TURUN YLIOPISTO

Hyvinvointikyselyn tiivistäminen faktorianalyysin avulla

LuK Janica Kilpi

Pro gradu -tutkielma
Syyskuu 2022

Tarkastajat:
FT Janne Kujala
FT Joni Virta

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Turun yliopiston laatujärjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck-järjestelmällä

TURUN YLIOPISTO
Matematiikan ja tilastotieteen laitos

JANICA KILPI: Hyvinvointikyselyn tiivistäminen faktorianalyysin avulla
Pro gradu -tutkielma, 32 s., 12 liites.
Tilastotiede
Syyskuu 2022

Lasten ja nuorten hyvinvointi on tärkeä asia ja siksi sitä on tutkittu paljon. Hyvinvoinnin skaala on laaja ja siksi sen mittaaminen vaatii paljon eri aihealueiden käsittelemistä. Tässä tutkielmassa tutkitaan ViLLEn, eli Turun yliopiston tulevaisuuden teknologioiden laitoksella kehitetyn oppimisjärjestelmän, avulla 3-9lk järjestetyn perusteellisen hyvinvointikyselyn rakennetta ja pyritään löytämään tiivistetympi versio kyselystä, jossa säilyisi kaikki aiemmat teemat ja alateemat.

Tutkielmassa esitellään konfirmatorisen faktorianalyysin teoria, invarianttisuusteoria ja lopuksi empiirinen esimerkki, jossa edellä mainittuja metodeja käytetään hyvinvointikyselyn tiivistämiseen.

Asiasanat: konfirmatorinen faktorianalyysi, invarianttisuus, hyvinvointikysely

Sisällys

1 Johdanto

Kun kyselyt halutaan tehdä kattaviksi, käy usein niin, että niistä tulee hyvin pitkiä. Tuolloin ongelmaksi muodostuu vastausten luotettavuus. Kysely on luotettava, kun vastaajat vastaavat kaikkiin kysymyksiin totuudenmukaisesti. Tässä tutkielmassa kohderyhmänä on peruskouluikäiset lapset, joiden oli tarkoitus täyttää hyvinvointikysely yhden oppitunnin aikana. Oppitunnin pituus on kuitenkin yleensä vain 45 minuuttia pitkä. Kun ottaa huomioon lasten lukunopeuden ja luetunymmärtämistaidon, kyselyyn vastaaminen saattaa viedä koko tunnin ja pitkään kyselyyn vastaaminen vie varsinkin hitailta vastaajilta motivaatiota ja vastaustarkkuutta. Tässä kohtaa pitää tarkastella määrä—laatu-vaihtokauppaa. Lapsille halutaan tehdä perinpohjainen hyvinvointiselvitys, joka ottaa huomioon kaikki hyvinvoinnin osa-alueet. Kysely halutaan kuitenkin pitää myös mahdollisimman lyhyenä. Tässä tutkimuksessa priorisoidaan kysymyksiä teemoittain ja pudotetaan tilastollisten testien perusteella heikoimmin toimivia kysymyksiä pois.

Tutkimuksissa käytettäviä kysymyksiä ja väitteitä täytyy miettiä tarkasti, kun halutaan, että ne todella mittaavat kysyttyä asiaa. Kärjistetysti, jos halutaan tietää, millainen suhde oppilaalla on vanhempiin, oppilaalta ei voida kysyä mielipidettä parhaasta jäätelömausta, sillä kysytty asia ei mittaa haluttua mitattavaa asiaa. Tätä varten on kehitetty erilaisia metodeja, joiden avulla voidaan matemaattisesti selvittää, mittaako väite tai kysymys haluttua asiaa. Kun voidaan olla varmoja, että kyselyssä on selkeä rakenne, täytyy vielä selvittää, ymmärtävätkö eri ryhmät väitteet samalla tavalla. Myös tätä varten on olemassa omat matemaattiset metodit. Tässä tutkielmassa keskitytään juuri näihin ongelmiin ja metodien avulla selvitetään, voiko lapsille suunnatusta hyvinvointikyselystä poistaa joitain kysymyksiä ja väitteitä niin, että tarvittava informaatio säilyy. Tutkielmassa yhdistyy siis kaksi asiaa: ensimmäiseksi tarkastellaan mikäli huonosti käyttäytyviä muuttujia löytyy, voidaanko ne poistaa ilman, että kriittinen informaatio katoaa ja toiseksi, jos väitteet toimivat hyvin, mikä on väitteiden priorisointipudotusjärjestys.

Tutkielmassa esitellään konfirmatorisen faktorianalyysin perusidea ja teoria. Faktorianalyysin avulla voidaan selvittää toimiiko kyselyn rakenne. Faktorianalyysi voidaan jakaa konfirmatoriseen ja eksploratiiviseen analyysiin. Konfirmatorisessa faktorianalyysissä tarkastellaan kysymyksiä ja väitteitä, joille on jo aikaisempien teorioiden ja tutkimusten perusteella tehty selkeä jaottelu. Konfirmatorisessa faktorianalyysissä tiedetään jo valmiiksi millaisia rakenteita kyselystä tulisi löytyä ja analyysillä pyritään vain varmistamaan, että kysely on validi. Toinen vaihtoehto on eksploratiivinen faktorianalyysi, jolloin ei vielä tiedetä, muodostaako kysymykset ja väitteet joitain rakenteita. Eksploratiivisen faktorianalyysin perusteella pyritään löytämään uusia rakenteita ja kehittelemään uutta teoriaa niiden perusteella, kun taas konfirmatorisessa analyysissa lähdetään teoriapohjalta. Tämä tutkielma käsittelee nimenomaan konfirmatorista faktorianalyysiä.

Kun on todettu, että kyselystä löytyy tiettyjä rakenteita, on otettava selvää, toimiiko sama rakenne kaikille taustamuuttujille. Kyselyn täyttämisestä ja analysoinnista ei ole hyötyä, jos voidaan todeta, että vain osa vastaajista vastaa siten, kuten oli tarkoitettu. Tätä varten on kehitelty mittausinvarianssiteoria. Kun saavutetaan täydellinen mittausinvarianssi, voidaan tilastollisesti todeta, että ryhmät ymmärtävät kysymykset ja väitteet samalla tavalla. Mittausinvarianssi voidaan jakaa osiin riippuen siitä onko kyseessä vahva vai heikko invarianssi.

Teoriaosuudessa käsitellään ensin konfirmatorisen faktorianalyysin perusidea ja malli, jonka jälkeen siirrytään tarkastelemaan mallin muodostamista ja tulkintaa sopivuus- ja muunnosindeksien avulla. Näiden jälkeen esitellään mittausinvarianssi, jonka avulla voidaan kertoa, toimivatko vanhat, jo valmiiksi muodostetut, ja uudet muokatut mallit siten, että ryhmiä voidaan vertailla keskenään mielekkäästi. Tutkielman päämielenkiinnon kohteena olevat ryhmittelevät muuttujat ovat sukupuoli ja luokka-aste.

Empiirisessä esimerkissä esitellään aineiston hallinta, mallin muodostuksessa käytetty algoritmi, muodostetut mallit ja mallien tulokset järjestyksessä. Jokainen malli tarkastellaan kohta kohdalta läpi tuloksineen. Luvussa 5 pohditaan mahdollisia jatkotarkasteluja, vaihtoehtoisia menettelytapoja ja syitä, miksi tietyt muuttujat toimivat huonosti. Tutkielman liitteestä A löytyy kaikki hyvinvointikysymysten teemat, alateemat, koodaukset, kysymykset ja vastausvaihtoehdot.

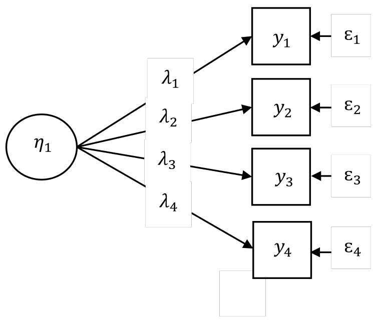
2 Konfirmatorinen faktorianalyysi

2.1 Perusmalli

Rakenneyhtälömallinnus (structural equation modelling, SEM) on yleistetty analyyttinen kehys, jolla voidaan käsitellä monia monimutkaisia mallinnustilanteita. SEM-malleissa havaitsemattomat latentit muuttujat (rakenteet tai faktorit) estimoidaan havaituista indikaattorimuuttujista, ja pääpaino on latenttien muuttujien välisten suhteiden estimoinnissa ilman mittausvirheiden vaikutusta.[1]

Konfirmatorinen faktorianalyysi (confirmatory factor analysis, CFA) on eräs yhtälörakennemallin tyyppi, joka käsittelee erityisesti mittausmalleja eli havaittujen muuttujien välisisiä suhteita, latentteja muuttujia ja faktoreita. Faktorianalyysin tavoite on havaita niiden faktorien määrä ja luonne, jotka selittävät havaittujen muuttujien välisiä kovariansseja ja muuttujien välistä vaihtelua. Toisin sanoen havaitut muuttujat ovat sisäisesti korreloivia, koska niillä on yhteinen tekijä eli niihin vaikuttaa sama rakenne. Jos latentti rakenne siis hajotettaisiin, sisäinen korrelaatio havaittujen muuttujien välillä olisi 0. Näin ollen faktorianalyysi antaa 'säästäväisemmän' näkökulman havaittujen muuttujien välisistä kovariansseista, koska faktorien määrä on pienempi kuin muuttujien.[2]

Nämä käsitteet ovat peräisin yleisestä faktorimallista, jonka mukaan jokainen havaittu muuttuja jokaisessa havaituissa osiossa on yhden tai useamman yleisen faktorin ja yhden yksikäsitteisen faktorin lineaarinen funktio. Faktorianalyysissä jokaisen havaitun muuttujan varianssi jaetaan kahteen osaan: (1) latentin muuttujan selittämään varianssiin; ja (2) yksikäsitteiseen varianssiin, joka on tietyn havaitun muuttujan varianssin ja satunnaisen virheen varianssin yhdistelmä.[2]



Kuva 1: Esimerkki yhden faktorin ja neljän havaitun muuttujan mallista

Faktorianalyysimallit sisältävät faktorilatausparametrit, yksikäsitteisen varianssin ja faktorivarianssin. Faktorilataukset ovat regressiokertoimia, jotka ennustavat faktoreista saatuja havaittuja muuttujia. Yksikäsitteinen varianssi on havaitussa muuttujassa oleva varianssi, jota faktorit eivät selitä. Latenttien muuttujien selittämä varianssi esittää faktoreiden hajonnan otosvaihtelua.[2] Kuvassa 1 on esitetty graafi yhden faktorin mallista. Kuvan 1 mallia vastaava yhtälöryhmä voidaan esittää muodossa

$$\begin{cases} y_1 = \lambda_1\eta + \epsilon_1, \\ y_2 = \lambda_2\eta + \epsilon_2, \\ y_3 = \lambda_3\eta + \epsilon_3, \\ y_4 = \lambda_4\eta + \epsilon_4, \end{cases}.$$

jossa η_1 esittää faktoria, $y_i, i = 1, \ldots, 4$ havaittuja muuttujia, λ_i faktorilatauksia ja ϵ_i jäännöstermejä. [3]

Laajennetaan erikseen mallia faktorianalyysin perusmalliin, jolloin faktori η muutetaan vektorimuotoon ja malliin lisätään useampi faktori. Oletetaan, että havaittuja y-muuttujia on yhteensä p kappaletta ja faktoreiden lukumäärä on m kappaletta. Oletetaan myös, että havaittuja muuttujia on enemmän kuin faktoreita eli $m < p$. Merkitään havaintoja, faktoreita ja jäännöksiä seuraavasti:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix}, \eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_m \end{bmatrix} \text{ ja } \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_p \end{bmatrix}.$$

Perusmalli voidaan näiden määritelmien jälkeen kirjoittaa muotoon

$$y = \tau + \Lambda\eta + \epsilon, \tag{1}$$

jossa τ on $p \times 1$-vakiotermivektori ja Λ on $p \times m$-latausmatriisi, joka on muotoa

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \ldots & \lambda_{1m} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \ldots & \lambda_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{p1} & \lambda_{p2} & \ldots & \lambda_{pm} \end{pmatrix}.$$

Oletetaan myös, että $E(\eta_i\epsilon_j) = 0$, kaikille $i = 1, \ldots, m$ ja $j = 1, \ldots, p$, $E(\epsilon_i\epsilon_j) = 0$ kaikille $i = 1, \ldots, p$ ja $j = 1, \ldots, p$, kun $i \neq j$. Oletetaan vielä, että muuttujien odotusarvot ovat nollia. Merkitään η-faktoreiden $m \times m$-kovarianssimatriisia Ω:lla seuraavasti:

$$\mathrm{cov}(\eta) = \mathrm{E}(\eta\eta') = \Omega = \begin{pmatrix} \omega_{11} & & & \\ \omega_{21} & \omega_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ \omega_{m1} & \omega_{m2} & \ldots & \omega_{mm} \end{pmatrix}$$

ja ϵ-jäännösten kovarianssimatriisia θ:lla seuraavasti:

$$\mathrm{cov}(\epsilon) = \mathrm{E}(\epsilon\epsilon') = \theta = \begin{pmatrix} \theta_1 & & & (0) \\ & \theta_2 & & \\ & & \ddots & \\ & (0) & & \theta_p \end{pmatrix} = \mathrm{diag}(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_p).$$

Tällöin kovarianssimatriisi Σ havatuille muuttujille y on muotoa

$$\begin{aligned} \Sigma &= \mathrm{cov}(y) = \mathrm{E}(yy)' = E(\Lambda\eta + \epsilon)(\Lambda\eta + \epsilon)' \\ &= E(\Lambda\eta + \epsilon)(\eta'\Lambda' + \epsilon') \\ &= E(\Lambda\eta\eta'\Lambda' + \Lambda\eta\epsilon^T + \epsilon\eta'\Lambda' + \epsilon\epsilon') \\ &= \Lambda E(\eta\eta')\Lambda' + \Lambda E(\eta\epsilon') + E(\epsilon\eta')\Lambda' + E(\epsilon\epsilon') \\ &= \Lambda\mathrm{cov}(\eta)\Lambda' + \mathrm{cov}(\epsilon) \\ &= \Lambda\Omega\Lambda' + \theta, \end{aligned} \tag{2}$$

koska $E(\eta\epsilon') = 0$ ja $E(\epsilon\eta') = 0$.[3]

2.2 Malli kategoriselle muuttujalle

Tämän tutkielman empiirisessä osiossa kaikki havaitut muuttujat ovat kategorisia, joten tässä luvussa esitellään, miten malli muodostetaan kategoriselle vastemuuttujalle.

Aloitetaan olettamalla, että havaittu muuttuja y_j saa kategorisen arvon $1, \ldots, C$ kaikilla $j = 1, \ldots, p$. Muodostettu faktorimalli olettaa, että j:nnelle havaitulle muuttujalle on olemassa jatkuva, metrinen, latentti muuttuja y_j^*, jonka arvo määrää sen, mihin kategoriaan havaittu muuttuja y_j päätyy. Kategoria määräytyy y_j^*:n ja kynnysarvoparametrin $\nu_j = (\nu_{j0}, \nu_{j1}, \ldots, \nu_{jC})$ mukaan, missä $\nu_{j0} = -\infty$ ja $\nu_{jC} = \infty$. Tällöin saadaan

$$P(y_j = c) = P(\nu_{j(c-1)} < y_j^* \leq \nu_{jc}),$$

kun $c = 1, \ldots, C$. Tämän jälkeen faktorimalli esitetään vastemuuttujilla $y^* = (y_1^*, y_2^*, \ldots, y_p^*)$ seuraavasti:

$$E(y^*|\eta) = \tau + \Lambda\eta \qquad \text{ja} \qquad \mathrm{cov}(y^*|\eta) = \theta, \tag{3}$$

jossa η on yleisten faktoreiden $r \times 1$ -vektori, θ on yksittäisten faktorivarianssien $p \times p$-diagonaalimatriisi, τ on latenttien vakiotermiparametrien $p \times 1$-vektori ja Λ on faktorilatausmatriisi. Ehdollisen odotusarvon ja kovarianssinrakenteen esitykset saadaan seuraavasta esityksestä

$$y^* = \tau + \Lambda\eta + u, \tag{4}$$

jossa u on $p \times 1$-yksikäsitteisten faktoripistemäärän vektori siten, että $E(u) = 0$ ja $\text{cov}(u) = \theta$. Faktoripistemäärä on numeerinen arvo, joka ilmaisee havaitun muuttujan suhteellisen sijoittumisen latentissa muuttujassa. Yleisille faktoripisteille η, $E(\eta) = \kappa$ ja $\text{cov}(\eta) = \Omega$. Oletetaan myös, että $\text{cov}(u, \eta) = 0$, jolloin saadaan

$$E(y^*) = \mu^* = \tau + \Lambda\kappa, \qquad \text{cov}(y^*) = \Sigma^* = \Lambda\Omega\Lambda' + \theta. \tag{5}$$

Voidaan siis todeta, että latentin vasteen yleisessä faktorimallissa kategorinen ja lineaarinen malli ovat rinnastettavissa. Edellä kuvatun y^*:n rakenteen lisäksi kategoriselle aineistolle tehty perinteinen faktorianalyysimalli olettaa, että y^* noudattaa multinormaalijakaumaa (MVN-jakauma).[4]

2.3 Identifioituvuus

Tilastollinen malli on jakaumien perhe, jota merkitään parametrien avulla. Kun eri parametrijoukot esittävät jakaumaperheen eri jäseniä, malli on identifioitu tai identifioitavissa.[6] Faktorimalli ei ole identifioituva ilman rajoituksia, sillä yhtä hyvän sovitteen antavia matriiseja ja vektoreita $(\tau, \eta, \lambda, \Omega, \theta)$, on ääretön määrä[4]. Mallia sanotaan identifioituvaksi, jos jokaisella parametrilla on yksikäsitteinen ratkaisu, ja parametria sanotaan identifioituvaksi, jos se voidaan kirjoittaa muodossa, joka on yksikäsitteinen, kun käytetään jotain sovitusfunktiota kuten esimerkiksi suurimman uskottavuuden estimaattia (ML-estimaatti)[7]. Globaali identifioituvuusongelma konfirmatorisessa faktorianalyysissä tarkoittaa sitä, että edellä mainituille parametreille $(\tau, \eta, \lambda, \Omega, \theta)$ on tarkoitus löytää rajoitteet. Rajoitteiden määrän on oltava riittävä, jotta ne voivat määritellä nämä parametrit annetulla kovarianssimatriisilla ja odotusarvovektorilla, mutta määrittely on kuitenkin tarkoitus tehdä mahdollisimman minimaalisesti. Rajoitteita voidaan aina lisätä ja parametrit pystytään määrittelemään lisääntyneiden rajoitteiden avulla, mutta kun rajoitteita on liikaa, rakenne kärsii eikä malli sovi enää aineistoon.[4]

Osa globaalista identifioituusongelmasta johtuu faktorimallin Λ ja kovarianssirakenteen Ω epäyksikäsitteisyydestä. Oletetaan, että θ on tunnettu. Olkoon tällöin T $r \times r$-matriisi, jossa r on Λ:n rivien määrä, ja määritellään, että $\Lambda^* = \Lambda T$ ja $\Omega^* = T^{-1}\Omega T^{-1'}$. Tällöin saadaan

$$\Sigma_Y - \theta = \Lambda\Omega\Lambda' = \Lambda^*\Omega^*\Lambda^{*'}$$

ja nähdään selkeästi, että vaikka θ olisi tunnettu, Ω ja Λ eivät ole yksikäsitteisesti määriteltyjä. