

Spontaani huomion kiinnittäminen lukumääriin ja sen yhteys  
laskemisen ja aritmeettisiin taitoihin

Johanna Issakainen

Pro gradu -tutkielma

Kasvatustiede

Rauman opettajankoulutuslaitos

Turun yliopisto

Maaliskuu 2021

Issakainen, Johanna: Spontaani huomion kiinnittäminen lukumääriin ja sen yhteys laskemisen ja aritmeettisiin taitoihin

Pro gradu -tutkielma, 45 s.  
Kasvatustiede  
Maaliskuu 2021

---

Tutkimuksen tavoitteena oli analysoida, missä määrin esiopetusikäiset lapset kiinnittävät spontaanista huomiota lukumääriin (SFON) sekä missä määrin SFON-tendenssi on yhteydessä heidän laskemisen ja aritmeettisiin taitoihin. SFON-tendenssi, laskemisen taito ja aritmeettiset taidot kuuluvat varhaisiin matemaattisiin taitoihin. SFON-tendenssillä tarkoitetaan lapsen spontaania taipumusta kiinnittää huomiota ympäristössä oleviin lukumääriin. Laskemisen taidot sisältävät lukujonotaidon, lukumäärän laskemisen taidon sekä numerosymbolien hallinnan. Aritmeettisilla perustaidoilla tarkoitetaan yhteen- ja vähennyslaskujen ratkaisemista, joiden kehitys alkaa jo ennen esiopetusikää. Lasten SFON-tendenssiä arvioitiin kahdella eri tehtävällä ja laskemisen sekä aritmeettisiä taitoja arvioitiin neljällä tehtävällä. Tutkimuksessa selvitettiin myös, missä määrin lapsen ikä ja sukupuoli ovat yhteydessä SFON-tendenssiin, laskemisen ja aritmeettisiin taitoihin. Tutkimukseen osallistui 30 vuonna 2014 syntynyttä lasta, jotka aloittivat esiopetuksen syksyllä 2020. Tutkija keräsi tutkimusaineiston kahdesta eri esikoulusta.

Tutkimuksen tuloksen perusteella havaittiin yksilöllisiä eroja lasten välillä sen suhteen, missä määrin he kiinnittivät spontaanista huomiota lukumääriin. Tulokset osoittivat, että SFON-tehtävät eivät tuottaneet yhdenmukaista tietoa lasten huomion kiinnittämisestä lukumääriin. Toisin sanoen lapsen kiinnittäessä huomiota lukumääriin toisessa tehtävässä, ei hän välttämättä kiinnittänyt huomiota lukumääriin toisessa tehtävässä. Tutkimuksessa havaittiin, että SFON-tendenssin yhteys lasten laskemisen ja aritmeettisiin taitoihin oli riippuvainen siitä, oliko kyseessä muistikorttipeli- vai kuvasta kertominen -tehtävä. Muistikorttipelitehtävä oli yhteydessä lasten numerosymboli-, lukujono- ja aritmeettisiin taitoihin. Kuvasta kertominen -tehtävä vaikutti negatiivisesti lasten numerosymboli- ja aritmeettisiin taitoihin. SFON-tendenssi ei ollut yhteydessä lasten esineiden laskutaitoon. Tutkimuksessa havaittiin, että lasten sukupuoli ja ikä ei ollut yhteydessä heidän suoriutumiseensa eri matemaattisissa tehtävissä.

Aiemmissä tutkimuksissa on havaittu lapsen saavan enemmän harjoittelua matemaattisia taitoja varten, jos hän kiinnittää spontaanisti useammin huomiota ympäristössä oleviin lukumääriin. On myös havaittu, että aikuisen tuella on tärkeä merkitys SFON-tendenssin ja muiden matemaattisten taitojen kehitykselle. Sen vuoksi esiopetuksessa olisikin tärkeää arvioida lapsen SFON-tendenssiä ja matemaattista osaamista, jotta myöhempiä oppimisvaikeuksia voidaan ennaltaehkäistä varhaisen tuen avulla. Tutkimus antaa varhaiskasvatuksen opettajille tärkeää tietoa lasten varhaisten matemaattisten taitojen kehityksestä sekä SFON-tendenssin yhteydestä muihin matemaattisiin taitoihin.

Asiasanat: Spontaani huomion kiinnittäminen tarkkoihin lukumääriin (SFON), SFON-tendenssi, varhaiset matemaattiset taidot, laskemisen taidot, aritmeettiset taidot

# Sisällys

1	JOHDANTO .....	4
2	VARHAISET MATEMAATTISET TAIDOT .....	6
2.1	Spontaani huomion kiinnittäminen lukumääriin (SFON) .....	7
2.2	Matemaattisten taitojen osa-alueet .....	10
2.2.1	Subitisaatio eli lukumääräisyyden taju .....	11
2.2.2	Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen .....	12
2.2.3	Laskemisen taidot .....	14
2.2.4	Aritmeettiset perustaidot .....	16
2.3	Aikuisen antaman tuen vaikutus matemaattisten osataitojen kehitykseen .....	18
3	TUTKIMUSONGELMAT.....	20
4	MENETELMÄ.....	21
4.1	Tutkimuksen toteutus .....	21
4.2	Tutkimuksessa käytetyt tehtävät .....	22
4.3	Tehtävien luotettavuus .....	25
4.4	Aineiston analysointi.....	26
5	TULOKSET .....	27
5.1	Kuvailevaa tilastotietoa lasten suoriutumisesta.....	27
5.2	Tyttöjen ja poikien suoriutuminen matemaattisissa tehtävissä .....	28
5.3	Iän vaikutus matemaattisten tehtävien suoriutumiseen .....	29
5.4	SFON-tehtävät ja yhteydet muihin matemaattisiin taitoihin.....	30
5.5	Tapauslasten SFON-tendenssin ja matemaattisten valmiuksien tarkastelu .....	33
6	POHDINTA .....	35
6.1	Tutkimustulosten yhteenveto .....	35
6.2	Tutkimuksen luotettavuus ja jatkotutkimusehdotukset .....	38
	Lähteet.....	40

# 1 JOHDANTO

Varhaisella matemaattisella osaamisella on havaittu olevan voimakas yhteys lasten myöhempiin matemaattisiin taitoihin (Clements & Sarama 2009, 1–2; Mononen, Aunio, Väisänen, Korhonen & Tapola 2017, 17), lukutaitoon (Duncan, Chantelle, Claessens, Dowsett, Magnuson, Huston, Klebanov, Pagani, Feinstein, Engel, Brooks-Gunn, Sexton, Duckworth & Japel 2007, 1443; Clements & Sarama 2009, 1–2) sekä myöhempiin akateemisiin saavutuksiin, tulotasoon ja työllistymiseen (Lago & DiPerna 2010, 164–165). Matemaattisten taitojen kehitys on voimakasta varhaislapsuuden aikana ja lasten matemaattisissa taidoissa voidaan huomata jo suuria yksilöllisiä eroja ensimmäisellä luokalla (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 217–218). Lerkkanen, Rasku-Puttonen, Aunola ja Nurmi (2005, 132) ovat tutkimuksessaan havainneet, että lasten matemaattiset taitotasojen yksilölliset erot ovat melko pysyviä ja ne ennustavat lasten myöhempää matemaattista osaamista. Myöhemmät matemaattiset taidot kehittyivät sitä paremmiksi, mitä paremmat lapsen matemaattiset taidot olivat ennen koulun aloitusta. Ennen koulun aloitusta havaitut lapsien väliset erot matemaattisissa taidoissa näyttävät kasvavan entisestään lasten siirtyessä kouluun (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004, 708). Siksi on tärkeä jo varhain kiinnittää huomiota lasten matemaattisten taitojen kehittymiseen, jotta myöhempiä oppimisvaikeuksia voidaan ennaltaehkäistä varhaisen tuen avulla (Lago & DiPerna 2010, 165; Aunio ym. 2004, 217–218).

Hannula, Mattinen ja Lehtinen (2005, 76–77) ovat tutkimuksessaan havainneet aikuisen tuella olevan vaikutusta lasten matemaattisiin taitoihin. Aikuisen olisi hyvä tuoda esille matemaattista ajattelua jokapäiväisissä tilanteissa ja esittää ne lapselle ymmärrettävässä muodossa. Lapsen kiinnostusta lukumääriä kohtaan voidaan herätellä esimerkiksi kiinnittämällä lapsen huomio ympäristössä oleviin arkisten asioiden sisältämiin lukumääriin. Tutkimuksissa on havaittu lasten välillä eroja sen suhteen, mihin he ympärillään kiinnittävät huomiota (Hannula & Lehtinen 2005, 117; Hannula 2005, 11–12; Hannula, Lepola & Lehtinen 2010, 401–402). Lapset, jotka kiinnittivät omaehtoisesti eli spontaanisti useammin huomiota ympärillään oleviin lukumääriin, saivat enemmän harjoittelua, minkä avulla matemaattiset taidot voivat kehittyä paremmiksi (Aunio ym. 2004, 208–209; Hannula ym. 2010, 401–402). Tätä lapsen yleistä spontaania taipumusta kiinnittää huomiota lukumääriin kutsutaan SFON-tendenssiksi (Hannula 2005, 17).

Tutkimuksessani tarkastelen lasten spontaania huomion kiinnittämistä lukumääriin sekä sen yhteyttä lasten laskemisen ja aritmeettisiin taitoihin. Aiemmissa tutkimuksissa on huomattu näiden

matemaattisten valmiuksien olevan positiivisesti yhteydessä toisiinsa (Batchelor, Inglis, Gilmore 2015, 87; Hannula & Lehtinen 2005, 252). Valitsin aiheen, koska minua kiinnostaa lasten matemaattisten taitojen kehitys ja se, miten taitoja voidaan tukea ennen koulun alkua ja sen jälkeen. Olen työskennellyt kolme vuotta esiopetuksessa varhaiskasvatuksen opettajana ja olen huomannut, että päiväkodin henkilökunnan keskuudessa lasten spontaani huomion kiinnittäminen lukumääriin on melko vähän tunnettu aihe. SFON-tendenssi kuuluu varhaisiin matemaattisiin taitoihin ja se on yhteydessä lasten muihin matemaattisiin taitoihin, kuten lukujonotaitoihin, esineiden laskemisen taitoihin ja aritmeettisiin perustaitoihin (Hannula & Lehtinen 2005, 252). Aiemmissä varhaiskasvatuksen opettajan opinnoissani ei mielestäni tarpeeksi kattavasti käsitelty SFON-tendenssin yhteyttä matemaattisiin taitoihin ja luokanopettajan koulutuksessakin tämä aihe käsiteltiin hyvin lyhyesti.

Tutkimuksen teoriaosassa tarkastelen ennen kouluikää kehittyviä varhaisia matemaattisia taitoja. Varhaisten matemaattisten taitojen kehittyminen tapahtuu hierarkkisesti, minkä vuoksi eri matemaattiset osa-alueet vaikuttavat toistensa kehitykseen. Siksi käsittelen myös muita varhaisia matemaattisten taitojen osa-alueita SFON-tendenssin, laskemisen taitojen ja aritmeettisten taitojen lisäksi. Aiemmat taidot tulee olla opittu, jotta lapsi voi kehittyä myöhemmissä taidoissa. (Entwisle & Alexander 1990, 454; Kinnunen, Lehtinen & Vauras 1994, 61.)

## 2 VARHAISET MATEMAATTISET TAIDOT

Lapselle on kehittynyt jo ennen syntymää keskushermoston alueet, jotka vastaavat numeerisen tiedon käsittelystä (Mononen ym. 2017, 17). Tämän vuoksi ihmisellä on synnynnäinen taipumus kiinnittää huomionsa ympäristössään oleviin matemaattisiin sisältöihin ja tilanteisiin (Aunio ym. 2004, 198). Tämän voi huomata jo pienellä lapsella, jolla on synnynnäinen kyky havaita pieniä lukumääriä niiden sijainnista, väristä, koosta tai muodosta riippumatta. Tämä valikoivaan tarkkaavaisuuteen liittyvä kyky toimii perustana muille matemaattisille taidoille. (Mattinen 2006, 32; Xu & Spelke 2000, 7.) Tutkimukset osoittavat, että jo pienet lapset osaavat havaita lukumäärien välisen eron, jos ero on tarpeeksi suuri esimerkiksi puolet suurempi toista esinejoukon määrästä, kuten neljä ja kahdeksan (Xu & Spelke 2000, 7–8; Xu & Arriaga 2007, 103). Näitä ihmisen sisäänrakennettuja kykyjä kutsutaan primaarisiksi taidoiksi (Aunio ym. 2004, 217).

Primaarisia taitoja voidaan havaita jo vauvoilla. Näitä taitoja ovat pienten lukumäärien havaitseminen, suhteellinen hahmottaminen ja yksi yhteen -vastaavuuden periaatteet. Primaarien taitojen kehitykseen ei tarvita ulkopuolista ohjausta, koska ne ovat synnynnäisesti kehittyneet. Sekundaariset taidot eivät kehity optimaalisesti ilman tavoitteellista toimintaa. Sekundaari taitojen kehitykseen tarvitaan tarkkaavaisuuden kohdentamista ja ylläpitämistä, harjoittelua sekä monien suoritusten ja taitojen yhtäaikaista suuntaamista. Sekundaari taitojen kehittyminen tapahtuu myös kielen ja primaaristen taitojen avulla. Tämän vuoksi ihminen pystyy suoriutumaan tehtävästä laskemalla silloin, kun tehtävä ylittää välittömän havaintojärjestelmän asettaman rajan. Sekundaari taidot eivät pysty kehittymään ilman kulttuurien kehittämiä laskemisjärjestelmiä. Tutkijat ovat kuitenkin eri mieltä primaarien ja sekundaari taitojen jaottelusta. (Aunio ym. 2004, 199–202.)

Matemaattisten taitojen kehitys tapahtuu hierarkkisesti, mikä tarkoittaa sitä, että myöhemmät taidot rakentuvat aiempien taitojen varaan (Entwisle & Alexander 1990, 454; Kinnunen ym. 1994, 61). Kun alemmat taidot automatisoituvat harjoittelun myötä, jää vaativampien taitojen kehitykselle enemmän prosessointitilaa. Tämän myötä lapsi pystyy suoriutumaan vaativammista laskutehtävistä. (Fuson 1988, 414–417.)

Lasten matemaattisissa taitotasossa on huomattu suuria eroja (Fuson 1988, 416). Aunolan ym. (2004, 708, 711) ja Kikas, Peets, Palu ja Afanasjev (2009, 553) ovat tutkimuksissaan havainneet lasten yksilöllisten erojen matemaattisissa taidoissa kasvavan ajan myötä suuremmiksi. Tämän voi huomata jo esiopetusikäisillä lapsilla, jotka eivät ole vielä saaneet matemaattista opetusta. Lapset, jotka olivat korkeammalla matemaattisella taitotasolla ennen esikoulun alkua, oli heidän matemaattisten taitojen

kehitys myöhemmin nopeampaa kuin lapset, jotka olivat alemmalla taitotasolla. Lasten myöhempiä matemaattisia taitoja ennustivat vahvemmin lasten varhaiset laskemisen taidot (Aunola ym. 2004, 711). Aunio ja Niemivirta (2010, 432) ovat 6-vuotiaille tehdyssä tutkimuksessaan havainneet lasten iän vaikuttavan voimakkaasti heidän laskemisen taitoihinsa. Tutkimuksessa seurattiin lasten matemaattisten taitojen kehitystä vuoden ajan. Tutkimuksen mukaan lapset menestyivät laskemisen taidon tehtävissä 7-vuoden iässä paremmin kuin 6-vuoden iässä.

Tyttöjen ja poikien matemaattisen osaamisen eroja on myös tutkittu. Eri tutkimusten tulokset poikkeavat toisistaan, joten sukupuolen vaikutuksesta lasten matemaattiseen osaamiseen on vaikea määritellä. Pisa-tutkimuksessa (2016, 51–52) on haivattu tyttöjen matemaattisen osaamisen olevan poikia parempi. Williams, White ja MaxDonald (2016, 205) ovat tutkimuksessaan huomanneet 8–9-vuotiaiden poikien suoriutumisen matemaattisissa tehtävissä olevan parempi kuin tyttöjen. Hannula ja Lehtinen (2005, 251) ovat tutkimuksessaan havainneet, että tyttöjen ja poikien SFON-tendenssillä ja matemaattisella osaamisella ei ole eroja. Myös Gerdan, Pérezin ja Ortega-Ruizin (2014, 1010–1011) ja Aunion ja Niemivirran (2010, 431) tutkimuksissa on huomattu, että sukupuoli ei ollut yhteydessä lasten varhaisten matemaattisten taitojen kehitykseen eikä myöhempään matemaattiseen suoriutumiseen.

## **2.1 Spontaani huomion kiinnittäminen lukumääriin (SFON)**

Tutkimuksissa on huomattu lasten välillä olevan eroja, mihin he ympäristössään kiinnittävät huomionsa (Hannula & Lehtinen 2001, 117; 2005, 244, Hannula 2005, 12). Osa lapsista kiinnittävät huomionsa ympäristössä olevien puiden lukumäärään, kun taas toiset kiinnittävät enemmän huomiota puiden muihin ominaisuuksiin, kuten väriin, muotoon tai lehtien kokoon. Lapsen tietoista huomion siirtämistä esinejoukon tarkkaan lukumäärään kutsutaan *spontaaniksi huomion kiinnittämisenä lukumääriin* (englanniksi Spontaneous Focusing on Numerosity eli SFON). Siihen ei kuulu suoraa ulkopuolista ohjausta, joka siirtäisi lapsen huomiota ja valikoivaa tarkkaavaisuutta. Lapsen yleinen taipumus kiinnittää spontaanisti huomionsa esinejoukkojen tai erilaisten tapahtumien lukumäärään erilaisissa tilanteissa, on nimeltään *SFON-tendenssi*. (Hannula 2005, 11–17.) Se on oma erillinen vaihe lukumäärien tunnistamisessa. Lapsen täytyy tarkastella lukumäärää esinejoukon ominaisuutena, ennen kuin voi erottaa esinejoukon tarkan lukumäärän. Pienten lukumäärien tunnistamisprosessi on nopea, jos kyseessä on alle neljä esinettä. Esineiden lukumäärän ollessa

suurempi, tunnistamisprosessina toimii samanaikainen hahmottaminen, luetellen laskeminen tai näiden yhdistelmä. (Aunio ym. 2004, 208.)

Tutkimusten mukaan SFON-tendenssi on oma taitoalueensa, joten sitä ei voida yhdistää kuuluvaksi muihin varhaisiin matemaattisiin osataitoihin. Lapsen taipumus kiinnittää huomiota lukumääriin on myös melko pysyvä ominaisuus, minkä vuoksi se ei muutu eri tehtävien välillä tai ajan kuluessa. (Hannula 2005, 39.) Lapsen iällä ei ole myöskään huomattu olevan vaikutusta SFON-tendenssiin (Hannula & Lehtinen 2005, 254). Hannulan, Räsäsen ja Lehtisen (2007, 55) 4–5-vuotiaille toteutetussa tutkimuksessa havaittiin lasten SFON-tendenssin, lukujonotaitojen, esineiden laskutaidon sekä subitisaatioon perustuvan laskemisen olevan yhteydessä toisiinsa. Lapsen yleinen taipumus kiinnittää huomionsa lukumääriin oli sitä vahvempi, mitä isompia lukumääriä lapsi pystyi laskemaan subitisaation avulla. Näiden lasten lukujonotaidot olivat myös viisivuotiaana edistyneempiä.

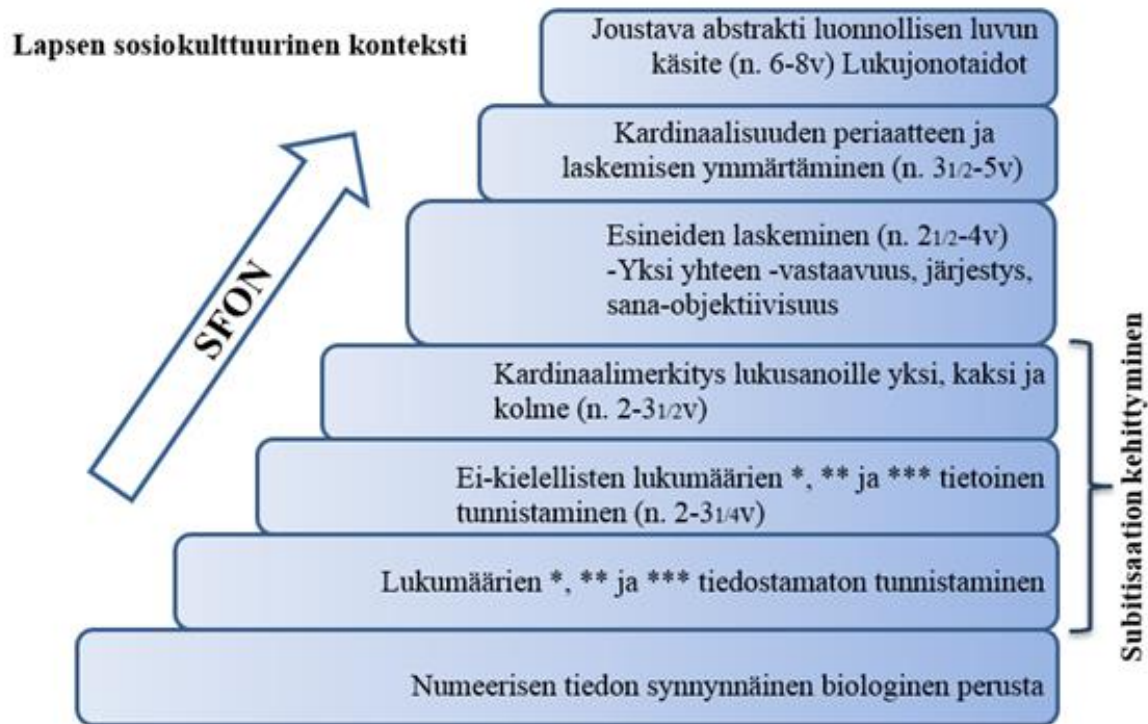
Muissa tutkimuksissakin on havaittu SFON-tendenssin vaikuttavan matemaattisiin taitoihin. Hannula ja Lehtinen (2005, 252–253) ovat havainneet tutkimuksessaan SFON-tendenssillä olevan yhteyttä lukujonon luettelemistaidon kehitykseen, esineiden laskemiseen sekä perusaritmeettisiin taitoihin. Tutkimustuloksista voidaan päätellä, että SFON-tendenssi vaikuttaa matemaattisten taitojen kehittymiseen myös senkin jälkeen, kun lapsella on kehittynyt ymmärrys lukumäärästä.

Batchelor ym. (2015, 87) ovat huomanneet 4–5-vuotiaille tehdyssä tutkimuksessa SFON-tendenssin olevan positiivisesti yhteydessä lasten aritmeettisiin taitoihin. Tätä vaikutusta voi osittain perustella SFON-tendenssin vaikuttavan ei-symbolisten numeroiden taitoihin sekä taitoon yhdistää numerosymboli ja lukumäärä toisiinsa. Hannula, Lepola ja Lehtinen (2010, 401–402) ovat myös pitkittäistutkimuksessaan havainneet SFON-tendenssin olevan yhteydessä lasten myöhempiin aritmeettisiin taitoihin. Kuviossa 1 on kuvattu SFON-tendenssin vaikutusta varhaisten matemaattisten taitojen kehittymiseen sekä niiden hierarkkista järjestäytymistä.

Mattinen (2006, 234) on huomannut kolmivuotiaalle lapsille toteutetussa interventiotutkimuksessaan, että sosiokulttuurisella tuella voidaan vahvistaa lasten SFON-tendenssiä (Kuvio 1). Sosiokulttuurinen tuki eli aikuisen antama tuki lapselle, pitää olla vuorovaikutukseltaan monipuolista ja tapahtua pidemmällä aikavälillä. Hannula, Mattinen ja Lehtinen (2005, 77) ovat saaneet omasta tutkimuksestaan myös saman suuntaisia tuloksia. Tutkimuksessa havaittiin aikuisen tarjoamalla matemaattisella aktivoinnilla olevan vaikutusta SFON-tendenssiin. Vaikutuksen määrällä havaittiin olevan vaihtelua riippuen, kuinka paljon lapsi kiinnitti huomiota lukumääriin alkumittauksen aikana.



Kontrolliryhmän lapsiin verrattuna spontaani huomion kiinnittäminen lukumääriin lisääntyi enemmän niillä lapsilla, joilla oli jo alun perin vahvempi SFON-tendenssi. Vertaillaessa koe- ja kontrolliryhmissä olevien alhaisten SFON-tendenssin lapsien tuloksia, havaittiin, ettei kehitystä ollut tapahtunut. Batchelor, Inglis ja Gilmore (2015, 87) ovat tutkimuksen nojalla tuoneet esille, että aikuisen tulisi ohjata lapsen huomiota ympärillä oleviin lukumääriin ja tämän avulla kehittää lapsen ymmärrystä lukusanojen, numerosymbolien ja lukumäärien yhteydestä.



KUVIO 1. Numeerisen tiedon ja taidon hierarkkinen rakentuminen mukailien Hannulan (2005, 19), Kuusijärven ja Ojalan (2015, 14) sekä Mattisen (2006, 33) tutkimuksia

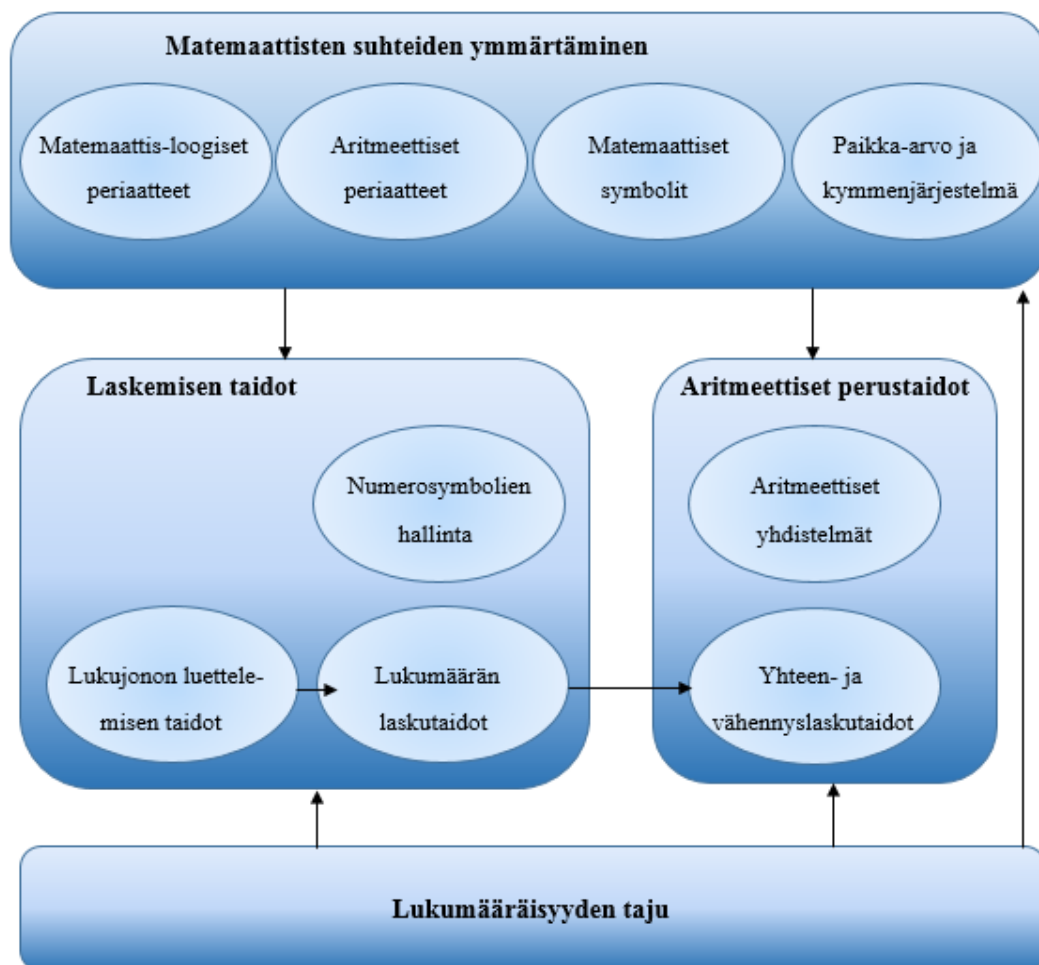
Eri tutkimuksissa on huomattu SFON-tendenssillä olevan vaikutusta myöhempisiin alakoulussa kehittyviin matemaattisiin taitoihin (Nanu, McMullen, Munck, Pipari Study Group & Hannula-Sormunen 2017, 54; Hannula-Sormunen, Lehtinen & Räsänen 2015, 169; McMullen, Hannula-Sormunen & Lehtinen 2015, 819–820). Nanu ym. (2017, 54) ovat pitkittäistutkimuksessaan huomanneet SFON-tendenssin ennustavan matemaattisia taitoja seitsemän vuotta myöhemmin. Tutkimuksessa huomattiin SFON-tendenssin vaikuttavan aritmeettisten taitojen sujuvuuteen sekä numerojonon hahmottamiseen. Hannula-Sormusen ym. (2015, 169) pitkittäistutkimuksen mukaan varhainen SFON-tendenssi ja lukujonotaidot ennustivat matemaattisten taitojen saavuttamista kuusi vuotta myöhemmin. McMullenin ym. (2015, 819–820) pitkittäistutkimuksessa on havaittu SFON-tendenssin vaikuttavan lasten myöhempisiin rationaalilukujen käsitteelliseen tietouteen. Yhteyttä

voidaan selittää sillä, että lapset harjoittelevat itsenäisesti numeroita päivittäin, minkä vuoksi luonnollisten lukujen ymmärtämisestä siirtyminen rationaalilukujen ymmärtämiseen on helpompaa.

## **2.2 Matemaattisten taitojen osa-alueet**

Eri tutkijat jaottelevat matemaattisten taitojen osa-alueita eri tavoin (Koponen, Mononen & Räsänen 2014, 336; Clements & Sarama 2009, 9–80). Tässä tutkimuksessa käsitellään varhaisten matemaattisten taitojen kehittymistä Aunio (2008, 65–68) matemaattisten taitotason mukaisella jaottelulla. Hän jaottelee matemaattiset taidot neljään päätaitoalueeseen, jotka sisältävät monia osataitoja (kuvio 2). Päätaitoalueisiin kuuluvat matemaattisten suhteiden ymmärtäminen, laskemisen taidot, aritmeettiset perustaidot ja lukumääräisyyden taju. Aiemmin on jo mainittu, että nämä matemaattiset osa-alueet kehittyvät hierarkkisesti (Aunola ym. 2004, 9; Kinnunen ym. 1994, 61). Kuviolla 2 on havainnollistettu näiden päätaitoalueiden ja osataitojen vaikutusta toisiinsa.

Varhaisiin matemaattisiin taitoihin kuuluvat lukumääräisyyden taju, matemaattis-loogiset periaatteet, laskemisen taidot ja aritmeettisten perustaitojen harjoittelu, mitkä alkavat kehittyä jo ennen kouluikää (Aunio 2008, 65). Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteissa on mainittu näiden matemaattisten taitojen kehityksen tukeminen. Perusteiden mukaan esiopetuksen tavoitteena on tukea muun muassa luokittelun, sarjoittamisen, lukujonotaitojen harjaantumisen, lukumäärän muutoksen tutkimisen sekä lukumäärien vertailun kehittymistä. Esiopetuksessa tulisi myös ohjata lasten huomion kiinnittämistä ympärillä oleviin lukumääriin sekä kehittää näiden lukumäärien yhteyttä lukusanojen ja numerosymbolien opetteluun huomioiden lasten taitotason. (Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014, 36.) Seuraavissa luvuissa käsitellään näitä varhaisia matemaattisia taitoja enemmän.



KUVIO 2. Matemaattisten taitojen neljä keskeisintä osa-aluetta (Aunio 2008, 66)

### 2.2.1 Subitisaatio eli lukumääräisyyden taju

Lukumääräisyyden taju on tärkeä matemaattinen taito, joka luo pohjaa kielellisille matemaattisille taidoille (Aunio 2008, 68) ja se on yksi tärkeimmistä pätaidoista, joka tulisi kehittyä jo pienenä lapsena (Clements & Sarama 2009, 9). Lukumääräisyyden tajulla tarkoitetaan kykyä, jolla ihminen pystyy hahmottamaan pieniä lukumääriä ilman kieleen pohjautuvaa laskemista (Aunio 2008, 68) sekä lukujen ja lukumäärien eron likimääräistä arvioimista (Mononen ym. 2017, 18–19). Tämä kyvyn perusta on kehittynyt jo syntymästä asti, joten jo pienet vauvat osaavat nähdä esinejoukkojen lukumäärällisen eron, jos esinejoukkojen lukumäärällinen ero on tarpeeksi suuri. Lukumääräisyyden taju kehittyy voimakkaasti varhaislapsuuden aikana, mutta sen jälkeen kehitys hidastuu eikä koskaan kehity kokonaan tarkaksi. (Aunio 2008, 68.) Pienien lukumäärien (1–3) hahmottaminen on tarkkaa, mutta mitä suuremmista lukumääristä on kyse, on hahmottaminen epätarkkaa ja suhteellista (Koponen ym. 2014, 337). Suurien esinejoukkojen lukumäärän tarkkaan määrittämiseen ja hahmottamiseen edellytetään kieltä ja laskemista (Gordon 2004, 497–499; Koponen ym. 2014, 337).

