jolle päätöksentekijä on altistunut kohdatessaan ongelman  $p$ . Tämä muisti toimii ärsykkeinä ja sen perusteella valitaan teko.  $W$ -maksimointi ei ota kantaa kognitiivisiin rakenteisiin kuten todennäköisyys, samankaltaisuus tai hyöty. Se ei myöskään koita mallintaa haluja tai tarpeita, uskomuksia tai arvioita. Se yksinkertaisesti vain kasaa yhteen ärsykkeiden  $c$  aiheuttamat mahdolliset vasteet  $a$  luvuksi  $w_p(a, c)$  ja väittää, että näiden vaikutus summautuu. (Gilboa & Schmeidler 2001, 54.)

Vastoin aiemmin esitettyjä teorioita, tässä esitetty teoria mahdollistaa täysin abstraktit tapaukset. Niiden ei tarvitse koostua päätösongelmasta, teosta ja lopputulemasta. Niiden ei tarvitse edes olla missään formaalissa yhteydessä toimintoihin, joista päätöksentekijä valitsee. Esimerkiksi Marko voi olla päättämässä lähteekö matkalla ja relevantti tapaus

voi olla, että eilen satoi. Tässä tapauksessa ei ole määritelty, mikä teko valittiin tai mikä lopputulema siitä seurasi. Myös vuoden 1929 pörssiromahdus voi vaikuttaa henkilön sijoituspäätökseen, vaikka henkilö on syntynyt vasta tämän tapahtuman jälkeen. (Gilboa & Schmeidler 2001, 54.)

On käytännöllistä sallia tapahtumien esiintymisen muistissa useammin kuin kerran. Muisti määritellään funktiona  $I: M \rightarrow \mathbb{Z}_+$ , joka laskee tapausten ilmenemisen muistissa. Tällöin päätöksentekijä maksimoi seuraavaa kaavaa yli  $a: n \in A$ . (Gilboa & Schmeidler 2001, 55.)

$$(\square) \quad W(a) = W_{p,I}(a) = \sum_{c \in M} I(c) w_p(a, c).$$

### 3.5 Tapauskohtainen ennustaminen

Kyseisen ongelman kohdatessaan ennustajan(päätöksentekijä) on nimettävä yksi mahdollisista tapahtumista tietyissä olosuhteissa. Ennustamista voidaan pitää tietyn tyyppisenä päätöksentekona epävarmuuden vallitessa; mahdolliset ennusteet ovat tekoja ja lopputulemat ovat joko oikea tai väärä. Yleispätevämmässä mallissa ennusteet voidaan järjestää jatkuvalle välille. (Gilboa & Schmeidler 2001, 59.)

Ennustukset perustuvat menneeseen tietoon samoin kuin muutkin päätökset epävarmuuden vallitessa. Formaali rakenne kyseisissä ongelmissa sisältää historian, eli joukon esimerkkejä, jotka koostuvat aiemmin kohdatuista olosuhteista ja niistä seuranneista tapahtumista. (Gilboa & Schmeidler 2001, 60.)

Ennustaminen poikkeaa muista päätösongelmista siinä, että lopputulemat eivät ole riippuvaisia päätöksentekijän ennusteesta. Ennustaja nähdäänkin ulkopuolisena tarkkailijana, joka voi arvata mahdollisen tapahtuman kyseisissä olosuhteissa, mutta ei pysty vaikuttamaan lopputulemaan millään tavalla. (Gilboa & Schmeidler 2001, 60.)

Yksinkertaisessa mallissa muisti  $M$  koostuu esimerkkitapauksista  $(q, r) \in P \times R$  eli pareista, jotka sisältävät olosuhteet  $q$  ja mahdolliset lopputulemat  $r$ . Mallissa oletetaan samankaltaisuusfunktio  $s: P \times P \rightarrow [0,1]$ . Ongelman ollessa  $p \in P$ , on luonnollista järjestää mahdolliset tapahtumat seuraavasti. (Gilboa & Schmeidler 2001, 60-61.)

$$W'(r) = W'_{p,M}(r) = \sum_{(q,r) \in M} s(p, q)$$

Kaava antaa tapahtumalle  $r$  numeerisen arvon, joka vastaa summaa (yli tapahtumien, joissa  $r$  ilmeni) samankaltaisuusarvoista, kun verrataan nykyistä ongelmaa aiempiin.  $W'$  on erikoistapaus yllä esitetystä kaavasta  $W$ ; päätösongelmassa  $A = R$  eli joukko mahdollisia ennustuksia on sama, kun joukko lopputulemia. Annetaan tapausten olla pareja  $(q, t) \in P \times R$  ja määritetään painot  $w_p(r, c)$  seuraavasti:

$$w_p(r, c) = w_p(r, (q, t)) = \begin{cases} s(p, q) & \text{jos } r = t \\ 0 & \text{muuten} \end{cases}$$

Näillä määritelmillä  $W$  – *maksimointi* yhtenee  $W'$  – *maksimoinnin* kanssa ennustusongelmissa. Lisäksi  $W$  – *maksimointi* sallii yleisemmät ennustamisen muodot. (Gilboa & Schmeidler 2001, 61.)

## 4 SOVELLUS

Tässä kappaleessa käydään läpi tutkimus, joissa on pyritty määrittämään TKPT:n kykyä ennustaa ihmisten käyttäytymistä tietyissä tilanteissa. Tutkimuksessa Todd Guilfoos ja Andreas Duus Pape (2016) pyrkivät selittämään ihmistenvälistä yhteistyötä vangin dilemma -pelissä. He huomasivat, että TKPT sopii paremmin yhteistyön dynamiikkaan kuin Probit-malli, ja ihmisten pyrkivän suurempiin tuottoihin kuin mitä molempien toisiaan vastaan kääntyminen tuottaa.

### 4.1 Vangin dilemma

Tässä tutkimuksessa käytettiin TKPT:aa selittämään tutkimusdataa ihmisen käyttäytymisestä Vangin dilemma -pelissä. He huomasivat teorian ennustavan yhteistyöhön ohjaavan dynamiikan. Mallin parametrit sovitettiin dataan ja kaikkien parametrien huomattiin olevan tilastollisesti merkitseviä. Tämä saavutettiin vertaamalla Cameran ja Casarin (2009) keräämää dataa tietokonesimulaatioihin, jotka tuotettiin Case-based Software Agent -nimisellä ohjelmalla (jatkossa tapauskohtainen tietokoneohjelma tai TKTO). TKTO:n on näytetty selittävän ihmisten käyttäytymistä luokittelun opettelemista testaavissa kokeissa. TKTO laskee päätösdataa, joka vastaa TKPT:aa mikäli ongelma on hyvin määritelty ja tarpeeksi rajoitettu. (Guilfoos & Pape 2016, 2.)

Kyseessä olevassa tutkimuksessa analysoitiin dataa Cameran ja Casarin tutkimuksesta, jossa koehenkilöt jaettiin pieniin talouksiin pelaamaan toistuvaa Vangin dilemmaa. Tarkoituksena oli testata informaation määrän vaikutusta yhteistyöhön. Esimerkiksi yhdelle ryhmälle annettiin ainutlaatuiset tunnisteet toisista pelaajista, jolloin he tiesivät aina kun vastaan asettui pelaaja, jonka he olivat jo kohdanneet. Tutkimuksessa verrattiin simuloitua dataa oikeaan mittaamalla pienimmän neliön poikkeamaa todennäköisyydessä tehdä yhteistyötä. (Guilfoos & Pape 2016, 2.)

