ONKO OPPIKIRJALLA VÄLIÄ?

Oppilaiden osaamisen ja asennoitumisen eroja kahden eri matematiikan kirjasarjan välillä

Heidi Mäkelä

Pro Gradu -tutkielma

Turun yliopisto

Kasvatustieteiden tiedekunta

Opettajankoulutuslaitos Rauma

Toukokuu 2021

TIIVISTELMÄ
TURUN YLIOPISTO
Rauman opettajankoulutuslaitos

MÄKELÄ, HEIDI: Onko oppikirjalla väliä? Oppilaiden osaamisen ja asennoitumisen eroja kahden eri matematiikan kirjasarjan välillä

Pro gradututkielma, 55 s, 14 liites.
Kasvatustiede
Toukokuu 2021

Matematiikan oppikirjoja on opetuskäyttöön tarjolla monelta kustantajalta. Jokaisella oppikirjalla on omat ominaisuutensa ja painotusalueensa, mutta millainen rooli oppikirjalla on koululaisten oppimisen kannalta? Voidaanko jonkun tietyn oppikirjan avulla saavuttaa parempaa oppimista tai positiivisempaa suhtautumista matematiikkaa kohtaan oppiaineena?

Tässä pro gradu -tutkielmassa selvitettiin oppilaiden osaamisen ja asennoitumisen eroja perusopetuksen kolmannella luokalla vertaillen kahta eri matematiikan kirjasarjaa. Tutkimukseen valikoituivat Sanoma Pron kustantama Milli sekä DragonBox Finland Oy:n kustantama DragonBox. Tutkimus suoritettiin erään kaupungin kahdella eri koululla keväällä 2021 ryhmätehtävinä. Kahdesta ensimmäisestä tehtävästä oli kaksi eri versioita, yhdet peräisin Millistä ja toiset DragonBoxista. Kolme muuta tehtävää olivat kaikille ryhmille samoja. Tulokset analysoitiin tehtäväpapereiden sekä kahden ensimmäisen tehtävän äänitallenteiden perusteella. Asennoitumista arvioitiin tallenteiden sekä tutkimuksen aikaisen observoinnin avulla.

Tulokset osoittivat, että omasta kirjasarjasta tutut tehtävät sujuivat molemmissa kouluissa toista koulua selvästi paremmin. Kaikille yhteisissä tehtävissä DragonBoxia käyttäneet ryhmät suoriutuivat hiukan paremmin, vaikka erot olivatkin pieniä. Kokonaispistemäärissä DragonBox-ryhmät olivat Milli-ryhmiä hieman parempia. Myös asennoituminen tehtäviä kohtaan oli DragonBoxia käyttävässä koulussa jonkin verran parempi.

Asiasanat: matematiikka, laskeminen, lukukäsite, toiminnallisuus, ongelmanratkaisu, oppikirja

Sisällys

1 JOHDANTO

Matematiikka jakaa mielipiteitä: yhdet rakastavat, toiset inhoavat ja toki väliin mahtuu vielä lukuisia neutraalimpia suhtautumisia. Aikuisten asennoituminen matematiikkaa kohtaan juontaa usein juurensa kouluaikaisiin kokemuksiin. Helposti he, jotka koulun matematiikassa pärjäsivät hyvin, eivät liitä siihen negatiivisia tunteita. Sitä vastoin heikosti pärjänneet, ”minulla ei ole matikkapäätä”-ajattelijat, eivät ole ensimmäisenä laskemassa pelien pistesaaliita. Millaista matematiikan opiskelun tulisi olla, jotta kokemukset siitä olisivat myönteisiä myös aikuisen muistikuvissa?

Matematiikka on läsnä jokapäiväisessä elämässä, eikä siltä voi kukaan välttyä. Ihmisen toimintaa yhteiskunnassa rytmittävät kellonajat, ja ilman matemaattista aikakäsitystä olisi yhteiskunnan pyörteissä toimiminen melko mahdotonta. Lähestulkoon kaikella on hinta, ja lukujen käsittäminen helpottaa mm. kaupassa asiointia, puhelinoperaattoreiden hinnoittelun vertailua ja muiden kustannuksien hallinnointia huomattavasti. Lisäksi on hyvä ymmärtää, laitetaanko sämpylätaikinaan suolaa teelusikalla vai desilitran mitalla. Tässä vain muutamia esimerkkejä lukuisista. Koska matematiikka on tavalla tai toisella kytköksissä jokaisen suomalaisen ihmisen elämään, on matematiikan asema myös suomalaisten koulujen oppiaineiden joukossa ollut pitkään keskeinen. Sen merkitys oppilaiden tulevaisuuden kannalta on kiistaton, riippumatta heidän tulevista ammateistaan. Paulos (2012) esittää, että numerotaidottomuus on jopa yhteydessä siihen, että merkittävä osa aikuisväestöstä uskoo tarotkortteihin, meedioihin ja kristallipalloihin, toisin sanoen pseudotieteisiin (Paulos 2012, 14). Tästä voisi päätellä, että nykypäivän informaatiotulvassa matemaattinen ymmärtäminen on myös kriittisen ajattelun kannalta tärkeässä asemassa. Ilman käsitystä esim. suurista luvuista on mahdotonta käsittää esimerkiksi vuosien 2020–2021 puhuttavimpaan teemaan, koronaan liittyvien taulukoiden tai lukujen merkitystä, jolloin ajatukset taudin vakavuudesta voivat vääristyä suuntaan tai toiseen. Miten siis voi olla, että näinkin tärkeä aihe koetaan niin vastenmieliseksi? Onko matematiikka koettu koulussa liian vaikeaksi ymmärtää ja liialliseksi kaavojen ulkoa opetteluksi? Millä tavoin oppilaat saataisiin motivoitua ja miten heidät saataisiin ymmärtämään asiat helpommin? Millainen merkitys on käytettävällä oppikirjalla ja millainen oppikirja toimii kaikkein parhaiten?

Tämän pro gradu -työn tarkoitus oli tutkia, tuottavatko kaksi eri alakoulussa käytössä olevaa matematiikan kirjasarjaa eroja oppilaiden osaamisessa ja asennoitumisessa oppiainetta kohtaan alakoulun kolmannella luokalla. Kyseessä on määrällinen eli kvantitatiivinen tutkimus, jonka aineisto kerättiin eri tehtävistä koostuvalla testillä, jotka oppilaat suorittivat ryhminä. Tutkimus suoritettiin oppilaiden omissa kouluissa oppituntien aikana. Tutkittaviksi matematiikan kirjasarjoiksi valikoituivat DragonBox Finland Oy:n DragonBox sekä Sanoma Pron Milli. Kirjat valikoituivat siksi, että juuri nämä kirjat olivat valitun kaupungin kahden suurimman koulun käytössä. Molemmissa kouluissa on kolmannen vuosiluokan oppilaita kolme rinnakkaisluokkaa ja niillä yhteensä suurin piirtein saman verran oppilaita. Molemmat sarjat noudattavat perusopetuksen opetussuunnitelman tavoitteita ja ovat melko tuoreita sarjoja alakoulun käytössä. DragonBox poikkeaa aiemmin käytössä olevista alakoulun matematiikan kirjasarjoista, joten sen vuoksi gradun tekijän kiinnostus sarjaa kohtaan ja tämän tutkimuksen tekemiseen heräsi.

Tutkin proseminaarityössäni (2020) toista tutkimuksen kirjasarjaa Dragonboxia. Keräsin luokanopettajien kokemuksia kirjasarjan käytöstä, minkä lisäksi olen havainnoinut oman lapseni innostusta kyseisen kirjasarjan parissa. Sarja on koettu innostavaksi ja oppilaiden ymmärrystä selkeästi rakentavaksi. Jo ensivilkaisulla voi havaita, että kirjasarja poikkeaa aiemmin kouluissa käytössä olleista kirjasarjoista ainakin kirjojen asettelun osalta. Ensimmäisen vuosiluokan aikana oma poikani piirsi, askarteli ja muovaili kirjasarjan hahmoja kotona, enkä ole koskaan tavannut oppikirjasarjaa, jonka hahmot kulkisivat niin vahvasti oppilaiden kotiin asti. Tästä havainnosta sainkin kimmokkeen ensin proseminaarityöni, ja sen jälkeen pro gradu -työni aiheeksi. Halusin selvittää toimivatko kirjasarjan käyttämät metodit ja onko oppilaiden osaamisessa eroja verrattuna johonkin toiseen kirjasarjaan. Lisäksi olen kiinnostunut siitä, onko oppilaiden asennoitumisessa matematiikkaa kohtaan eroja verrattuna muihin sarjoihin.

Työssä esitellään aiheen teoreettista taustaa, aiempia tutkimuksia ja perusopetuksen opetussuunnitelmaa koskien matematiikan opettamista ja oppimista siltä osin, kuin ne liittyvät tähän tutkimukseen. Myöhemmin esitellään tutkimuksen kohteena olevat kirjasarjat, tutkimusmetodit ja tietenkin analysoidaan itse tutkimustuloksia. Lopuksi pohditaan, miten hyvin tulokset ovat yleistettävissä, mitä tulokset mahdollisesti merkitsevät, mitä niistä voi päätellä ja millaisia jatkotutkimuksia aiheen tiimoilta voisi tehdä.

2 TAUSTATEORIAA JA AIEMPIA TUTKIMUKSIA

2.1 Peruskäsitteitä ja niitä koskevia tutkimuksia

Matemaattisen ajattelun kehittäminen on matematiikan opettamisen tavoite (Koponen 1991, 15). Suomalaisessa koululaitoksessa opetettava matematiikan oppiaine sisältää algebraa, aritmetiikkaa, geometriaa sekä trigonometriaa. Aikuisista suurimman osan mielikuva matematiikasta rakentuu nimenomaan tähän koulussa opiskeltuun, jolle luonteenomaista ovat täsmälliset vastaukset, tarkasti noudatettavat laskukaavat ja -säännöt sekä tarkka terminologia. Vaikka matematiikkaa on vuosituhansien ajan pidetty erehtymättömänä, yhä useampi alan asiantuntija ja tutkija on kyseenalaistanut ajatuksen siitä, että matematiikka olisi objektiivista, eksaktia ja konvergenttia tiedettä. Matematiikka on heidän mukaansa ihmisen omaa keksintöä ja sen kautta erehtyväistä ja muuntuvaa. (Kupari 1999, 25.)

2.1.1 Laskeminen

On helppo ajatella, että laskeminen on vain lukusanojen luettelemista ja numeroiden tuntemista. Voisi kuvitella, että jos lapsi osaa luetella lukuja oikeassa järjestyksessä, olisi hänellä riittävät valmiudet oppia laskemaan. Tietenkin lukusanojen ja numeroiden tuntemus on ydinasioita, mutta se on vain pieni osa varsinaisesta lukujen ymmärtämisestä ja niiden käsittelystä. (Kinnunen 2003, 1.) Vaadittava ymmärrys ei ole sisäsyntyistä ja se tapahtuu asteittain. Lukujen luonteiden ymmärtäminen on laskemaan oppimisen ydin ja ilman sitä laskemaan oppiminen on äärimmäisen hankalaa. Matemaattiset taidot koostuvat eri osatekijöistä, joita ovat numeeriset tiedot (numeroiden tunnistaminen ja käsitys niiden järjestyksestä), aritmeettiset taidot (laskutoimitukset), matemaattisten käsitteiden ja periaatteiden ymmärtäminen, proseduraalinen tieto ja taito (miten voidaan laskea) sekä ongelmaratkaisutaito. (Aunola & Nurmi 2018, 55).

Lukusanat itsessään ovat käsitteinä abstrakteja ja niitä on vaikea ymmärtää ilman kytköstä johonkin kontekstiin (Johnsen & Natås 2018, 24). Lukusana neljä tarkoittaa muutakin kuin vain lukua neljä. Luku on myös lukujonossa neljäs, mutta sillä voidaan hyvin tarkoittaa myös neljää porkkanaa, pilveä, sormea, lasta tai mitä tahansa muuta laskettavissa olevaa. Lukusana viisi tarkoittaa myös lukua, mutta laskettavien porkkanoiden, pilvien, sormien ja muiden kohdalla viisi on yhden enemmän kuin neljä. Lukujen luetteleminen itsessään ei ole laskemista, vaan laskea voi vasta sitten kun tietyt käsitteet ovat hallussa. Käsitteet ovat kaiken oppimisen perusta, sillä ne jäsentävät tietoa ja asettavat sen oikeaan järjestykseen. (Johnsen & Natås 2018, 25.) Ja kun matemaattiset peruskäsitteet ja -toiminnot ovat riittävästi automatisoituneet harjoittelun myötä, niiden käyttö ei enää vie resursseja tarkkaavaisuudelta tai työmuistilta. Silloin resurssit vapautuvat käytättäväksi monimutkaisempiin prosesseihin (Aunola & Nurmi 2018, 55).

Laskemisen opettelu aloitetaan perusteista. Brissiaudin (2016) mukaan ensimmäinen ja yleisempi tapa laskemisen opettelussa on sormen siirtäminen laskettavien esineiden, kuten nappien päällä sanoen samanaikaisesti lukusanoja ”yksi, kaksi, kolme…” ja jokaisen lukusanan kohdalla sormi siirretään aina seuraavan napin päälle. Tällainen tapa voi kuitenkin olla lapselle hämmentävä, koska samalla tavoin sormen kanssa osoittamalla voidaan tutkia nappien ominaisuuksia kuten värejä ja muotoja. Lapsen mielessä ”yksi” voi olla samalla tavalla napin ominaisuus kuin esimerkiksi ”punainen” tai ”pyöreä”. (Brissiaud 2016.)

Toinen Brissiaudin (2016) esittelemä tapa selventää lukusanan merkitystä paremmin. Havainnollistamisvälineenä napit ovat edelleen varsin päteviä, mutta niitä käsitellään eri tavalla. Nappeja siirretään kasasta toiseen sitä mukaan, kun niitä lasketaan ja jos laskettavat objektit ovat esim. kuvassa, jossa niitä ei voida siirtää, voidaan laskettavat peittää ja paljastaa niitä näkyviin samalla kun lukusanoja luetellaan ääneen. Tällä tavalla lapsi ymmärtää paremmin luvun käsitteen; lukusana ei ole objektin, esim. napin ominaisuus, vaan sillä voidaan ilmaista, kuinka monta nappia kaikkiaan on. (Brissiaud 2016.)

Johnsen & Natås (2018) väittävät, että jokainen normaali, terve lapsi on kykeneväinen oppimaan ja ymmärtämään peruskoulun matematiikan oppimäärän. Heidän mukaansa lukujen ymmärtämisen kyky on ihmisessä sisäänrakennettuna ja kaikki nisäkkäät ovat kykeneviä tajuamaan määriä ja lukumääriä. Ihmisen kyky käsitellä lukuja ja laatia niitä koskevia sääntöjä niiden laskemiseksi sen sijaan on ainutlaatuinen. Matematiikka on kuitenkin kielennetty moniulotteiseksi ja kumulatiiviseksi, jolloin se muuttuu monille haastavaksi ja jopa ylitsepääsemättömäksi. (Johnsen & Natås 2018, 10.)

Päässälaskun merkitys saatetaan helposti aliarvioida, koska ajatellaan tietokoneiden tehneen taidon tarpeettomaksi. Miksi pitäisi osata laskea, kun tuloksen saan helposti selville laskimen avulla. On kuitenkin hyvä osata arvioida tulos edes summittain, etenkin suurten lukujen kohdalla, sillä laitteeseen syöttävä ihminen saattaa huomaamatta syöttää tuhansien sijaan kymmeniätuhansia, jolloin tulokset heittävät reilusti. Tällaisten virheiden välttämiseksi päässälaskutaito on hyödyllinen. (Koponen 1991, 39.)

2.1.2 Lukukäsite

Hyvällä lukukäsitteellä tarkoitetaan intuitiivista ymmärrystä siitä, miten luvut muodostuvat ja miten niitä voidaan käsitellä ja manipuloida erilaisten matemaattisten operaatioiden avulla. Hyvän lukukäsitteen omaava ymmärtää lukujen välisiä suhteita, kuten esim. laskussa 17+13. Hyvän lukukäsitteen ansioista lapsi esim. ymmärtää lukujen 17 ja 13 olevan yhtä kaukana luvusta 15, ja tämän tiedon avulla hän voi pilkkoa ja muuttaa luvut mielessään muotoon 15+15, jolloin lasku on helpompi laskea. (DragonBox 2020). Samassa laskussa avuksi on myös ns. kymppiparien ymmärtäminen: 7 ja 3 muodostavat yhdessä yhden kympin ja tämän ymmärtäminen auttaa jälleen laskun ratkaisemisessa.

Brissiaudin (2016) esimerkissä lukusanoja pelkkinä sanoina voidaan hyvin ilmaista vaikkapa kirjaimilla. Sovitaan aakkosjärjestyksen mukaisesti, että A=1, B=2, C=3 jne. (Brissiaud 2016.) Tämän systeemin perusteella voidaan kirjaimien avulla laatia lasku B+N. Menetelmä on varsin selkeä, joskaan ei kovin nopea, sillä kaikille ei ole muodostunut tarkkaa käsitystä mitä lukua kirjan N vastaa. B:n vastaavuus luvuissa on helppo muistaa, mutta ilman kirjaimien luettelemista ja laskemista harva osaa sanoa suoraan, että kirjain N vastaa lukua 14. Mutta kun kirjainten laskemisen avulla on selvitetty kirjain N:n arvo, voidaan laskea, että B+N=P, tutummin numeroilla ilmaistuna 2+14=16.

Hyvä lukukäsite tarkoittaa ymmärrystä siitä, että luku voidaan hajottaa itseään pienempiin lukuihin. Jotta esimerkiksi luvun 8 ymmärtäisi hyvin, ei tarkoiteta pelkästään lukusanojen luettelemista lukuun kahdeksan asti, vaan käsitystä siitä, että lukuun 8 sisältyy sitä pienempiä lukujoukkoja. Näitä lukujoukkoja ovat esim. 1 ja 7, 2 ja 6, 5 ja 3, tai kaksi yhtä suurta 4:n joukkoa ja tässä ovat vasta kokonaisluvuista koostuvat joukot. Edellä mainittuja joukkoja voi edelleen jakaa pienempiin lukuihin. Kun lukukäsite on ymmärretty, lapsi pystyy joko kuullessaan sanan ”kahdeksan” tai nähdessään kirjoitetun luvun 8, ajattelemaan näitä edellä mainittuja erilaisia yhteyksiä ratkoessaan matemaattisia ongelmia. Mikäli lukukäsite on vielä huteralla pohjalla, joutuu lapsi luettelemaan koko lukulitanian alusta asti läpi, kuten itse kävimme aiemmin selvittääksemme kirjaimen N vastaavuuden luvuissa. Luvun ymmärtäminen tarkoittaa siis taitoa ilmoittaa kyseinen luku sitä itseään pienempien lukujen avulla. (Brissiaud 2016.) Käytännössä jokainen meistä on alakouluikäisenä hyödyntänyt luvun 8 erästä hajotelmaa nostaessaan ensin yhden käden kaikki sormet pystyyn ja toisesta vielä kolme sormea lisää.

Brissiaudin (2016) mukaan lukukäsitteen opettamisessa tulisi välttää käyttämästä lukujonojen luettelemista (Counting by Numbering the Units eli CNU). Opetuksessa kannattaa sen sijaan keskittyä yhdistämisiin ja hajotelmiin, etenkin niihin, joiden pohjana voidaan käyttää lukuja 5 ja 10. Näissä apuna voidaan käyttää laskusauvoja, joita voidaan vertailla helposti vain silmämääräisesti ilman sen kummempaa laskemista. Jotta sauvojen erottaminen toisistaan olisi helpompaa, niille voidaan määrittää tietyt värit. Sauvojen avulla voidaan silmämääräisesti havaita, että vihreä kolmossauva ja violetti nelossauva ovat yhdessä yhtä pitkiä kuin musta seiskasauva. (Brissiaud 2016.) Tällainen visuaalinen havainnollistaminen vahvistaa lukukäsitystä ja sitä käytetään mm. Varga–Neményi menetelmässä.

2.1.3 Kumulatiivisuus

Matematiikka on luonteeltaan kumulatiivista, mikä tarkoittaa sitä, että oppi kasautuu edellisen opin päälle ja aiempi osaaminen edistää ja helpottaa uuden tiedon omaksumista. Matematiikassa on Johnsenin ja Natåsin (2018) mukaan tiettyjä perustietoja, jotka muodostavat eräänlaisen kivijalan, jolle oppiminen rakentuu. (Johnsen & Natås 2018, 13, 19.) Jos tästä kivijalasta puuttuu jokin osa tai se on muuten hutera, jatkossa asioiden oppiminen on aina vain haastavampaa. Siis myös matematiikan hankaluudet ovat kumulatiivisia; uusi ongelma kasautuu edellisen ongelman päälle ja oppiminen käy pian mahdottomaksi. Kun hankaluudet lisääntyvät, matematiikka muuttuu epämiellyttäväksi eikä tekeminen ole palkitsevaa. Kielteinen asenne ja puutteet perustaidoissa heikentävät entisestään matemaattisten taitojen kehittymistä. (Kinnunen 2003, 16.) Tämä tarkoittaa valitettavasti myös sitä, että tasoerot pääsevät muodostumaan ja kasvamaan. Lapset, joiden alkuvalmiudet ovat paremmat, pärjäävätkin matematiikassa paremmin, kun vastaavasti heikommat oppilaat jäävät aiheissa jälkeen aina vain enemmän. Nämä taidolliset erot muodostuvat erityisen voimakkaasti alkuopetuksen aikana. (Aunola & Nurmi 2018, 55–56.) Alkuopetuksen aikana on siis erityisen tärkeää panostaa laadukkaaseen matematiikan opetukseen, jotta tasoerot olisivat ensimmäisten kouluvuosien jälkeen mahdollisimman pieniä. Lapsille on myös hyvä havainnollistaa, ettei ratkaisutapoja ole vain yhtä ja ainoaa oikeaa. Tulos voi olla sama, mutta reittejä ratkaisuun voi olla useita.

Yhden matematiikan peruspilareista voisi katsoa rakentuvan kertolaskuista ja niiden sujuvasta osaamisesta. Ainakin Koponen (1991, 37) on useiden muiden kanssa sitä mieltä, että kertolaskut tulisi osata sujuvasti ulkoa. Tuskin kertolaskuille annettaisiin koulussa niin suurta roolia, ellei niiden sujuva osaaminen olisi koettu tärkeäksi. On työlästä ja aikaa vievää luetella kertotaulujen litaniat aina alusta lähtien samaan tapaan kuin lukukäsitteen kohdalla mainittiin aiemmin yhteenlaskujen yhteydessä. Silti asiasta käydään edelleen keskustelua. Vuoden 2020 marraskuussa tekniikan tohtori Sanna Yliniemi kritisoi Helsingin Sanomissa sitä, ettei kertolaskujen ulkoa opettelu kehitä luovuutta. Tähän kirjoitti vastineen eläköitynyt matematiikan, fysiikan ja kemian lehtori Pirkko Vironseppä. Hänen mukaansa ilman toisen ja kolmannen luokan aikana opeteltujen kertolaskujen osaamista opetuksen seuraaminen on jotensakin mahdotonta. (Vironseppä 2020.)

2.1.4 Tieto- ja viestintätekniikka

Tieto- ja viestintätekniikka (jatkossa TVT) on jo varsin kiinteä osa suomalaisen kouluikäisen lapsen arkea. TVT on ottamassa vankkaa jalansijaa myös opetusvälineistöjen ja -menetelmien joukossa. Vaikka jokaisella oppilaalla ei koulutyössä olisikaan mahdollisuutta käyttää omaa tablettitietokonetta, on lähes kaikissa luokissa opettajalla käytössään dokumenttikamera tai jopa älytaulu, joiden avulla hyödynnetään oppikirjojen digitaalista opetusmateriaalia.

Teknologian loikkaukset ja sen kehittäminen ovat olleet riippuvaisia matemaattisesta osaamisesta ja vastaavasti matematiikkaan on saatu teknologisia apuvälineitä, kuten laskimet. Teknologian ja matematiikan voi hyvin katsoa tukevan toisiaan - olevan jopa riippuvaisia toisistaan. Kouluopetuksessa TVT mahdollistaa avoimemmat oppimisympäristöt ja oppilaille omaan tahtiin etenemisen. Harvassa ovat ne ammatit, joissa ei tarvitsisi missään vaiheessa minkäänlaista TVT:n käyttöä. Sen vuoksi niiden käytön opettaminen on perustellusti sisällytetty myös perusopetuksen opetussuunnitelmaan. (Pehkonen & Rossi 2018, 71–77.)

Yhteiskunnan toiminnot ovat vauhdilla siirtyneet sähköisiin järjestelmiin, ja tuskin tämä suunta on muuttumassa lähitulevaisuudessa. Kouluissakin siirrytään yhä enemmän ja enemmän sähköisen materiaalin hyödyntämiseen ja niiden käyttö tulee olemaan yhä useammissa kouluissa kiinteästi osa koulutyötä. Vuosien 2009–2011 aikana toteutetun Kansallinen Opetusteknologia koulun arjessa -tutkimushankkeen tavoite olikin, että TVT:n ja sähköisen materiaalin käyttö olisi luonteva osa koulun arkea. (Oppia ja iloa kouluun 2010). Yhä useamman uuden kirjasarjan opetusmateriaaliin sisältyy osana sähköinen opetusmateriaali, ei pelkästään opettajien vaan myös oppilaiden käyttöön.

Etenevästä digitalisoitumisesta huolimatta oppikirjojen asema on edelleen vahva. Opetuksen pohjaksi laaditaan erilaisia materiaaleja, vaikkei oppilailla olisikaan joka oppiaineessa fyysistä kirjaa. Vaikka joissakin oppiaineissa kirjan poisjättäminen on helppoa, matematiikan opiskelussa oikean kirjan käyttö on erittäin perusteltua. Kirjojen sisältämät malliesimerkit, teoria ja harjoitustehtävät tukevat oppimista ja syventävät juuri opittua. Matematiikan opiskelun on aina hyvä sisältää paljon toistoharjoitusta, eli drillausta. Oppilaan kirjan, opettajan oppaan ja tuloskirjan sisältäviä varsinaisia materiaalipaketteja on kustannettu 1970-luvulta lähtien, jolloin materiaalille, tavoitteelle ja itse opetustapahtumalle asetettiin kriteerit kouluhallituksen toimesta. Nykypäivänä asetetut vaatimustasot ovat muuttuneet ja vapautuneet, mikä antaa kouluille vapauden valita eri painotusalueita oppiaineen sisällä. (Perkkilä 2002, 45–47.)

2.1.5 Toiminnallinen opetus

Vaikka TVT -välineistö voi pelillisyydellään motivoida oppilaiden oppimista, on se samalla valitettavan passivoivaa. Sen vuoksi toiminnallisuutta ja toiminnallista oppimista tulisi kouluissa lisätä. Liikkumattomuus ja passivoituminen ovat ongelma oppilaiden kotioloissa ja myös kouluissa, eikä silloin tehtävien tekemiseen jakseta keskittyä. Kouluissa tehtyjen havaintojen mukaan pelillisyys ja liikunnan lisääminen oppitunneille pitkin päivää lisäävät motivaatiota ja kouluviihtyvyyttä. Samalla oppimistulokset voivat parantua, koska oppiminen on palkitsevaa. (Salo 2017, 9.) Toiminnallisuutta puoltaa myös se, ettei paraskaan oppikirja tai opettaja voi hallita kaikkea sitä, minkä oppilaat pystyisivät itsenäisesti oppimaan. Sen sijaan, että koulussa tarjottaisiin pelkästään valmista tietoa, olisi hyvä käyttää aikaa myös tutkimuksen tekemiseen ja luoda erilaisia oppimisen mahdollistavia tilanteita. (Koponen 1991, 21.)

Jo vuonna 1990 Leino (ks. Koponen 1991) kritisoi oppikirjoja vahvasti. Hänen mukaansa tavoite ydinasioiltaan yhdenvertaisten tulosten saavuttamisesta on johtanut osaltaan siihen, että oppikirjoissa tieto esitetään yksinkertaisena, pelkistettynä ja sellaisenaan opittavaksi tarkoitetussa muodossa. Tällöin tiedon hankinta jää sivuseikaksi. Passivoiva opetus johtaa motivaation laskuun. (Koponen 1991, 21.) Kolmenkymmenen vuoden aikana tilanne on muuttunut ja myös oppikirjat ovat alkaneet sisältää vinkkejä toiminallisuuden lisäämiseksi. Viimekädessä on opettajan itsensä päätettävissä, paljonko toiminnallisuutta halutaan ja voidaan luokassa toteuttaa.

Suomessa tällä hetkellä voimassa olevien perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden mukaan koulussa opetuksessa käytettävien työskentelytapojen tulee olla monipuolisia ja sisältää toiminnallisuutta. Perusteluna on, että näiden keinojen avulla luodaan oppimisen iloa ja onnistumisen kokemuksia, kun toiminta on oppilaiden ikätason mukaista. Toiminnallinen ja kokemuksellinen oppiminen, eri aistikanavien käyttö ja liikkuminen vahvistavat oppilaiden motivaatiota, itseohjautuvuutta ja tukevat sosioemotionaalista tunnetta ryhmään kuulumisesta. Yhdessä tekeminen ja oppiminen edistävät ongelmanratkaisun, luovan ja kriittisen ajattelun taitoja sekä kykyä ymmärtää erilaisia näkökulmia. (Opetushallitus 2014, 17, 30.) Monipuoliset menetelmät mahdollistavat lapsen yksilöllisen etenemisen ja etenkin alkuopetuksessa leikinomaisuus ja toiminnallisuus, myös matematiikan tunneilla, ovat keskeisiä työskentelytapoja (Ikäheimo & Risku 2004, 227).

Yrjönsuuren (2007) mukaan oppimisen kannalta keskeistä on juuri myönteinen kokemus. Kun oppilas havainnoi aktiivisesti ja hankkii uutta tietoa tai taitoa, on tuloksena pysyvää oppimista. Myönteiset kokemukset luovat helpommin käsityksiä ja niiden avulla saadaan rakennettua tietorakenteita, joihin myöhemmin voidaan liittää kumulatiivisesti lisää uutta tietoa. (Yrjönsuuri 2007, 21.) Toiminnallisuuden käyttö oppimisessa on siis varsin perusteltua, sillä sen avulla voidaan lisätä motivaatiota. Myönteisen kokemuksen ja motivaation avulla edistetään oppimista ja kun opittavan asian peruspilarit on saatu kohdilleen, on perustusten päälle hyvä rakentaa uutta, vankkaa tietoa. On kuitenkin tärkeää huomata, että toiminnallisuus liittyy oikeaan asiaan, ettei toiminnallisuudesta tule pelkkää hauskaa puuhastelua ilman sisältöä. Kouluviihtyvyyden nimissä ei pidä viedä aikaa varsinaiselta opetussisällöltä. Hyvä opetus ei kuitenkaan ole pelkästään oppikirjojen seuraamista (Koponen 1991, 10).

Yhteistoiminnallisen opiskelun puolella on myös Saloviita (2006). Tutkimusten mukaan yhteistoiminnallisuus tuottaa parempia oppimistuloksia ja parantaa oppilaiden välisiä sosiaalisia suhteita. Myös oppimismotivaatio ja koulumyönteisyys lisääntyy. (Saloviita 2006, 135–139.) Tutkiva ja toiminnallinen työskentely on tehokas työtapa ja antaa tilaa lasten omille oivalluksille.

Opettaja voi nähdä suunnattomasti vaivaa luodakseen oppilailleen myönteisiä kokemuksia oppimistilanteisiin. Se ei kuitenkaan yksin riitä, sillä kuten kaikessa muussakin oppimisessa, myös matematiikassa oppilaan omalla motivaatiolla on suuri merkitys. Lapsen oma kiinnostus matemaattisia tehtäviä kohtaan ennustaa taitojen kehittymistä jatkossa. Erityisesti tehtäväsuuntautuneisuus ennusti tutkimusten mukaan nopeaa taitojen kehittymistä ja selitti osaltaan myöhempää matemaattista osaamista. Erityisen suuri rooli oppilaiden motivaation herättämisessä on opettajalla. Luokissa, joissa opettajan keskeinen tavoite on ollut oppilaiden motivaation tai minäkuvan tukeminen, lasten motivaatio matematiikan tehtäviä kohtaan lisääntyi eniten. Havaintojen mukaan oppilaslähtöiset käytänteet, kuten yksilöllisten tarpeiden ja kiinnostusten kohteiden huomioiminen, lisäsivät matematiikkainnostusta oppilaiden keskuudessa, mikä puolestaan nosti ennustetta paremmista oppimistuloksista. (Aunola & Nurmi 2018, 61–62; Koponen 1991, 18.)

2.1.6 Ongelmanratkaisu

Parin vuosikymmenen ajan ongelmanratkaisutaidot ovat olleet osa suomalaista opetussuunnitelmaa ja vallitseva Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (OPS) mainitsee päättely- ja ongelmanratkaisutaitojen kehittämisen yhtenä osana matematiikan opetuksen tavoitteita (Opetushallitus 2014, 128, 235). Tämä on sangen perusteltua, sillä ongelmanratkaisu kehittää matemaattista ajattelua ja luovuutta. Tästä huolimatta näiden taitojen harjoittelemisen keinot eivät ole täysin löytäneet tietään varsinaisiin opetustilanteisiin. Matematiikan oppitunnit noudattavat edelleen varsin perinteistä kaavaa, jossa tehtäviä tehdään oppikirjoista, eikä keskustelulle jää juurikaan aikaa. Käsiteltävää sisältöä on paljon ja kaikki ”ylimääräinen” vie aikaa itse sisällöiltä. Tilanne on toinen, mikäli opetusmateriaali tarjoaa valmista materiaalia ongelmaratkaisutaitojen harjoittamiseen. Muussa tapauksessa materiaalit jäävät opettajien itsensä valmistettavaksi, mutta mistä löytyy aika niiden laatimiseen ja käsittelyyn? (Koponen 2015, 55.)

Jotta ongelmanratkaisutaidot kehittyisivät, on ensin löydettävä sopiva ongelma ja ymmärrettävä sen luonne. Opettajan rooli ei ole antaa valmiita vastauksia, vaan hänen tehtävänsä on ohjata ja auttaa oppilaita oivaltamaan itse. Opettajan on kuitenkin itse ymmärrettävä mistä ongelmassa on kyse ja mihin sen kanssa pyritään. Liiallisen ja riittävän ohjauksen raja on hyvin pieni, mutta riittävä oppilaiden tuntemus ja käytettävä aika helpottavat. Ongelmanratkaisussa oikeaa vastausta tärkeämpää on pohtia ratkaisuun johtaneita keinoja ja käytettyjä strategioita koko luokan kesken yhdessä. Tärkeintä ei ole tarkkojen matemaattisten vastausten saaminen, vaan havaintojen tekeminen, hypoteesien muodostaminen ja erilaisten ratkaisujen kokeileminen. (Koponen 2015, 55–57.) Ikäkaudelle sopivilla tehtävillä saadaan herätettyä oppilaiden uteliaisuutta ja kiinnostusta ympäröivää maailmaa ja sen ilmiöitä kohtaan. Samalla vahvistetaan oppilaiden taitoa jäsentää, kuvailla ja nimetä ympäristöä. Vuosiluokkia 3–6 koskevassa opetussuunnitelmassa ongelmanratkaisutaito mainitaan ajattelun taidoissa. (Opetushallitus 2014, 99, 155.)

Ongelmanratkaisun opettaminen ei ole nopeaa tai yksinkertaista. Erot oppilaiden yksilöllisessä osaamisessa voivat olla suuria. Taitotasoltaan heikompien oppilaiden kannalta on erityisen tärkeää, että ratkaisuja pohditaan yhdessä koko ryhmän kesken. (Koponen 2015, 56.) Myös OPS kannustaa ongelmaratkaisutaitojen harjoitteluun yhdessä (Opetushallitus 2014, 17). Ongelmanratkaisutaitoja harjoittavien tehtävien tulisi toimia kiinteänä osana matematiikan opetusta, eikä ajatella niitä lisätehtävinä tai irrallisia osina, joihin vain nopeimmat ja taitavimman laskijat ehtivät perehtyä. (Koponen 2015, 66.)

Ongelmanratkaisun taidot voidaan herkästi ajatella sisältyvän vain matematiikan opetukseen. OPS:n mukaan ongelmanratkaisutaidot ovat osa ympäristöopin, suomen-, saamen-, romani- ja viittomakielen opetusta, laaja-alaista osaamista ja vuosiluokilla 7–9 myös biologian, maantiedon, käsityön ja kotitalouden opetusta. (Opetushallitus 2014, mm. 131,155, 174, 179, 182, 291, 380, 386, 430, 438). Taidon voidaan tulkita olevan varsin tavoittelemisen arvoinen, kun tarkastellaan edellä olevaa listaa.

2.2 Suomen koululaisten sijoittuminen kansainvälisissä vertailuissa

Kansainvälisten TIMMS- ja PISA-tutkimusten mukaan 2000-luvulla suomalaisten peruskoulujen oppilaat pärjäävät matematiikassa hyvin. Uusimman PISA-tutkimuksen tuloksissa suomalaisten oppilaiden matematiikan osaaminen oli edelleen OECD-maiden keskiarvon yläpuolella, vaikka tuloksissa onkin ollut havaittavissa selvää laskua edellisiin vuosiin verrattuna. Tutkimukseen osallistuneista 79 maasta tai alueesta Suomi sijoittui sijoille 12–18, eli varsin hyvin. (OECD 2019.) Kuparin & Hiltusen (2018) mukaan heikosti suoriutuneiden oppilaiden osuus on Suomen tuloksissa aina ollut pieni muihin maihin verrattuna. Hajonta tulosten välillä on ollut vähäistä ja tyttöjen ja poikien väliset erot ovat merkittävästi tasaantuneet. Ero on silti osallistujamaiden välisessä vertailussa yksi suurimmista. Havaintojen mukaan suomalainen matematiikan opetus on huomattavan tasa-arvoista, jolloin oppilaiden sosioekonominen tausta ei vaikuta oppilaiden saaman opetuksen tasoon. Oppilaan taustoilla voi olla merkitystä, mutta erot eivät silti ole merkittäviä, vaikkakin merkitys on selvästi voimistunut. Muiden maiden kohdalla vastaavia merkittäviä muutoksia ei ole tapahtunut. (Kupari & Hiltunen 2018, 47–48; OECD 2019.)

”Matematiikan sisällöt, jotka jokaisen tulisi omaksua, tulee sisältyä jo oppivelvollisuusikäisille tarkoitettuun matematiikan opetukseen.” Näin Yrjönsuuri (2007, 11) siteeraa Pariisissa vuonna 1959 pidetyn kansainvälisen matematiikan opetusta käsitelleen kokouksen päätelmää. Tähän ajatukseen tukeutuen oppilaille tulisi tarjota oppiaineen sisällöt sellaisessa muodossa ja sellaisella tavalla, että oppilaalla on mahdollisuus omaksua tarvittavat taidot. Matematiikan oppimisessa yksilö tiedostaa oppimisen tulokset, ei niinkään sitä sisäistä prosessia, joka oppimisen aikana tapahtuu. Oppimiseen vaikuttavat ihmisen kokemukset sekä niiden itsenäinen reflektointi. (Yrjönsuuri & Yrjönsuuri 2004, 125–126.) Kuten aiemmin on todettu, myönteinen kokemus uuden asian oppimisen yhteydessä on keskeistä, myös matematiikassa (Yrjönsuuri 2007, 21).