Lukumääräisyyden tajun ollessa hyvin kehittynyt, pystyy lapsi nopeasti sanomaan, esimerkiksi 87 ja 56 esinejoukoista, kummassa on enemmän esineitä. Lukumääräisyyden tajun ollessa heikko, joutuu lapsi käyttämään enemmän aikaa esinejoukkojen lukumäärien eron havaitsemiseen sekä lapsi joutuu laskemaan pieniäkin lukumääriä yksitellen, kuten 3 esinettä ”yksi, kaksi, kolme”. (Mononen ym. 2017, 19.) Lukumääräisyyden taju on monitulkintainen, minkä vuoksi tutkijoilla on erilaisia selitysmalleja, miten tämä kyky ilmenee (Gallistel & Gelman 1992, 58–59; Clements & Sarama 2009, 9–10; Trick & Pylyshyn 1994, 83–84).

Clements ja Saraman (2009, 9–10) mukaan lukumääräisyyden tajun voidaan jakaa kahteen malliin, *havaintoon perustuvaan subitisaatioon* (perceptual subitizing) ja *käsitteelliseen subitisaatioon* (conceptual subitizing). *Havaintoon perustuvaa subitisaatiota* käytetään silloin, kun havaitaan pieniä lukumääriä samanaikaisesti ilman laskemista. *Käsitteellisessä subitisaatiossa* ylitetään pienten lukumäärien havaintokyvyn raja, joten sen avulla pystytään hahmottamaan suurempia lukumääriä osittamalla ne pienemmiksi lukumääriksi ja yhdistämällä ne nopeasti yhteen, esimerkiksi dominopalikan kahdeksan pistettä voidaan nähdä kahtena neljän joukkoa ja siten nähdä se kahdeksana. Käsitteellinen subitisaatio on nopea prosessi eikä se ole usein tietoista toimintaa. Tässä vaiheessa lapsi voi hyödyntää lukumäärän havaitsemisen apuna sormia tai tuttuja lukumäärällisiä yhdistelmiä, kuten nopan pistekuviot. Näiden strategioiden luominen ja käyttäminen käsitteellisen subitisaation tukena auttaa lasta kehittämään numerosymbolisia ja aritmeettisiä strategioita. (Clements & Sarama 2009, 9–10; Clements 2011, 20.) Lasten lukumääräisyyden tajun kehittyessä havaintoon perustuvasta subitisaatiosta käsitteelliseen subitisaatioon, kehittyä samalla heidän numeeristen yhdistelmien laskeminen ja operointi konkreettisten esineiden laskemisesta aina numeroiden laskemiseen (Clements 2011, 20). Eri tutkimuksissa onkin huomattu, että lukumääräisyyden taju ennustavan voimakkaasti lasten myöhempiä aritmeettisiä taitoja (Lyons, Price, Vaessen, Blomert, Ansari 2014, 723; Merkley & Ansari, 2017, 23). Heikot lukumääräisyyden tajun ymmärtäminen ja prosessointi on yksi syy, miksi lapselle muodostuu matemaattisia oppimisvaikeuksia (Price & Ansari 2013, 6).

### **2.2.2 Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen**

Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen sisältää matemaattis-loogiset periaatteet, paikka-arvo ja kymmenjärjestelmä, matemaattiset symbolit sekä aritmeettiset periaatteet (kuvio 2). Näistä osaluista matemaattis-loogiset periaatteet kehittyvät ennen kouluikää, joten tässä luvussa keskitytään

siihen laajemmin. Matemaattis-loogisiin periaatteisiin kuuluvat *yksi yhteen -vastaavuus, sarjoittaminen, luokittelu ja vertailu*. (Aunio 2008, 65, 68.)

*Yksi yhteen -vastaavuutta* tarvitaan laskemisen onnistumiseen, esineiden jakamiseen, yhtä suurien lukumäärällisesti olevien esinejoukkojen päättelyyn (Aunio 2008, 68), minkä vuoksi sen oppiminen on tärkeä edellytys laskemisen taitojen kehitykselle (Mononen ym. 2017, 24). Tutkijat ovat eri mieltä yksi yhteen -vastaavuuden määritelmästä. Kajetskin ja Salmisen (2018, 94) mukaan sen tarkoittavan yhteyttä, joka on sanotun luvun ja lasketun esineen välillä. Frydmanin ja Bryantin (1988, 337–339) tutkimuksessa lapset käyttivät yksi yhteen -vastaavuutta jakaessaan esineitä. Lapset osasivat jakaa esineitä, vaikka heillä ei ollut vielä taitoa käyttää lukumäärän määrittämiseen apunaan lukujonon luettelemista. Tutkimuksessa lapsille oli annettu tehtäväksi jakaa leluille yhtä monta suklaapalaa hyödyntäen yksittäisiä- sekä kaksoispaloja. Viisivuotiailla oli jo kehittyneemmät jakamisen taidot, minkä vuoksi he huomioivat kaksoispalat jakaessaan, esimerkiksi antaessa toiselle yhden kaksoispalan, antoi he toiselle kaksi yksittäistä palaa. Neljävuotiaat oivalsivat kaksoispalojen tarkoituksen vasta palojen ollessa eriväriset. Neljävuotiaat eivät kyenneet sanomaan toisen lelun suklaapalojen lukumäärää, vaikka toisen lelun palat oli laskettu. Monosen ym. (2017, 24) mukaan yksi yhteen -vastaavuutta tarvitaan, kun lapsi jakaa esimerkiksi yhtä monta karkkia jokaiselle lapselle. Sen lisäksi yksi yhteen -vastaavuutta tarvitaan laskemisen yhteydessä, kun lapsi osaa sanoa lukusanan samaan aikaan, kun osoittaa sormella laskettavaa esinettä (Mononen ym. 2017, 24).

*Sarjoittamisen* avulla lapsi pystyy ymmärtämään lukujonon perusluku- ja järjestyslukupiirteet (Aunio 2008, 68). Sarjoittamisessa jatketaan annettua sarjaa säännönmukaisuuden mukaan, kuten esineiden järjestäminen riviin säännöllä oranssi, keltainen, oranssi, keltainen (Kajetski & Salminen 2018, 81). Sarjoittamisessa voidaan myös asettaa riviin esineen pituuden tai suuruuden mukaan (Aunio 2008, 68), kuten eri kokoisten ympyröiden järjestäminen pienimmästä suurempaan tai lukujen 1–10 järjestäminen suuremmasta pienempään (Mononen ym. 2017, 24). Taitojen kehittyessä lapselle voidaan antaa tehtäväksi selvittää, mikä luku puuttuu lukujonosarjasta, esimerkiksi 5, 6, \_, 8, 9, 10 tai 6, 9, \_, 15, 18 (Aunio 2008, 68). Sarjoittamisen harjoittelun avulla lapsi alkaa hahmottamaan myös ympäristöstään sarjoja ja jaksollisuutta (Kajetski & Salminen 2018, 81).

*Luokittelun ja vertailun* taito on oleellinen matemaattisissa ongelmanratkaisuisissa (Aunio 2008, 68). Luokittelun harjoittelu alkaa jo päiväkotikäisenä. Aluksi lapsi luokittelee yhden kriteerin mukaan, esimerkiksi koon mukaan jakaen esineet kahteen eri laatikkoon. Kehittyessään lapsi oppii luokittelemaan useamman kriteerin mukaan, esimerkiksi värin, koon ja muodon mukaan. Useamman kriteerin mukaan luokittelu on haastavampi ratkaista sekä se kuormittaa lapsen työmuistia. (Mononen

ym. 2017, 24.) Luokittelussa lapsi tekee myös päätelmiä, mitkä esineet hänen kuuluvat laskea ja mitkä esineet eivät ole laskutehtävän kannalta oleellista laskea (Aunio 2008, 68). Vertailun harjoittelu alkaa vertailemalla ympäristössään olevia esineitä ja asioita sekä oppimilla vertailusanoja, kuten enemmän, vähemmän, eniten ja vähiten (Mononen ym. 2017, 23). Vertailussa lapsi tekee myös johtopäätöksiä lukumäärien eroista ja se on tärkeä lukumäärän säilyvyyden kannalta. Lukumäärän säilyvyydellä tarkoitetaan lapsen ymmärrystä, että lukumäärä pysyy samana, vaikka esinejonon pituus muuttuisi siirtämällä esineitä kauemmas toisistaan. (Aunio 2008, 68.)

### 2.2.3 Laskemisen taidot

Laskemisen taito sisältää *lukujonotaidon, lukumäärän laskemisen taidon* sekä *numerosymbolien hallinnan*. Lasten laskemisen taidot kehittyvät lukujonon luettelemisesta lukumäärän laskemiseen ja siitä asteittain yhteen- ja vähennyslaskutaitoihin (Aunio 2008, 65; Kinnunen ym. 1994, 57–59; Kinnunen 2003, 1–6.) Ennen kouluikää kehittyvien laskemisen taitojen on havaittu ennustavan lapsen myöhempiä matemaattisia taitoja, kuten aritmeettisia taitoja (Aunio & Niemivirta 2010, 431–432; Aunola ym. 2004, 711).

*Lukujonotaitojen* kehittymiseen tarvitaan matemaattis-loogisia taitoja (Kinnunen ym. 1994, 75). Lukujonotaitoihin sisältyy kyky luetella lukujonoa eteen- ja taaksepäin, luetella lukujonoa erikokoisin hyppäyksin, luetella keskeltä lukujonoa sekä kirjoittaa sanottu luku ja nimetä numerosymbolin eli kirjoitetun luvun. Lukujonotaitoja tarvitaan esimerkiksi esinejoukon laskemisessa, käyttäen apuna lukujonon luettelemista selvittäessään esinejoukon lukumäärää sekä lukujonon luettelemista eteen- ja taaksepäin apunaan laskiessaan yhteen- ja vähennyslaskuja. Lisäksi lukujonon luetteleminen erikokoisin hyppäyksin auttaa nopeuttamaan esinejoukon lukumäärän selvittämistä sekä perusaritmeettisten laskujen laskemista. (Aunio 2008, 65–67.) Taitavalla lukujonon luettelijalla ei välttämättä tule hyviä laskemisen taitoja (Aunio ym. 2004, 203; Kinnunen 2003, 1). Laskemisen aloittaminen keskeltä lukujonoa on useammalle lapselle haastavaa, minkä vuoksi he tarvitsevat paljon harjoittelua lukujonon luettelemisessa. Lapsen aloittaessa laskemisen aina lukujonon alusta, tekee laskemisesta virhealtista, hidasta sekä se vaatii lapselta täydellistä keskittymistä. (Aunio ym. 2004, 203; Kinnunen 2003, 7–8.) Tämän vuoksi lapsi tarvitsee usein myös laskemisen tueksi ulkoisia apuvälineitä, kuten sormia, viivoitinta tai kelloa (Kinnunen 2003, 7–8). Lukujonotaitojen hallinta ovat erittäin tärkeä muiden matemaattisten taitojen kehitykselle ja oppimiselle (Aunio 2008, 67). Lukujonotaitojen vaiheittainen kehitys on oleellinen lasten

laskutaitojen, lukukäsitteen (Lusetti & Aunio 2012, 16; Koponen ym. 2014, 335) ja aritmeettisten taitojen kehityksen kannalta (Aunio & Niemivirta 2010, 428).

*Lukumäärän laskemisessa* lapsen tulee hallita lukujonon luetteleminen oikeassa järjestyksessä sekä luoda yksi yhteen -vastaavuus laskettavien esineiden, sanotun luvun ja esinettä osoittavan sormen välillä. Lapsen tulee myös ymmärtää viimeiseksi sanotun luvun olevan esinejoukon kokonaislukumäärä. Lisäksi lapsen tulee ymmärtää, että yhteen laskussa voidaan laskea erilaisia esineitä ja asioita yhteen sekä esineiden laskujärjestyksellä ei ole merkitystä, kunhan laskee jokaisen esineen yhden kerran. *Numerosymbolien hallinnassa* lapsella on taito yhdistää numerosymbolin lukusanaan sekä ymmärtää, että lukumääriä voidaan ilmaista numerosymboleilla. (Aunio 2008, 66–67.) Tämän yhteyden oppiminen on yksi tärkeimmistä tavoitteista, joka koulun alkaessa tulisi oppia (Mononen ym. 2017, 22).

Lukujonon luettelemisen taitojen kehittymisestä lukumäärän laskemiseen, voidaan erottaa kuusi eri vaihetta. Noin kahden vuoden iässä lapsella on primaarinen ymmärrys lukumääristä eli hän ymmärtää eri lukusanojen tarkoittavan eri lukumääriä. (Aunio 2008, 67.) Kolmen vuoden iässä lapsi aloittaa lukujonon lorumaisen luettelemisen, jossa lukujonoa luetaan ulkoa opitulla lorulla. Lorumainen luetteleminen ei ala aina ykkösestä, eikä sanotut lukusanat saata olla järjestyksessä. Neljävuotiaasta alkaen lapselle on kehittynyt taito käyttää lukujonoa esinejoukon lukumäärän selvittämiseen (Aunio 2008, 67; Kinnunen 2003, 1–6). Aluksi lapsi jäljittelee aikuisen lukumäärän laskemista (Koponen ym. 2014, 335), minkä avulla lapsi oppii osoittamaan sormella epätahdissa esineitä, joita hän laskee, mutta harjoittelun alussa lukusanoja saattaa tulla useampi yhden esineen kohdalla. Taidon kehittyessä lapsi oppii laskemaan yhden esineen kerrallaan sekä ymmärtää, että viimeiseksi sanottu luku on esinejoukon lukumäärä. Tässä vaiheessa noin viiden vuoden iässä lapsi joutuu aloittamaan luettelemisen aina ykkösestä, eikä laskeminen keskeltä lukujonoa vielä onnistu. 5½ vuoden iässä lapsi osaa käyttää lukujonoa apunaan karttuvan lukumäärän selvittämiseen. Tässä vaiheessa lapsi osaa aloittaa lukujonon luettelemisen keskeltä lukujonoa ja käyttää tätä taitoa apuna, kun esinejoukkoon lisätään esineitä. (Aunio 2008, 67; Kinnunen 2003, 1–6.) Ennen koulun alkua lapselle on kehittynyt ymmärrys, että lukujonon luvut ovat suuruusjärjestyksessä eli hän tietää, että edellisessä luvussa on aina yksi vähemmän ja seuraavassa luvussa on taas yksi enemmän. Lapsen lukujono alkaa laajentua sekä hän osaa lueta sitä eteen- ja taaksepäin. Lapsi oppii myös tunnistamaan numerosymboleita. Yhteen- ja vähennyslaskuissa lapsi käyttää vielä pitkää strategiaa eli lisää tai vähentää esinejoukosta luettellen yksitellen lisättävät tai vähennettävät luvut alkuperäisestä määrästä, esimerkiksi  $8 + 3$ , lapsi laskee ”kahdeksan, yhdeksän, kymmenen ja yksitoista”. Kehittyneimmässä vaiheessa lapsi ymmärtää, että lukujono on lukumäärien jono. Lapsi osaa pilkkoa lukuja ja käyttää tätä apuna yhteen-

ja vähennyslaskujen lyhyessä strategiassa, jossa laskeminen tapahtuu nopeammin ja tuttujen yhdistelmien kautta, esimerkiksi  $6 + 7 = 13$ , koska  $6 + 6 = 12$  ja siitä jää yli 1, joten saadaan 13. (Kinnunen 2003, 1–6.) Lapsi, joka esikouluiässä luettelee sujuvasti lukusanoja eteen- ja taaksepäin lukualueella 0–20, kehittyy hänelle myöhemmin koulussa paremmat ratkaisemistaidot yhteen- ja vähennyslaskuissa (Mononen ym. 2017, 22).

#### 2.2.4 Aritmeettiset perustaidot

Lukumääräisyyden taju, matemaattisten suhteiden ymmärtäminen ja laskemisen taidot vaikuttavat aritmeettisten perustaitojen kehittymiseen (Kuvio 2). Hannula ja Lepola (2006, 149) ovat 5–9-vuotiaille toteutetussa pitkittäistutkimuksessaan havainneet esikouluikäisten lukujonotaitojen, SFON-tendenssin ja aritmeettiset taitojen vaikuttavan lasten myöhempien aritmeettisiä päässä-laskutaitojen kehitykseen. Aunio ja Niemivirta (2010, 431–432) ovat pitkittäistutkimuksessaan todenneet, että ennen kouluikää saavutettujen laskemisen taitojen ennustavan aritmeettista taitotasoa ensimmäisen luokka-asteen aikana.

Aritmeettiset taidot sisältävät yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskutaidon (Mononen ym. 2017, 27). Yhteen- ja vähennyslaskujen ratkaisemistaitojen kehittyminen alkaa jo esi- ja alkuopetusvuosien aikana (Aunio 2008, 67). Alkuopetuksen keskeisiä matemaattisia sisältöjä ovat aritmeettisten taitojen ja luonnollisten lukujen periaatteiden ymmärtämisen kehittäminen. Näiden taitojen oppiminen vaatii lapselta vankkaa käsitystä lukujonosta, kymmenjärjestelmästä ja luvuista. Lapsi tarvitsee runsaasti monipuolista harjoittelua, jotta hän voi saada käsityksen näistä taidoista. (Hannula & Lepola 2006, 133, 149.)

Aritmeettisten perustaitojen kehitysvaiheen alussa lapsi käyttää esineitä apunaan laskiessaan yhteen- ja vähennyslaskuja, koska lapsi ei kykene suorittamaan laskuja ilman konkreettisia apuvälineitä. Tässä vaiheessa lapsi suoriutuu laskemisesta ainoastaan pienillä lukumäärillä, esimerkiksi lapsen laskiessa  $3 + 1$ , hän siirtää kolmen pinoon vielä yhden esineen lisää. Seuraavassa kehitysvaiheessa lapsi käyttää konkreettisten esinejoukkojen laskemiseen apuna lukujonon luettelemista, osoittaen aina yhtä esinettä kerrallaan ja sanoen samalla lukusanan. Kehittyneemmässä vaiheessa lapsi ei tarvitse esineitä laskemisen tukena. (Aunio 2008, 67–68; Mononen ym. 2017, 27.)

Butterwothin (2005, 9) mukaan yhteenlaskustrategian kehityksestä voidaan nähdä kolme eri vaihetta. *Ensimmäisessä vaiheessa* lapsi laskee yhteenlaskun molemmat luvut ykkösestä alkaen sekä käyttää molempien käsien sormia avukseen. Esimerkiksi lapsi laskee laskun  $3 + 5$  nostamalla ensin toisesta



kädestä sormet ylös ”yksi, kaksi, kolme” ja sen jälkeen toisen käden sormet ”yksi, kaksi, kolme, neljä, viisi”. Tämän jälkeen lapsi pystyy laskemaan ylhäällä olevien sormien lukumäärän ja pääsemään yhteenlaskun tulokseen. *Toisessa vaiheessa* lapsi on oivaltanut, että hänen ei tarvitse laskea yhteenlaskun ensimmäistä lukua eikä aina ykkösestä alkaen. Esimerkiksi lapsi aloittaa laskemisen sanomalla luvun ”kolme” ja jatkaa laskemista sormilla ”neljä, viisi, kuusi, seitsemän, kahdeksan”. *Kolmannessa vaiheessa* lapsi ymmärtää laskemisen olevan vähemmän virheeltistä ja aikaa säästävää, jos aloittaa laskemisen isommasta luvusta lisäten siihen pienemmän luvun. Esimerkiksi lapsi sanoo luvun ”viisi” ja jatkaa laskemista ”kuusi, seitsemän, kahdeksan”.

Aritmeettisten taitojen harjaantuessa, lapsi pystyy suorittamaan laskutehtäviä ilman laskemista palauttamalla muististaan käytettyjä laskuyhdistelmiä (Aunio 2008, 68), esimerkiksi hän voi suoriutua vaivatta laskusta  $3 + 3 = 6$ . Aritmeettisten strategioiden kehittyessä hyväksi, pystyy lapsi käyttämään tehtävien ratkaisuun opettuja tai itse keksimiä matemaattisia yhtälöitä (Aunio 2008, 68). Näitä strategioita voivat olla esimerkiksi *laskeminen toisen laskun kautta* sekä *pilkkominen osavaiheisiin ja uudelleen kokoaminen*. *Laskeminen toisen laskun kautta* -strategiassa lapsi käyttää apunaan tuttuja laskuyhdistelmiä, esimerkiksi laskussa  $5 + 6$ , hän muistaa  $5 + 5$  olevan 10, joten lukuun 10 tulee lisätä yksi lisää, jolloin saadaan tulos. *Pilkkominen osavaiheisiin ja sen uudelleen kokoaminen* -strategiassa lapsi pilkkoo lukuja muodostamalla niistä lukuja, joihin on helpompi lisätä laskun loput lukumäärät, kuten luku kymmenen. Laskussa  $7 + 6$  lapsi pilkkoo luvun 6 saaden  $7 + 3 + 3$ . Tämän jälkeen on helppo lisätä lukuun kymmenen vielä kolme. (Fuson 1988, 285; Koponen, Mononen, Kumpulainen & Puura 2011, 11; Clements 2011, 22–23.)

Matemaattiset vaikeudet ilmenevät lapsella muun muassa haasteina palauttaa muististaan aritmeettisiä strategioita, joka saattaa näkyä lapsen laskiessa laskun väärin tai laskemisen hitautena. Laskemisen hitaus johtuu siitä, että lapsi joutuu käyttämään muistista hakemisen sijaan pidempää laskustrategiaa. (Mononen ym. 2017, 65.) Pitkässä strategiassa lapsi ei osaa pilkkoa lukuja ja koota niitä uudestaan, vaan hän käyttää laskemisen tukena lukujonon luettelemista konkreettisten esineitä apuna käyttäen, esimerkiksi lapsi laskee ensin toisen esinejoukon määrän ja sitten lisää yksitellen lisää esineitä esinejoukkoon (Koponen 2003, 7–8). Tutkimuksessa on kuitenkin huomattu, että lasten laskemisen sujuvuuteen pystytään vaikuttamaan harjoittelemalla erilaisia aritmeettisiä strategioita (Koponen, Sorvo, Dowker, Räikkönen, Viholainen, Aro, M. & Aro, T. 2018, 11).

## 2.3 Aikuisen antaman tuen vaikutus matemaattisten osataitojen kehitykseen

Aikuisen antaman tuen on huomattu vaikuttavan lapsen SFON-tendenssiin (Hannula ym. 2005, 77) ja muiden matemaattisten taitojen kehitykseen. Aikuisen tulisi ohjata lapsen huomio ympärillä oleviin esineiden lukumääriin, niiden muutoksiin ja eroihin sekä erilaisten esineiden luokitteluperusteisiin. Aikuiset voivat tukea lapsen huomion kiinnittämistä lukumääriin tarttumalla lapsen havainnoista tekemiin pohdintoihin. (Aunio ym. 2004, 211.) Aikuisen tehtävänä olisi sanoittaa lapsen toimintaa matemaattisin käsittein ja tämän avulla edistää muun muassa lapsen ympäristön havainnointia. (Koponen ym. 2014, 340). Tämän kautta aikuiset ilmaisevat lapselle, mihin heidän mielestään olisi tärkeintä kiinnittää huomionsa ympäristössä (Aunio ym. 2004, 211).

Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteissa oppimiskäsitys pohjautuu ajatukselle, jossa oppimisen tulisi olla vuorovaikutteista ja tapahtua muiden lasten, aikuisten sekä lähiympäristön kanssa. Oppiminen tulisi olla kokonaisvaltainen tapahtuma, jossa yhdistetään lapsen omia tunteita, aistihavaintoja, kokemuksia ja ajattelua. (Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014, 16.) Päivittäisellä harjoittelulla voidaan vahvistaa lasten lukumäärien havainnointia ja niiden kuvailua matemaattisin käsittein, lukusanoin ja numeroin. Harjoittelu tulisi tapahtua tavalla, jolla alle kouluikäinen lapsi jäsentää ympäristöä. Näitä tapoja ovat leikin ja lapsen oman toiminnan kautta tapahtuva harjoittelu. (Koponen ym. 2014, 341). Varhaiskasvattajien tulisi hyödyntää myös arjen tilanteet pedagogisena mahdollisuutena (Mattinen 2006, 236), koska ne toistuvat usein samanlaisina ja ovat lapsille tuttuja tilanteita, jonka takia lapsilla on enemmän voimavaroja sisäistää matemaattisia käsitteitä. Arkitilanteissa voidaan harjoitella matemaattisia valmiuksia sekä ohjata lapsen huomiota ympärillä oleviin lukumääriin, kuten lautasella olevien perunoiden ja kalapuikkojen lukumäärään. Lapsi saa runsaasti mahdollisuuksia harjoitella matemaattisten käsitteiden käyttöä, jos arkitilanteetkin hyödynnetään pedagogisesti. (Koponen ym. 2014, 342–343.) Oppimista tapahtuu myös lapsen ottaessa mallia taitavammilta lapsilta (Aunio ym. 2004, 211). Tutkimuksessa on huomattu, että lapsia kiehtoo matemaattiset sisällöt vapaan leikin aikana. Lapset tutkivat usein kuvioita, muotoja, koon vertailua ja lukujen luettelemista. On kuitenkin huomattu, että aikuisen tarjoamalla matemaattisilla aktiviteeteilla on suurempi vaikutus lasten matemaattisten taitojen kehitykseen. (Seo & Ginsburg 2011, 103.)

Varhaiskasvatuksessa ja esiopetuksessa voidaan oppimisympäristön muokkaamisella tehdä siitä matemaattisesti kiinnostava. Tämän avulla matematiikka tulee näkyväksi ja merkitykselliseksi lapsille sekä niiden avulla oppiminen tapahtuu motivoitusti ja monipuolisesti. Oppimisympäristön muokkaamisella voidaan ennaltaehkäistä joidenkin lapsien myöhempää matemaattisten taitojen tuen

tarvetta. Oppimisympäristöön voidaan tuoda esille erilaisia laskettavia asioita, kuten kuvia, leluja tai askelia. Lapsia voidaan myös ohjata pelien ja leikkien pariin, jotka kehittävät lasten luku- ja numerotaitoja. (Mononen ym. 2017, 140.)

Lasten välillä on eroja, kuinka paljon he havainnoivat ympäristöä ja osaavat kuvailla omia havaintojaan, minkä vuoksi osa lapsista tarvitsee enemmän aikuisen ohjausta (Koponen ym. 2014, 340). Lapselle annettavan tuen määrään vaikuttaa myös, millä kehitystasolla lapsi on varhaisissa matemaattisissa taidoissa sillä hetkellä. Varhaisemmassa oppimisen vaiheessa lapsi tarvitsee enemmän aikuisen antamaa tukea, kun taas myöhemmässä vaiheessa tuen määrää voidaan vähentää. Uuden taidon kehittyminen tapahtuu lapsen ja aikuisen yhteistoiminnan kautta aina itsenäisemmän toiminnan tasoon. Itsenäisen toiminnan tasolla lapsi ei ole riippuvainen aikuisen ulkopuolisesta avusta, vaan hän selviytyy itsenäisesti matemaattisista tehtävistä. (Mattinen, Räsänen, Hannula & Lehtinen 2008, 41–42.)

### 3 TUTKIMUSONGELMAT

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli analysoida, kuinka vahvasti lasten spontaani huomion kiinnittäminen lukumääriin (SFON-tendenssi) on yhteydessä laskemisen ja aritmeettisiin taitoihin esiopetusikäisillä lapsilla. SFON-tendenssiä mittaava muistikorttipelitehtävä on ollut käytössä Nanun, Laakkosen ja Hannula-Sormusen (2020) tutkimuksessa. Myös SFON-tendenssiin liittyvä kuvasta kertominen -tehtävä on ollut käytössä muun muassa Batchelorin, Inglisin ja Gilmoren (2015) tutkimuksessa. Lisäksi halusin selvittää, onko lasten sukupuolella sekä iällä vaikutusta lasten spontaaniin huomion kiinnittämiseen lukumääriin, laskemisen ja aritmeettisiin taitoihin.

Tutkimuksessa vastataan seuraaviin tutkimuskysymyksiin:

1. Onko lasten sukupuolella vaikutusta tehtävistä suoriutumiseen?
2. Missä määrin lapsen ikä on yhteydessä suoriutumiseen SFON-tendenssi, laskemisen ja aritmeettisten taitojen tehtävissä?
3. Missä määrin lapset kiinnittävät spontaanisti huomiota lukumääriin muistikorttipeli- ja kuvasta kertominen -tehtävien aikana?
4. Missä määrin lasten suoriutuminen SFON-tendenssi -tehtävissä on yhteydessä heidän laskemisen taitoihin?
5. Missä määrin lasten suoriutuminen SFON-tendenssi -tehtävissä on yhteydessä heidän aritmeettisiin taitoihin?

Aiempien tutkimustulosten perusteella oletan, että lasten SFON-tendenssi on yhteydessä ja heidän laskemisen ja aritmeettisiin taitoihin.

## 4 MENETELMÄ

### 4.1 Tutkimuksen toteutus

Tutkimus noudattaa kvantitatiivista lähestymistapaa, jonka vuoksi tulokset esitetään määrällisessä muodossa ja niitä analysoidaan tilastomatematiikan keinoin (Soininen & Merisuo-Storm 2009, 31). Tulokset havainnollistetaan numeerisesti taulukoiden ja kuvioiden avulla. (Heikkilä 2014, 15.) Tässä tutkimuksessa myös selvitetään tilastomatemattisin keinoin eri tehtävien välistä riippuvuutta (Heikkilä 2014, 15), joten tutkimustyyppinä on korrelaatiotutkimus. Korrelaatiotutkimuksella pyritään selvittämään muuttujien välistä suhdetta ja yhteyttä toisiinsa eli vaikuttavatko muuttujat toistensa ilmenemiseen. (Soininen & Merisuo-Storm 2009, 106; Nummenmaa 2009, 34.)

Tutkimusaineisto kerättiin kahdesta Pirkanmaan alueen esikoulusta. Tutkimukseen osallistui 30 lasta, jotka olivat syntyneet vuonna 2014 ja jotka aloittivat syksyllä 2020 esikoulun. Tutkimukseen osallistuneilta lapsilta edellytettiin suomen kielen ymmärrystä, eikä heillä saanut olla diagnosoituja oppimisvaikeuksia, tarkkaavaisuuden häiriöitä tai neurologisia häiriöitä. Tämän vuoksi tutkimukseen osallistuneet lapset ovat valittu harkinnanvaraisella otannalla (Heikkilä 2014, 39; Holopainen, Tenhunen & Vuorinen 2004, 19; Soininen & Merisuo-Storm 2009, 121–122).

Tutkimuksen toteutukseen pyydettiin lupa päiväkotien johtajilta ja esiopetusryhmän varhaiskasvatuksen opettajilta. Sen lisäksi lasten vanhemmilta kerättiin kirjallinen lupa, jolla pyydettiin heidän suostumuksensa lapsen osallistumisesta tutkimukseen. Tutkimusluvassa tiedotettiin vanhemmille tutkimuksen tekemisestä ja kuka siihen osallistuu sekä koska tehtävätilanteet suoritetaan. (Soininen & Merisuo-Storm 2009, 128.) Lapsilla oli mahdollisuus kieltäytyä tutkimukseen osallistuminen sekä keskeyttää tehtävätilanne. Kaksi lasta, joilla oli tutkimuslupa, halusivat kieltäytyä tehtävätilanteeseen osallistumisesta.

Tutkimusaineisto kerättiin kuudella erilaisella matemaattisilla taito- ja arvioivilla tehtävillä. Spontaania huomion kiinnittämistä lukumääriin (SFON) mitattiin kahdella tehtävällä, laskemisen taitoja mitattiin kolmella tehtävällä ja aritmeettisiä taitoja mitattiin yhdellä tehtävällä. Tehtävät olivat kehittäneet eri yliopistotutkijat ja olen saanut tehtävien käyttöön luvan professori Hannula-Sormuselta.

Tutkimukseen osallistuvien esiopetusryhmien henkilökunnalle annettiin ennen tutkimusta ohjeistus, jossa neuvottiin välttämään matemaattisten aiheiden opetusta ja käsittelyä samana päivänä kuin tehtävätilanne oli. Henkilökuntaa kehoitettiin myös suuntamaan lasten huomio muuhun asiaan tilanteissa, joissa lapset saattoivat keskustella keskenään tehtävistä. Tehtävätilanteet toteutettiin

normaalin esiopetuspäivän aikana erillisessä huoneessa, jossa yksi lapsi oli kerrallaan tutkijan kanssa. Tehtävätilanteet kestivät noin 30 minuuttia ja ne videokuvattiin, jotta aineistoa voitiin tarkastella myöhemmin. Ennen tutkimusta tutkija keskusteli lapsen kanssa arkisista asioista, jotta lapsi koki turvalliseksi kertoa asioita tutkijalle. Tällä pyrittiin siihen, että lapsi haluaisi tehdä tehtäviä tutkijan kanssa sekä kertoisi omista havainnoistaan tehtävien aikana.

## 4.2 Tutkimuksessa käytetyt tehtävät

### Muistikorttipeli (SFON)

Muistikorttipelitehtävän aikana testaajalla oli neljä erilaista korttipakkaa, jotka oli lajiteltu kortissa esiintyvien kuvien mukaan juna, piirustusväline, välipala ja lego -pakkoihin. Testaajan pakassa oli samasta aiheesta neljä erilaista korttia. Lapsen korttipakassa oli aina yksi kortti jokaisesta aiheesta ja näille korteille löytyi samanlainen pari testaajan pakoista. Tehtävän aikana lapsen tuli katsoa pakkansa päällimmäistä korttia viiden sekunnin ajan, minkä jälkeen kortti käännettiin väärinpäin. Lapsen tuli kertoa testaajalle kaiken, minkä muisti kortista. Sen jälkeen testaaja etsi samanlaisen kortin omasta pakasta. Testiä jatkettiin samanlailla jokaisen pakan kohdalla ja lopuksi lapsen kanssa tarkastettiin, löysikö testaaja samanlaiset kortit kuin lapsella oli. Testaaja tiesi ennakkoon, millaiset kortit lapsella oli, jotta pystyttiin takamaan lapselle onnistumisen kokemus. Se, kuinka paljon lapsi kertoi kuvasta, ei ollut merkitystä korttien löytämisen kanssa.

Lapsi sai tehtävästä pisteitä, jos hän sanoi tarkan lukumäärän tai ilmaisi kiinnittäneensä lukumäärään huomiota esimerkiksi sanomalla *”kuvassa oli kyniä, mutta en muista kuinka monta niitä oli”*. Lapsi sai pisteitä myös esimerkiksi nostamalla sormia pystyyn, jos lapsi ilmaisi sillä havainnoimaansa lukumäärää. Tehtävällä ei ollut enimmäispistemäärää. Esimerkiksi lapsi sai kaksi pistettä, jos hän ilmaisi kiinnittävänsä huomionsa lukumääriin sanomalla *”siinä oli kaksi napin näköistä palasta ja kaksi legoukkoa”*. (Hannula, Grabner, Lehtinen, Laine, Parkkola & Ansari 2009; Nanu, Laakkonen & Hannula-Sormunen 2020.)

### Kuvasta kertominen (SFON)

Kuvasta kertominen -tehtävässä oli kolme erilaista kuvaa, jotka näytettiin lapselle yksitellen. Jokaisen kuvan kohdalla lasta pyydettiin kertomaan, mitä hän näkee kuvassa. Lasta ei ohjattu missään vaiheessa, mihin asioihin hänen tulisi kuvassa huomionsa kiinnittää eikä tehtävässä rajattu lapsen vastausaikaa. Lapselta kysyttiin *”oliko siinä kaikki?”*, varmistaakseen, että hän oli lopettanut kuvasta kertomisen. Testaaja kirjoitti tehtävätilanteen aikana lomakkeelle lapsen vastauksen, niin hyvin kuin

tilanteessa ehti. Myöhemmin videomateriaalin avulla testaa ja täydensi vastauksia. Lapsi sai tehtävästä pisteitä joka kerta lapsen mainittaessa tarkan lukumäärän. Tehtävällä ei ollut enimmäispistemäärää. Esimerkiksi lapsi sai kaksi pistettä, jos hän ilmaisi kiinnittäneensä huomiota lukumääriin sanomalla ”*siellä on kaksi perhosta ja kukkia on kolme, poika yrittää napata perhosia ja tytöllä on hiuksissa kukka*”. (Batchelor, Inglis, & Gilmore 2015.)

### **Numerosymboli**

Numerosymboli tehtävässä arvioitiin lapsen numerosymbolien tunnistamista. Numerosymbolit näytettiin lapselle yksitellen ja lapsen tehtävänä oli nimetä numero ääneen. Numerosymbolit alkoivat helpommista alle 10 olevista numeroista ja vaikeutuen aina satoihin ja tuhansiin asti. Lapsi sai pisteen aina, kun nimesi numeron oikein. Tehtävä lopetettiin, jos lapsi nimesi kolme peräkkäistä numeroa väärin. Tästä tehtävästä oli mahdollista saada 27 pistettä. (Nanu, Laakkonen & Hannula-Sormunen 2020.)

### **Lukujonotaidot**

Lukujonotaitojen tehtävän ensimmäisessä osiossa lapsen tuli luetella lukuja eteenpäin luvuista 3, 8, 12, 19 ja 24. Toisessa osiossa lapsen tuli luetella lukuja eteenpäin luvusta 2 lukuun 7, luvusta 6 lukuun 11, luvusta 14 lukuun 19 ja luvusta 18 lukuun 25. Kolmannessa osiossa lapsen tuli luetella lukuja taaksepäin luvusta 4, 8, 12, 19, ja 24. Neljännessä osiossa lapsen tuli luetella taaksepäin luvusta 6 lukuun 3, luvusta 13 lukuun 8, luvusta 19 lukuun 15 ja luvusta 23 lukuun 18. Tehtävissä, jossa lapsen tuli luetella luvusta eteen- tai taaksepäin, lopetettiin lapsen luetteleminen neljän luetellun luvun jälkeen. Lapselle annettiin mahdollisuus kerran spontaanista korjata yritystään. Lapsi sai pisteen, jos luetteloi oikein jokaisen luvun. Tehtävästä oli mahdollista saada 18 pistettä. (Hannula & Lehtinen 2005.)

### **Esineiden laskutaito**

Lapsen tehtävänä oli laskea ääneen huolellisesti, monta esinettä pöydällä oli. Satunnaisesti asetetut siirrettävät esineet olivat maalattuja puisia nappeja. Lapsen eteen asetettiin esineet järjestyksessä 3, 5, 7, 13, 19 ja 23. Suurin luku, johon lapsi osasi laskea, määrittä hänen esineiden laskutaidontason. Laskeminen tulkittiin virheettömäksi, jos lapsi sanoi numerosanat oikeassa järjestyksessä, osoitti sormellaan kerran jokaiselle laskettavalle esineelle, ja lapsi ymmärsi yksi yhteen -vastaavuuden sanotun luvun ja osoitetun esineen välillä. Laskemista ilman sormella osoittamista pidettiin myös oikeana, jos lapsi sanoi numerosanan ja järjestyksen virheettömästi. Tehtävästä oli mahdollista saada 23 pistettä. (Hannula & Lehtinen 2005.)

## Aritmeettiset taidot

Tehtävässä mitattiin lasten aritmeettisiä taitoja kahdella erityyppisellä yhteen- ja vähennyslaskutehtävillä. Ensimmäisissä tehtävissä yhteenlaskutehtäviä laskettiin konkreettisten leikkikarkkien avulla. Lapsi ei kuitenkaan pystynyt niiden avulla laskemaan tarkkaa lukumäärää, koska testaja näytti lapselle lisättävät karkit niin nopeasti. Tehtävätilanne eteni seuraavasti: Lapselle näytettiin testajan kädessä olevat esimerkiksi neljä karkkia sekä testaja ohjeisti laskutehtävää seuraavasti ”*Minulla on tässä neljä karkkia, minä laitan ne tämän laatikon alle. Sitten laitan sinne kolme karkkia lisää. Kuinka monta karkkia laatikon alla on nyt?*” Yhteenlaskukarkkitehtäviä oli kolme ja ne etenivät helpoimmasta vaikeampaan. Yhteenlaskukarkkitehtävän enimmäispistemäärä oli kolme.

Karkkitehtävien jälkeen lapsen tuli laskea yhteenlaskutehtäviä ilman karkkien apua. Näitä tehtäviä oli yhteensä yhdeksän. Testaja sanoi lapselle yksitellen yhteenlaskutehtävät ja tehtävät etenivät helpommasta vaikeampaan esimerkiksi alkaen laskusta  $2 + 2$  edeten lopuksi laskuun  $87 + 14$ . Tehtävä lopetettiin kahden peräkkäisen virheen jälkeen. Tästä osiosta oli mahdollista saada pisteitä enimmillään yhdeksän.

Yhteenlaskutehtävien jälkeen laskettiin vähennyslaskutehtäviä, jotka etenivät samanlailla ja samassa järjestyksessä kuin yhteenlaskutehtävät. Aluksi kolme vähennyslaskutehtävää laskettiin konkreettisten leikkikarkkien avulla ja sen jälkeen yhdeksän vähennyslaskua laskettiin ilman leikkikarkkeja esimerkiksi alkaen laskusta  $3 - 1$  edeten lopuksi laskuun  $92 - 15$ . Karkkiosioista oli mahdollista saada yhteensä kolme pistettä ja ilman leikkikarkkeja olevasta osiosta yhteensä yhdeksän pistettä.

Tätä aritmeettisten taitojen -tehtävää voidaan käyttää kahdeksanvuotiaaksi asti. Yhteen- ja vähennyslaskutehtävät, joissa ei käytetty leikkikarkkeja, oli suunnattu vanhemmille lapsille. Tehtävän yhteen- ja vähennyslaskukarkkiosiosta enimmäispistemäärä oli kuusi ja laskutehtävät, jotka laskettiin ilman karkkeja, oli enimmäispistemäärä kahdeksantoista. Koko tehtävästä oli siis mahdollista saada yhteensä 24 pistettä. (Hannula & Lehtinen 2005; Nanu, Laakkonen & Hannula-Sormunen 2020.)



### 4.3 Tehtävien luotettavuus

Tutkin kuuden käyttämäni tehtävän sisäistä konsistenssia eli tehtäväosioiden johdonmukaisuutta Cronbachin alfa -kertoimen avulla. Tällä tavoin pyrin selvittämään tehtävien luotettavuutta sekä tarkastella, mittaavatko tehtäväosiot samaa asiaa. Cronbachin alfa -kertoimen arvot vaihtelevat välillä [0,1] (Heikkilä 2014, 178). Tehtäväosiot ovat sitä yhdenmukaisempia, mitä lähempänä Cronbachin alfa -kerroin on arvoa 1. Vastaavasti, jos arvo lähenee nollaa, voidaan päätellä, että tehtäväosiot eivät mittaa samaa asiaa. (Tähtinen, Laakkonen & Broberg 2020, 87.) Cronbachin alfa -kertoimella ei ole absoluuttista kriteeriarvoa, jonka sen tulisi ylittää, mutta mielellään arvon olisi hyvä olla yli 0,7 (Heikkilä 2014, 178). Korkea Cronbachin alfa -kertoimen arvo kertoo sen, että tutkimukseen osallistuneet lapset ovat vastanneet samassa tehtävässä samalla tavalla eri tehtäväosioissa. Lisäksi korkea arvo kuvaa myös sitä, että tehtävä erottelee tehokkaasti mitattavat lapset toisistaan. (Metsämuuronen 2006, 443.)

Taulukosta 1 voidaan tarkastella Cronbachin alfa -kertoimen arvojen avulla mittaavatko tehtäväosiot samaa asiaa. Muistikorttipelitehtävässä oli neljä tehtäväosiota, joissa jokaisessa osiossa oli käytössä eri teemalla olevat muistikortit. Kertoimen arvo oli muistikorttipelitehtävien välillä 0,86. Kuvasta kertominen -tehtävä sisälsi kolme erilaista kuvaa, josta lapsen tuli kertoa. Tehtäväosioiden Cronbachin alfa -kertoimen arvoksi tuli 0,84. Laskemisen taidon tehtävä sisälsi kolme erilaista tehtävää. Kertoimen arvoksi tuli 0,77. Aritmeettisten taitojen tehtävässä oli käytössä neljä tehtäväosiota, joista saatiin kertoimen arvoksi 0,75. Cronbachin alfa -kertoimen arvoista voidaan tehdä johtopäätös, että jokaisen tehtävien eri osiot mittaavat samaa asiaa, joten ne ovat johdonmukaisia ja luotettavia.

TAULUKKO 1. Matemaattisten tehtävien reliabiliteetti

<b>Reliabiliteetti</b>		
	Cronbachin alfa	Tehtävien lukumäärä
Muistikorttipelitehtävät	0,862	4
Kuvasta kertominen -tehtävät	0,838	3
Laskemisen taidon tehtävät	0,765	3
Aritmeettisten taitojen tehtävät	0,752	4

#### 4.4 Aineiston analysointi

Aineiston tilastollisessa analysoinnissa käytin SPSS-ohjelmaa. Tunnuslukujen ja jakaumien kuvailussa käytin keskiarvoja, keskihajontaa ja vinoutta. Keskiarvoa ja keskihajontaa hyödynnetään muuttujan tyypillisten arvojen suuruuden kuvailuun. Vinouden avulla kuvataan muuttujan arvojen jakautumista keskiarvon ympärille. (Nummenmaa 2009, 61, 66). Testasin sukupuolen vaikutusta lasten tehtävistä suoriutumiseen riippumattomien ryhmien t-testillä. T-testin avulla voidaan verrata kahden ryhmän välisiä keskiarvojen poikkeavuutta sekä ovatko erot tilastollisesti merkitseviä (Nummenmaa 2009, 171; Tähtinen ym. 2020, 122). Iän yhteyden vaikutusta lasten tehtävistä suoriutumiseen testasin yksisuuntaisella varianssianalyysillä eli ANOVA-testillä. Varianssianalyysiä voidaan käyttää useamman ryhmän keskiarvojen vertaamiseen sekä selvittää ovatko erot tilastollisesti merkitseviä (Tähtinen ym. 2020, 140).

Tarkastelin SFON-, laskemisen taitojen ja aritmeettisten taitojen tehtävien välistä korrelaatiota Pearsonin korrelaatiokertoimen avulla, koska tehtävien muuttujat ovat välimatka-asteikollisia sekä tutkimuksen otoskoko oli pieni. Pearsonin korrelaatiokertoimen edellytyksenä on, että muuttujat ovat vähintään välimatka-asteikollisia (Valli 2015, 100). Korrelaatiokertoimen arvot vaihtelevat  $[-1, 1]$  välillä. Arvon ollessa lähellä nollaa, voidaan todeta muuttujien välillä ei ole yhteyttä. Muuttujien välillä on sitä vahvempi korrelaatio, mitä korkeampi korrelaatiokertoimen arvo on. (Metsämuuronen 2006, 259–260; Valli 2015, 89.) Korrelaatiokertoimen arvon ollessa yli 0,7 voidaan todeta riippuvuuden olevan voimakas. Riippuvuus on kohtalainen tai merkitsevä, jos arvo asettuu 0,3 ja 0,7 välille. Alle 0,3 arvo kertoo riippuvuuden olevan heikkoa tai olematon. (Tähtinen ym. 2020, 186.)

Hypoteesien ja korrelaatiokertoimen arvon merkitsevyydestä testauksessa käytetään hyödyksi p-arvoja eli havaittuja merkitsevyydestä. Merkitsevyydestä kertoo, millä todennäköisyydellä vaihtoehtoinen hypoteesi on väärä. P-arvot vaihtelevat välillä  $[0, 1]$ . P-arvon ollessa pienempi kuin 0,05 voidaan hylätä  $H_0$  (nollahypoteesi) ja todeta keskiarvojen eron tai korrelaation olevan tilastollisesti merkitsevä. (Nummenmaa 2009, 148–149; Tähtinen ym. 2020, 40–41.) Merkitsevyydestä vaikuttaa myös otoskoon suuruus (Metsämuuronen 2006, 259). Otoskoon ollessa pieni, tulee korrelaatiokertoimen olla suurempi, jotta voidaan todeta muuttujien välisen riippuvuuden olevan tilastollisesti merkitsevä. (Tähtinen ym. 2020, 186.)

## 5 TULOKSET

Esittelen tutkimuksen tulokset kolmessa osassa. Ensimmäisessä osassa kuvailen tunnuslukuja eri tehtävien osalta. Tutkin myös, onko tyttöjen ja poikien välillä eroa eri tehtävistä suoriutumiseen sekä onko lapsen ikä yhteydessä tehtävissä menestymiseen. Toisessa osassa analysoin SFON-tehtävistä saatuja pisteiden jakautumista sekä onko SFON-tehtävien välillä korrelaatiota. Kolmannessa osassa käsittelen SFON-, laskemisen sekä aritmeettisten tehtävien välistä korrelaatiota. Lopuksi tarkastelen kolmen tapauslasten suoriutumista tehtävistä.

### 5.1 Kuvailevaa tilastotietoa lasten suoriutumisesta

Taulukosta 2 voidaan tarkastella lasten suoriutumista eri tehtävissä. Kuvasta kertominen -tehtävän keskiarvo oli hieman suurempi kuin muistikorttipelitehtävän sekä kuvasta kertominen -tehtävän keskihajonta on pienempi kuin muistikorttipelitehtävän. Sen lisäksi muistikorttipelitehtävän aineisto on voimakkaasti oikealle vino, joka viittaa siihen, että suurin osa lapsista on kiinnittänyt spontaanisti huomiota lukumääriin heikosti tehtävän aikana. SFON-tehtävien tunnuslukujen perusteella voidaan päätellä, että lapset kiinnittivät hieman enemmän huomiota lukumääriin kuvasta kertominen -tehtävän aikana kuin muistikorttipelitehtävän.

Numerosymboli-, esineiden laskutaidon ja aritmeettisten taitojen tehtävistä kukaan lapsista ei jäänyt ilman pisteitä. Aritmeettisten taitojen tehtävässä kukaan lapsista ei saavuttanut maksimi pistemäärää. Numerosymboli- ja esineiden laskutaidon tehtävien keskiarvot ja -hajonnat olivat samansuuruisia. Molempien tehtävien keskiarvo oli korkea. Numerosymbolitehtävän aineisto noudattaa melkein normaalijakaumaa, jonka perusteella pistemäärät jakautuvat tasaisesti keskiarvon molemmin puolin. Esineiden laskutaidon tehtävän vinous viittaa aineiston olevan vasemmalle vino, jonka perusteella suurin osa lapsista sai keskiarvoa suurempia pistemääriä. Tunnuslukujen perusteella lapset ovat menestyneet hyvin numerosymboli- ja esineiden laskutaidon tehtävissä. Lukujonotaidon ja aritmeettisten taitojen tehtävien vinouden perusteella lapset saivat hieman enemmän suurempia pistemääriä.