He löysivät neljä tärkeää asiaa TKPT:n ja ihmisen valintakäyttäytymisen välille:

1. Tietokoneohjelmiston valintakäyttäytyminen pystyi ennustamaan empiirisesti havaittua liikerataa keskimääräisissä yhteistyön tasoissa kaikissa kolmessa testiryhmässä. Tämä osoittaa TKPT:n pystyvän ennustaa ihmisen käyttäytymistä strategisissa ja dynaamisissa ympäristöissä.
2. Valintakäyttäytyminen, jota TKPT implikoi sopii paremmin empiiriseen dataan kuin parhaiten sovitettu Probit-malli, ja vain viidenneksellä parametreja.
3. Parhaiten sopivat TKTO parametrit viittaavat ihmisten pyrkivän korkeampiin voittoihin mitä molempien luovuttaminen tuottaa. Tämä taas viittaa ihmisten toivovan yhteistyötä, mutta olevan epävarmoja sen toteutumisesta.
4. Tilanteet, joissa on enemmän yksityiskohtia ovat helpompia muistaa (Guilfoos & Pape 2016, 2-3.)



Nämä löydökset ovat hyödyllisiä, kun yritetään ymmärtää ihmisten käyttäytymistä ja kehiteltäessä viitekehystä, jossa tätä käyttäytymistä voidaan ennustaa. Esimerkiksi Loputtomasti jatkuvassa Vangin dilemmassa voidaan ylläpitää yhteistyötä ankarallakin strategialla, jossa luovutaan yhteistyöstä kokonaan pelikumppanin näin tehdessä, mikäli pelaajat ovat tarpeeksi kärsivällisiä. Ihmiset eivät kuitenkaan näytä käyttävän kyseistä strategiaa. (Guilfoos & Pape 2016, 3.)

Kuten todettu, tutkimuksen päätyökaluna käytettiin TKTO:aa, joka on tietokonesovellus TKPT:sta. Sovellus tuottaa päätöskäyttäytymistä, kun siihen syötetään matemaattinen representaatio vNM ja Savagen perinteiden mukaisesti. Oikein suunniteltuna sovelluksen tuottamaa dataa voidaan verrata suoraan empiiriseen dataan samasta ongelmasta. Tästä voidaan hyötyä kahdella tavalla: ensiksikin vertailu selventää toimiiko, ja millä tavalla, TKTO esityksenä ihmisen käyttäytymisestä. Toisekseen se voi selventää empiiristä ilmiötä itseään: siitä voidaan esimerkiksi oppia mikä hajamielisuuden taso on sopuisuudessa tutkimuksissa havaittuun tasoon. (Guilfoos & Pape 2016, 3-4.)

Vangin dilemma on ehkäpä tunnetuin peli peliteoriassa. Se on symmetrinen, yhtäaikainen, kahden henkilön peli, jossa on kaksi toimintavaihtoehtoa. Nämä vaihtoehdot ovat tehdä yhteistyötä tai luovuttaa. Strategiana luovuttaminen dominoi yhteistyötä, mutta tuotot yhteistyöstä Pareto-dominoivat luovuttamista. Vaikka yhteistyöstä on hyötyä, yksilön insenttiivit luovuttaa tarkoittavat, ettei yhteistyö muodosta Nash-tasapainoa. Tämä jännite yksilön ja ryhmän hyödyn välillä on tehnyt Vangin dilemmasta metaforan yhteistyöstä yleisesti. (Guilfoos & Pape 2016, 5-6.)

Suuri osa teoreettisesta tutkiskelusta Vangin dilemman kohdalla on liittynyt kysymyksiin: milloin yhteistyötä esiintyy ja koska se on kestävä. Yksilö voi päättää tehdä yhteistyötä monista syistä, kuten rakentaakseen mainetta, altruistisista syistä tai koston pelosta. Ensimmäisenä koston pelon formalisoi Friedman (1971) teoriassa, jossa pelaajat tekevät yhteistyötä äärettömästi toistetussa Vangin dilemmassa. Kyseisessä teoriassa pelaajat pelkäävät, että mikäli he luovuttavat vastapelaaja luovuttaa jatkossa aina, joka johtaa epäoptimaaliseen Nash-tasapainoon. Tämän on osoitettu pitävän paikkansa, kun pelaajat ovat tarpeeksi kärsivällisiä. Se ei kuitenkaan implikoi rationaalisten agenttien välttämättä tekevän yhteistyötä, koska molempien luovuttaminen muodostaa myös alapelitäydellisen Nash-tasapainon. (Guilfoos & Pape 2016, 6.)

Syitä yhteistyölle ja yhteistyön kestävyyttä on tutkittu paljon. Keskeisimmässä roolissa Guilfoosin ja Papein tutkimukselle on Cameran ja Casarin tutkimus, joka osoittaa rangaistuksen ja informaation pelihistoriasta johtavan korkeampiin yhteistyön tasoihin. Tietokoneohjelmistoja on käytetty tutkimuksissa aiemminkin Vangin dilemman kohdalla. TKTO tarjoaa empiirisen sopivuutensa lisäksi mahdollisuuden käyttää sitä myös muissa päätösongelma-tilanteissa. (Guilfoos & Pape 2016, 6-7.)

Cameran ja Casarin tutkimuksessa osallistujat jaettiin neljän hengen ryhmiin pelaamaan jatkuvaa Vangin dilemmaa. Joka periodissa nämä neljä henkilöä jaetaan pareiksi

satunnaisesti. Pelaajat tekevät valintansa ja saavat sitä vastaavat tuotot. Jokaisen erän jälkeen koko peli loppuu todennäköisyydellä  $(1 - \delta)$ , ja jatkuu todennäköisyydellä  $\delta$ . Kyseisessä tutkimuksessa  $\delta = 0.95$ , mikä implikoi, pelin jokaisessa vaiheessa, ehdollisen todennäköisyyden perusteella pelattavan vielä 20 kierrosta lisää. (Guilfoos & Pape 2016, 7.)

Cameran ja Casarin tutkimuksessa oli neljä käsittelyryhmää, joista Guilfoos ja Pape huomioivat kolmea. Käsittelyryhmät suunniteltiin siten, että anonymitietin tason merkitystä yhteistyöpäätöksissä voitiin tarkkailla. Lisääntyvä määrä tietoa pelaajien identiteeteistä ja edeltävistä päätöksistä pelissä laajentaa mahdollisten yhteistyötasapainojen joukkoa. Camera ja Casari huomasivat suuremman julkisen tiedon määrän lisäävän yhteistyötä. (Guilfoos & Pape 2016, 7.)