3 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

Tutkimus suoritettiin kahdella saman kaupungin koululla yleisopetuksen kolmannen luokan oppilaille keväällä 2021. Kyseistä kaupunkia ei tässä tutkimuksessa kerrota, jottei luokkia pystytä identifioimaan tutkimuksen perusteella. Koulut valittiin saman kaupungin sisältä, jotta koulut noudattavat samaa kunnallista opetussuunnitelmaa. Molemmissa kouluissa kolmannen luokan oppilaita oli suunnilleen saman verran kolmella rinnakkaisluokalla.

3.1 Tutkimuslupa

Tutkimuslupa DragonBox Koulu- kirjasarjaa koskien on kysytty suomenkielisen kirjasarjan työtiimiltä ja lupa tutkimukseen saatu sähköpostitse 1.8.2019. Myös Milli-sarjan käyttöön on saatu lupa sähköpostitse 10.8.2020. Molempien tutkimukseen osallistuvien luokkien opettajiin sekä koulujen rehtoreihin oltiin yhteydessä joko sähköpostitse tai Wilman välityksellä. Oppilaiden vanhemmille kerrottiin tutkimuksesta etukäteen ja heille annettiin mahdollisuus kieltää lapsen osallistuminen tutkimukseen Wilman kautta ennen tutkimuksen toteuttamista. Lisäksi virallinen tutkimuslupa on sähköpostitse pyydetty ja saatu kyseisen kaupungin sivistysjohtajalta 3.2.2021.

3.2 Tutkimuskysymykset

Tutkimuskysymykset rakentuivat sen mukaan, mikä aiheessa gradun tekijää kiinnosti. Voiko kirjasarja vaikuttaa matematiikan opettamiseen ja oppimiseen niin paljon, että oppilaiden osaamisessa olisi havaittavissa eroja? Tarkoitus ei ole asettaa eri kirjasarjoja paremmuusjärjestykseen eikä ennakkoon olettaa, että jompikumpi olisi toista parempi sarja. Ytimessä ovat nimenomaan oppilaiden matemaattinen osaaminen ja ongelmanratkaisutaidot.

1. Onko oppilaiden matematiikan osaamisessa eroja kahden eri matematiikan kirjasarjan välillä ja millaisia nuo erot ovat?

2. Millaisia eroja on havaittavissa oppilaiden asennoitumisessa matematiikkaa kohtaan kahden tutkimusryhmän välillä?

3.3 Tutkimuksen oppikirjojen esittely

3.3.1 DragonBox

DragonBox-sarjan esittelytekstin mukaan kirjasarjan tavoitteena on elävöittää matematiikan oppimista tarinoiden sekä digitaalisen että konkreettisen materiaalin avulla. Digitaalisella materiaalilla on suuri rooli opetuksessa ja materiaalipakettien mukana voi halutessaan jokaiselle oppilaalle tilata kirjojen mukana tabletin, jonka avulla voi pelata sarjan oppimispelejä. Tabletteja, jotka edustavat TVT-välineistöä, ei ole kytketty toimimaan pelkästään DragonBoxin omien oppimispelien pelaamisessa, vaan niitä voi hyödyntää myös muussa koulutyössä. Muuna materiaalina tilattavissa on noomihahmot (Kuva 1), silikonista valmistetut laskusauvat, joita vertailemalla voidaan tukea lukukäsitteen kehittymistä (Vrt. 2.1.2 Lukukäsite). Noomit ovat kirjan tarinan päähahmoja 1. lukuvuoden aikana, mutta toimivat tarinan kerronnan lisäksi didaktisina välineinä niin konkreettisesti kuin digitaalisesti (DragonBox 2018). Esim. lukujen hajotelmia voidaan harjoitella noomisauvojen avulla. Sähköisessä materiaalissa hajotelmien tekeminen on tehty mielenkiintoiseksi ja sujuvaksi, kun noomeja voi pilkkoa tai katsoa röntgentaululla, jolloin nähdään esim. kuinka monta Ykköstä Nelosen sisällä on.

Kuva 1. Noomisauvat. Etualalla vasemmalla voi nähdä kolmosen hajotelman ykkösen ja kakkosen avulla (Kuva: H. Mäkelä)

DragonBox-sarjan pyrkii keskittymään erityisesti hyvään lukukäsitteen ymmärrykseen. Opetuksessa hyödynnetään leikkiä ja kokeilua, yritystä ja erehdystä. Materiaali sisältää ohjeita työskentelyyn opettajajohtoisesti, yksilöllisesti, pareittain ja ryhmissä eri oppimistyylejä hyödyntäen. (DragonBox Finland Oy 2019, 2.) Tämä voi olla osasyy sarjan saamaan positiiviseen palautteeseen, koska toiminnalliset tuokiot voivat vaikuttaa koko ryhmän dynamiikkaan muuallakin kuin matematiikan tunneilla.

Oppilaan materiaaliin kuuluu keskustelukirja, jossa ensimmäisen vuosiluokan aikana esitellään kirjan hahmot eli noomit. Noomien nimet tulevat lukusanoista; Ykkönen, Kakkonen, Kolmonen jne Kymppiin asti. Jokaisella noomilla on oma persoonallisuus ja oma taustatarinansa. Noomeista havainnollistetaan joka kerta, kuinka monta Ykköstä niihin mahtuu ja että seuraava noomi on aina edellistä Ykkösen verran suurempi. Lisäksi sarja sisältää oppilaille tehtäväkirjan sekä syksylle että keväälle. (DragonBox 2019.) Vaikka suuri painoarvo opetuksessa annetaan sähköiselle materiaalille, tekijät myöntävät tehtäväkirjan olevan matematiikan opetuksen kannalta tärkeässä asemassa. (DragonBox 2019 opettajaopas)

Opettajan materiaali on sisällöltään runsas ja sen avulla voidaan rakentaa oppitunnit ryhmän mukaan. Tyypillisesti oppitunti aloitetaan aiheeseen orientoitumisen ns. matikkakeskustelun kautta, jossa uusi asia esitellään. Havainnollistamiseen käytetään opettajan digiopetusmateriaalista niin kutsuttuja laboratorioita ja harjoittelussa hyödynnetään tehtäväkirjaa sekä sähköistä materiaalia. Drillauksessa erityisen suuri merkitys on sähköisellä materiaalilla, sillä jokaisen kappaleen lopussa olevalla koodilla pääsee ratkomaan tehtäviä tabletilla. Oppituntiin voi sisällyttää toiminnallisia harjoituksia, kuten pelejä ja leikkejä niin harjoittelumielessä kuin mielenkiinnon herättäjänäkin. (DragonBox opettajan materiaali 2019.)

DragonBox koulun kirjasarjat kattavat tällä hetkellä vuosiluokat 1–3. Ensimmäisen vuosiluokan aikana tutustutaan noomihahmoihin ja niiden tarinoihin. Noomien avulla harjoitellaan yhteen- ja vähennyslaskuja sekä hajotelmia, jonka jälkeen siirrytään kymmenylityksiin, vertailuun, geometrisiin tasokuvioihin ja kappaleisiin sekä mittaamiseen. Toisen vuosiluokan kirjassa painotetaan ongelmanratkaisutaitoja ja logiikkaa. Tarkoitus on saada oppilaat tutkimaan ja jäsentämään maailmaa ympärillään. Tärkeintä ei ole löytää oikeita vastauksia mahdollisimman nopeasti, vaan kirja pyrkii kehittämään kykyä löytää luovia ratkaisuja ja vaihtoehtoisia ratkaisumenetelmiä. (DragonBox 2. luokka 2019, 2.) Myös kolmannen luokan kirjoissa painotetaan ongelmanratkaisua ja kannustetaan oppilaiden oppimista tarjoamalla heille erilaisia mysteereitä, selvitettäviä koodeja ynnä muita arvoituksia (DragonBox 3. luokka 2020, 6).

3.3.2 Milli

Milli -sarja on Sanoma Pron uusimpia matematiikan kirjasarjoja. Sarja edustaa ns. perinteisempää kirjasarjaa, jossa kirjoja on yksi, opetusaukeama sisältää opetusruudun sekä perustehtävät. Seuraavalla aukeamalla on lisätehtäviä sekä kotitehtävälaatikko, ns. mökki. Vastaavanlaisia kirjasarjoja on käytetty kouluissa vuosikausia, ellei vuosikymmeniä ja sarja on hyvin uskollinen Sanoma Pron aiemmille kirjasarjoille, kuten Kymppi, joissa jokaisen oppitunnin sisältö käsitellään johdonmukaisesti yhdellä aukeamalla. Myös esim. Otavan kustantamat matematiikan oppikirjat noudattavat samantyyppistä rakennetta. Jos kirjan rakenne on näin vakiintunut, voi olettaa sen olevan käytössä muovautunut ja hyväksi havaittu.

Millin digiopetusmateriaali sisältää tarinoita, vinkkejä oppitunnin kulusta, toiminnallisia harjoitteita, pelejä, lauluja, opetusvideoita, digitaalisia välineitä opettamisen tueksi kuten opetusrahoja, satataulu, lukusuoria jne. Joidenkin kappaleiden kohdalla löytyy vinkkejä myös eriyttämiseen. Mikäli opettaja noudattaa opettajan oppaan tuntisuunnitelmia tarkasti, ovat tunnit rakenteeltaan hyvin samankaltaisia keskenään ja niin opettajien kuin oppilaidenkin helposti ennakoitavissa. Ryhmätuntemuksen mukaan tunteihin voi sisällyttää paljon toiminnallisuutta harjoittelun tueksi ja lisäämään mielenkiintoa oppiainetta kohtaan. Lisäksi oppilaille on saatavilla digitaalisia oppimispelejä Sanoma Pron Bingel-alustalla. Sanoma Pro tarjoaa käyttöön Arttu-sovellusta, jonka kautta oppilaat voivat esim. kuunnella kirjan lauluja kotona omalla laitteellaan. (Sanoma Pro 2020.) Laulut ja muu materiaali mahdollistavat myös oppiainerajoja ylittävän eheyttävän opetuksen.

Oppikirja on jaettu jaksoihin, joiden alussa kerrotaan tavoitteet ja lopussa arvioidaan, miten annetut tavoitteet on saavutettu. Jokaisen jakson aikana oppilaan omassa kirjassa on harjoiteltuun aiheeseen liittyviä pelejä ja jaksojen lopussa suoritetaan ns. katsastus, jossa oppilas voi itse arvioida omia taitojaan kertaustehtävien avulla. Sarja pyrkii vahvistamaan oppilaiden lukukäsitettä, kehittämään ajattelua ja ymmärrystä sekä motivoimaan oppilaita esim. toiminnallisten harjoitusten avulla. Matematiikka on pyritty tuomaan lähelle lapsen arkea. (Sanoma Pro 2020.) Kirjasarjan tärkein hahmo on Milli-robotti, josta kirjasarja on saanut myös nimensä. Milli seikkailee koko kirjasarjan ajan kehystarinassa mukana ja tarinat liittyvät aina jollain tapaa käsiteltävään aiheeseen.

3.3.3 Oppikirjojen vertailua

Molemmat kirjasarjat pyrkivät rakentamaan oppilaille vahvan lukukäsitteen. Niissä käsitellään suurin piirtein samat matematiikan sisällöt kolmannen luokan loppuun mennessä, joskin järjestys on eri. Merkittävimpiä eroja ovat ne, että Millikirjasarjassa ei tule lainkaan koordinaatistoa, DragonBoxissa geometrian määrä on selvästi Milliä pienempi. Tutkijaa yllätti se, että DragonBoxissa allekkainlaskeminen kaksi- ja kolminumeroisten yhteen- ja vähennyslaskuissa tulee vasta kolmannen luokan keväällä. DragonBox käsittelee kaksi- ja kolminumeroisten yhteen- ja vähennyslaskun ensin eri tavoin ja esittelee mm. erilaisia laskustrategioita laskujen ratkaisemiseksi. Allekkainlaskeminen on perinteisten kirjojen tapa laskutoimitusten suorittamiseen suurilla luvuilla, mutta DragonBox näyttää perehtyvän nimenomaan erilaisiin laskustrategioihin.

DragonBoxin täysin oma keskustelukirja nostaa tarinoiden merkitystä matematiikan opetuksessa. Sarjaa käyttäneet opettajat ovat kertoneet, että nimenomaan keskustelukirja on ollut yksi oppilaiden mielenkiintoa herättävistä tekijöistä. Lisäksi keskustelukirjaa on hyödynnetty myös mm. tunnetaitojen käsittelyssä. Millissä puolestaan tarina ei ole yhtä keskeisessä asemassa. Siinä tarinat tuovat lisämaustetta ja mahdollisesti jonkin verran kiinnostavuutta matematiikan tunneille, mutta kirjassa voi hyvin edetä ilman tarinoita.

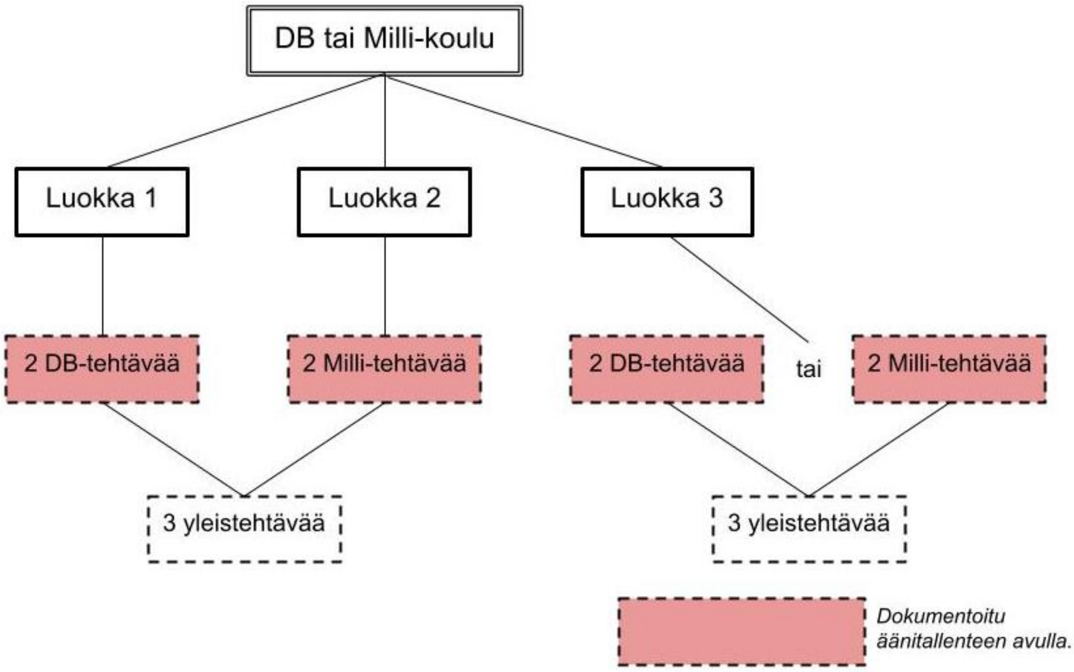
DragonBoxin oppikirjoissa on Milliä vähemmän tehtäviä, mutta DragonBoxiin on saatavilla runsaasti lisätehtäviä monisteiden muodossa. Toisaalta tämä on koettu joidenkin opettajien mielestä ongelmalliseksi, varsinkin kun erillinen kotitehtävälaatikko puuttuu aukeamilta kokonaan. DragonBox hyödyntääkin drillauksessa selvästi Milliä enemmän sähköistä materiaalia. Jokaiseen jaksoon sisältyvät sähköiset harjoitukset lisäävät toistojen määrää pelillisessä muodossa. Jokaisen aukeaman lopussa on koodi, jolla kappalekohtaiset tehtävät saa auki. Sähköisen materiaalin hyödyntäminen drillauksessa on DragonBoxissa helpompaa, koska tabletit ovat oppilaiden omassa käytössä. Millissä ei tätä mahdollisuutta välttämättä ole, ellei koulu tai kunta ole kustantanut oppilaille välineistöä. Toisaalta Millin kanssa drillaaminen on yksinkertaisempaa, kun erillisiä laitteita ei tarvita.

Millillä on myös kirjoihin liittyviä sähköisiä tehtäviä Sanoma Pron Bingel-palvelussa. Tehtävät ovat DragonBoxin tapaan kappalekohtaisia. Bingelin kautta opettaja voi antaa kotitehtäviä ja seurata tilastojen avulla oppilaiden tehtävien tekemistä. Maksullinen Bingel kattaa kaikkien koululle hankittujen Sanoma Pron kirjasarjojen sähköiset materiaalit, eli kyseessä ei ole pelkästään Millin sähköinen materiaali.

3.4 Tutkimuksen suorittaminen kouluilla

Tätä tutkimusta koskeva tutkimuksellinen osuus suoritettiin maaliskuussa 2021. Kevätlukukauden 2021 katsottiin olevan hyvä ajankohta mm. sen vuoksi, että silloin todennäköisesti keväällä 2020 koronapandemian vuoksi toteutetun etäopetuksen aiheuttamat oppimisen ongelmat on saatu jollain tapaa tasoitettua.

Tutkimus suoritettiin oppilaiden kouluissa oppituntien aikana pistetyöskentelynä. Toisessa koulussa oppikirjana on ensimmäisestä luokasta lähtien ollut DragonBox, toisessa vastaavasti Milli. Jatkossa kouluista puhuttaessa käytetään nimityksiä DB-koulu ja Milli-koulu. Tutkimukseen osallistui Milli-koulusta 49 oppilasta, DB-koulusta myös 49 oppilasta. Yhteensä tutkimukseen osallistui 98 kolmannen vuosiluokan oppilasta. Molemmissa kouluissa kolmansia luokkia on kolme rinnakkaisluokkaa. Yhdelle satunnaiselle luokalle teetettiin kaksi erityisesti Milli-kirjasta valittua tehtävää ja toiselle luokalle kaksi erityisesti DB-kirjasta valittua tehtävää. Kolmannelle luokalle teetettiin molempia arvottuna. Molempia tehtäviä ratkovat luokat valikoituivat satunnaisesti. Tehtäväpaikoille asetettiin laite, joka tallensi oppilaiden keskustelun, jotta analysointi olisi myöhemmin mahdollista. Laite ei kuvannut, vaan ainoastaan tallensi ääntä. Lisäksi kaikille luokille teetettiin kolme muuta tehtävää, jotka olivat kaikille ryhmille samoja. Näillä tehtäväpaikoilla ei ollut tallentavaa laitteistoa. Tehtävien jakautumista on selvennetty kuviossa 1. Molemmissa kouluissa teetettiin samat tehtävät. Tarkoituksena oli tarkastella, osaavatko oppilaat ratkaista sekä oman, että vieraan oppikirjan tehtäviä. Oletuksena oli, että oppilaat osaavat oman kirjasarjan tehtävät toista sarjaa paremmin.



Kuvio 1. Tehtävien jakautuminen kouluissa luokkien kesken.

Luokat jaettiin luokan opettajan toimesta neljään tai viiteen pienempään ryhmään, jotta pistetyöskentely olisi sujuvaa. Jokaiseen ryhmään tuli 3–4 oppilasta, Milli-koulussa ryhmiä oli 13, DB-koulussa 14. Ryhmätyöskentely valikoitui pitkälti aikataulullisista syistä, mutta myös siitä syystä, että matematiikan oppitunneilla voidaan saada hyviä tuloksia keskustelun ja toisten kuuntelemisen kautta (Koponen 1991, 27). Vuorovaikutus ryhmän sisällä edesauttaa ongelmanratkaisussa toki riippuen ryhmän sisäisestä osaamisesta ja dynamiikasta. Tarkoituksena ei siis ollut analysoida taitoja yksilötasolla vaan koko ryhmää.