TAULUKKO 2. Tehtävien tunnusluvut

	Keskiarvo	Keskihajonta	Min	Max	Vinous
Muistikorttipeli	4,3	4,9	0	21	1,950
Kuvasta kertominen	4,9	3,6	0	14	0,733
Numerosymboli	17,7	5,5	5	27	-0,116
Lukujonotaidot	10,4	5,1	0	18	-0,375
Esineiden laskutaito	17,7	5,5	5	23	-1,096
Aritmeettiset taidot	9,6	3,2	2	16	-0,342

## 5.2 Tyttöjen ja poikien suoriutuminen matemaattisissa tehtävissä

Taulukosta 3 voidaan nähdä tyttöjen ja poikien suoriutuminen tehtävissä. Tyttöjen ja poikien suoriutumiseen liittyviä eroja analysoitiin riippumattomien ryhmien t-testillä. Testien p-arvojen perusteella voidaan päätellä, että tyttöjen ja poikien eri matemaattisista tehtävistä saatujen pistemäärien keskiarvoissa ei tilastollisesti merkitsevää eroa. Toisin sanoen sukupuoli ei ollut yhteydessä lasten menestymiseen eri matemaattisissa tehtävissä. Kuvasta kertominen ja esineiden laskutaidon tehtävissä t-testin tulokset antavat viitteitä siitä, että tyttöjen ja poikien suoriutumisessa on eroa. Kuvasta kertominen -tehtävässä tyttöjen keskiarvo oli 5,9 ja poikien keskiarvo oli 3,9. Esineiden laskutaitotehtävässä tyttöjen keskiarvo oli 19,1 ja poikien keskiarvo oli 16,3. Tämä tarkoittaa sitä, että tytöillä oli tendenssi menestyä paremmin kuvasta kertominen ja esineiden laskutaidon tehtävissä. Keskiarvojen erot eivät kuitenkaan ole tilastollisesti merkitseviä.

TAULUKKO 3. Tyttöjen (N=15) ja poikien (N=15) suoriutuminen SFON-, laskemisen ja aritmeettisten taitojen tehtävissä ja keskiarvojen merkitsevyys

	Sukupuoli	Keskiarvo	Keskihajonta	t	df	p-arvo
Muistikorttipeli	Tyttö	4,07	4,682	-0,294	28	0,771
	Poika	4,60	5,235			
Kuvasta kertominen	Tyttö	5,87	3,833	1,518	28	0,140
	Poika	3,93	3,105			
Numerosymboli	Tyttö	16,47	5,069	-1,193	28	0,243
	Poika	18,87	5,914			
Lukujonotaidot	Tyttö	9,67	4,952	-0,823	28	0,418
	Poika	11,20	5,254			
Esineiden laskutaito	Tyttö	19,13	4,307	1,427	28	0,165
	Poika	16,33	6,264			
Aritmeettiset taidot	Tyttö	9,20	3,321	-0,726	28	0,474
	Poika	10,07	3,218			

### 5.3 Iän vaikutus matemaattisten tehtävien suoriutumiseen

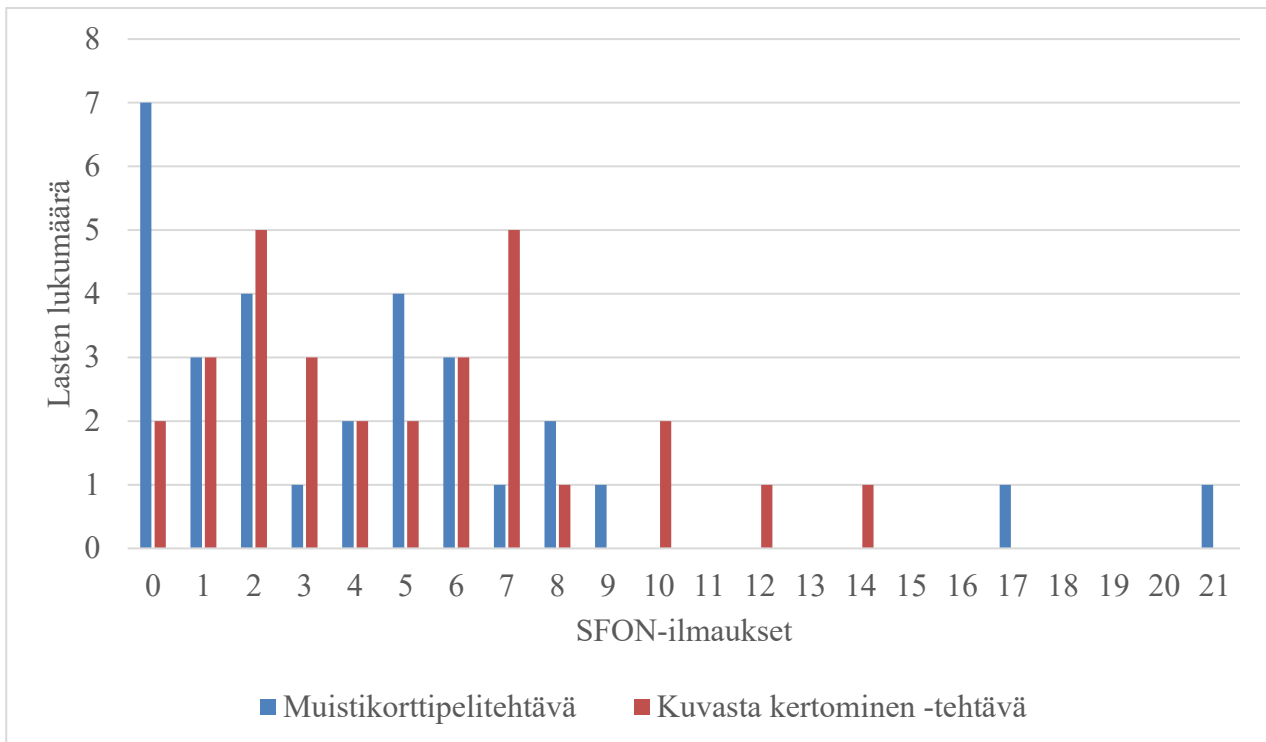
Muodostin syntymäajoista kolme eri ryhmää: alkuvuodesta syntyneet ovat syntyneet tammi-, helmi-, maaliskuu- ja huhtikuussa, keskivuodesta syntyneet ovat syntyneet touko-, kesä-, heinä- ja elokuussa sekä loppuvuodesta syntyneet ovat syntyneet syys-, loka-, marras- ja joulukuussa. Tutkimukseen osallistuneista lapsista 12 lasta oli syntyneet alkuvuodesta, 11 lasta keskivuodesta ja 7 lasta loppuvuodesta. Taulukossa 4 on kuvattu iän vaikutus matemaattisten tehtävien suoriutumiseen. Iän vaikutusta tehtävistä suoriutumiseen analysoitiin yksisuuntaisella varianssianalyysillä ANOVA-testillä. Testien p-arvojen perusteella voidaan päätellä, että eri syntymäaikaryhmien keskiarvoissa ei ole tilastollisesti merkitsevää eroa. Toisin sanoen ikä ei ollut yhteydessä lasten menestymiseen eri matemaattisissa tehtävissä. ANOVA-testin tulokset antavat viitteitä siitä, että ikä on vaikuttanut lasten suoriutumiseen numerosymboli- ja lukujonotaidon tehtävissä. Numerosymbolitehtävässä alkuvuodesta syntyneet saivat keskiarvoksi 19,3, keskivuodesta syntyneet saivat keskiarvoksi 18,1 ja loppuvuodesta syntyneet saivat keskiarvoksi 14,1. Lukujonotaidon tehtävässä alkuvuodesta syntyneet saivat keskiarvoksi 12,1, keskivuodesta syntyneet saivat keskiarvoksi 11,0 ja loppuvuodesta syntyneet saivat keskiarvoksi 6,7. Alkuvuodesta syntyneillä oli tendenssi menestyä paremmin numerosymboli- ja lukujonotaidon tehtävissä kuin keskivuodesta ja loppuvuodesta syntyneillä. Keskiarvojen erot eivät ole kuitenkaan tilastollisesti merkitseviä.

TAULUKKO 4. Iän vaikutus lasten suoriutumiseen eri matemaattisissa tehtävissä

	Syntymä aika	Keskiarvo	Keskihajonta		df	F	sig.
Muistikorttipeli	Alku	3,58	5,035	Between Groups	2	0,350	0,708
	Keski	4,36	2,656	Within Groups	27		
	Loppu	5,57	7,368	Total	29		
Kuvasta kertominen	Alku	4,42	3,554	Between Groups	2	0,278	0,759
	Keski	4,91	2,879	Within Groups	27		
	Loppu	5,71	4,821	Total	29		
Numerosymboli	Alku	19,33	5,805	Between Groups	2	2,142	0,137
	Keski	18,09	4,300	Within Groups	27		
	Loppu	14,14	5,984	Total	29		
Lukujonotaidot	Alku	12,08	4,795	Between Groups	2	2,923	0,071
	Keski	11,00	4,050	Within Groups	27		
	Loppu	6,71	5,795	Total	29		
Esineiden laskutaito	Alku	18,17	5,997	Between Groups	2	0,247	0,783
	Keski	18,09	4,505	Within Groups	27		
	Loppu	16,43	6,503	Total	29		
Aritmeettiset taidot	Alku	9,67	3,229	Between Groups	2	0,422	0,660
	Keski	10,18	2,926	Within Groups	27		
	Loppu	8,71	3,988	Total	29		

#### 5.4 SFON-tehtävät ja yhteydet muihin matemaattisiin taitoihin

Kuviosta 4 voidaan nähdä, missä määrin lapset kiinnittivät huomiota lukumääriin SFON-tehtävien aikana sekä miten pistemäärät ovat jakautuneet eri tehtävien välillä. Muistikorttipelitehtävässä oli enemmän lapsia, jotka eivät kiinnittäneet huomiota ollenkaan lukumääriin kuin kuvasta kertominen -tehtävässä. Muistikorttipelitehtävän aikana seitsemän lasta ei kiinnittänyt ollenkaan huomiota lukumääriin, kun taas kuvasta kertominen -tehtävässä vain kaksi lasta ei kiinnittänyt ollenkaan huomiota lukumääriin. SFON-tehtävien aikana yksi lapsi ei kiinnittänyt ollenkaan huomiota lukumääriin kummankaan tehtävän aikana. Muistikorttipelitehtävän suurin SFON-ilmaisujen määrä oli 21, jonka yksi lapsi oli ilmaissut. Kuvasta kertominen -tehtävässä lapset eniten kiinnittivät huomiota lukumääriin kaksi ja seitsemän kertaa. Tehtävän suurin SFON-ilmaisujen määrä oli 14, jonka yksi lapsi oli ilmaissut. Kuvasta kertominen -tehtävässä SFON-ilmausten määrät olivat tasaisemmin jakautuneet kuin muistikorttipelitehtävässä. Kuvasta kertominen -tehtävän aikana lapset kiinnittivät enemmän huomiota lukumääriin kuin muistikorttipelitehtävän aikana. Kuvasta kertominen -tehtävässä lapset kiinnittivät huomiota lukumääriin yhteensä 157 kertaa ja muistikorttipelitehtävässä yhteensä 130 kertaa.



KUVIO 3. Muistikorttipeli- ja kuvasta kertominen -tehtävien kaikki SFON-ilmaukset

Taulukosta 5 voidaan nähdä SFON-tehtävien välinen korrelaatio. SFON-tehtävien välistä korrelaatiota analysoin Pearsonin korrelaatiokertoimen avulla. Korrelaatiokertoimen arvon perusteella voidaan päätellä, että testien välillä oli heikko korrelaatio. Toisin sanoen lapsen kiinnittäessä huomiota lukumääriin toisessa tehtävässä, ei hän välttämättä kiinnittänyt toisessa tehtävässä huomiota lukumääriin. Testin p-arvon perusteella korrelaatio ei ole tilastollisesti merkitsevä. Testin tuloksen perusteella ei ole perustetta tehdä SFON-tehtävistä summamuuttujaa.

TAULUKKO 5. SFON-tehtävien välinen korrelaatio

	Korrelaatio	p-arvo
Muistikorttipelitehtävä & Kuvasta kertominen -tehtävä	0,267	0,154

Taulukosta 6 voidaan nähdä SFON-tehtävien ja muiden matemaattisten tehtävien välinen korrelaatio. Analysoin korrelaatiota Pearsonin korrelaatiokertoimen avulla. Muistikorttipelitehtävä korreloi kohtalaisesti numerosymboli- ja lukujonotaidon tehtävien kanssa. Muistikorttipeli- ja aritmeettisten taitojen tehtävien välinen korrelaatio oli merkitsevä. Testien p-arvojen perusteella voidaan päätellä muistikorttipeli-, numerosymboli-, lukujonotaidon ja aritmeettisten taitojen välinen korrelaatio oli

tilastollisesti merkitsevä. Muistikorttipeli- ja esineiden laskutaidon tehtävien välillä ei ole riippuvuutta eikä korrelaatio ole tilastollisesti merkitsevä.

Kuvasta kertominen -tehtävä korreloi negatiivisesti numerosymboli- ja aritmeettisten taitojen tehtävien kanssa. Riippuvuus oli kohtalaista. Testien p-arvojen perusteella kuvasta kertominen-, numerosymboli- ja aritmeettisten taitojen tehtävien välinen korrelaatio oli tilastollisesti merkitsevä. Kuvasta kertominen -tehtävä ei korreloinut lukujonotaidon ja esineiden laskutaidon tehtävien kanssa eikä korrelaatio ollut tilastollisesti merkitsevä.

Numerosymbolitehtävä korreloi voimakkaasti lukujonotaidon ja aritmeettisten taitojen tehtävien kanssa. Numerosymboli- ja esineiden laskutaidon tehtävien välinen korrelaatio oli kohtalainen. Lukujonotaidon tehtävä korreloi merkittävästi aritmeettisten taitojen kanssa. Lukujonotaidon tehtävä korreloi kohtalaisesti esineiden laskutaidon tehtävän kanssa. Esineiden laskutaidon tehtävä korreloi kohtalaisesti aritmeettisten taitojen tehtävän kanssa. Testien p-arvojen perusteella tehtävien väliset korrelaatiot olivat tilastollisesti merkitseviä.

Johtopäätöksenä voidaan tehdä, että muistikorttipelitehtävä oli positiivisesti yhteydessä lasten numerosymboli-, lukujono- ja aritmeettisiin taitoihin. Tämä tarkoittaa sitä, että mitä enemmän lapsi kiinnitti huomiota lukumääriin muistikorttipelitehtävän aikana, sitä enemmän pisteitä lapsi sai myös numerosymboli-, lukujono- ja aritmeettisten taitojen tehtävissä. Muistikorttipelitehtävä ei ollut yhteydessä esineiden laskutaidon tehtävään. Kuvasta kertominen -tehtävä oli negatiivisesti yhteydessä lasten numerosymboli- ja aritmeettisiin taitoihin. Tämä tarkoittaa sitä, että mitä enemmän lapsi kiinnitti huomiota lukumääriin kuvasta kertominen -tehtävän aikana, sitä vähemmän hän sai pisteitä numerosymboli- ja aritmeettisten taitojen tehtävissä. Kuvasta kertominen -tehtävä ei ollut yhteydessä lasten lukujono- ja esineiden laskutaitoihin. Muut matemaattiset taidot olivat yhteydessä toisiinsa.



TAULUKKO 6. Matemaattisten tehtävien välinen korrelaatio

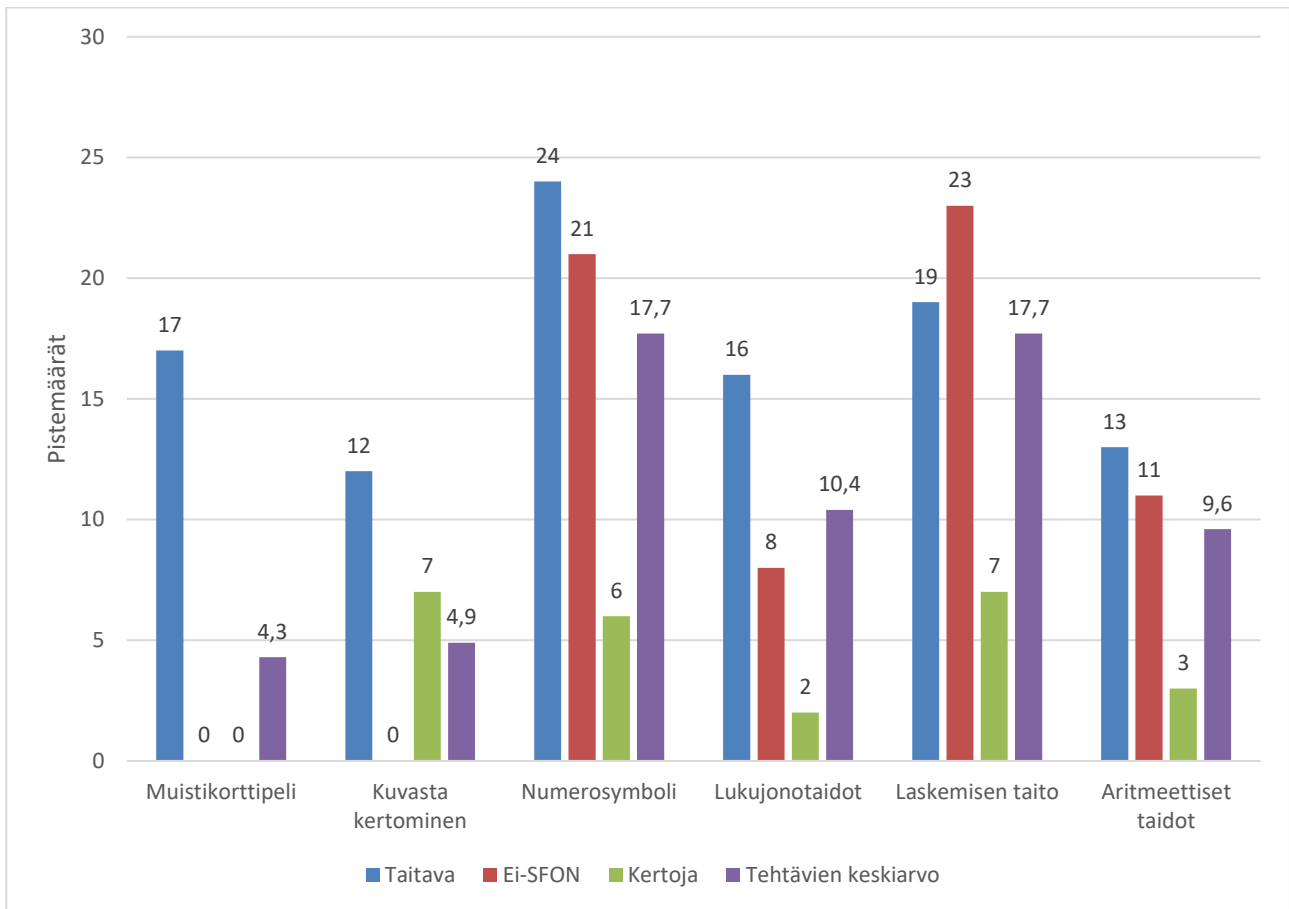
Muuttujat		Numerosymboli	Lukujonotaidot	Esineiden laskutaito	Aritmeettiset taidot
Muistikorttipeli	Korrelaatio	0,412*	0,426*	0,197	0,502**
	p-arvo	0,024	0,019	0,297	0,005
Kuvasta kertominen	Korrelaatio	-0,427*	-0,161	0,018	-0,373*
	p-arvo	0,019	0,394	0,925	0,042
Numerosymboli	Korrelaatio		0,818**	0,386*	0,758**
	p-arvo		0,000	0,035	0,000
Lukujonotaidot	Korrelaatio			0,371*	0,590**
	p-arvo			0,044	0,001
Esineiden laskutaito	Korrelaatio				0,416*
	p-arvo				0,022

## 5.5 Tapauslasten SFON-tendenssin ja matemaattisten valmiuksien tarkastelu

Seuraavaksi tarkastelen tapauslasten suoriutumista eri tehtävistä. Valitsin aineistosta kolme lasta, joiden tuloksia tarkastelin tarkemmin. Valitsin nämä lapset vertaamalla tehtävistä saatuja pistemääriä kaikkien lasten saamien pistemäärien keskiarvioihin sekä näiden lasten matemaattinen suoriutuminen poikkesi muiden lasten suoriutumisesta. Nimesin lapset sen mukaan, millainen heidän suoriutumisensa tehtävissä oli. Kuvioista 4 voidaan tarkastella tapauslasten pistemääriä sekä kaikkien lasten tehtävistä saamien pistemäärien keskiarvoa.

Taitava-lapsi menestyi kaikissa tehtävissä paremmin kuin muut lapset ja hän kiinnitti spontaanisti huomiota lukumääriin eniten molempien tehtävien aikana eli yhteensä 29 kertaa. Ei-SFON-lapsi menestyi hyvin muissa matemaattisissa tehtävissä, mutta hän ei kiinnittänyt spontaanisti huomiota lukumääriin kummankaan SFON-tehtävien aikana. Kertoja-lapsi menestyi hyvin kuvasta kertominen -tehtävässä, mutta muista matemaattisista tehtävistä hän sai heikkoja pistemääriä. Taitava-lapsi ja ei-SFON-lapsi sai numerosymboli-, esineiden laskutaidon ja aritmeettisten taitojen tehtävistä paremmat pistemäärät kuin muut lapset. Ei-SFON-lapsi sai esineiden laskutaidon tehtävästä paremman pistemäärän kuin taitava-lapsi. Kertoja-lapsi sai kaikista muista tehtävistä pistemääriä, mutta muistikorttipelitehtävässä hän ei kiinnittänyt ollenkaan huomiota lukumääriin. Kertoja-lapsi sai paremman pistemäärän kuvasta kertominen -tehtävässä kuin tehtävän keskiarvo oli. Kertoja-lapsen

muiden matemaattisten tehtävien pistemäärät olivat kaikista heikoimmat muihin lapsiin verrattuna. Taitava-lapsen ja ei-SFON-lapsen SFON-tendenssi pysyi samanlaisena eri SFON-tehtävien aikana.



KUVIO 4. Tapauslasten tehtävien pistemäärät ja kaikkien tehtävien pistemäärien keskiarvo

## 6 POHDINTA

### 6.1 Tutkimustulosten yhteenveto

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli selvittää, missä määrin esiopetusikäiset lapset kiinnittävät spontaanisti huomiota lukumääriin sekä missä määrin SFON-tendenssi on yhteydessä heidän laskemisen ja aritmeettisiin taitoihin. Tutkimuksessa selvitettiin myös, missä määrin lapsen ikä ja sukupuoli on yhteydessä heidän SFON-tendenssiinsä, laskemisen ja aritmeettisiin taitoihin. Tutkimustehtäviä oli yhteensä kuusi, joista kaksi oli SFON-tehtäviä, kolme oli laskemisen taidon tehtäviä ja yksi oli aritmeettisten taitojen tehtävä. Tutkimukseen osallistui 30 esiopetusikäistä lasta. Tutkimukseen osallistuneilta lapsilta edellytettiin suomen kielen ymmärrystä, eikä heillä saanut olla diagnosoituja oppimisvaikeuksia, tarkkaavaisuuden häiriöitä tai neurologisia häiriöitä.

Tyttöjen ja poikien SFON-tendenssissä tai matemaattisessa osaamisessa ei havaittu eroa. Sukupuoli ei myöskään ollut yhteydessä lasten suoriutumiseen eri matemaattisissa tehtävissä. Tulokset antavat kuitenkin viitteitä siitä, että tyttöjen ja poikien erosta tyttöjen hyväksi kuvasta kertominen ja esineiden laskutaidon tehtävissä. Aiempien tutkimusten perusteella sukupuolen yhteyttä on vaikea määrittellä. Pisa-tutkimuksessa (2016, 51–52) on havaittu sukupuolen vaikuttavan lasten matemaattiseen osaamiseen. Tutkimuksen mukaan tyttöjen matemaattinen osaaminen on parempi kuin poikien. Williams ym. (2016, 205) tutkimuksessa on huomattu, että 8–9-vuotiaiden poikien suoriutuminen matemaattisissa tehtävissä oli parempi kuin tyttöjen suoriutuminen. Hannulan ja Lehtisen (2005, 251) ovat havainneet tutkimuksessaan tyttöjen ja poikien SFON-tendenssissä ja matemaattisessa osaamisessa ei havaittu eroa. Gerdan ym. (2014, 1010–1011) tulos on samansuuntainen, jossa on todettu, että sukupuolella ei ole vaikutusta esiopetus- ja alkuopetusikäisten lasten varhaisiin matemaattisiin taitoihin. Aunio ja Niemivirta (2010, 431) ovat tutkimuksessaan myös havainneet, että sukupuoli ei vaikuta lapsen myöhempään matemaattiseen suoriutumiseen. Tulos on tärkeä, koska varhaisten matemaattisten taitojen kehitys ja SFON-tendenssi eivät ole yhteydessä sukupuoleen. Tyttöillä ja pojilla näyttää olevan siis yhtäläiset lähtökohdat kehittyä matemaattisissa osaamisissa sekä menestyä matemaattisissa tehtävissä.

Tulosten perusteella lasten iällä ei niin ikään ollut vaikutusta menestymiseen eri matemaattisissa tehtävissä. Tulokset antavat kuitenkin viitteitä siitä, että lapsen ikä oli yhteydessä lasten suoriutumiseen numerosymboli- ja lukujonotaidon tehtävissä. Alkuvuodesta syntyneillä lapsilla oli taipumus menestyä paremmin numerosymboli- ja lukujonotaidon tehtävissä kuin keski- ja loppuvuodesta syntyneiden lasten. Otoksen koosta johtuen ryhmien erot eivät olleet kuitenkaan

tilastollisesti merkitseviä. Myös Hannulan ja Lehtisen (2005, 254) tutkimuksen mukaan lapsen ikä ei ole yhteydessä SFON-tendenssiin. Tutkimuksessa 4–6-vuotiaiden lasten suoriutumiseen SFON-tehtävissä ei vaikuttanut lapsen ikä. Lapsi kiinnittää huomiota lukumääriin iästä riippumatta. On kuitenkin kiinnostavaa, että Aunio ja Niemivirta (2010, 432) ovat pitkittäistutkimuksessaan havainneet lapsen iän vaikuttavan voimakkaasti laskemisen taitoihin. Tutkimuksessa seurattiin kuusivuotiaiden lasten matemaattisten taitojen kehitystä vuoden ajan. Tutkimuksessa käy ilmi, että lapset menestyivät laskemisen taidon tehtävissä paremmin 7-vuotiaana kuin 6-vuotiaana. Iän vaikutus matemaattiseen osaamiseen on hyvä tiedostaa, koska nuoremmat lapset eivät ole saaneet niin paljon harjoittelua, mitä taas taidon kehitys vaatisi. Aiemmissä tutkimuksissa on havaittu, että vaativampien matemaattisten taitojen kehitykseen vaaditaan harjoittelua, jotta alemmat taidot automatisoituvat ja siten jää enemmän prosessointitilaa vaativampien taitojen kehitykselle (Fuson 1988, 414–417).

Tuloksen perusteella lasten välillä havaittiin eroja, missä määrin he kiinnittivät spontaanista huomiota lukumääriin. Kuvasta kertominen -tehtävässä kaikki tutkimukseen osallistuvat lapset kiinnittivät huomiota lukumääriin 157 ja muistikorttipelitehtävän aikana 130 kertaa. Tutkimuksessa oli yksi lapsi, joka ei kiinnittänyt lainkaan huomiota lukumääriin SFON-tehtävissä. Muistikorttipelitehtävässä oli enemmän lapsia, jotka eivät kiinnittäneet ollenkaan huomiota lukumääriin kuin kuvasta kertominen -tehtävässä. Muistikorttipelitehtävässä näiden lasten määrä oli seitsemän ja kuvasta kertominen -tehtävässä näiden määrä oli vain kaksi. Kuvasta kertominen -tehtävässä eniten saatu SFON-ilmaisujen määrä oli kaksi ja seitsemän. Muistikorttipelitehtävässä suurin SFON-ilmaisujen määrä oli 21 ja kuvasta kertominen -tehtävässä se oli 14. Kuvasta kertominen -tehtävän aikana lapset kiinnittivät enemmän huomiota lukumääriin kuin muistikorttipelitehtävän aikana. Tutkimuksessa havaittiin myös, että SFON-tehtävien välillä oli heikko yhteys, jonka perusteella lapsen kiinnittäessä huomiota lukumääriin toisessa tehtävässä, ei hän välttämättä kiinnittänyt huomiota lukumääriin toisessa tehtävässä.

Aiemmat tutkimukset tukevat väitettä, että lasten välillä on eroja, mihin he ympäristössään kiinnittävät huomiota (Hannula & Lehtinen 2001, 117; 2005, 244, Hannula 2005, 12). Hannulan (2005, 11–17) tutkimuksessa on havaittu, että osa lapsista kiinnittää huomiota ympäristössä oleviin lukumääriin, kun taas toiset lapset kiinnittävät ympäristössä muihin asioihin huomioita, kuten väreihin. Hannula (2005, 39) on myös tutkimuksessaan havainnut, että SFON-tendenssin olevan melko pysyvä ominaisuus, joten tendenssin ei tulisi muuttua eri tehtävien välillä. Eri tutkimuksissa onkin ollut käytössä eri SFON-tehtäviä, eikä näiden välillä ole havaittu huomattavaa eroa lasten SFON-tendenssin suhteen (Hannula 2005; Hannula & Lehtinen 2005; Hannula-Sormunen ym. 2015). Aiemmissä tutkimuksissa on ollut käytössä SFON-tehtävinä imitaatiotehtävä, mallintamistehtävä,

etsimistehtävä ja verbaalinen kuvaustehtävä. Koska lasten SFON-tendenssi vaihteli SFON-tehtävien välillä ovat tämän tutkimuksen tulokset siis ristiriidassa aiempien tutkimusten kanssa.

Tulokset osoittivat, että eri SFON-tehtävät antavat ristiriitaisen tuloksen siitä, missä määrin lapsen SFON-tendenssi on yhteydessä hänen laskemisen ja aritmeettisiin taitoihinsa. Tulosten perusteella SFON-tendenssillä oli yhteys osaan laskemisen taitoihin sekä toisella SFON-tehtävällä oli positiivinen yhteys lasten aritmeettisiin taitoihin. Muistikorttipelitehtävä oli yhteydessä lasten numerosymboli-, lukujono- ja aritmeettisiin taitoihin. Kuvasta kertominen -tehtävä oli negatiivisesti yhteydessä lasten numerosymboli- ja aritmeettisiin taitoihin eli tämä tarkoittaa sitä, että lasten vahva SFON-tendenssi heikensi heidän suoriutumistansa numerosymboli- ja aritmeettisten taitojen tehtävissä. SFON-tendenssi ei ollut yhteydessä lasten esineiden laskutaitoon.

Aiemmissa tutkimuksissa on havaittu SFON-tendenssin olevan yhteydessä lasten laskemisen ja aritmeettisiin taitoihin. Hannulan, Räsänen ja Lehtisen (2007, 55) tutkimuksessa on havaittu SFON-tendenssin olevan yhteydessä lasten lukujono- ja esineiden laskutaitoihin. Tutkimuksessa huomattiin, että mitä vahvempi lapsen SFON-tendenssi oli, niin sitä isompia lukumääriä lapsi pystyi laskemaan subitisaation avulla. Näillä lapsilla oli myös kehittyneemmät lukujonotaidot viisivuotiaana. Tutkimuksessa oli käytössä imitaatiotehtävä. Hannulan ja Lehtisen (2005, 252–253) tutkimuksessa SFON-tendenssillä on huomattu olevan yhteyttä lasten lukujonon luettelemisen taitoihin, esineiden laskemiseen ja aritmeettisiin taitoihin. Tutkimuksessa on päätelty, että SFON-tendenssi vaikuttaa lasten matemaattisten taitojen kehitykseen vielä senkin jälkeen, kun lapsella on kehittynyt ymmärrys lukumäärästä. Tutkimuksessa oli käytössä imitaatiotehtäviä, mallintamis- ja etsimistehtävä. Batchelor ym. (2015, 87) tutkimuksessa oli käytössä kuvasta kertominen -tehtävä ja imitaatiotehtävä. He havaitsivat, että SFON-tendenssin oli yhteydessä lasten aritmeettisiin taitoihin. Tätä yhteyttä on perusteltu siten, että SFON-tendenssi vaikuttaa ei-symbolisten numeroiden taitoihin sekä taitoon yhdistää numerosymboli ja lukumäärä toisiinsa. Tutkimuksessa on kuitenkin havaittu, että kuvasta kertominen -tehtävä ei anna yhtä johdonmukaisia tuloksia siitä, että olisi yhteydessä muihin matemaattisiin taitoihin kuin muut SFON-tehtävät. (Batchelor ym. 2015, 86–87.) Hannula, Lepola ja Lehtinen (2010, 401–402) ovat myös pitkittäistutkimuksessaan havainneet SFON-tendenssin olevan yhteydessä lasten myöhempään aritmeettisiin taitoihin. Tutkimuksessa oli käytössä imitaatio- ja mallinnustehtävä.

## 6.2 Tutkimuksen luotettavuus ja jatkotutkimusehdotukset

Tutkimuksen luotettavuuden arviointi perustuu käytettyjen tehtävien luotettavuuteen (Metsämuuronen 2006, 115) sekä otoksen kokoon. Otoksoon tulee olla riittävän suuri, jotta siitä voidaan tehdä koko populaatiota koskevia päätelmiä (Nummenmaa 2009, 25). Cronbachin alfa - kertoimen perusteella tutkimuksessa käytettyjen tehtävien eri tehtäväosiot olivat luotettavia ja ne mittasivat samaa asiaa. Tämä tarkoitti sitä, että lapset vastasivat samassa tehtävän eri osioissa yhdenmukaisesti. Koska otoskoko (N=30) on melko pieni, tutkimuksen tuloksia ei voida yleistää.

Tutkimuksessa olisi voinut selvittää SFON-tendenssin yhteyttä laajemmin käyttämällä SFON-tehtävien lisänä esimerkiksi SFON-imitaatiotehtävää. Aiemmissa tutkimuksissa onkin havaittu, että kuvasta kertominen -tehtävä ei anna niin vakaata tulosta SFON-tendenssin yhteydestä muihin matemaattisiin taitoihin, joten muistikorttipelitehtävän kanssa olisi voinut olla jokin muu SFON-tehtävä. SFON-tehtävien erilaisuus on myös saattanut vaikuttaa tutkimustuloksiin. Tutkimukseen käytettyjen kuvasta kertominen -tehtävä vaatii lapselta hyviä kielellisiä taitoja, kun taas muistikorttipelitehtävä vaatii lapselta hyvää visuaalista muistia. SFON-tehtävät erosivat toisistaan myös siinä, että kuvasta kertominen -tehtävässä lapsella oli mahdollisuus nähdä koko ajan kuva, mutta muistikorttipelitehtävässä lapsi sai katsoa kuvaa vain 5 sekuntia. Kuvasta kertominen -tehtävässä lapsella oli aikaa kiinnittää huomiota lukumääriin, mutta muistikorttipelitehtävän aikana lapsella oli vain hetki aikaa painaa mieleen, mitä kortissa näkee. Muistikorttipelitehtävä saattaa kuitenkin tuoda paremmin esille ne lapset, joilla vahva SFON-tendenssi, koska he kiinnittävät huomiota kuvassa olevien esineiden lukumääriin nopeassakin ajassa. Muistikorttipeli- ja kuvasta kertominen -tehtävät ovat myös haastavia suomen kielen kannalta, koska usein puhutaan esineistä ja asioista käyttämällä monikkomuotoa esimerkiksi kyniä, eikä mainita lukumäärää erikseen. Monikossa olevasta sanasta lapsi ei saanut pisteitä SFON-tehtävissä, vaan lapsen tuli käyttää lukusanoja, jotta voitiin varmistaa, että lapsi on kiinnittänyt huomiota lukumääriin. Tyttöjen parempi suoriutuminen kuvasta kertominen -tehtävässä on saattanut johtua siitä, että otokseen valituilla tytöillä on kehittyneemmät kuvasta kerronnan taidot kuin pojilla.

Tuloksissa nousi yllättävänä asiana kuvasta kertominen -tehtävän negatiivinen korrelaatio numerosymboli- ja aritmeettisten taitojen tehtäviin. Kuvasta kertominen -tehtävän aikana lapset kiinnittivät enemmän huomiota lukumääriin, joten vahva SFON-tendenssi heikensi lasten suoriutumista numerosymboli- ja aritmeettisten taitojen tehtävissä. Aiemmissa tutkimuksissa on kuitenkin havaittu, että vahva SFON-tendenssi kehittää lasten muita matemaattisia taitoja.

Tehtävätilanteet lasten kanssa onnistuivat hyvin. Tehtävät vaativat vuorovaikutusta tutkijan ja lapsen välillä, joten luottamuksen muodostaminen oli erittäin tärkeää. Tällä pyrittiin siihen, että lapsi koki olonsa turvalliseksi tehtävätilanteissa, jotta hän uskalsi myös vastata tutkijalle. Kaikki tutkimukseen osallistuneet lapset olivat reippaita ja kokivat tehtävätilanteet mukavina. Tehtävätilanteet olivat kestoltaan pitkiä ja vaativat lapsilta hyvää keskittymistä. Osa lapsista koki tehtävätilanteiden pitkän keston haastavana. Lapsen jaksamiseen saattoi vaikuttaa myös, mihin aikaa päivästä he tulivat tehtävätilanteeseen, esimerkiksi juuri ennen päivälepoa lasten keskittyminen saattoi olla heikompaa. Esikouluikäiset lapset ovat jo kriittisempiä, omista taidoista, joten haluavat kokea usein onnistumisia tehtävissä. Tämä näkyi esimerkiksi siinä, että lapset eivät halunneet yrittää ratkaista vaikeilta tuntuvia tehtäviä aritmeettisten taitojen tehtävien aikana.

Tutkimuksen tuloksista nousi esille useampi lapsi, jotka eivät kiinnittänyt huomiota lukumääriin joko ollenkaan tai vain toisen tehtävän aikana. Aiemmissa tutkimuksissa on havaittu, että ne lapset, jotka kiinnittävät spontaanisti huomiota ympäristössä oleviin lukumääriin, saavat enemmän harjoittelua matemaattisten taitojen kehitykseen. Aiemmissa tutkimuksissa on myös nostettu esille aikuisen tuen merkitys SFON-tendenssin kehitykselle. Onkin tärkeää, että matemaattisia taitoja arvioidaan varhaiskasvatuksessa, jotta opettaja saa tietoa lapsen matemaattisesta osaamisesta sekä pystyy antamaan tukea lapsille, jotka sitä tarvitsevat. Tutkimus antaa varhaiskasvatuksen opettajille tärkeää tietoa lasten varhaisten matemaattisten taitojen kehityksestä sekä SFON-tendenssin yhteydestä muihin matemaattisiin taitoihin. Toivon, että tutkimuksen avulla varhaiskasvatuksen opettajat saavat eväitä, miten voidaan tukea lasten SFON-tendenssin ja muiden matemaattisten taitojen kehitystä.

Jatkossa vastaavanlaisen tutkimuksen voisi suorittaa suuremmalla otoskoolla, jotta tuloksia voisi yleistää. Seuraavaan tutkimukseen olisi myös hyvä ottaa SFON-tehtäviin lisäksi esimerkiksi imitaatiotehtävä. Muistikorttipelitehtävä on uusi SFON-tehtävä, joten sen toimivuutta olisi hyvä testata imitaatiotehtävän kanssa. Tällä tavalla voisi selvittää pysyykö lasten SFON-tendenssi tehtävien aikana samanlaisena. Jatkotutkimuksena voisi myös selvittää SFON-tehtävien yhteyttä lasten kielellisiin taitoihin sekä muistiin. Tutkimuksessa voisi tarkastella, ovatko lapsen kielelliset taidot yhteydessä suoriutumiseen kuvasta kertominen -tehtävässä esimerkiksi vertaamalla kuvasta kertominen -tehtävän sanamääriä SFON-ilmaisujen määrään. Muistikorttipelitehtävän kanssa olisi myös hyvä testata, onko lapsen muistikapasiteetti yhteydessä tehtävässä suoriutumiseen.

## Lähteet

- Aunio, P. 2008. Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. *NMI-bulletin*, 18 (4), 63–74.
- Aunio, P., Hannula, M.M. & Räsänen, P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. *Teoksessa* P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, P. Malinen (toim.) *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 198–221.
- Aunio, P. & Niemivirta, M. 2010. Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences*, 20, 427–435.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-L., & Nurmi, J.-E. 2004. Developmental dynamics of math performance from pre-school to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96, 699–713.
- Batchelor, S., Inglis, M. & Gilmore, C. 2015. Spontaneous focusing on numerosity and the arithmetic advantage. *Learning and Instruction*, 40, 79–88.
- Butterworth, B. 2005. The Development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychiatry*, 46, 3–18.
- Clements, D.H. 2011. Major Themes and Recommendations. *Teoksessa* D.H. Clements & J. Sarama (Toim.) *Engaging Young Children in Mathematics : Standards for Early Childhood Mathematics Education*. *Studies in Mathematical Thinking and Learning*. 9–73.
- Clements, D.H. & Sarama, J. 2009. *Learning and Teaching Early Math. The Learning Trajectories Approach*. UK: Routledge.
- Duncan, G., Dowsett, C., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A., Klebanov, P., Pagani, L., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K. & Japel, C. 2007. School Readiness and Later Achievement. *Developmental Psychology* 43(6), 1428–1446.
- Entwisle, D. R., & Alexander, K. L. 1990. Beginning school math competence: Minority and majority comparisons. *Child Development*, 61 (2), 454–471.
- Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Helsinki: Opetushallitus.



- Frydman, O. & Bryant, P. 1988. Sharing and the Understanding of Number Equivalence by Young Children. *Cognitive Development*, 3, 323–339.
- Fuson, K.C. 1988. *Children's Counting and Concepts of Number*. New York: Springer Verlag.
- Gallistel, C. & Gelman, R. 1992. Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44, 43–74.
- Gerda, G., Pérez, C. & Ortega-Ruiz, R. 2014. Relationship between Early Mathematical Competence, Gender and Social Background in Chilean Elementary School Population. *Anales de psicología*, 30 (3), 1006–1013.
- Gordon, P. 2004. Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia. *Science*, 306, 496–499.
- Hannula, M.M. 2005. *Spontaneous Focusing on Numerosity in the Development of Early Mathematical Skills*. Turun yliopiston julkaisuja B:282. Väitöskirja.
- Hannula, M.M., Grabner, R., Lehtinen, E., Laine, T., Parkkola, R., & Ansari, D. 2009. Neural correlates of spontaneous focusing on numerosity (SFON). *NeuroImage*, 47, 39–41.
- Hannula, M.M. & Lehtinen, E. 2001. Spontaneous tendency to focus on numerosities in the development of cardinality. Teoksessa M. Panhuizen-Van Heuvel (toim.) *Proceeding of the 25<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 3*. Drukkerij Wilco, The Netherlands: Amersfoort, 113–120.
- Hannula, M.M. & Lehtinen, E. 2005. Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction*, 15 (3), 237–256.
- Hannula, M.M. & Lepola, J. 2006. Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehitystä? Teoksessa J. Lepola & M.M. Hannula (toim.) *Kohti koulua: kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys*. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja A:205, 129–153.
- Hannula, M.M., Lepola, J. & Lehtinen, E. 2010. Spontaneous focusing on numerosity as a domain-specific predictor of arithmetical skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 107 (4), 394–406.

- Hannula, M.M., Mattinen, A. & Lehtinen, E. 2005. Does social interaction influence 3-year-old children's tendency to focus on numerosity? A quasi-experimental study in day care. Teoksessa L. Verschaffel, E. De Corte, G. Kanselaar & M. Valcke (toim.) *Powerful Environments for Promoting Deep Conceptual and Strategic Learning*. *Studia Paedagogica* 41. Leuven: Leuven University Press. 63–80.
- Hannula, M.M., Räsänen, P. & Lehtinen, E. 2007. Development of counting skills: Role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. *Mathematical Thinking and Learning*, 9 (1), 51–57.
- Hannula-Sormunen, M.M., Lehtinen, E. & Räsänen, P. 2015. Preschool Children's Spontaneous Focusing on Numerosity, Subitizing, and Counting Skills as Predictors of Their Mathematical Performance Seven Years Later at School. *Mathematical Thinking and Learning*, 17, (2–3), 155–177.
- Heikkilä, T. 2014. *Tilastollinen tutkimus*. 9. uudistettu painos. Helsinki: Edita Publishing Oy.
- Holopainen, M., Tenhunen, L. & Vuorinen, P. 2004. *Tutkimusaineiston analysointi ja SPSS*. Järvenpää: Yrityssanoma Oy.
- Kajetski, T. & Salminen, M. 2018. *Uusi Matikasta moneksi. Toiminnallista matematiikkaa varhaiskasvatuksesta esiopetukseen*. Helsinki: Lasten keskus.
- Kikas, E., Peets, K., Palu, A. & Afanasjev, J. 2009. The role of individual and contextual factors in the development of math skills. *Educational psychology* 29 (5), 541–560.
- Kinnunen, R. 2003. *Miksi kertotauluun kompastuu? Lukujen hallinta oppimisen perustana*. Turun yliopisto. Oppimistutkimuksen keskus.
- Kinnunen, R., Lehtinen, E. & Vauras, M. 1994. Matemaattisen taidon arviointi. Teoksessa M. Vauras, E. Poskiparta & P. Niemi (toim.) *Kognitiivisten taitojen ja motivaation arviointi koulutulokkailla ja 1. luokan oppilailla*. Turun yliopiston oppimistutkimuskeskuksen julkaisuja 3, 55–76.
- Koponen, T., Mononen, R. & Räsänen, P. 2014. *Matemaattiset valmiudet*. Teoksessa T. Siiskonen, T. Aro, T. Ahonen & R. Ketonen (toim.) *Joko se puhuu? Kielenkehityksen vaikeudet varhaislapsuudessa*. 4. uudistettu painos. Jyväskylä: PS-kustannus, 333–343.

- Koponen, T., Mononen, R., Kumpulainen, T. & Puura, P. 2011. Selkis! : yhteenlaskua ymmärtämään. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Koponen, T., Sorvo, R., Dowker, A., Räikkönen, E., Viholainen, H., Aro, M. & Aro, T. 2018. Does Multi-Component Strategy Training Improve Calculation Fluency Among Poor Performing Elementary School Children? *Frontiers on Psychology* 1187 (9), 1–14.
- Kuusjärvi, L. & Ojala, T. 2015. Matemaattisten valmiuksien tukeminen esiopetuksessa. Pienryhmä kielentämisen mahdollistajana. Tampereen yliopisto. Kasvatustieteen laitos. Pro gradu -tutkielma.
- Lago, R.M. & DiPerna, J. C. 2010. Number Sense in Kindergarten: A Factor-Analytic Study of the Construct. *School Psychology Review* 39 (2), 164–180.
- Lerkkanen, M.-K., Rasku-Puttonen, H., Aunola, K., Nurmi, J.-E. 2005. Mathematical performance predicts progress in reading comprehension among 7-year olds. *European Journal of Psychology of Education*. I.S.P.A. Vol. XX, 121–137.
- Lusetti, E. & Aunio, P. 2012. Esikoululaisten matemaattisten taitojen kehityksen tukeminen. Minäkin lasken! -harjoitusohjelmalla. *NMI-Bulletin*, 22 (3), 14–27.
- Lyons, I.M., Price, G.R., Vaessen, A., Blomert, L. & Ansari, D. 2014. Numerical predictors of arithmetic success in grades 1–6. *Development Science*, 17 (5), 714–726.
- Mattinen, A. 2006. Huomio lukumääriin: Tutkimus 3-vuotiaiden lasten matemaattisten taitojen tukemisesta päiväkodissa. Turun yliopiston julkaisuja C:247. Väitöskirja.
- Mattinen, A., Räsänen, P., Hannula, M.M. & Lehtinen, E. 2008. Varhaisten matemaattisten oppimisvalmiuksien kehittämisohjelma päiväkodeille. *NMI-Bulletin*, 18 (4), 40–53.
- McMullen, J., Hannula-Sormunen, M.M. & Lehtinen, E. 2015. Preschool spontaneous focusing on numerosity predicts rational number conceptual knowledge 6 years later. *ZDM Mathematics Education*, 47, 813–824.
- Metsämuuronen, J. 2006. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. 2. 4. painos. Helsinki: International Methelp Ky.

- Merkley, A. & Ansari, D. 2017. Numerical Symbols Count for Mathematical Success. *Perspectives on Language and Literacy*, 43 (1), 21–24.
- Mononen, R., Aunio, P., Väisänen, E., Korhonen, J. & Tapola, A. 2017. *Matemaattiset oppimisvaikeudet*. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Nanu, C., Laakkonen, E. & Hannula-Sormunen, M. 2020. The effect of first school years on mathematical skill profiles. *Frontline Learning Research*, 8 (1), 56–75.
- Nanu, C. E., McMullen, J., Munck, P., Pipari Study Group, Hannula-Sormunen M.M. 2017. Spontaneous focusing on numerosity in preschool as a predictor of mathematical skills and knowledge in the fifth grade. *Journal of Experimental Child Psychology*, 169, 42–58.
- Nummenmaa, L. 2009. *Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät*. Helsinki: Tammi.
- Opetus- ja kulttuuriministeriö 2016. *PISA ensituloksia 2015: Huipulla pudotuksesta huolimatta*. Helsinki: Opetus- ja kulttuuriministeriö.
- Price, G.R. & Ansari, D. 2013. Dyscalculia: Characteristics, causes, and treatments. *Numeracy* 6 (1), Article 2, 1–16.
- Seo, K.-H. & Ginsburg, S.P. 2011. What is Developmentally Appropriate in Early Childhood Mathematics Education? Lessons from New Research. Teoksessa D.H. Clements & J. Sarama (Toim.) *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education*. *Studies in Mathematical Thinking and Learning*. 91–104.
- Soininen, M. & Merisuo-Storm, T. 2009. *Kasvatustieteellisen tutkimuksen perusteet*. Turun yliopisto, Rauman opettajankoulutuslaitos.
- Trick, L.M. & Pylyshyn, Z.W. 1994. Why are small and large numbers enumerated differently? A limited-capacity preattentive stage in vision. *Psychological Review*, 101 (1), 80–102.
- Tähtinen, J., Laakkonen, E. & Broberg, M. 2020. Tilastollisen aineiston käsittelyn ja tulkinnan perusteita. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedokunnan julkaisuja C: 22.
- Valli, R. 2015. *Johdatus tilastolliseen tutkimukseen*. Jyväskylä: PS-kustannus.

Williams, K.E., White, S.L.J. & MaxDonald, A. 2016. Early mathematics achievement of boys and girls: Do differences in early self-regulation pathways explain later achievement? *Learning and Individual Differences*, 51, 199–209.

Xu, F. & Arriaga, R. 2007. Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology*, 25, 103–108.

Xu, F. & Spelke, E.S. 2000. Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74, 1–11.