Perinteisten TKPT lähtötietojen (ongelma, teko, ratkaisu), ja hyödyn, joka ottaa huomioon tavoitetasen, lisäksi TKTO sisältää teon satunaisuuden mahdollisuuden  $\alpha \in [0, 1]$ . TKTO vaatii myös ongelma–lopputulema -kartan (OLK). Tämä kartta on siirtymäfunktio ympäristöstä toiseen. Ympäristöllä tarkoitetaan niitä osia päätösongelmasta, jotka ovat ulkopuolisia päätöksentekijälle. OLK ottaa syötteenä nykyisen ongelman  $p \in \mathcal{P}$  jonka päätöksentekijä kohtaa, teon  $a \in \mathcal{A}$  jonka päätöksentekijä on valinnut ja vektorin  $\theta \in \Theta$  ympäristöön liittyvistä tekijöistä. Tämän jälkeen OLK palauttaa lopputuleman tästä syötteestä: ratkaisun  $r \in \mathcal{R}$ , seuraavan ongelman  $p' \in \mathcal{P}$  jonka päätöksentekijä kohtaa, ja mahdollisesti muuntuneen vektorin ympäristöön liittyvistä tekijöistä  $\theta' \in \Theta$ .

$$OKL: \mathcal{P} \times \mathcal{A} \times \Theta \rightarrow \mathcal{R} \times \mathcal{P} \times \Theta$$

Kyseisessä tutkimuksessa  $\theta$  sisältää vastapelaajan identiteettiin liittyvät tiedot. (Guilfoos & Pape 2016, 7-10.)

Ongelma voidaan nähdä vektorina informaatiosta, jonka pelaaja pystyy havaitsemaan ennen päätöksentekoa. Cameran ja Casarin tutkimuksessa käsittelyryhmät erosivat heille käsillä olevan tiedon suhteen, minkä vuoksi ongelman määritelmä vaihtelee käsittelyryhmän mukaan. Ainoa yhtyvä tieto käsittelyryhmien välillä on tieto siitä, kuinka pitkällä pelissä ollaan, eli pelin kierroksen numero  $t$ . (Guilfoos & Pape 2016, 8.)

Käsittelyryhmä 1 sisältää anonyymejä pelaajia. Tässä ryhmässä olevilla pelaajilla ei ole muuta tietoa kuin monta kierrosta on pelattu,  $\mathcal{P}_1 = T$ , jonka tyypillinen elementti on  $p_1 = (t)$ , missä  $t \in T = \{1, 2, 3, \dots\}$ . (Guilfoos & Pape 2016, 8.)

Käsittelyryhmässä 2 pelaajilla saatavilla tietoa muiden pelaajien historiasta. He eivät kuitenkaan saa tietoa pelaajan identiteetistä. Tässä ryhmässä relevantti tieto on pelaajan keskimääräinen yhteistyön yleisyys kyseisen pelaajan kanssa. Eli  $\mathcal{P}_2 = T \times [0, 1]$ , jonka tyypillinen elementti on  $p_2 = (t, \bar{a}(\theta'))$ .  $[0, 1]$  kuvaa yhteistyön astetta,  $\theta'$  vastustajan tunnistetta sekä  $\bar{a}(\theta')$  on pelaajan  $\theta'$  keskimääräinen yhteistyön taso. (Guilfoos & Pape 2016, 8.)

Kolmannessa käsittelyryhmässä pelaajilla on sama informaatio kuin käsittelyryhmässä 2, ja tämän lisäksi uniikki tunniste vastustajasta. Tämä tunniste esitetään vektorina

kolmesta binäärisestä muuttujasta  $(id_1, id_2, id_3)$ , missä yksi  $id$ -muuttuja saa arvon 1 ja muut 0. Täten  $\mathcal{P}_3 = T \times [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$ , jonka tyypillinen elementti on  $p_3 = (t, \bar{a}(\theta'), id(\theta'))$ . (Guilfoos & Pape 2016, 8.)

Input: problem  $p$ , memory  $\mathcal{M}$ .

1. For each  $a \in \mathcal{A}$ :
  - (a) For each  $(q, a, r) \in \mathcal{M}$ , draw r.v.  $b_{(q,a,r)} = \begin{cases} 1, & \text{with probability } p_{\text{recall}} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$ 

$$\text{Construct } \mathcal{M}_a = \{(q, a, r) \mid b_{(q,a,r)} = 1, \text{ AND } \exists q \in \mathcal{P}, r \in \mathcal{R} \text{ s.t. } (q, a, r) \in \mathcal{M}\}$$
  - (b) Let  $U_a = \begin{cases} \sum_{(q,a,r) \in \mathcal{M}_a} s(p, q) [u(r) - H], & \text{if } \mathcal{M}_a \neq \emptyset \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$
2. Construct set  $BEST = \{a \in \mathcal{A} \mid U_a = \max_{b \in \mathcal{A}} \{U_b\}\}$
3. If  $\#(BEST) = 1$  then let  $a^*$  be the sole entry in  $BEST$ .  
If  $\#(BEST) = 2$ , then  $C$  is chosen with probability  $\alpha$ ,  $D$  with probability  $(1 - \alpha)$ .

Output: Selected action  $a^*$

**Kuva 2: Valinta-algoritmi (Guilfoos & Pape 2016, 10).**

Kuva 2 esittää valinta-algoritmin, joka on TKTO ydin. Tässä  $C$  merkitsee yhteistyötä ja  $D$  luovutusta. Tämä kuvaa TKPT-valintaprosessia kahdella muutoksella, jotka kuvaavat epätäydellistä muistia. Epätäydellinen muisti muodostuu puutteesta: ensinnäkin mieleen palauttaminen voi olla puutteellista, mitä kuvaa todennäköisyys  $p_{\text{recall}} \in [0, 1]$ . Tällä tarkoitetaan kyvyttömyyttä päästä käsiksi muistissa olevaan tietoon tietyllä hetkellä. Toisekseen muistiin säilöminen voi olla puutteellista. Tätä kuvataan todennäköisyydellä  $p_{\text{store}} \in [0, 1]$ . Epätäydellisellä muistiin säilömisellä tarkoitetaan epäonnistumista lisätä jokin kokemus muistin. (Guilfoos & Pape 2016, 10.)

Kuvassa 2 pelaaja kohtaa ongelman  $p \in \mathcal{P}$  ja hänellä on muisti  $\mathcal{M} \subseteq \mathcal{C}$ . Vaiheessa 1a, jokaiselle teolle  $a$ , hän kerää tapaukset, joissa kyseinen teko on suoritettu. Epätäydellisen muistiin palautuksen takia relevantit tapaukset valitaan joukkoon  $\mathcal{M}_a$  todennäköisyydellä  $p_{\text{recall}}$  ja sivuutetaan muulloin. Vaiheessa 1b käytetään tätä muistin osajoukkoa  $\mathcal{M}_a$  muodostettaessa teolle hyötyennuste  $U_a$ . Vaiheessa 2 pelaaja valitsee teon, joka maksimoi hyödyn  $U$ . Mikäli syntyy tasapeli  $C$ :n ja  $D$ :n välille, valitaan  $C$  todennäköisyydellä  $\alpha$ . (Guilfoos & Pape 2016, 10-11.)

Input: problem  $p$ , memory  $\mathcal{M}$ , characteristics  $\theta$ .

1. Input  $p$ ,  $\mathcal{M}$  into choice algorithm (Figure 2). Receive output  $a^*$ .
2. Let  $(r, p', \theta') = PRM(p, a^*, \theta)$ .
3. With probability  $p_{store}$ ,  
 Let  $\mathcal{M}' = \mathcal{M} \cup \{(p, a^*, r)\}$   
 Else let  $\mathcal{M}' = \mathcal{M}$

Output: problem  $p'$ , memory  $\mathcal{M}'$ , characteristics  $\theta'$ .

**Kuva 3: Yksittäinen valintaongelma (Guilfoos & Pape 2016, 11).**

Kuva 3 esittää yksittäisen valintaongelman, joka sisältää kuvan 2 valinta-algoritmin. Ensimmäisessä vaiheessa pelaaja valitsee teon,  $a^*$ . Toisessa vaiheessa teko suoritetaan siinä mielessä, että se reagoi ympäristön kanssa. Kolmannessa vaiheessa tapaus lisätään muistiin todennäköisyydellä  $p_{store}$  ja hylätään muistista todennäköisyydellä  $(1 - p_{store})$ . (Guilfoos & Pape 2016, 11.)

Mallin selitysvoiman arviointiin on käytetty kolmea kriteeriä: määrällistä sopivuutta, laadullista sopivuutta ja mallin monimutkaisuutta. Laadullisella sopivuudella tarkoitetaan empiiristen tulosten yhteneväisyyttä malliin. Esimerkiksi empiria osoitti käsittelyryhmän 3 ylläpitävän korkeampaa yhteistyön astetta kuin käsittelyryhmät 1 ja 2. Malli, jossa tämä pitää sanotaan olevan parempi laadullinen sopivuus. (Guilfoos & Pape 2016, 11-12.)

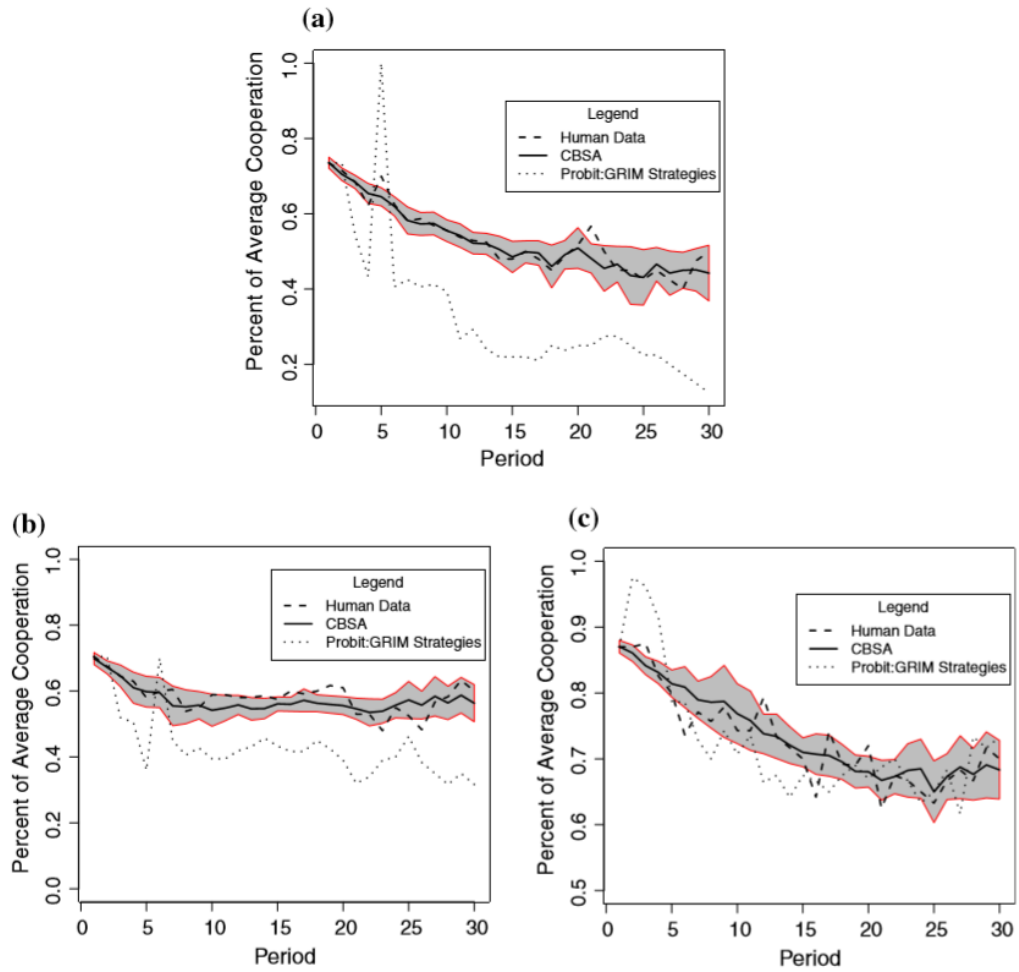
Määrällisellä sopivuudella tarkoitetaan numeerista sopivuutta empiiriseen dataan: simuloitulle datalle muodostetaan keskineliövirhe simuloitun datan keskimääräisen yhteistyön ja empiirisen datan keskimääräisen yhteistyön välille yli ajan. Mitä pienempi keskineliövirhe sitä parempi määrällinen sopivuus. (Guilfoos & Pape 2016, 12.)

Mallin monimutkaisuudella tarkoitetaan ylisovittamista. Mikäli mallista tehdään todella monimutkainen, voidaan saavuttaa täydellinen laadullinen ja määrällinen sopivuus, mutta tällainen malli ei tarjoa paljoakaan näkemystä ilmiöstä eikä sovellu otoksen ulkopuolelle. (Guilfoos & Pape 2016, 12.)

Määrällinen sopivuus ohjaa parhaiten sopivien parametrien valintaa lineaarisen regression tyypisesti. Kuten lineaarisessa regressiossa, parhaiten sopivia parametreja etsitään minimoimalla keskivirhettä ennustettujen ja tarkkailtujen muuttuja-arvojen välillä. Toisin kuin regressiossa, suljetun muodon funktiota tarkkaillun datan ja TKPT parametrien välille ei ole. Tästä syystä parametreja etsitään ajamalla TKTO eri parametrien arvoilla, luomalla simuloitua dataa, ja mittaamalla simuloitua dataa tarkkailtua dataa vasten keskineliövirheen suhteen. Tämän jälkeen palataan alkuun (ajamaan TKTO tarkentuneilla parametreilla) kunnes vaikuttaa, ettei neliösummavirhettä pystytä enää pienentää. (Guilfoos & Pape 2016, 12.)

Kuvasta 4 näemme miten TKTO pystyy ennustamaan ihmisten keskimääräistä yhteistyön määrää jatkuvassa Vangin dilemma -pelissä. TKTO pärjää huomattavasti paremmin

kuin Cameran ja Casarin käyttämä probit-malli, kun tietoa vastapelaajasta on rajallisesti saatavilla. Harmaalla nähtävä alue kuvaa 95% luottamusväliä TKTO ennusteelle.



**Kuva 4:** (a)-kohdassa dataa käsittelyryhmästä 1, (b)-kohdassa dataa käsittelyryhmästä 2 ja (c)-kohdassa dataa käsittelyryhmästä 3 (Guilfoos & Pape 2016, 17.)

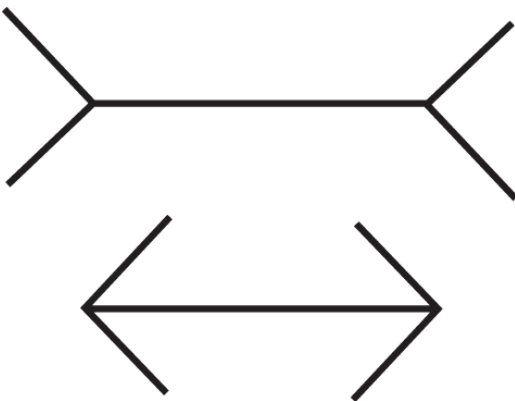
## 5 PSYKOLOGISIA TEEMOJA

TKPT:ssa samankaltaisuus on teorian keskiössä. Tätä samankaltaisuutta on pyritty mallintamaan muun muassa ongelmien, tekojen ja tapausten samankaltaisuudella. Jokaiseen ongelmaan, tekoon ja tapaukseen liittyy joka tapauksessa lähes ääretön määrä muuttujia, riippuen tilanteen rajauksesta. Yksi tapa korostaa samankaltaisuuden käsitteen monimutkaisuutta on kysyä, minkälaisella koodilla tekoäly saataisiin vertailemaan samankaltaisuutta ihmisen lailla.

Ihmismieli, ja sen toiminta, on yksi mielenkiintoisimmista asioista, joita maan päällä esiintyy. Tämän vuoksi, on vaikea hyväksyä matemaattista mallia ihmisen ajattelusta katsomatta, mitä muut tieteenalat ovat asiasta saaneet selville. Tässä kappaleessa käsitellään ihmisten kognitiivisia kykyjä. Haemme ymmärrystä psykologian klassikoista sekä uudemmissa suuntauksista tutkia ja nähdä ihmisen psyyke.

Lähdettäessä käsittelemään ihmismielen toimintaa, tulee huomioida millaisissa olosuhteissa ja millaiseen tarkoitukseen se on kehittynyt. Tähän vastauksia tarjoaa evoluutiopsykologia. Evoluution näkökulmasta lajikehityksessä jatkoon pääsee ominaisuudet, jotka parantavat kelpoisuutta: lisäävät kyseisen yksilön geenien siirtymistä jälkipolville. Ominaisuuksien kehittyminen on kuitenkin aina vaihtokauppaa: esimerkiksi isommat aivot vaativat huomattavasti enemmän energiaa kuin isot lihakset. Ympäristössä, jossa ravintoa on niukasti saatavilla, on tehtävä päätös sijoittaako kyseinen energia aivojen vai lihasten kasvattamiseen.

Huomioitaessa jatkuvasti tapahtuvat vaihtokaupat, on helppo ymmärtää, ettei aistit ja ominaisuudet ole voineet kehittyä täydellisiksi. On esimerkiksi ollut tärkeämpää pystyä havaitsemaan valon eri spektrien heijastumista erilaisilta pinnoilta kuin kyky nähdä silloin kun valoa on tuskin ollenkaan. Näin olemme pystyneet havaitsemaan päivänvalossa, missä tai mitkä hedelmät ovat kypsiä. Eläimet, jotka taas vaativat saalistaan ovat hyötöneet pimeänäöstä huomattavasti enemmän. Esimerkkinä näkökykyyn liittyvänä kognitiivisena haasteena on Müller–Lyer -illuusio, jossa ylempi viiva näyttää selkeästi pidemmältä, vaikka ne ovatkin samanpituiset. (Kahneman 2011, 27).



**Kuva 5: Müller–Lyer -illuusio.**

Kaikki illuusiot eivät ole visuaalisia. Kahnemanin ollessa opiskelija, yksi hänen professoreistaan varoitti luennollaan potilaista, jotka tulevat vastaanotolle valitellen kaikkien aiempien lääkärien epäonnistuneen hänen kanssaan. He kuitenkin vakuuttelevat uskovansa juuri sinun pystyvän auttaa. Kyse on kognitiivisesta illuusiosta, jonka avulla psykopaatti manipuloi lääkäriä. Se vetoaa järjestelmään yksi, ja järjestelmä kaksi on opetettava puolustautuminen tätä vastaan. (Kahneman 2011, 27-28.)

Järjestelmä yksi toimii automaattisesti ja nopeasti, vähäisellä tai olemattomalla vavalla eikä vaadi tietoista kontrollia. Järjestelmä kaksi allokoii tarkkaavaisuutta sellaisille mielen toiminnoille, jotka sitä vaativat. Järjestelmä kahden toiminta yhdistetään usein subjektiiviseen kokemukseen toiminnasta, päätöksestä ja keskittymisestä. (Kahneman 2011, 20-21.)

Myös TKTO:ssa huomioitu muisti on tällainen ominaisuus. TKTO otti huomioon muistiin tallentamisen ja muistista palauttamisen epätäydellisyyden. Huomion arvoista on, että ihmisellä on tapana, muistista palauttaessaan, uudelleenrakentaa muistoja, jotka eivät ole säilyneet mielessä eheinä. Tätä voidaan pitää teoriaa heikentävänä, vahvistavana tai neutraalina ominaisuutena. Ihminen korjaa vaurioituneita muistojaan tiedoillaan, tai oletuksillaan, siitä millainen maailma on. Tämä voi tarkoittaa itämaisen sankaritarinan katana-miekan muuttumista pitkämieheksi, tai lattialla syödyn aterian siirtymistä korkeaan pöytään.

Tarkkaavaisuudella on iso rooli siinä mitkä asiat pääsevät tietoiseen mieleen ja kuinka suuren vasteen ne aiheuttavat aivokuorella. Tahattoman tarkkaavaisuutemme vangitsee yllättävät äänet ja liikkeet. Myös tunteita herättävät asiat nappaavat tarkkaavaisuutemme. Esimerkiksi mikäli meitä uhataan aseella, on tarkkaavaisuutta vaikea irrottaa aseesta ja sen tuomasta vaarasta. Nämä asiat eivät ole niin mielenkiintoisia samankaltaisuusfunktiota pohdittaessa. Sen sijaan mielialan ja tunteiden vaikutus kiinnostaa minua. Tunne/mieliala voidaankin nähdä eräänlaisena linssinä tai filterinä, jonka läpi ihminen katsoo tilannetta tai tapahtumaa, ja joka ohjaa tarkkaavaisuutta.

Puhuttaessa tarkkaavaisuudesta ja huomion ohjautuvuudesta, on mainittava päätösarkkitehtuuri. Klassikkoteoksessaan *Nudge*, Richard Thaler ja Cass Sunstein (2008) puhuvat päätösarkkitehtuurista, ihmisten tarkkaavaisuuden ja päätöksenteon sudenkuopista sekä siitä kuinka päätösarkkitehtuurin avulla ihmisten elämän laatua voidaan parantaa. Päätösarkkitehtuurilla tarkoitetaan suunnittelua siitä, kuinka erilaiset päätöstilanteet esitetään kuluttajalle ja kuinka näin voidaan vaikuttaa kuluttajan päätöksentekoon.

Thaler ja Sunstein (2008, 83-102) määrittävät kuusi päätösarkkitehtuurin perusolelusta. Nämä ovat kannusteet, ymmärrys kartoittamisesta, oletusasetukset, palautteen antaminen, erehdysten odottaminen ja vaativien päätösten jäsentäminen.

Alettaessa miettiä kannusteita, on syytä kysyä seuraavat neljä kysymystä: kuka käyttää? Kuka valitsee? Kuka maksaa? Ja kuka hyötyy? Vapaat markkinat ratkaisevat nämä kysymykset hyvin, koska tuottajilla on kannusteet luoda hyviä tuotteita ja myydä ne oikealla

hinnalla. Aina tilanne ei kuitenkaan ole näin selkeä. Esimerkiksi, jos kaksi ihmistä käy lounaalla säännöllisesti ja maksavat laskun vuorotellen, on maksuvuorossa olevalla henkilöllä kannusteet tilata halvempaa lounasta ja päinvastoin. (Thaler & Sunstein 2008, 99-100.)

Monilla markkinoilla kannuste konflikteja on paljon. Pahamaineisin esimerkki löytyy Yhdysvaltojen terveydenhuollosta, jossa lääkäri valitsee hoidon potilaalle ja jonka vakuutusyhtiö maksaa. Tästä osansa haluaa tarvikkeiden valmistajista lääkeyhtiöihin ja hoitovirheisiin erikoistuneisiin asianajajiin, joilla kaikilla on erilaiset kannusteet. Lopputuloksena tästä tuskin seuraa paras vaihtoehto potilaalle tai lääkärille. (Thaler & Sunstein 2008, 100.)

Kannusteita tarkasteltaessa yksi tärkeimmistä asioista on huomattavuus. Varmasti mielettömät ihmisetkin sopeuttavat käyttäytymistään huomattaessaan hinnan nousseen, mutta huomaavatko he sitä? Esimerkiksi sähkön hinnan noustessa sentillä tuskin kukaan huomaa tätä nousua maksaessaan laskua. Varsinkaan, jos maksaminen tapahtuu kolmen kuukauden välein ja hinnannousu tulee nähtäväksi vasta jälkikäteen. Sen sijaan, jos termostaatti ilmoittaisi reaaliajassa kuinka paljon lämmön laskeminen asteella tai parilla vaikuttaa kuukauden lopussa saatavaan laskuun olisi tieto helpommin huomattavissa. (Thaler & Sunstein 2008, 100-101.)

Jotkut päätökset ovat helppoja, kuten minkä makuista jäätelöä ostaa. Henkilöllä on usein selkeä käsitys valinnan ja siitä saatavan hyödyn/kokemuksen välillä. Jotkut päätökset ovat vaikeampia, kuten valita hoitomuoto sairauteen. Sanotaan, että sinulla todetaan eturauhassyöpä ja joudut valitsemaan leikkauksen, säteilyhoidon ja pelkän taudinkulun tarkkailun väliltä. Jokainen näistä vaihtoehtoista tuo mukanaan monimuotoisen joukon mahdollisia lopputulemia esimerkiksi sivuoireiden, elämänlaadun, elämän pituuden yms. suhteen. (Thaler & Sunstein 2008, 93-94.)

Kyseisiin päätöksiin liittyy vaihtokauppaa, jota voi olla vaikea havaita ja havaittaessakin sen merkitystä voi olla vaikea ymmärtää. Tällainen voisi olla esimerkiksi yhden kolmasosan mahdollisuus tulla pidätyskyvyttömäksi sen vuoksi, että eliniänodote kasvaa 3,2 vuotta. Kuitenkin tämänkaltaiset päätökset tehdään samalla hetkellä, kun huono uutinen vastaanotetaan, ja päätökseen vaikuttaa mikä lääkärin erikoistumisala on, joka uutiset ja neuvot sairaudesta sekä sen hoidosta antaa. Näiden esimerkkien tarkoitus on havainnollistaa päätösten kartoittamista. (Thaler & Sunstein 2008, 94.)

Ihmisillä on tapana kulkea tietä, joka aiheuttaa vähiten vastusta. Jos siis on olemassa oletusasetus, ihmiset tuskin käyttävät energiaa sen vaihtamiseksi. Esimerkiksi lehtimyyjät hyödyntävät tätä tarjoamalla ”mahtavia” alennuksia ja etuja tilatessa vakuuttaen, että tilauksen voi peruuttaa koska vain haluaa tietäen, että harva ihminen sitä kuitenkaan tekee. Toisaalta tietokoneohjelmaa asennettaessa suurimmalle osalle tarpeellisten ominaisuuksien pitäminen oletuksen palvelee käyttäjän etua. (Thaler & Sunstein 2008, 85-87.)



Yksi mahdollisuus on pakottaa käyttäjä tekemään valinta. Tietokoneohjelman asennuksen tapauksessa tämä voisi tarkoittaa, että asennustyyppiä ei ole valittu ollenkaan oletuksena ja asennuksen etenemiseksi pitää raksittaa jokin laatikoista. Joillekin tämä voi tuntua kiusanteolta. Oletusasetuksia on kuitenkin joka puolella ja päätösarkkitehdin on päätettävä mitä tapahtuu, jos päätöksentekijä ei tee mitään. (Thaler & Sunstein 2008, 85-87.)

Paras tapa auttaa ihmisiä kohentamaan suoriutumistaan on antaa palautetta. Hyvin suunnitellut järjestelmät kertovat milloin ihminen toimii hyvin ja milloin asiat ovat mennossa pieleen. Digitaalikamerat ovat hyvä esimerkki: heti kuvan ottamisen jälkeen henkilö näkee näytöltä ottamansa kuvan. Tämä korjasi monia virheitä, joita ennen tapahtui kuten linssinsuojuksen unohtaminen paikoilleen, kuvan huono rajaaminen tai filmirullan asentamisen unohtaminen. (Thaler & Sunstein 2008, 92.)

Ihmiset tekevät virheitä. Hyvin suunnitellut järjestelmät osaavat odottaa näitä virheitä ja ovat anteeksiantavaisia. Esimerkiksi Pariisin metrossa pitää syöttää magneettinauhallinen lippu koneeseen, jonka läpi se kulkee ja tulee takaisin asiakkaalle. Laite on hyvin anteeksiantavainen, koska sillä ei ole väliä, miten päin lipun laitteeseen asettaa. Toisaalta joissakin parkkihalleissa sisään mentäessä pitää syöttää luottokortti laitteeseen. Lähdettäessä parkkihallista syötetään luottokortti uudestaan koneeseen, jolloin se laskuttaa pysäköinnistä. Ongelmana on, että kortin voi asettaa laitteeseen neljällä eri tavalla, joista vain yksi on oikea. Tämän vuoksi parkkihallin poistumistie saattaa tukkeutua. (Thaler & Sunstein 2008, 89-90.)

Ihmiset käyttävät päätöksiä tehdessään erilaisia strategioita riippuen vaihtoehtojen määrästä ja monimutkaisuudesta. Mikäli vaihtoehtoja on vähän ja ne ovat ymmärrettävissä, on järkevää käydä vaihtoehtojen kaikki ominaisuudet läpi ja tehdä päätös. Kohdatessamme isomman valintajoukon, joudumme turvautumaan vaihtoehtoihin strategioihin, mikä voi johtaa ongelmiin. (Thaler & Sunstein 2008, 96.)

Mietittäessä tilannetta, jossa edessä on muutto työn perässä pääkaupunkiseudulle. Työpaikalla on mahdollisuus valita kolmesta työhuoneesta. On järkevää tarkastaa kaikki kolme mahdollisuutta ja vertailla niiden ominaisuuksia kuten kokoa, näkymää ja etäisyyttä saniteettitiloista. Kyseessä on kompensoiva strategia, koska toisen ominaisuuden hyvä arvo voi kompensoida toisen heikompa arvoa. (Thaler & Sunstein 2008, 96-97).

Samaa strategiaa ei voida käyttää asuntoa valitessa, koska vaihtoehtoja on niin monia. Sen sijaan on tunnistettava asunnon tärkeimmät ominaisuudet ja päätettävä, mikä on pienin hyväksyttävä arvo kyseiselle ominaisuudelle. Yksi ominaisuus voisi olla työmatka, jonka maksimipituus on puoli tuntia. Nyt asunto, josta työmatka on 35 min, mutta muuten ylivertainen muihin vaihtoehtoihin, hylätään. Kyseistä päätösmallia käytetään, kunnes päästään muutama viimeiseen vaihtoehtoon, jolloin vaihdetaan kompensoivaan strategiaan. (Thaler & Sunstein 2008, 97.)

Alan tutkimus paljastaa vaihtoehtojen monipuolistuessa ihmisten valitsevan yksinkertaisia strategioita. Implikaatiot päätösarkkitehtuuriin ovat sen mukaiset. Päätösten kasvaessa hyvä päätösarkkitehti luo rakennetta, ja tämä rakenne vaikuttaa päätökseen. (Thaler & Sunstein 2008, 97.)

Tämän luvun tarkoitus ei ole osoittaa TKPT epätodeksi tai vakavasti puutteelliseksi teoriaksi. Tarkoitus on antaa katsaus hyvin pieneen osaan ihmismielen inhimillisyydestä. Ihmismieli ei ole kone. Se on orgaaninen järjestelmä, jonka toimintaan vaikuttavat sadat miljoonat eliöt, jotka ihminen kätkee sisälleen.

Taloustieteellisten mallien tarkoitus on tuoda esiin oivallus monimutkaisen järjestelmän toiminnasta mahdollisimman yksinkertaisen mallin avulla. Tämän TKPT saavuttaa. Teoriassa samankaltaisuus jää kuitenkin hyvin pinnalliseksi käsitteeksi. Ehkä Hume sanoin: se mikä vaikuttaa samalta riittää. Koen kuitenkin tarpeelliseksi huomauttaa, että samasta ihmisestä täsmälleen sama tilanne voi vaikuttaa erilaiselta erilaisessa mielentilassa. Vai onko tämä tilanne eri jokaisen mielentilan mukaan? Entä onko ihminen enää sama, kun hänen mielentilansa muuttuu?

## 6 JOHTOPÄÄTÖKSET

Tekoälyn ja koneoppimisen aikakaudella erilaiset mieltä mallintavat teoriat ovat saaneet enenevässä määrin huomiota, eikä TKPT ole poikkeus. Intuitio Humeen filosofian takana onkin hyvin yksinkertainen ja uskottava: samankaltaisista tapahtumista oletamme samankaltaisia lopputulemia. Albert Einstein on jopa määritellyt mielenvikaisuudeksi odotukset erilaisesta lopputulemasta tekemällä samankaltaisia asioita.

Hyvän taloustieteellisen mallin arviointiin käytetään seitsemää ominaisuutta:

1. Säästäväisyys: Säästäväiset mallit ovat yksinkertaisia siinä mielessä, että ne nojaavat pieneen määrään oletuksia ja jättävät tutkijalle hyvin vähän tulkinanvapautta. Tämä estää mm. ylisovittamisen. Esimerkiksi, jos malli sisältää suuren määrän psykologisia väärentymiä, se menettää säästäväisyyttään. Yhdistämällä väärentymiä voi tutkija, muokata mallia niin, että se selittää lähes minkä tahansa kaavan havainnoista (Caplin & Schotter 2008, 293-294.)
2. Käsiteltävyys: Tällaisia malleja on helppo analysoida. Hyvä käsiteltävyys tarkoittaa mallin olevan ratkaistavissa puhtaasti analyttisin metodein, eli paperin ja kynän avulla. Toisessa ääripäässä olevia malleja ei pysty ratkaisemaan edes tietokone (Caplin & Schotter 2008, 294.) TKPT-malli on hyvin yksinkertainen sisältäen vain muutaman parametrin. Näiden parametrien arvojen saaminen vaatii kuitenkin laajan datan läpikäymistä, mikä on helppoa, mutta työlästä.
3. Käsitteellinen oivalluskyky: Kyseiset mallit paljastava perustavanlaatuisia ominaisuuksia taloudellisesta käyttäytymisestä. Esimerkiksi konkaavin hyödyn mallin avulla on mahdollista tunnistaa riskin kaihtamisen ominaisuus (Caplin & Schotter 2008, 294.) Ajatus siitä, että ihminen odottaa samankaltaisista tapahtumista samankaltaisia lopputulemia on hyvin intuitiivinen, ja malli kuvastaakin sitä erinomaisesti. On selvää, että tämä ajatus on ollut vahvana pohjana, kun teoriaa on alettu mallintaa. Kuten edellinen kappale osoitti, mallin sovitusta dataan vaati tietyn tason kognitiivisten kykyjen heikkoutta. Tämä ei välttämättä ole uutta tietoa ihmismielestä, mutta mallilla on selkeää potentiaalia valaista asioita ihmismielestä.
4. Yleistettävyys: Nämä mallit soveltuvat laajaan skaalaan ongelmia. Esimerkiksi yleistettävän riskin kaihtamisen mallin avulla voitaisiin analysoida riskinkaihdantaa niin pienillä, kuin suurilla panoksilla, ja suhteessa tappioihin sekä hyötyihin (Caplin & Schotter 2008, 294.) Malli yleistyy erittäin laajaan skaalaan ongelmia samankaltaisuusfunktion joustavuuden takia. Mietittäessä riskinkaihdantaa, saa malli todennäköisesti suurempia samankaltaisuusarvoja vertailtaessa pieniä ja suuria panoksia kuin tappioita ja voittoja kuten Kahneman ja Tversky (1979) osoittivat.

5. Falsifioitavuus: Tämä ominaisuus kuuluu samaan konseptiin ennustamisen kanssa. Malli on falsifioituva, jos ja vain jos se pystyy tekemään epätriviaaleja ennusteita, jotka voidaan periaatteessa empiirisesti falsifioida (Caplin & Schotter 2008, 295.) Luvussa 3 sivuttiin lyhyesti tapauskohtaista ennustamista. Tällä mallinnettiin kuitenkin ihmisten tapaa ennustaa eikä mallin kykyä ennustaa. Toisaalta Dan Lovallo ym. (2012) pyrkivät ennustamaan elokuvien tuottoja käyttämällä mallia, jota kutsuivat samankaltaisuuteen perustuvaksi ennustamiseksi. Tämä malli yhdistää referenssiluokkaennustamista ja TKPT:a. He huomasivat kyseisen tavan ennustavan tuottoja paremmin kuin regressiomallit.
6. Empiirinen johdonmukaisuus: Mallit ovat laajasti yhtenevät saatavilla olevan datan kanssa. Toisin sanoen malli ei ole tuottanut ennustuksia, joita data olisi falsifioinut. Nämä mallit voidaan järjestää niiden ennustusten vahvuuden mukaan (Caplin & Schotter 2008, 295.) Tähän päivään mennessä TKPT ei ole kerryttänyt falsifioivaa tutkimusta, mutta sitä tukevia tutkimuksia on useita.
7. Ennustusten tarkkuus: Mallit tekevät tarkkoja (vahvoja) ennustuksia. Vahvat ennustukset ovat hyödyllisiä, koska ne mahdollistavat mallin arvioinnin ja testausten. Näillä malleilla on myös suurempi potentiaali olla käytännöllisesti hyödyllisiä, jos ne selviävät empiirisestä testauksesta (Caplin & Schotter 2008, 295.)

Laajempi tutkimus on välttämätöntä selvittämään, kuinka hyviä ennusteita teorian avulla voidaan tehdä. Osassa tutkimuksia on luotu sovellutuksia, jossa osana on käytetty TKPT:n menetelmiä ennustamaan kaupallista käyttäytymistä. Toisissa teorioita on sovitettu empiiriseen dataan yksinkertaisissa päätöstilanteissa. Kuitenkin, mikäli on mahdollista päätöstilanteen komponenttien avulla päätellä mihin ratkaisuun päätöksentekijä päätyy, pitäisi kyseisiä komponentteja manipuloida kyetä myös vaikuttamaan näihin päätöksiin. Yksinkertaisimmillaan kyse on klassisesta ehdollistamisesta, sofistikoituneemmassa muodossa politiikasta, jonka avulla voidaan muovata maailmaa.

## 7 YHTEENVETO

Hyödyn maksimoinnin -teoria on toiminut pohjana sille, miten taloustieteessä käsitetään päätöksentekoa. Kyseisessä teoriassa rationaalinen päätöksentekijä optimoi hyötyfunktioita näin maksimoiden odotetun hyötynsä. Kun hyötyfunktio ilmentää tarkasti päätöksentekijän preferenssejä, kyseinen menetelmä toimiikin hyvin sekä normatiivisena että deskriptiivisenä teoriana. Ongelmia kuitenkin ilmenee, kun päätöksenteko – erityisesti lopputulemien todennäköisyydet – alkavat muodostua epäselviksi.

Tapauskohtainen päätöksentekoteoria tuo vaihtoehtoisen tavan kuvata ihmisten päätöksentekoa. Sen vahvuuksia on todennäköisyyksien – objektiiviset tai subjektiiviset – merkityksen katoaminen. TKPT:ssa päätöksenteko perustuu muistoihin, joita henkilö vertaa nykyiseen tilanteeseen. Muistojen ja nykyisen tilanteen samankaltaisuuden perusteella henkilö valitsee parhaimmaksi näkemänsä toimintavaihtoehdon.

TKPT:ssa tapaus  $(q, a, r)$  koostuu ongelmasta  $(q)$ , teosta  $(a)$  ja lopputulemasta  $(r)$ .  $M$ :llä tarkoitetaan muistia, joka koostuu menneistä tapauksista. Päätöksentekotilannetta kuvaa hyötyfunktio  $u$ , joka antaa numeraaliset arvot lopputulemille  $(r)$ , ja samankaltaisuusfunktio  $s$ , joka antaa ei-negatiiviset arvot ongelmapareille  $(p, q)$ . Kohdatessaan uuden ongelman  $p$  päätöksentekijä valitsee teon  $a$ , joka maksimoi

$$(*) \quad U(a) = U_{p,M}(a) = \sum_{(q,a,r) \in M} s(p, q)u(r)$$

missä summaus tyhjän joukon yli tuottaa nollan. (Gilboa & Schmeidler 1995, 2001.)

Mallin avulla – tai sitä mukailleen luodun tekoälyn – on huomattu tuottavan luottavia ennusteita ihmisen käyttäytymisestä yksinkertaisissa tilanteissa. Kuinka hyvin tämä yleistyy jokapäiväiseen elämään, ja siihen liittyvään päätöksentekoon, on vielä epäselvää. On kuitenkin pidettävä mielessä, että päätöksenteko ja siihen liittyvät tilanteet harvoin ovat yksinkertaisia. Monimuotoisia niistä tekevät inhimilliset ominaisuudet, joita on usein jopa vaikea havaita – edes päätöksentekijän.

Tekoälyn ja koneoppimisen aikakaudella erilaiset mieltä mallintavat teoriat ovat saaneet enenevässä määrin huomiota, eikä TKPT ole poikkeus. Intuitio Humen filosofian takana onkin hyvin yksinkertainen ja uskottava: samankaltaisista tapahtumista oletamme samankaltaisia lopputulemia. Vaikka TKPT täyttää kaikki hyvän taloustieteellisen teorian vaatimukset, se näyttää olevan paremmin hyväksytty/hyödynnetty informaatioteknologian alalla.

## LÄHTEET

- Caplin, A. – Schotter, A. (2008) *The foundation of positive and normative economics: a handbook*. Oxford university press, New York.
- Eichberger, J – Guerdjikova, A (2020) Case-Based Decision Theory: From the Choice of Actions to Reasoning about Theories, *Revue économique*, Vol. 71(2), 283-306.
- Gilboa, I. – Schmeidler, D. (1995) Case-based decision theory, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.110(3), 605-639.
- Gilboa, I – Schmeidler, D. (2001) *A theory of case-based decisions*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Gilboa, I – Schmeidler, D. (2003) Inductive Inference: An Axiomatic Approach. Teok-  
sessa: *Analogies and theories: formal models of reasoning*, toim. Itzhak  
Gilboa – Larry Samuelson – David Schmeidler (2015) 17-48 Oxford  
University Press, New York.
- Guilfoos, P. – Pape, A. (2016) Predicting human cooperation in the Prisoner's Dilemma using case-based decision theory. *Theory and Decision*, 2016, Vol.80(1), 1-32.
- Kahneman, Daniel (2011) *Thinking, fast and slow*. Farrar, Straus and Giroux, New York.
- Lovallo, D. – Clarke, C. – Camarera, C. (2012) Robust analogizing and the outside view: two empirical tests of case-based decision making. *Strategic Management Journal*, Vol.33(5), 496-512.
- Thaler, R. H. – Sunstein, C. R. (2008) *Nudge: improving decisions about health, wealth and happiness*. Yale University Press, New Haven.
- Tversky, A – Kahneman, D. (1979) Prospect theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica*, Vol.47(2), 263-292.