Tehtäväpaikoilla oli jokaisen ryhmän tunnuksella varustettu kirjekuori. Tehtäväpaikat olivat erillään toisistaan ja ryhmät ohjeistettiin kiertämään jokainen paikka vuorollaan. Tehtäväpaikat oli numeroitu näkyvästi. Ryhmän tuli ottaa tehtäväpaikalla luvan saatuaan tehtävä esille omasta kirjekuorestaan ja aloittaa tehtävän ratkaiseminen. Jokaisella paikalla tehtävän tekemiseen oli aikaa kuusi minuuttia. Kun aika loppui, tuli tehtävät laittaa takaisin ryhmän omaan kuoreen, vaikka ne olisivat jääneet kesken ja siirtyä seuraavalle tehtäväpaikalle etsimään oman ryhmän kirjekuori. Näin tehtäväpaperit oli helppo jälkikäteen koodata ja tallenteet oli helppo kohdistaa vastaaviin tehtäväpapereihin.

Tutkimuksen tarkoitus oli mitata oppilaiden matemaattista osaamista sekä kerätä tietoa oppilaiden asennoitumisesta matematiikkaa kohtaan. Osaamista tarkasteltiin sekä oppilaiden työskentelystä jääneiden tehtäväpapereiden, että tallenteiden perusteella. Itse työskentelytilanteissa sekä tallenteissa analysoitiin erityisesti oppilaiden matemaattista kielentämistä, työskentelyä sekä heidän käyttämiään työtapoja. Asennoitumisen arviointi perustui puhtaasti tutkijan subjektiiviseen observointiin oppilaiden työskentelyn sekä tallenteiden kuuntelun aikana. Osaamisen tarkka mittaaminen yhden testitunnin perusteella on hankalaa, mutta tässä yhteydessä pidempiaikaisen tutkimuksen teettäminen olisi ollut erittäin haastavaa, joskin erittäin mielenkiintoista.

3.5 Tutkimusta varten laaditut tehtävät

Molemmista kirjasarjoista valittiin muutamia tehtävämalleja, jotka muokattiin soveltuviksi tutkimuskäyttöön ja niin, etteivät ne ole samoja, kuin kirjoissa käytetyt. Osa tehtävistä valikoitui varsinaisiksi tutkimustehtäviksi, osa jäi ns. täytetehtäviksi, jotta kulloinenkin joukko voidaan jakaa riittävän pieniin ryhmiin ja jokaisella pisteellä olisi mielekästä tekemistä. Suurin osa tehtävistä oli tarkoituksella pitkiä ja aikaa vieviä, jotta ne todella mittaisivat matemaattista osaamista ja ongelmanratkaisukykyä. Mukana oli myös ajallisesti lyhyt tehtävä, jottei oppilaille jäisi niin helposti jokaiselta pisteeltä tehtävät kesken. Alla tehtävien esittely ja perustelut niiden valinnoille. Varsinaiset tehtävät löytyvät liitteistä.

Oppilaat saivat jokaisella pisteellä pyytää neuvoa joko tutkimuksen tekijältä tai omalta opettajalta, jos tehtävän ratkaiseminen oli liian haastavaa. Jokaisella pisteellä pyrittiin ohjeistamaan ryhmiä aina samalla tavalla. Opettajien ohjeistusta ei kontrolloitu, mutta tutkija luotti opettajien ryhmäntuntemukseen ja siihen, että he selittävät asiaa oppilailleen sopivalla tavalla. Yksikään ryhmä ei ratkaissut tehtäviä niin, että aikuinen olisi ollut koko ajan mukana.

3.5.1 Tehtävät Milli-kirjasta

Tehtäväksi valikoitui ongelma, jossa tarkoituksena on ratkaista ruudukon luvut kertolaskujen avulla (Liite 1). Tehtävätyyppiin päädyttiin, koska kertolaskut ovat matematiikassa erittäin keskeisessä asemassa. Kertolaskujen sujuva osaaminen on matematiikan oppimäärän suorittamisessa hyvin tärkeää. Sitä voidaan pitää jopa välttämättömänä, sillä siihen perustuvat mm. jakolasku sekä monet muut myöhemmillä vuosiluokilla opittavat asiat (Bernoulli, Ketola & Tuominen 2010, 48). Kertolaskujen harjoitteleminen on aloitettu molemmissa kirjoissa jo toisella vuosiluokalla ja kolmannella luokalla niillä näyttää olevan keskeinen rooli molemmissa sarjoissa. Tehtävässä haastetaan oppilaiden päättelyä, sillä kaikki vastaukset eivät ole suoraviivaisesti löydettävissä koulussa opetelluista kertotauluista.

Toiseksi tehtäväksi valittiin tehtävä, jossa suorakulmio on jaettu pienempiin neliöihin ja suorakulmioihin (Liite 2). Tehtävänä on selvittää annettujen lukujen perusteella kaikkien kuvassa olevien nelikulmioiden sivujen pituudet. Tehtävä vaatii peruskäsityksiä geometriasta sekä jakolaskujen hahmottamista. Kyseessä on ongelmanratkaisutehtävä. Tämä tehtävä valikoitui, vaikka DragonBoxissa ei geometriaa tällä tasolla ollut vielä ollut. Haluttiin kuitenkin tutkia, onko DragonBoxin oppilailla tarvittavaa ongelmanratkaisutaitoa, vaikka heille ei ole asiaa opetettu. DragonBoxissa on nimetty tasokuvioita ja puhuttu mittaamisesta. Tehtävän kuva on mittakaavassa, joskaan ei suoraan viivaimella mitattavissa, mutta oppilaat voivat halutessaan tarkistaa, ovatko jotkut sivut keskenään saman mittaiset.

3.5.2 Tehtävät DragonBoxista

Myös DragonBoxista valikoitui kertolaskutehtävä (Liite 3). Tehtävässä on laatikkopinoja, joista täytyy kertolaskujen avulla selvittää laatikoiden lukumäärä. Kuvissa pinojen vieressä on yksittäisiä laatikoita, jolloin tuloon on vielä lisättävä yksittäisten laatikoiden määrä. Muutamassa kuvassa on kaksi pinoa laatikoita, jolloin ensin on selvitettävä kertolaskun avulla molempien pinojen laatikoiden määrät ja laskea lopuksi tulojen summa. Tässä tehtävässä vaadittiin ymmärrystä ja tietoa myös laskujärjestyksestä. Lisäksi tehtävässä on vielä aukkotehtävä, jossa oppilaat eivät pystyneet laskemaan kuvasta laatikoiden määrää, vaan heidän täytyi löytää ratkaisu nimenomaan laskutehtävän kautta.

Toiseksi tehtäväksi päädyttiin valitsemaan koordinaatistotehtävä (Liite 4). Koska Millistä valikoitui geometriaa sisältävän ongelma, valittiin tasapuolisuuden nimissä DragonBoxista sellainen, mitä ei Millissä ole vielä käsitelty. Koordinaatistoon on merkattu pisteet ja niiden viereen kirjaimia. Alle on annettu taulukko, jossa on koordinaatistopisteet ja tehtävänä on selvittää salaviesti koordinaatistoon merkittyjen pisteiden perusteella. Tehtävä vaatii hahmotuskykyä. Koordinaatistojärjestelmän idean ei pitäisi olla kolmannen luokan oppilaalle outo, sillä he ovat ympäristöopissa käsitelleet karttoja, jotka ovat geometrisia järjestelmiä alueen kuvaamiseen ja sijainnin ilmoittamiseen. Ihmisen liikkuminen maalla, merellä ja ilmassa perustuu pääasiallisesti erilaisiin koordinaatiojärjestelmiin (Bernoulli ym. 2010, 117).

3.5.3 Kaikille yhteiset tehtävät

Kaikille ryhmille teetettävistä tehtävistä valittiin ensimmäiseksi sellainen, jossa lasketaan kolminumeroisten lukujen summa tai erotus (Liite 5). Milli-kirjassa suuret luvut lasketaan yhteen allekkain jo kolmannen luokan alkuvaiheessa, DragonBox opettaa laskemaan luvut lukuyksiköittäin erilaisten laskustrategioiden avulla. Allekkainlaskut tulevat vasta kolmannen luokan keväällä. Tehtäväpisteelle sijoitettiin apuvälineiksi kymmenjärjestelmävälineet, lukusuoria sekä ruudukoita allekkainlaskuja varten (Liite 5). Tarkoituksena oli tarkkailla, millaisiin apuvälineisiin ryhmät tarttuvat vai tarttuvatko mihinkään ja onko valinnoilla DB-koulun ja Milli-koulun välillä eroja.

Toiseksi yhteiseksi tehtäväksi laadittiin lukuruudukoita, joista täytyy ympyröidä tietyllä luvulla jaolliset luvut (Liite 6). Ensimmäisestä ruudukosta on löydettävä luvut, jotka voi jakaa tasan luvulla 2, toisessa luvulla 5 ja kolmannessa luvut, jotka voi jakaa sekä luvulla 2 että 3. Tämän ruudukon vieressä on lisäkysymys, millä luvulla ympyröidyt luvut voidaan lisäksi jakaa. Tällä kysymyksellä koitettiin saada oppilaat havaitsemaan, että jos luku on jaollinen sekä luvulla 2 että luvulla 3, on se jaollinen myös luvulla 6. Ruudukoiden lisäksi pisteellä oli sanallinen jakolaskutehtävä, jossa tuli miettiä, kuinka monella eri tavalla 36 sämpylää voidaan jakaa keskenään yhtä suuriin pusseihin.

Kolmas molemmille ryhmille laadittu tehtävätyyppi löytyy molemmista kirjasarjoista. Tehtävässä täytyy päätellä esinettä vastaava luku erilaisten yhdistelmien perusteella (Liite 7). Esim. neljä palloa on yhtä suuri kuin 32, yksi pallo ja kolme kumiankkaa on yhtä suuri kuin 23 jne. Tehtävä on tyypillinen päättelytehtävä, joita on löytynyt jo pitkään lähes kaikista matematiikan kirjoista ensimmäisestä luokasta lähtien.

4 TULOKSET

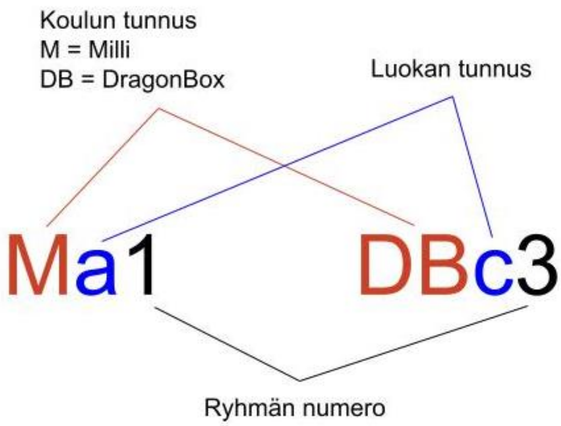
Tulokset koostuvat oppilaiden pisteillä suorittamien tehtävien tuloksista. Tehtävät tarkistettiin ja pisteytettiin huomioiden mahdollisuuksien mukaan laskutavat ja ongelmaratkaisut myös tilanteissa, joissa lopullinen vastaus ei ole oikein. Analysoinnissa huomioitiin myös itse tilanteessa tutkijan tekemiä muistiinpanoja sekä tallenteita.

Koska oppilaat suorittivat tehtävät ryhmissä, ei heitä pysty millään tapaa identifioimaan tuloksista. Missään kohtaa oppilaiden ei tarvinnut kirjoittaa omia nimiään papereihin, eikä arviointi kohdistunut yksilöön, kuten aiemmin on jo todettu. Tämä kerrottiin myös oppilaille tehtävien ohjeistuksen yhteydessä. Oppilaiden anonymiteettisuoja on siis taattu, vaikka osa oppilaista olikin tutkijalle entuudestaan tuttuja.

4.1 Pistemäärät tehtävistä

Pisteillä 1 ja 2 arvioinnissa otettiin huomioon tallenteet keskittyen oppilaiden kielentämiseen ja pohdintaan tehtävää tehdessä. Yhdeltä luokalta pisteen 2 tallennus epäonnistui. Tallenteiden perusteella nostettiin muutaman ryhmän pistemäärää molemmissa kouluissa, koska oppilaiden ajatukset kulkivat selvästi oikeaan suuntaan tai he sanoivat oikeita vastauksia kirjaamatta niitä kuitenkaan syystä tai toisesta vastauksiin. Myös muilla pisteillä olisi ollut mielenkiintoista kuunnella tallenteita, sillä tehtäväpapereista ei saa kiinni, miten oppilaat ovat asiaa ajatelleet.

Taulukoissa käytettyjen ryhmien merkinnät on selitetty kuviossa 2.



Kuvio 2. Taulukossa käytettyjen ryhmäkoodien selitys.

4.1.1 Puuttuvien lukujen ratkaiseminen ruudukosta

Tehtävässä oli ruudukko, jossa oli kertolaskuja (Liite 1). Ruudukossa tuli täydentää tyhjät ruudut niin, että ympyröissä oleva tulo olisi oikein. Tehtäväruudukoita oli kolme, jokainen omalla arkillaan. Tehtävän idea oli peräisin Milli-kirjasta. Tehtävä pisteytettiin niin, että jokaisesta tyhjästä kohdasta sai yhden pisteen, jolloin tehtävän maksimipistemäärä oli 15 pistettä. Tulosten perusteella tehtävätyyppi oli Milli-kirjaa käyttäneille tutumpi, koska Milli-koulu suoriutui tehtävistä keskimääräisesti selvästi DB-koulua paremmin (Taulukko 1). Milli-ryhmät saivat keskimäärin 9,5 pistettä, vaihteluvälin ollessa 6–15, mediaani 8,5 pistettä, (n=6). DB-ryhmän vastaavat pistemäärät olivat keskiarvolla 3,71, vaihteluväli 1,5–7 ja mediaani 2, (n=7). Tehtävästä oli jokaiselta ryhmältä äänite, jonka perusteella kahden ryhmän pistemäärää korotettiin. Tallenteiden perusteella oli havaittavissa, että monilla ryhmillä oli kertolaskujen vaihdannaisuuden käsite hukassa. He eivät ymmärtäneet, että esim. laskussa 2 · __ · 4 = 56 voitaisiin ensin laskea 2 · 4 = 8 ja miettiä vasta sitten, millä 8 täytyy kertoa, että saadaan 56. Hyvin suoriutuneet ryhmät puolestaan mainitsivat vaihdannaisuuden käsitteen ääneen, jolloin tehtävän ratkaiseminen oli heille helppoa. Erikoista mielestäni oli, että ryhmät kielensivät asian juuri kertolaskun kautta, eikä yksikään ryhmä kielentänyt ongelmaa jakolaskun avulla, esim. kuinka paljon on 56 jaettuna 8:lla. Moni ryhmä hyödynsi laskemisessa myös yhteenlaskuja. Esim. laskussa 8 · 3 · __ = 48 monet ryhmät laskivat 8 · 3 olevan

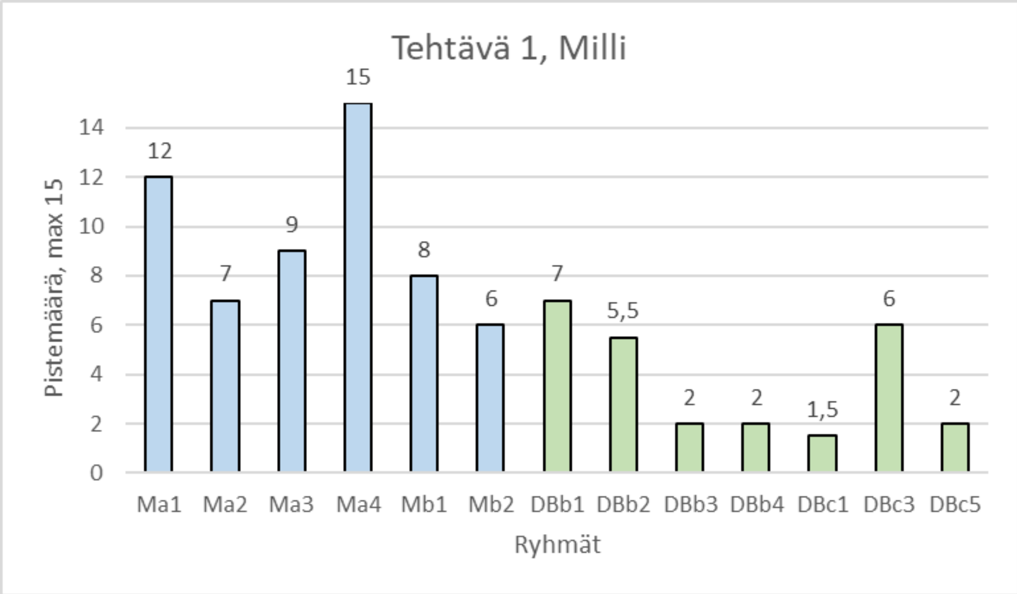
24 ja ajattelivat, kuinka paljon on 24 + 24 päätyen näin oikeaan vastaukseen. Muutama ryhmä sortui ajattelemaan, kuinka paljon tuloon pitää vielä lisätä, jotta saadaan ympyrässä oleva vastaus ja kirjoittivat sen puuttuvan tulontekijän kohdalle. Erityisen pahasti tutkijan korvaan särähti yhden ryhmän käyttämä termi ”kerrata”. He miettivät mm. ”mikä pitää kerrata neljällä?” mikä ei kertolaskujen kohdalla ole oikea matemaattinen termi.

Taulukko 1. Pistemäärät tehtävässä 1, Milli

ryhmä	pistemäärä, suurin arvo 15	min	max	koulun keskiarvo	mediaani
Ma1	12				
Ma2	7				
Ma3	9				
Ma4	15				
Mb1	8				
Mb2	6	6	15	9,50	8,5
DBb1	7				
DBb2	5,5				
DBb3	2				
DBb4	2				
DBc1	1,5				
DBc3	6				
DBc5	2	1,5	7	3,71	2

Joillakin ryhmillä kertotaulut eivät vielä olleet vielä sujuvasti hallussa, mikä näkyi kertolaskujen laskemisen hitautena. Tämä hidasti koko tehtävän ratkaisua selvästi. Koska tehtäväpapereita oli kolme, päätyivät monet ryhmät jakamaan paperit keskenään. Joissakin tapauksissa tämä oli toimiva tekniikka, sillä kaikki ryhmän jäsenet olivat selvästi taitavia laskijoita. Joillakin ryhmillä tämä ei toiminut, koska ohjeistus oli vain yhdessä paperissa ja jos ohjeistusta ei luettu yhdessä läpi, ei osa ymmärtänyt, mitä tehtävässä tuli tehdä, ennen kuin ryhmän toinen jäsen tai aikuinen asian heille selitti.

Milli-ryhmä selviytyi tehtävästi selvästi paremmin. DB-ryhmistä vain kaksi ryhmää sai joko saman verran tai enemmän pisteitä kuin Milli-ryhmien huonoiten suoriutunut. Tämä on hyvin nähtävissä kuviossa 3.



Kuvio 3. Pistemäärät tehtävässä 1, Milli. Milli-ryhmät sinisellä ja DB-ryhmät vihreällä.

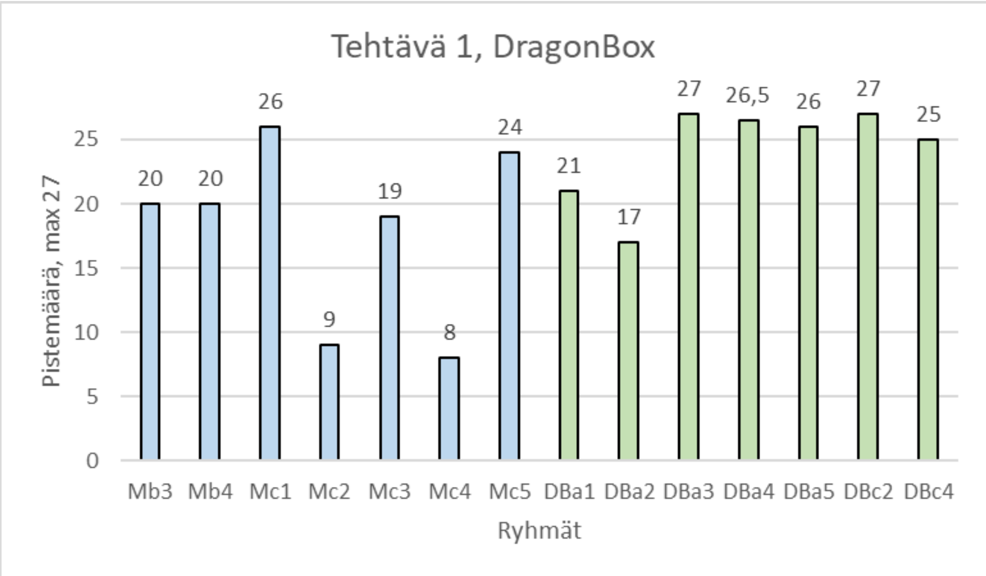
4.1.2 Laatikoiden lukumäärän laskeminen

Tehtävässä tuli rakentaa kuvan perusteella yhtälö, johon sisältyi sekä kerto-, että yhteenlaskuja (Liite 3). Yhtälön jälkeen se tuli ratkaista huomioiden oikea laskujärjestys. Tämä tehtävätyyppi oli peräisin DragonBoxista. Tehtävä pisteytettiin niin, että jokaisesta tyhjästä kohdasta sai yhden pisteen, jolloin suurin mahdollinen pistemäärä oli 27 pistettä. Tehtävässä oli tarkoitus täydentää kuvan perusteella lausekkeet oikein ja huomioida laskujärjestys. Tehtävistä kuunneltiin tallenteet.

Kuten taulukosta 2 on havaittavista, Milli-koulun keskimääräinen pistemäärä oli 18,00 pistettä (*n*=7), kun DB-koululla vastaava arvo oli 24,21 (*n*=7). Milli-koulussa pisteiden vaihteluväli oli 8–26 ja DB-koulussa vastaavasti 17–27. Pisteiden mediaanit olivat Milli-koulussa 20 ja DB-koulussa 26. Näiden tulosten perusteella DB-koulussa suoriuduttiin tehtävästä Milli-koulua paremmin. Milli-koulussa vain kaksi ryhmää sai yli 20 pistettä, kun DB-koulussa kaikki ryhmät yhtä lukuun ottamatta saivat yli 20 pistettä, neljä ryhmää vähintään 25 pistettä (Kuvio 4).

Taulukko 2. Pistemäärät tehtävässä 1, DragonBox

ryhmä	pistemäärä, suurin arvo 27	min	max	koulun keskiarvo	mediaani
Mb3	20				
Mb4	20				
Mc1	26				
Mc2	9				
Mc3	19				
Mc4	8				
Mc5	24	8	26	18,00	20
DBa1	21				
DBa2	17				
DBa3	27				
DBa4	26,5				
DBa5	26				
DBc2	27				
DBc4	25	17	27	24,21	26



Kuvio 4. Pistemäärät tehtävässä 1, DragonBox. Milli-ryhmät sinisellä ja DB-ryhmät vihreällä.

Tallenteiden perusteella muutamalla ryhmällä pistemäärää nostettiin. Oppilaat puhuivat asiat oikein, mutta merkkasivat epähuomiossa väärän luvun tai numeroissa oli tulkinnanvaraa. Esim. numerot 5 ja 6 oli joissakin papereissa vaikea erottaa toisistaan. Myös tässä tehtävässä jotkut ryhmät jakoivat tehtäväpaperit, joita oli kaksi. Tämä vähensi keskustelua, mikä omalta osaltaan mahdollisesti heikensi suoritusta. Ryhmät, jotka keskustelivat enemmän ja pohtivat ongelmaa ääneen, pärjäsivät paremmin. Ryhmän Mb3 kohdalla luokan opettaja kehottaa etevämpää oppilasta perustelemaan näkemystään ratkaisusta ja tämän jälkeen tehtävien tekeminen sujuu koko ryhmältä paremmin. Tämä osoitti keskustelun tärkeyden, koska tämän jälkeen muutkin ymmärsivät mitä tehtävissä tuli tehdä. Valitettavasti ryhmältä loppui aika, koska he olisivat luultavasti saaneet ratkaistua useamman kohdan, kunhan kaikille selvisi tehtävän ajatus. Toisaalta mukana oli myös ryhmiä, joissa yksi taitava laskija suoritti käytännössä koko tehtävän, suoriutuen siinä erinomaisesti, muiden mm. laulaessa Pikku Kakkosen posti-laulua.

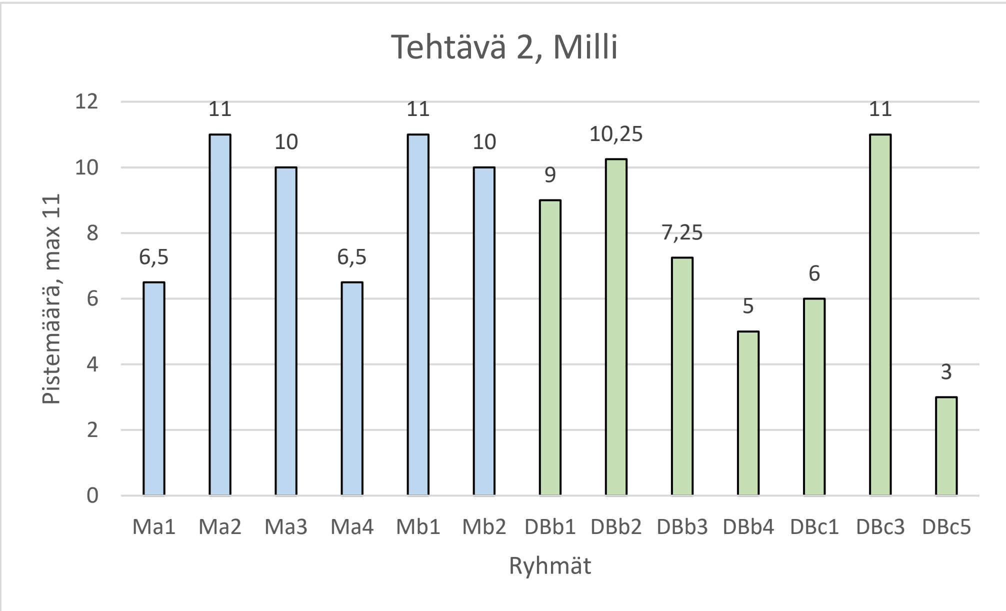
Etenkin Milli-koulussa ryhmät tarvitsivat aikuisen ohjausta, että pääsivät tehtävän alkuun. He eivät ymmärtäneet kuvaa, eivätkä tehtävää. DB-koulussa tehtävätyyppi oli selvästi tutumpi, sillä vaikka muutama ryhmä ei lukenut tehtävänantoa, hoksasivat he silti nopeasti, mitä tehtävässä oli tarkoitus tehdä. Asennoituminen heijastui suoriutumiseen erityisesti ryhmällä Mc4, jossa kaksi aikuista kävi ohjaamassa oikeaan suuntaan, mutta ryhmä ei silti ymmärtänyt tai halunnut ymmärtää tehtävänantoa. Aikuisen poistuttua oppilaat toteavat vain ”ihan sama” ja ryhtyvät juttelemaan muista asioista. Motivaatiota tehtävien tekemiseen ei ollut. Sitä vastoin DB-ryhmien puheessa oli kuultavissa paljon positiivista puhetta ja toisten kannustamista. Hyvin toisiaan tsemppaavat ryhmät suoriutuivat tehtävästä paremmin, myös Milli-koulussa.

4.1.3 Suorakulmioiden sivujen pituuksien ratkaiseminen

Tehtävässä tuli laskea suorakulmioiden sivujen pituudet kuvassa annettujen tietojen perusteella (Liite 2). Tehtävätyyppi oli peräisin Milli-kirjasta. Tehtävä pisteytettiin niin, että jokaisesta tyhjästä kohdasta sai yhden pisteen. Lisäksi yhden pisteen sai siitä, kun laski koko aluetta kuvaavan suorakulmion piirin. Maksimipistemäärä oli 11 pistettä. Milli-koulun ryhmien (n=6) keskimääräinen pistemäärä oli 9,17 pistettä vaihteluvälillä 6,5–11, mediaanin ollessa 10 (Taulukko 3). DB-koulussa ryhmien (n=7) pisteiden keskiarvo oli 7,36 vaihteluvälillä 3–11, mediaanin ollessa 7,25. Milli-ryhmät suoriutuivat tehtävästä jonkun verran paremmin. Milli-koulussa neljä ryhmää sai vähintään 10 pistettä, DB-koulussa vain kaksi ryhmää (Kuvio 5).

Taulukko 3. Pistemäärät tehtävässä 2, Milli

ryhmä	pistemäärä, suurin arvo 11	min	max	koulun keskiarvo	mediaani
Ma1	6,5				
Ma2	11				
Ma3	10				
Ma4	6,5				
Mb1	11				
Mb2	10	6,5	11	9,17	10
DBb1	9				
DBb2	10,25				
DBb3	7,25				
DBb4	5				
DBc1	6				
DBc3	11				
DBc5	3	3	11	7,36	7,25



Kuvio 5. Pistemäärät tehtävässä 2, Milli. Milli-ryhmät sinisellä ja DB-ryhmät vihreällä.

Vaikka DB-koulussa geometriaa on ollut tutkimuksen teettämiseen mennessä selvästi Milliä vähemmän, pääsivät DB-ryhmät yllättävän nopeasti kiinni tehtävään. Moni ryhmä tiesi, että neliön sivut ovat yhtä pitkät, joten jos neliön piiri on 80 metriä, he osasivat laskea yhden sivun olevan 20 metriä jakolaskun 80:4 perusteella. Osalla ryhmistä tehtävän ratkaisu ei onnistu, koska he ajattelevat vastausten olevan vain tasakymmeniä, vaikka parissa kohdassa vastaus on 25 tai 15. Tallenteiden perustella nostettiin monen ryhmän pistemäärää. Tehtävästä oli jätetty kuvan oikeasta reunasta lukuja merkitsemättä, vaikka oppilaat sanoivat ääneen, että ne ovat saman mittaisia, kuin vasemmassa reunassa olevat sivut samoissa kohdissa. Tämän vuoksi pistevähennystä ei tullut, vaikka luvut puuttuivatkin tehtävämonisteesta.

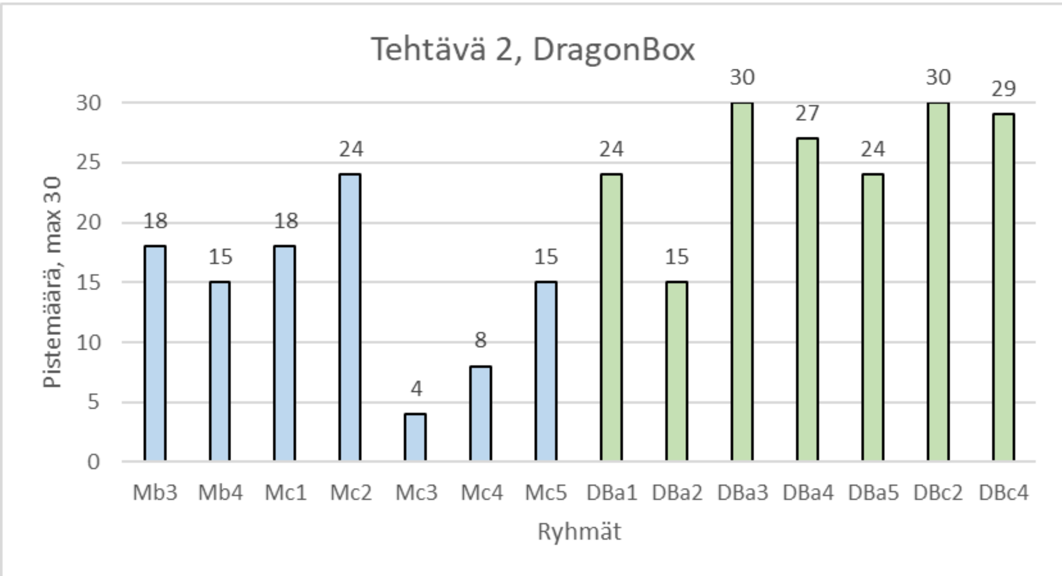
Erikoista oli, että moni ryhmä laski koko aluetta kuvaavan suorakulmion piiriä laskemalla yksittäiset pätkät yhteen. Kaikki eivät siis osanneet hyödyntää kuvassa suoraan annettuja sivujen kokonaispituuksia 60 m ja 70 m. Lyhyiden pätkien yhteenlaskussa tapahtui helposti laskuvirheitä, jolloin tulos oli väärä. Lähes kaikki ryhmät lukivat alkuun tehtävänannon. Jälleen keskustelevat ryhmät pärjäsivät pääasiassa hiljaisia ryhmiä paremmin. Edelleen yksi taitava laskija saattoi pelastaa koko ryhmän suorituksen.

4.1.4 Koordinaatisto

Tehtävässä tuli selvittää koodattu viesti koordinaatiston avulla (Liite 4). Koordinaatisto oli omalla arkillaan ja varsinainen tehtävämoniste omallaan. Tehtävätyyppi oli peräisin DragonBoxista. Tehtävä pisteytettiin niin, että jokaisesta koordinaatistopisteestä sai yhden pisteen, jolloin maksimipistemäärä oli 30 pistettä. Milli-koulun seitsemän ryhmän keskimääräinen pistemäärä oli 14,57, kun DB-koulun seitsemällä ryhmällä keskiarvo oli 25,57 pistettä (Taulukko 4). Pisteiden vaihteluväli oli Milli-koulussa 4–24 ja DB-koulussa 15–30. Mediaanit olivat Milli-koulussa 15 ja DB-koulussa 27. Tulosten perusteella on nähtävissä, että DB-koulu suoriutui tehtävästä Milli-koulua paremmin. Kuviosta 6 voi hyvin havaita, että DB-koulussa peräti kuusi ryhmää sai vähintään saman pistemäärän kuin Milli-koulun parhaiten suoriutunut ryhmä. DragonBoxissa on ollut koordinaatistotehtäviä kolmannen luokan syksyllä, kun vastaavasti Milli-ryhmällä koordinaatistotehtäviä ei ole ollut matematiikassa lainkaan. Milli-ryhmille kuitenkin selitettiin koordinaatiston periaate ja käytettiin esimerkkinä karttatehtäviä, joita he olivat ympäristöopissa aiemmin käsitelleet. Moni Milli-ryhmä poimikin koordinaatiston yksinkertaisen idean nopeasti ja tehtävän ratkaisu sujui aikuisen ohjauksen jälkeen hyvin. Myös DB-koulun joitakin ryhmiä täytyi muistuttaa koordinaatiston toimintaperiaatteesta, ennen kuin he pääsivät tehtävässä alkuun. Koordinaatistoja kun oli käsitelty syyslukukauden alussa ja menetelmä oli osittain jo unohtunut. Periaate palautui kuitenkin nopeasti mieleen.

Taulukko 4. Pistemäärät tehtävässä 2, DragonBox

ryhmä	pistemäärä, suurin arvo 30	min	max	koulun keskiarvo	mediaani
Mb3	18				
Mb4	15				
Mc1	18				
Mc2	24				
Mc3	4				
Mc4	8				
Mc5	15	4	24	14,57	15
DBa1	24				
DBa2	15				
DBa3	30				
DBa4	27				
DBa5	24				
DBc2	30				
DBc4	29	15	30	25,57	27



Kuvio 6. Pistemäärät tehtävässä 2, DragonBox. Milli-ryhmät sinisellä ja DB-ryhmät vihreällä.

Tehtävään oli eksynyt koordinaatiston vihjeisiin virhe. Viimeisen rivin kolmannen luvun pisteen pitäisi olla (7,2), ei (7,-2). Virhe huomattiin vasta ensimmäisen tutkimuspäivän jälkeen, mutta Milli-koulussa vain yksi ryhmä oli päässyt kyseiseen pisteeseen asti, ja hekin olivat saaneet vastauksen oikein, joten tallenteidenkaan perusteella virheen ei koettu vaikeuttaneen heidän suoritustaan. Joillekin ryhmille DB-koulussa virhe oli aiheuttanut hämmennystä, vaikka merkintä oli käyty korjaamassa heidän tehtäväpapereihinsa. Jotkut ryhmät olivat jättäneet kohdan tyhjäksi, jotkut ryhmät olivat löytäneet oikean vastauksen virheestä huolimatta.

Tämän pisteen tallenteet eivät nostaneet minkään ryhmän pistemäärää. DB-koulussa DBa-ryhmien tallenne epäonnistui, joten sitä ei voitu hyödyntää. Onnistuneiden äänitteiden perusteella ei keskusteluissa ilmennyt mitään, mikä olisi voinut vaikuttaa pisteytykseen.

Moni nopeasti suoriutunut ryhmä päätteli oikeita vastauksia muodostuvien sanojen perusteella. He eivät kuitenkaan kirjoittaneet vastauksia ilman tarkistamista, mutta moni keksi lauseen ennen kuin olivat saaneet käytyä kaikki pisteet läpi. Osa hyödynsi jo selvitettyjä pisteitä ja merkitsivät kaikki samat pisteet kerralla. Tämä oli selvästi yleisempää DB-koulun ryhmissä. Kenties tämä johtui siitä, että tehtävätyyppi oli heille tuttu ja he ymmärsivät pisteiden olevan todellakin joka kerta samat. Parhaiten pärjäsivät ryhmät, joissa yksi tai kaksi ryhmän jäsentä luetteli pisteitä tehtäväpaperista, ja loput katsoivat vastaavat pisteet koordinaatistosta. Sujuva kommunikointi nousi tärkeään rooliin. Tämän kaltaista viestintää oli kuultavissa enemmän DB-ryhmissä.

4.1.5 Summan ja erotuksen laskeminen kolminumeroisilla luvuilla

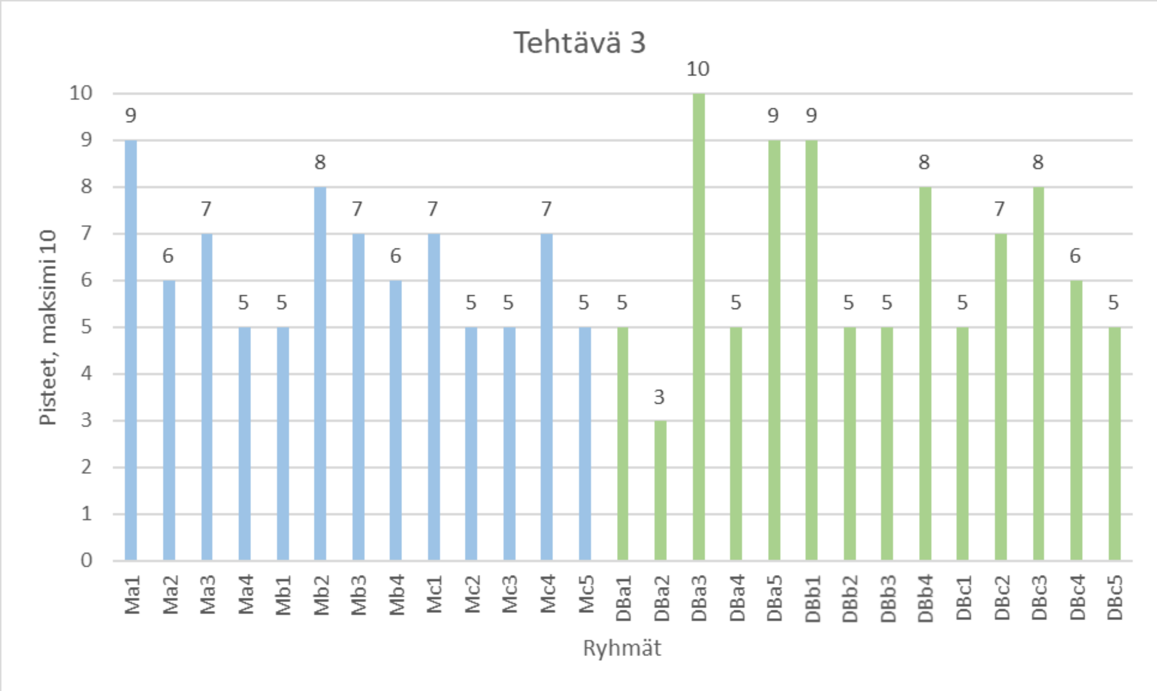
Tämä tehtävä oli kaikilla ryhmillä sama. Tehtävässä piti laskea kolminumeroisilla luvuilla joko lukujen summa tai erotus (Liite 5). Tehtävä pisteytettiin niin, että jokaisesta oikeasta vastauksesta sai yhden pisteen, jolloin suurin mahdollinen pistemäärä oli 10. Tehtäväpisteeltä ei ollut tallennetta. Apuvälineinä ryhmät saivat käyttää ruudukoita allekkainlaskuja varten, lukusuoria tai kymmenjärjestelmävälineitä sisältäen satalevyjä, kymppitankoja sekä ykköspalikoita. Lukusuoria hyödynsi DB-koulussa neljä ryhmää neljästätoista, Milli-koulussa ei yksikään kolmestatoista ryhmästä. DB-koulussa puolestaan kymmenjärjestelmävälineitä käytti vain yksi ryhmä, kun Milli-koulussa niitä hyödynsi neljä ryhmää. Laskuruudukot olivat apuvälineistä suosituimpia, Milli-koulussa niitä käytti yhdeksän ryhmää ja DB-koulussa kuusi ryhmää. Jotkut ryhmät käyttivät useampaa kuin yhtä apukeinoa. Suuri osa ryhmistä laski osan laskuista päässälaskuina ilman mitään apuja tai lisämerkintöjä. Taulukkoon 5 on ryhmän perään merkitty tähti, jos ryhmä ei käyttänyt laskuissa mitään edellä mainituista apuvälineistä vaan ratkaisi tehtävät ainoastaan päässälaskuna. Näitä ryhmiä oli Milli-koulussa neljä ja DB-koulussa kolme.

Milli-koulun tehtävästä saadut pisteet (Taulukko 5) olivat keskimäärin 6,31 vaihteluvälillä 5–9. DB-koulussa keskiarvo oli 6,43 vaihteluvälillä 3–10. Molemmissa kouluissa mediaani oli 6. Jos vertaillaan pelkästään keskiarvoja, pärjäsi DB-koulu hiukan paremmin. Ero on kuitenkin niin pieni, ettei sillä käytännössä ole merkitystä.

Taulukko 5. Pistemäärät tehtävässä 3.

ryhmä	pistemäärä, suurin arvo 10	min	max	koulun keskiarvo	mediaani
Ma1	9				
Ma2	6				
Ma3	7				
Ma4	5				
Mb1	5				
Mb2	8				
Mb3	7				
Mb4	6				
Mc1	7				
Mc2	5				
Mc3	5				
Mc4	7				
Mc5	5	5	9	6,31	6
DBa1	5				
DBa2	3				
DBa3	10				
DBa4	5				
DBa5	9				
DBb1	9				
DBb2	5				
DBb3	5				
DBb4	8				
DBc1	5				
DBc2	7				
DBc3	8				
DBc4	6				
DBc5	5	3	10	6,43	6

Milli-koulussa pienin saavutettu pistemäärä oli 5, jonka sai viisi ryhmää. DB-koulussa seitsemän ryhmää sai joko 5 pistettä tai vähemmän. Silti DB-koulussa kolme ryhmää sai vähintään yhdeksän pistettä tai enemmän, kun Milli-koulussa yhdeksän pistettä sai vain yksi ryhmä, eikä täyttä kymmentä pistettä saanut yksikään ryhmä. DB-koulussa oli siis suurimmat erot parhaan ja huonoimman ryhmän välillä, mutta Milli-koulua enemmän isompia pistemääriä. Pisteiden eron voi hyvin havaita kuviosta 7.



Kuvio 7. Pistemäärät tehtävässä 3. Milli-ryhmät sinisellä ja DB-ryhmät vihreällä.

DB-ryhmälle allekkainlaskuja oli käyty hiljattain läpi, joten joillakin oppilailla menetelmä oli tuoreessa muistissa, mutta ei välttämättä vielä ollut proseduraalista tietoa. Molemmissa kouluissa vähennyslaskut tuottivat enemmän ongelmia, etenkin laskut, joissa olisi pitänyt lainata suuremmasta lukuyksiköstä. Näitä ei oltu joko laskettu lainkaan, tai laskuissa oli virheitä.

4.1.6 Jaollisuus

Tehtävä oli kaksiosainen (Liite 6). Ensimmäisessä tehtävämonisteessa oli lukuruudukoita, joista tuli ympyröidä tietyllä luvulla jaolliset luvut. Jokaisessa ruudukossa oli 15 lukua. Toisessa tehtävämonisteessa oli sanallinen tehtävä, jossa oli tarkoitus päätellä, kuinka monella eri tavalla 36 sämpylää voidaan jakaa keskenään samankokoisiin pusseihin. Koko tehtävä pisteytettiin niin, että ruudukoissa jokaisesta oikeasta ympyröinnistä sai pisteen, samoin jokaisesta oikeasta ympyröimättä jättämisestä sai pisteen, paitsi jos ruudukosta ei olisi ympyröity yhtään lukua. Kolmannen ruudukon kohdalla oli lisäkysymys, josta sai yhden pisteen. Ensimmäisestä tehtäväsivusta oli siis mahdollista saada yhteensä 46 pistettä. Sanallisessa tehtävässä sai pisteen jokaisesta vaihtoehdosta, jonka oppilaat löysivät. Mahdollisia ratkaisuja oli yhdeksän, joten tehtävästä oli jaossa 9 pistettä. Koko tehtävänipusta oli siis mahdollista saada yhteensä 55 pistettä.

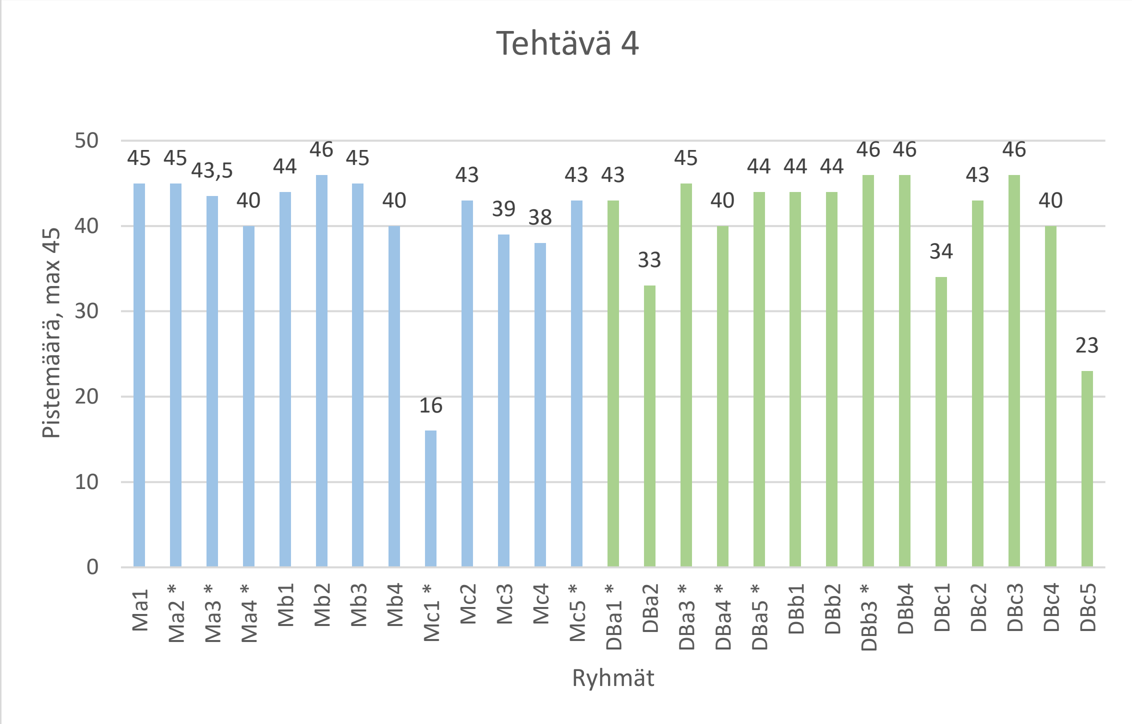
Yksikään ryhmä ei saanut täysiä pisteitä, sillä sanallinen tehtävä oli monelta jäänyt ratkaisematta. Molemmista kouluista viisi ryhmää sai pisteitä myös sanallisesta tehtävästä, näiden ryhmien ryhmän tunnuksen viereen on taulukossa 6 merkitty tähti. Ryhmä Ma4 sai sanallisesta 3 pistettä, DBa3 2 pistettä, Ma3 1½ pistettä ja loput 1 pisteen. Johtuiko tehtävän tekemättä jättäminen ajan loppumisesta tai epähuomiossa irrallisen tehtäväpaperin unohtamisesta? Olisiko tehtävään löytynyt enemmän ratkaisuja, jos se olisi ollut erillisenä tehtävänä omalla pisteellään ja sen ratkaisemiseen olisi ollut käytettävissä enemmän aikaa?

Tehtävästä Milli-koulun ryhmät saivat keskimäärin 40,58 pistettä vaihteluvälillä 16–46, mediaanilla 43 (Taulukko 6). DB-koulussa vastaavat luvut olivat: keskiarvo 40,79, vaihteluväli 23–46 ja mediaani 44. Koulujen välinen ero on pieni DB-koulun hyväksi. Näin pienellä erolla ei voida katsoa olevan kovinkaan suurta merkitystä.

Taulukko 6. Pistemäärät tehtävässä 4.

ryhmä	pistemäärä, suurin arvo 55	min	max	koulun keskiarvo	mediaani
Ma1	45				
Ma2 *	45				
Ma3 *	43,5				
Ma4 *	40				
Mb1	44				
Mb2	46				
Mb3	45				
Mb4	40				
Mc1 *	16				
Mc2	43				
Mc3	39				
Mc4	38				
Mc5 *	43	16	46	40,58	43
DBa1 *	43				
DBa2	33				
DBa3 *	45				
DBa4 *	40				
DBa5 *	44				
DBb1	44				
DBb2	44				
DBb3 *	46				
DBb4	46				
DBc1	34				
DBc2	43				
DBc3	46				
DBc4	40				
DBc5	23	23	46	40,79	44

Kuviosta 8 on nähtävissä, että Milli-koulussa 10 ryhmää sai vähintään 40 pistettä, DB-koulussa 11. Toki DB-koulussa ryhmiä oli kokonaisuudessaan enemmän. Molemmissa kouluissa kolme ryhmää jäi alle 40 pisteen.



Kuvio 8. Pistemäärät tehtävässä 4. Milli-ryhmät sinisellä ja DB-ryhmät vihreällä.

Lähes kaikkia ryhmiä täytyi opastaa kolmannessa ruudukossa. Siinä tehtävänä oli ympyröidä luvut, jotka ovat jaollisia luvuilla 2 ja 3. Esim. lukua 4 ei saanut ympyröidä, koska se on jaollinen vain luvulla 2, ei luvulla 3. Ryhmille tarkennettiin asiaa, mutta tästä huolimatta moni ryhmä ympyröi vääriä lukuja.

DB-koulussa oli harjoiteltu erikseen jakotauluja kertotaulujen tapaan, jolloin jakolaskujen voisi olettaa olevan heillä hyvin hallussaan. Milli-kirjassakin oli harjoiteltu yhden jakson ajan pelkkää jakolaskua, joten käsitteen ei pitäisi olla heillekään outo. Kokonaisuutena tarkasteltuna ryhmät pärjäsivät varsin hyvin ja ympyröivät ruudukoista oikeita lukuja. Tällä pisteellä ei ollut tallennusta, mutta olisi ollut mielenkiintoista kuunnella, miten oppilaat lähtivät tehtävää ratkaisemaan. Miettivätkö he jokaisen luvun kohdalla, voiko sen jakaa annetulla luvulla, vai ryhtyivätkö he käymään kertotaulujen tuloja järjestyksessä läpi etsien niitä ruudukosta? Erityisesti sanallisen tehtävän kuuntelu olisi voinut mahdollisesti vaikuttaa ryhmän pistemäärään.

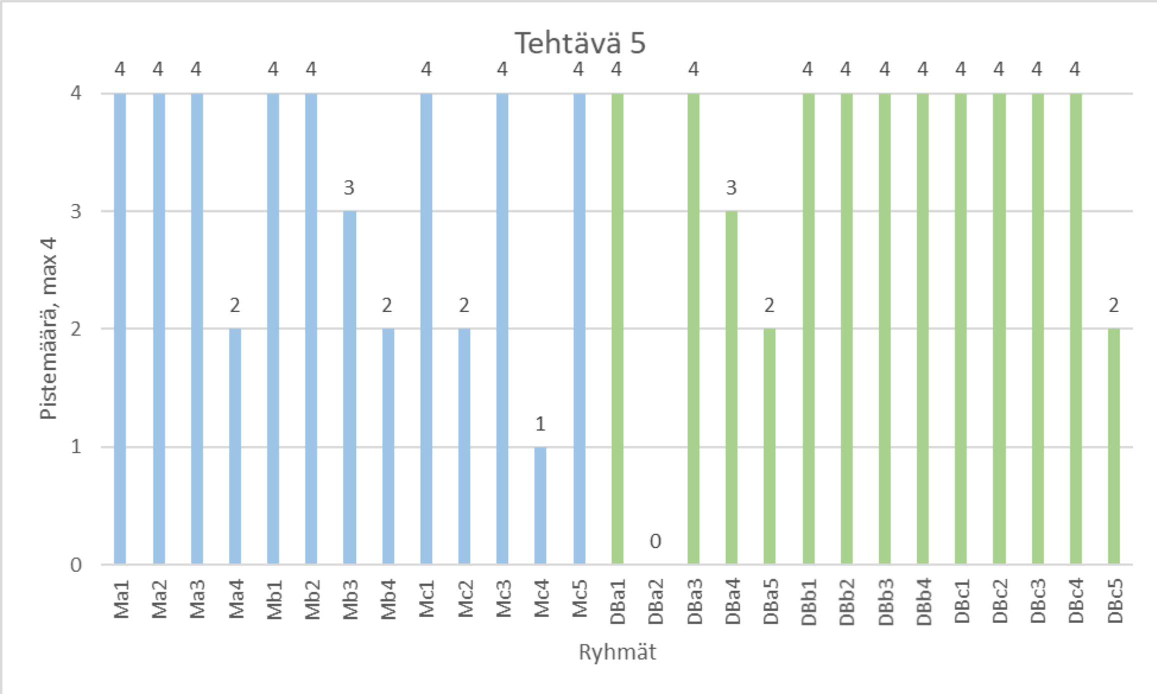
4.1.7 Ratkaise puuttuva luku

Tätä tehtävätyyppiä on esiintynyt molemmissa kirjoissa ensimmäisestä luokasta lähtien. Tehtävässä piti ratkaista neljän eri esineen hinta yhtälöiden perusteella (Liite 7). Esim. neljä palloa maksaa yhteensä 32 €, jolloin yhden pallon hinnaksi pystyi päättelemään 32 € : 4 = 8 €. Tehtävä pisteytettiin niin, että jokaisesta oikeasta hinnasta sai yhden pisteen, näin ollen maksimipistemäärä oli 4. Suurin osa molemmista kouluista sai tehtävästä täydet neljä pistettä. Pisteiden keskiarvo oli Milli-koulussa 3,23 ja DB-koulussa 3,36. Milli koulun pienin pistemäärä oli 1, DB-koulussa 0. Molempien koulujen mediaani oli 4.

Taulukko 7. Pistemäärät tehtävässä 5.

ryhmä	pistemäärä, suurin arvo 4	min	max	koulun keskiarvo	mediaani
Ma1	4				
Ma2	4				
Ma3	4				
Ma4	2				
Mb1	4				
Mb2	4				
Mb3	3				
Mb4	2				
Mc1	4				
Mc2	2				
Mc3	4				
Mc4	1				
Mc5	4	1	4	3,23	4
DBa1	4				
DBa2	0				
DBa3	4				
DBa4	3				
DBa5	2				
DBb1	4				
DBb2	4				
DBb3	4				
DBb4	4				
DBc1	4				
DBc2	4				
DBc3	4				
DBc4	4				
DBc5	2	0	4	3,36	4

Pistemäärien keskiarvojen ero oli hyvin pieni, vain 0,13. Milli-koulussa viisi ryhmää ei saavuttanut täysiä pisteitä, DB-koulussa neljä (Kuvio 9). Koska DB-koulussa oli täyden pisteen ryhmiä kymmenen, kun Milli koulussa niitä oli kahdeksan, kääntyy hienoinen etu keskiarvopisteissä DB-koulun hyväksi.



Kuvio 9. Pistemäärät tehtävässä 5. Milli-ryhmät sinisellä ja DB-ryhmät vihreällä.

Ryhmistä, jotka saivat tehtävän ratkaistua, moni sai tehtävän valmiiksi reilusti alle annetun ajan. Tämä oli tarkoituskin, jotta jokaisella tehtäväpaikalla ei olisi tullut kiire. Tehtävän oli tarkoitus olla helppo, mutta silti muutamalta ryhmältä jäi tehtävä joko kesken tai he olivat laskeneet väärin. Tehtävätyyppi on yleinen myös muissa kirjasarjoissa ja edustaa perinteistä ongelmanratkaisu- ja päättelytehtävää, joita käytetään usein soveltavina tehtävinä kokeissa ja kirjojen lisätehtävissä. Mikäli tämän tyyppiset tehtävät ovat vain lisätehtäviä nopeimmille, pääsevätkö hitaammat laskijat lainkaan harjoittelemaan kyseisiä ongelmia ennen koetta?

4.1.8 Kaikkien tehtävien yhteispistemäärät

Koska ryhmät tekivät kahdella ensimmäisellä tehtäväpaikalla kahta eri tehtävää, joiden pistemäärät olivat erilaiset, ei voitu suoraan verrata kaikista tehtävistä saatuja yhteispistemääriä. Siksi jokaisen ryhmän tehtävien pisteet laskettiin yhteen ja verrattiin niitä kaikkien viiden tehtävän yhteenlaskettuun pistemäärään.

Pistemäärien tarkastelussa katsottiin, kuinka monta prosenttia maksimipisteistä kukin ryhmä oli saavuttanut, jolloin pystyttiin vertailemaan ryhmien keskinäisiä eroja osaamisessa (Taulukko 8).

Taulukko 8. Kaikkien tehtävien pistemäärät ryhmittäin.

ryhmä	tehtävä 1 MILLI	tehtävä 1 DB	tehtävä 2 MILLI	tehtävä 2 DB	tehtävä 3	tehtävä 4	tehtävä 5	yhteensä	maksimi pisteet	% pisteistä		
Ma1	12		6,5		9	45	4	76,5	95	80,53		
Ma2	7		11		6	45	4	73	95	76,84		
Ma3	9		10		7	43,5	4	73,5	95	77,37		
Ma4	15		6,5		5	40	2	68,5	95	72,11		
Mb1	8		11		5	44	4	72	95	75,79		
Mb2	6		10		8	46	4	74	95	77,89		
Mb3		20		18	7	45	3	93	126	73,81		
Mb4		20		15	6	40	2	83	126	65,87		
Mc1		26		18	7	16	4	71	126	56,35		
Mc2		9		24	5	43	2	83	126	65,87		
Mc3		19		4	5	39	4	71	126	56,35		
Mc4		8		8	7	38	1	62	126	49,21	ka	69,25
Mc5		24		15	5	43	4	91	126	72,22	mediaani	72,22
DBa1		21		24	5	43	4	97	126	76,98		
DBa2		17		15	3	33	0	68	126	53,97		
DBa3		27		30	10	45	4	116	126	92,06		
DBa4		26,5		27	5	40	3	101,5	126	80,56		
DBa5		26		24	9	44	2	105	126	83,33		
DBb1	7		9		9	44	4	73	95	76,84		
DBb2	5,5		10,25		5	44	4	68,75	95	72,37		
DBb3	2		7,25		5	46	4	64,25	95	67,63		
DBb4	2		5		8	46	4	65	95	68,42		
DBc1	1,5		6		5	34	4	50,5	95	53,16		
DBc2		27		30	7	43	4	111	126	88,10		
DBc3	6		11		8	46	4	75	95	78,95		
DBc4		25		29	6	40	4	104	126	82,54	ka	72,27
DBc5	2		3		5	23	2	35	95	36,84	mediaani	76,91

Milli-koulussa prosentuaalisten pistemäärien keskiarvo kaikista tehtävistä oli 69,25 % ja DB-koulussa sama arvo oli 72,27 %. Ero on 3,02 %-yksikköä DB-koulun hyväksi. Jos siis tarkastellaan pelkästään tätä prosentuaalista lukua, voisi päätellä, että DB-koulussa oppilaat osasivat matematiikka hieman Milli-koulua paremmin. Prosentuaalisten pistemäärien mediaani oli Milli-koulussa 72,22 % ja DB-koulussa 76,91 %. Ero on 4,69 %-yksikköä DB-koulun hyväksi. Koko tutkimuksen sekä huonoin, että paras prosentuaalinen tulos löytyi DB-koulussa. Pienin pisteprosentti oli 36,84 % ja suurin 92,06 %. Pienimmän prosentuaalisen pistemäärän saavuttanut ryhmä ei tallenteiden perusteella jutellut keskenään juurikaan, vaan harhautui ihastelemaan mm. luokkatilaa, kangerteli kertolaskuissa, eivätkä aikuisen ohjauksesta huolimatta ymmärtäneet tehtävänantoja. Parhaiten suoriutuneesta ryhmästä ei tehtävästä 2 ole valitettavasti tallennetta, mutta tehtävän 1 tallenteen perusteella ryhmä työskenteli motivoituneesti yhdessä keskustellen, he muistivat laskujärjestyksen eikä kertolaskuissa ollut ongelmia. Ryhmään oli osunut useampi hyvä laskija ja he miettivät ratkaisuja luovasti. Ryhmä sai täydet pisteet kaikista tehtävistä lukuun ottamatta tehtävää 4, josta yksikään ryhmä ei saanut täysiä pisteitä.

Yksi kiinnostava tarkkailun kohde oli katsoa, miten hyvin oppilaat osasivat ratkaista tehtäviä, jotka eivät olleet tyypillisiä heidän kirjasarjassaan. Taulukkoon 9 on laskettu molempien koulujen vieraan kirjan tehtävien 1 ja 2 prosentuaaliset pistemäärät tehtävien 1 ja 2 yhteenlasketuista maksimipisteistä. Taulukossa on myös molempien koulujen keskiarvo kyseisistä tehtävistä.

Milli-koulun oppilaat saivat keskimäärin 57,14 % kahden ensimmäisen tehtävän maksimiyhteispisteistä (57) ja DB-koulun oppilaat keskimäärin 42,58 % tehtävien maksimiyhteispisteistä (26). Tämän luvun perusteella näyttäisi siltä, että Milli-koulussa osattaisiin paremmin ratkoa tehtäviä, jotka eivät ole oman kirjan tehtäviä. On kuitenkin huomioitava, että tehtävät olivat keskenään hyvin erilaisia ja maksimipistemäärissäkin on suuri ero, joten näiden lukujen vertailu ei sellaisenaan ole näin pienellä otannalla mahdollista. Esimerkiksi verratessa tehtäviä 2 keskenään, voisi koordinaatistotehtävän olettaa olevan piirien laskemista helpompi tehtävä. Kun koordinaatiston idean ymmärtää, on tehtävän suorittaminen mekaanista toistoa, eikä laskemista juurikaan tarvita. Sivujen pituuksien laskeminen on haastavampaa, etenkin jos aihetta ei ole käsitelty, muuten kuin nimeämällä tasokuvioita.

Taulukko 9. Vieraan kirjan tehtävien 1 ja 2 pistemäärien ero koulujen välillä

ryhmä	maksimi pisteet	pistemäärä	% pistemäärästä
Mb3	57	38	66,67
Mb4	57	35	61,40
Mc1	57	44	77,19
Mc2	57	33	57,89
Mc3	57	23	40,35
Mc4	57	16	28,07
Mc5	57	39	68,42
ka			***57,14***
DBb1	26	16	61,54
DBb2	26	15,75	60,58
DBb3	26	9,25	35,58
DBb4	26	7	26,92
DBc1	26	7,5	28,85
DBc3	26	17	65,38
DBc5	26	5	19,23
ka			***42,58***

4.2 Yleisiä huomioita tehtävistä

Erityisesti tehtävien 1 ja 2 tallenteiden perusteella tein seuraavanlaisia havaintoja.

1. Moni ryhmä aloitti tekemisen ilman, että lukivat tehtävänantoa, vaikka heitä alussa niin ohjeistettiin tekemään. Erityisesti tämä korostui Milli-koulun yhdessä luokassa. Luokka oli selvästi levottomin eikä välttämättä jaksanut keskittyä tehtävien tekemiseen muiden ryhmien tavoin. Mc-ryhmä vaikutti kaikkein levottomimmalta. Johtuiko tämä siitä, että heidän ryhmänsä osallistumisajankohta oli iltapäivällä ruokailun jälkeen vai onko ryhmä aina levoton?
2. Ja ryhmät, jotka eivät lukeneet tehtävänantoa tarvitsivat aikuisen ohjausta tehtävien alkuun pääsemiseen.
3. Erityisen selvästi korostui keskustelun merkitys. Ryhmät, jotka eivät keskustelleet, eivät saaneet välttämättä kovin suuria pisteitä, keskustelevat ryhmät pärjäsivät paremmin. Muutamassa ryhmässä yksi taitava laskija ”pelasti” ryhmän, kun muut ryhmän jäsenet harhautuivat juttelemaan tai tekemään jotain muuta.

4. Asenne heijastui suoritukseen muutaman ryhmän kohdalla. Äänitteessä oli selvästi kuultavissa, että oppilaille tehtävien tekeminen ja niiden oikein saaminen oli heille ”*ihan sama*”, jolloin pistesaldokaan ei ollut kovin korkea. Motivaation merkitys oli selvästi havaittavissa tehtävistä suoriutumisessa. Kokonaisuudessaan parempi asenne oli yleisesti DB-koulussa, jossa kaikki ryhmät olivat innokkaasti tekemässä. Kielteisemmin asennoituneita ryhmiä oli enemmän Milli-koulussa, erityisesti luokassa Mc, mikä heijastui osittain myös kokonaispisteisiin (taulukko 8).
5. Olisiko yhteistyön merkitys korostunut, jos monipaperisissa tehtävissä paperit olisi nidottu yhteen? Näin papereita ei olisi pystynyt jakamaan ryhmän kesken ja ryhmä olisi työskennellyt todennäköisemmin yhdessä. Tämä olisi voinut parantaa joidenkin ryhmien suoriutumista.
6. Moni ryhmä mainitsi tallentavalle tehtäväpaikalle tultaessa äänittävän puhelimen ja kommentoi asiaa ääneen. Osa jopa hämääntyi tai häiriintyi puhelimen läsnäolosta. Yksi oppilas jopa totesi kuiskaten ”*must tuntuu et mä osaan, mutku tos on toi puhelin, ni en uskalla puhuu*.” Muutama ryhmä myös häiritsi tallennetta esim. huutelemalla puhelimeen tai koputtelemalla sitä kynällä tai muulla välineellä.
7. Monilla oli matematiikan kieli hukassa. He joko kertasivat tai plussasivat kertomisen ja yhteenlaskemisen sijaan. Tämä on toisaalta varsin ymmärrettävää, sillä oppilaat ovat vasta kolmannella luokalla. Miten opettajat puhuvat oppilaille matematiikasta? Käyttävätkö he täsmällisiä termejä?
8. Moni käsittelee kertolaskuja kertotaulujen vastauslitanian kautta. Tämä viittaa siihen, että kertolaskut eivät ole vielä riittävän hyvin hallussa. Selvästi enemmän erilaisia laskustrategioita on käytössä DB-ryhmillä tai ainakin he puhuvat niistä enemmän ääneen.

5 POHDINTAA

Ensimmäiseen tutkimuskysymys oli: Onko oppilaiden matematiikan osaamisessa eroja kahden eri matematiikan kirjasarjan välillä ja millaisia nuo erot ovat? Tutkimuksen perusteella DragonBoxin mukaan opiskelevat oppilaat olisivat pärjänneet hieman paremmin. Tallenteista kävi ilmi, että DB-koulussa olivat kertolaskut ja laskujärjestys jonkin verran paremmin hallussa. Myös yhdessä pohtiminen oli heillä yleisempää. Milli -koulussa keskustelevia ja taitavia ryhmiä oli monta, mutta DB-koulussa hieman enemmän. Milli koulussa tallenteiden perusteella erityisesti yksi hyvin pärjännyt ryhmä onnistui vain yhden taitavan laskijan ansiosta. Yhteistyötä ei ollut, jolloin ryhmän yhteinen panostus jäi pieneksi.

Tämä tutkimus oli poikittaistutkimus verrattain pienelle joukolle, joten pelkästään sen perusteella ei kannattane tehdä tarkkoja päätelmiä jommankumman kirjan paremmuudesta. Vastaavanlaisia tutkimuksia tulisi tehdä useammassa koulussa ja useammalle ryhmälle, jotta tulokset olisivat luotettavampia. Selvästi oli nähtävissä, että oman kirjasarjan tyypilliset tehtävät olivat molempien koulujen oppilaille helpompia. Näissä tehtävissä piste-erot olivat suurimpia. Yhteisissä tehtävissä DB-koulu suoriutui kaikissa tehtävissä hieman paremmin, mutta ero oli pieni. Tarjoavatko kirjasarjat kuitenkin liian yksipuolisia tehtäviä? Täytyisikö perustehtäväaukeamalle lisätä enemmän soveltavia ja ongelmanratkaisua vaativia tehtäviä, jotta myös hitaammat laskijat voisivat perehtyä niihin?

Toinen tutkimuskysymys oli: Millaisia eroja on havaittavissa oppilaiden asennoitumisessa matematiikkaa kohtaan kahden tutkimusryhmän välillä? Asennoitumista arvioitiin tutkimuksen aikaisella observoinnilla sekä tallenteita kuuntelemalla. Molemmissa kouluissa oli ryhmiä, jotka ratkoivat tehtäviä innokkaasti ja selvästi pitivät tehtävistä. He olivat motivoituneita ja tehtäväsuuntautuneita. Osa ryhmistä puolestaan suhtautui tehtäviin välinpitämättömästi eikä motivaatiota tehtävien ratkaisemiseksi ollut. Kokonaisvaikutelma molemmissa kouluissa oli kuitenkin positiivinen. Tallenteissa oli DB-koulussa kuultavissa enemmän positiivista puhetta; koko ryhmän sekä toisten oppilaiden kannustamista, toivetta uusinnasta ja itseluottamuksen uhkumista. Tehtävien tekemisen jälkeen oppilaita pyydettiin arvioimaan joko sanallisesti tai peukaloa näyttämällä, millaista tehtävien tekeminen oli. Näissä palautteissa ei ollut juurikaan eroa. Tarkka asennoitumisen mittaaminen jäi ajanpuutteen vuoksi tekemättä, vaikka olisi ollut toki mielenkiintoista.

Oppilaiden asennoitumiseen vaikuttaa suuresti opettajan oma motivoituminen. Kandidaatin tutkielmassani DragonBoxia käyttävät opettajat olivat itse erittäin motivoituneita ja innostuneita käyttämästään materiaalista. He arvioivat myös, että oppilaiden mielenkiinto matematiikkaa kohtaan oli aiempia opettamiaan ryhmiä parempi ja oppiaineen kiinnostavuus on myös saanut oppilaat oppimaan paremmin. Tutkimukseen ei sisältynyt opettajien haastatteluja, joten Milli-koulun opettajien omaa motivoitumista ei voida tässä tutkimuksessa pohtia. Opettajan asennoituminen on muuttuja, jota ei voi mitenkään vakioida, mutta se vaikuttaa olennaisesti oppilaiden asennoitumiseen. Tulosten perusteella ja yleisen luokan ilmapiirin perusteella myös Milli-koulussa opettajat olivat motivoituneita ja tuntuivat osaavan innostaa myös oppilaitaan.

Itse tutkimuksen suoritusvaiheessa ryhmän sisäinen dynamiikka on voinut vaikuttaa suoriutumiseen. Hyvin yhteen toimiva ryhmä sai paremmin keskustelua aikaisiksi ja sai näin ratkaistua tehtäviä tehokkaammin. Huonommin kommunikoiva ryhmä ei keskustellut, ei tehnyt yhteistyötä, eikä näin ollen pärjännyt tehtävissä muuten kuin yhden taitavan laskijan ansiosta, mikäli sellainen ryhmään osuu. Luokkien opettajat saivat itse jakaa ryhmät haluamallaan tavalla, eikä jakoperustetta kerrottu. Opettajat olivat voineet miettiä miten he saavat mahdollisimman hyvin keskenään toimivat ryhmät tai he ovat voineet arpoa ne. Joka tapauksessa ryhmien keskinäisessä toiminnassa oli selvästi eroja.

Mittasivatko tehtävät riittävästi oppilaiden osaamista? Tulosten perusteella oli selvää, että oman kirjan tehtävätyypit sujuivat aina vertailuryhmää paremmin, mutta millaisia olisivat tulokset olleet, jos molemmissa kouluissa olisi teetetty tehtäviä, jotka ovat peräisin jostakin muusta kirjasarjasta, esim. Otavan kustantamasta Tuhattaiturista? Kaikille ryhmille suunnatuissa tehtävissä 3–5 osaamisen erot olivat niin pieniä, ettei niiden perusteella voida väittää kummankaan kirjasarjan olevan oppilaiden osaamisen kannalta parempi tai huonompi. Jatkotutkimuksen teko olisi hyvin mielenkiintoista. Tutkimus voisi olla pidempikestoinen seurantatutkimus, mahdollisesti voisi teettää yksilötestin ryhmätestauksen sijaan ja oppilaat voisivat arvioida asennoitumistaan kirjallisesti. Samoissa ja/tai eri ryhmissä voisi teettää uuden pistetyöskentelyn eri tehtävillä tai samat tehtävät voisi teettää eri kouluissa ja vaikka aivan eri kirjasarjaa noudattaville ryhmille, vaihtoehtoja olisi useita. Myös sähköisen materiaalin mukaan ottaminen olisi mielenkiintoista. Olisiko sähköisten tehtävien ratkaisemisessa eroja, jos DB-koulussa tabletteja kerran käytetään ahkerasti?

Lähteet

Aunola, K. & Nurmi, J-E. 2018. Matemaattisten taitojen kehitys kouluiässä. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (toim.) 2018. Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. s. 54-68

Brissiaud, R. 2016. How should we approach early numbers to favor school achievement? Université Paris 8 – Laboratoire Paragraphe

Bernoulli, L., Ketola, E. & Tuominen, A. 2010. Matematiikan tietokirja. Alakoulun oppimäärä ja didaktiikkaa. Helsinki: Tammi

Dragonbox 2018. Aistit, herkkyys ja luvut. 1.3.2018. https://www.dragonbox.fi/fi/blogi/aistit-herkkyys-ja-luvut [viitattu 29.12.2020]

DragonBox Koulu – yksi maailman parhaista opetusinnovaatioista. Dragonbox 5.12.2018 https://www.dragonbox.fi/fi/blogi/miksi-dragonbox-koulu-on-yksi-sadasta-globaalista-hundred-innovaatiosta [viitattu 31.8.2019]

DragonBox Koulu 2020a. Kansainvälinen tarinamme https://www.dragonbox.fi/fi/tarinamme [viitattu 15.3.2020]

DragonBox Koulu 2020b. Tutustu noomeihin. https://www.dragonbox.fi/fi/koulu/materiaalit [viitattu 16.3.2020]

DragonBox Finland Oy 2019. Tervetuloa matematiikan ihmeelliseen maailmaan! DragonBox 1. luokka. Keskustelukirja. Helsinki: DragonBox Finland Oy

DragonBox Finland Oy 2019. Tervetuloa matematiikan ihmeelliseen maailmaan! DragonBox 2. luokka. Keskustelukirja. Helsinki: DragonBox Finland Oy

DragonBox Finland Oy 2019. Opettajan opas 2. luokka. Sähköinen materiaali

DragonBox 2019. Our story. https://dragonbox.com/about/our-story [viitattu 15.3.2020]

Eskola, J. & Suoranta, J. 1998. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Tampere: Vastapaino

Hänninen, L., Malinen, K., Ranta, P. & Vallo, L. 2018. Milli 3A Open opas. Helsinki: Sanoma Pro

Ikäheimo, H. & Risku, A-M. 2004. Matematiikan esi- ja alkuopetuksesta. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) 2004. Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki -instituutti. s. 222-240

Johnsen, A. L. & Natås, E. 2018. Ymmärrä matematiikka. 23-metodilla menestykseen. Latvia: Bazar

Kinnunen, R. 2003. Miksi kertotauluun kompastuu? Lukujen hallinta oppimisen perustana. Turku: Turun yliopisto, oppimistutkimuksen keskus

Koponen, M. 2015. Teacher's instruction on the reflection phase of the problem solving process. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education 3(1), 2015. s. 55-68 Saatavilla pdf-muodossa: https://www.lumat.fi/index.php/lumat-old/article/view/40/31

Koponen, R. 1991. Matematiikan didaktiikka luokanopettajille. Jyväskylä: Atena

Kupari, P. 1999. Laskutaitoharjoittelusta ongelmanratkaisuun. Matematiikan opettajien matematiikkauskomukset opetuksen muovaajina. Jyväskylä: Koulutuksen tutkimuslaitos

Kupari, P. & Hiltunen, J. 2018. Matemaattiset taidot kansainvälisten arviointitutkimusten valossa. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (toim.) 2018. Matematiikan opetus ja oppiminen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti. s. 16-52

Syväoja, H. J., Kantomaa, M. T., Ahonen, T., Hakonen, H., Kankaanpää, A. & Tammelin, T. H. 2013. Liikunnan ja ruutuajan yhteys lasten koulumenestykseen. Saatavilla pdf-muodossa: https://www.likes.fi/filebank/704-Ruutuaika-koulumenestys.pdf

OECD. 2019. Programme for International Student Assessment (PISA) Results from PISA 2018. Country note Finland. Saatavilla pdf-muodossa: https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_FIN.pdf

Opetushallitus 2014. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Helsinki: Suomen Yliopistopaino

Oppia ja iloa kouluun. TVT koulun arjessa. https://blogs.helsinki.fi/oppiailoakouluun/tvt-koulun-arjessa/ [viitattu 4.12.2019]

Paulos, J. A. 2012. Numerotaidottomuus. Helsinki: Art House

Pehkonen, E. & Rossi, M. 2018. Hyvää matematiikan opetusta etsimässä. Helsinki: MFKA-Kustannus Oy

Perkkilä, P. 2002. Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Väitöskirja. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto

Salo, S. 2017. Peppu irti penkistä. Yli 150 toiminnallista ideaa innostavaan oppimiseen. Juva: PS-kustannus

Saloviita, T. 2006. Yhteistoiminnallinen oppiminen ja osallistava kasvatus. Juva: PS-kustannus

SanomaPro 2020. Milli. Alakoulun Milli-sarja tempaa oppilaat innostavaan matematiikan maailmaan! https://www.sanomapro.fi/sarjat/milli/

Vironseppä, P. 2020. Kertotaulut on parasta opetella ulkoa. Lukijan mielipide. Helsingin sanomat 24.11.2020 https://www.hs.fi/mielipide/art-2000007636944.html [viitattu 6.1.2021]

Yrjönsuuri, R. 2007. Matematiikka mieluisaksi. Psykologinen lähestymistapa opetukseen ja opiskeluun sekä matemaattisen ajattelun osaamisen arviointiin. Anjalankoski: Oppilo

Yrjönsuuri, R. & Yrjönsuuri, Y. 2004. Matematiikan opiskelun ja opetuksen käsitteet. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) 2004. Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki -instituutti koulutuksen tutkimuslaitos. s. 123-137

LIITE 1

Tehtävä 1, Milli-ryhmä

Ruudukoista puuttuu lukuja. Merkitse puuttuvat luvut oikeille paikoille niin, että ympyrässä oleva tulo on oikein.

Ruudukko 1

$$
\begin{array}{ccccccc}
\boxed{8} & \cdot & \boxed{3} & \cdot & \boxed{} & = & 48 \\
\cdot & & \cdot & & \cdot & & \\
\boxed{2} & \cdot & \boxed{4} & \cdot & \boxed{} & = & 40 \\
\cdot & & \cdot & & \cdot & & \\
\boxed{} & \cdot & \boxed{} & \cdot & \boxed{7} & = & 28 \\
= & & = & & = & & \\
32 & & 24 & & 70 & &
\end{array}
$$

Ruudukko 2

5	·	4	·		=	40
·		·		·		
2	·		·		=	72
·		·		·		
	·		·	2	=	24
=		=		=		
60		32		36		

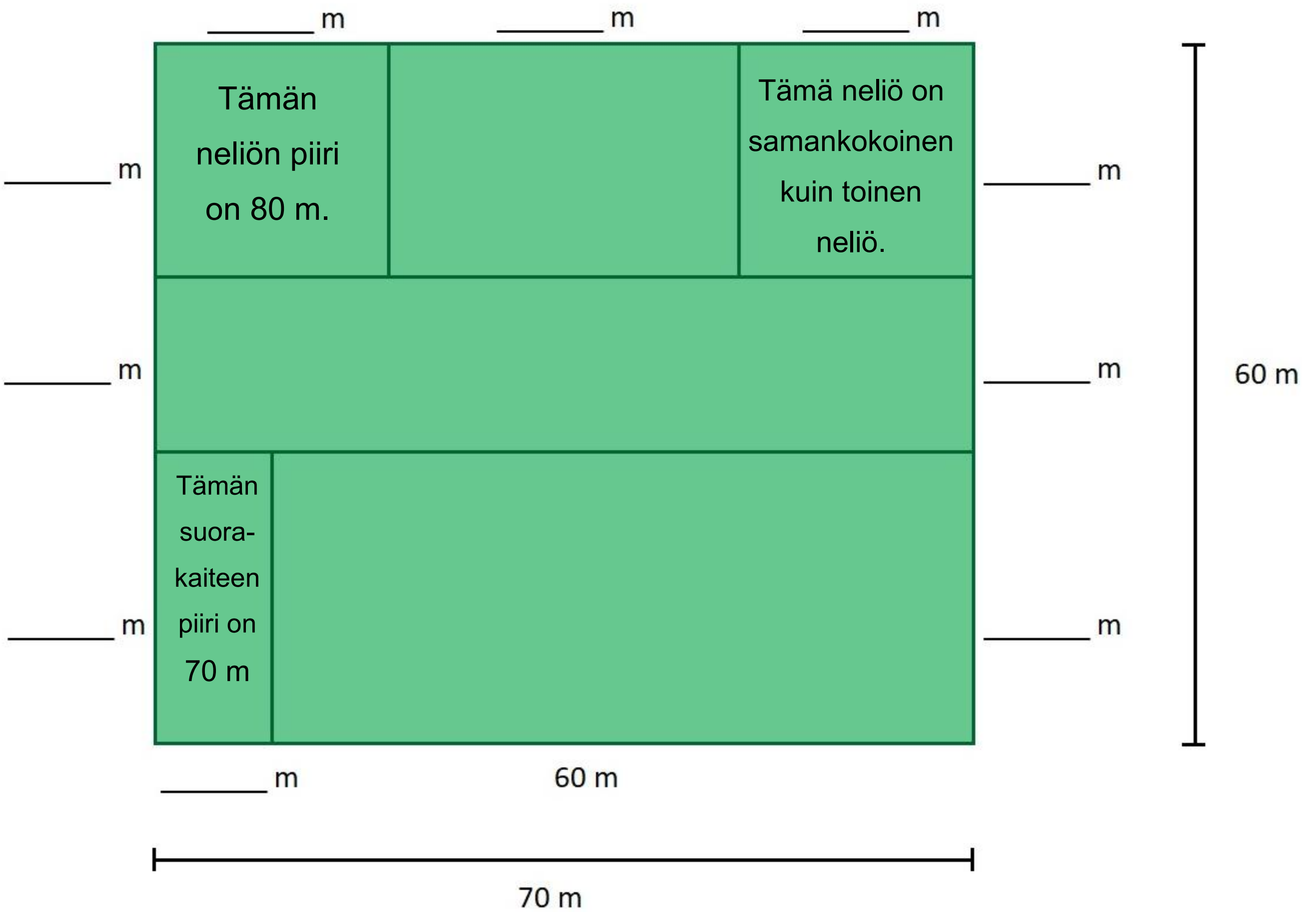
Ruudukko 3

2	·		·		=	100
·		·		·		
	·	4	·		=	84
·		·		·		
4	·		·		=	48
=		=		=		
56		80		90		

LIITE 2

Tehtävä 2, Milli-ryhmä

Maanviljelijä Ellis kasvattaa peltopalstallaan useaa eri salaattilajiketta. Hän jakaa suunnitelmassaan palstan suorakulmion muotoisiin alueisiin. **Päättele suorakulmioiden sivujen pituudet. Kuinka paljon on koko palstan piiri** (ympärysmitta), eli kuinka paljon aitaa Ellis tarvitsee koko palstan ympäröimiseen?



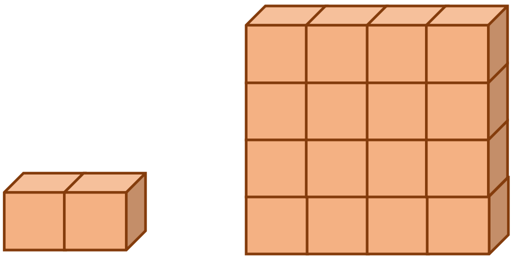
Peltopalstan piiri, eli ympäröivän aidan pituus: _______________

LIITE 3

Tehtävä 1, DragonBox-ryhmä

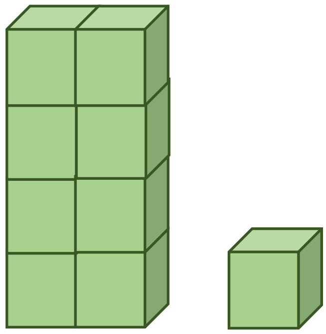
Kuinka monta laatikkoa kuvassa on yhteensä? Merkitse laskut ja ratkaise. Muista laskujärjestys.

a)



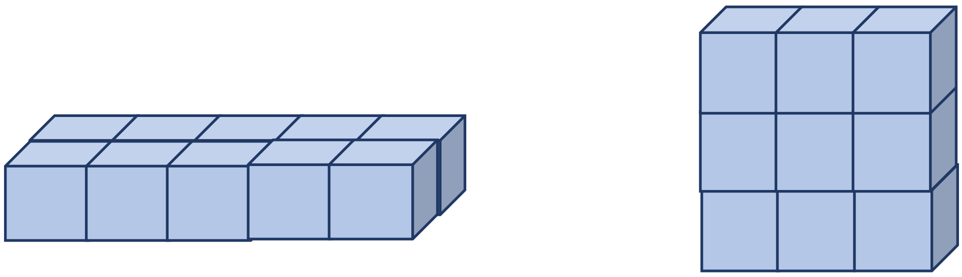
_______ + _______ · _______ = _______

b)



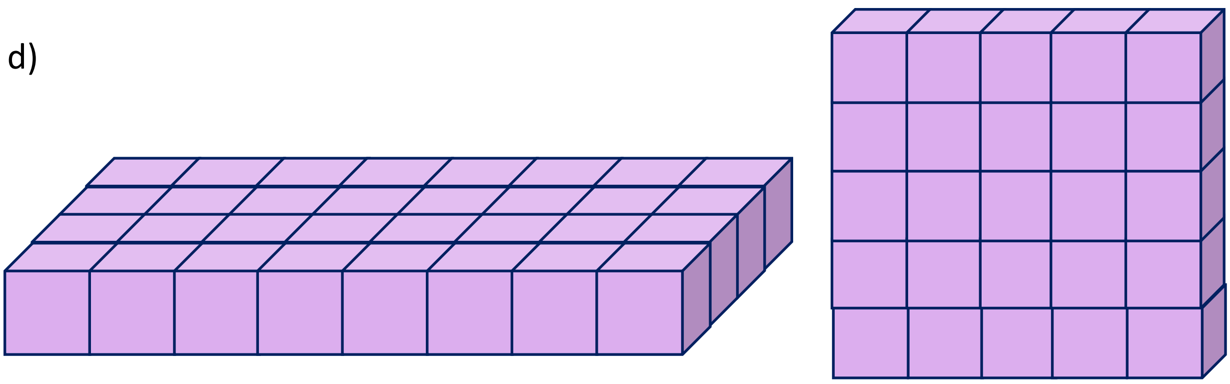
_______ + _______ · _______ = _______

c)



_______ · _______ + _______ · _______ = _______

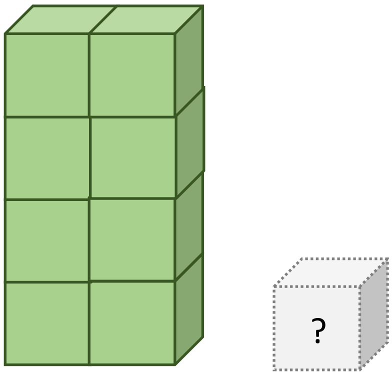
d)



_______ · _______ + _______ · _______ = _______

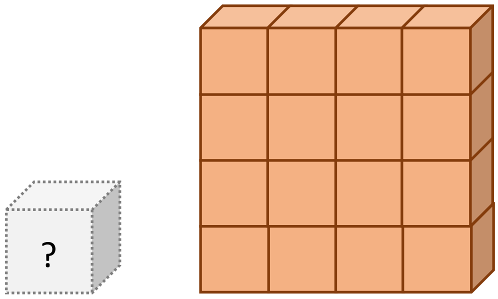
Kuinka monta laatikkoa puuttuu? Merkitse lausekkeeseen kuvan tiedot ja täydennä puuttuvat luvut.

e)



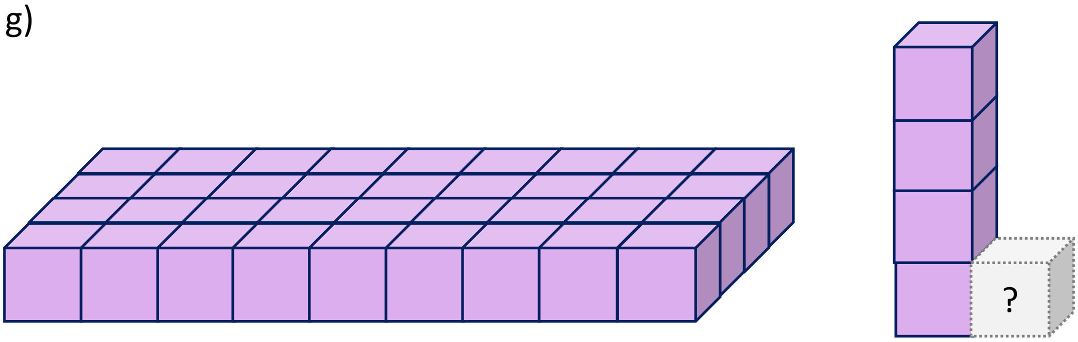
______ · ______ + ______ = 20

f)



______ + ______ · ______ = 36

g)

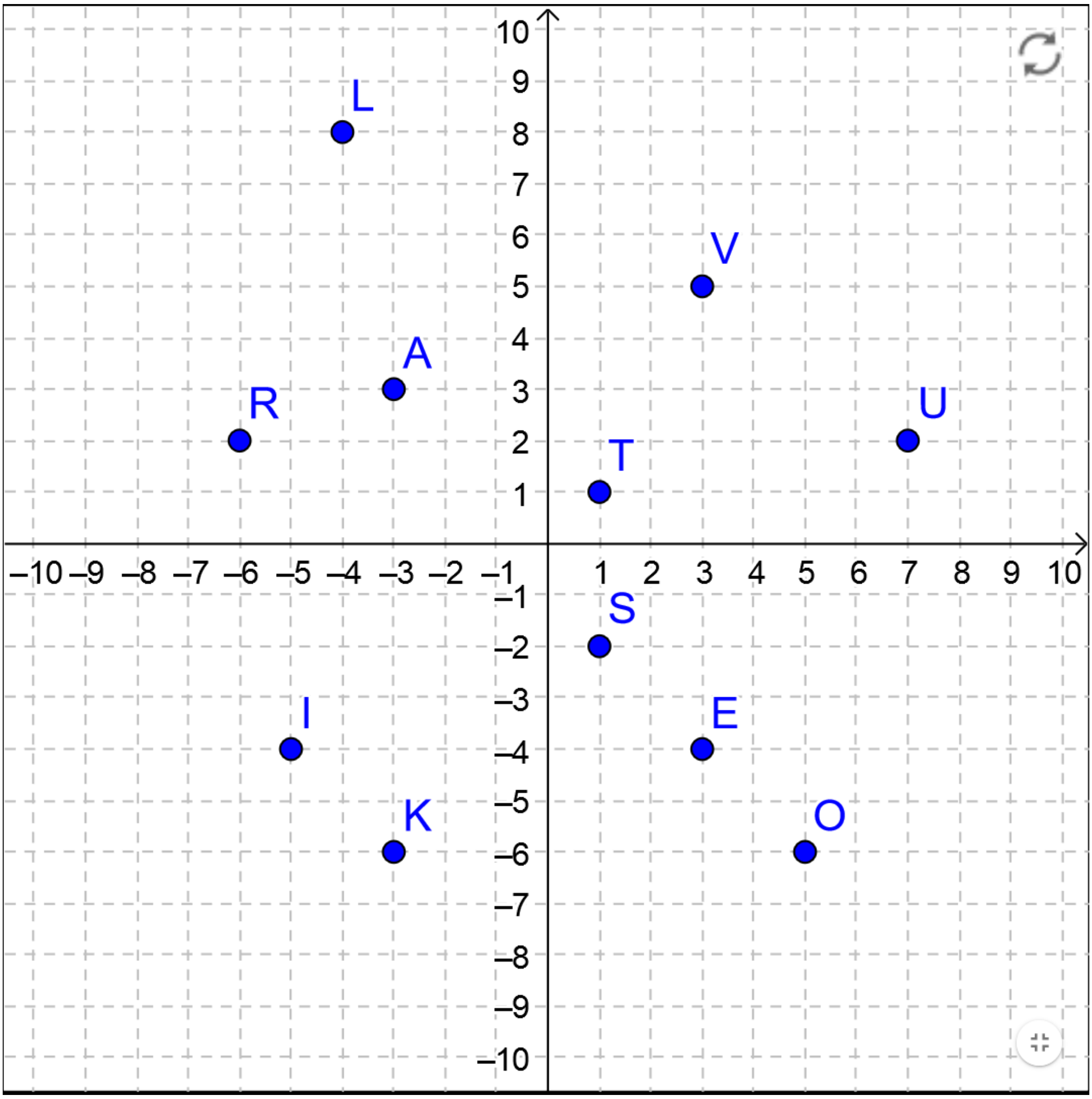


______ · ______ + 4 · ______ = 60

LIITE 4

Tehtävä 2, DragonBox-ryhmä

Taavetti Talvenhenki on lähettänyt teille salatun viestin. Selvittäkää se koordinaatiston avulla.



(3, 5) = ______	(-3, 3) = ______	(-6, 2) = ______	(5, -6) = ______	(-3, -6) = ______	(-3, 3) = ______	(-3, 3) = ______	!
(1 ,1) = ______	(-3, 3) = ______	(-4 ,8) = ______	(3, 5) = ______	(3, -4) = ______	(-4 ,8) = ______	(-4 ,8) = ______	(-3, 3) = ______
(3, 5) = ______	(5, -6) = ______	(-5, -4) = ______					
(5, -6) = ______	(-4 ,8) = ______	(-4 ,8) = ______	(-3, 3) = ______				
(-4 ,8) = ______	(-5, -4) = ______	(7, -2) = ______	(-3, -6) = ______	(-3, 3) = ______	(1, -2) = ______	(1 ,1) = ______	(-3, 3) = ______

LIITE 5

Tehtävä 3, molemmille yhteinen

Laskekaa niin monta kuin ehditte. Voitte käyttää apuna kymmenjärjestelmävälineitä, allekkainlaskuruudukoita tai lukusuoria.

a) 245 + 124 = _______

b) 369 +   83 = _______

c) 366 + 142 = _______

d) 355 + 264 = _______

e) 247 + 163 = _______

f) 600 – 349 = _______

g) 658 – 156 = _______

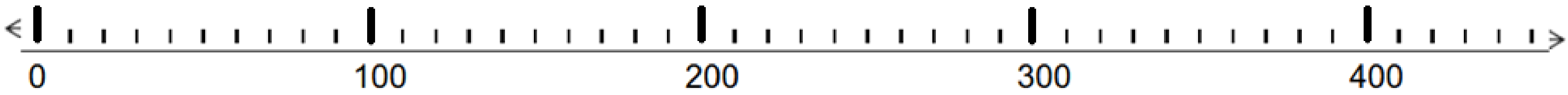
h) 504 – 163 = _______

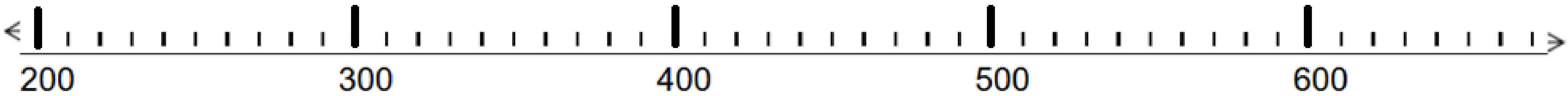
i) 409 – 395 = _______

j) 332 – 132 = _______

Apuruudukkoja laskemiseen

Lukusuoria laskemiseen





LIITE 6

Tehtävä 4, molemmille yhteinen

Ympyröi luvut, jotka voi jakaa tasan

a) luvulla 2

15	4	17	14	5
24	13	6	18	10
2	9	20	11	16

b) luvulla 5

57	15	30	17	40
25	11	5	100	12
45	55	89	93	10

c) luvuilla 2 **ja** 3 (molemmilla)

30	19	6	27	3
4	12	17	2	21
18	32	8	24	15

Millä luvulla ympyröidyt luvut voidaan myös jakaa?

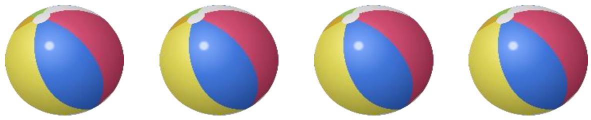
Vastaus: _____________

d) Tupuliina on leiponut 36 sämpylää. Kuinka monella eri tavalla Tupuliina voi jakaa sämpylät pusseihin? Kaikissa pusseissa on oltava saman verran sämpylöitä. Voit piirtää pussit alle.

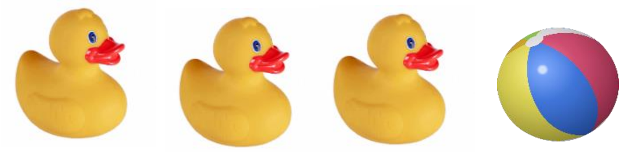
LIITE 7

Tehtävä 5, molemmille yhteinen

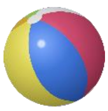
Päättele, kuinka paljon tavarat maksavat.

 = 32 €

 = 32 €

 = 23 €

 = 31 €

 = ________

 = ________

 = ________

 = ________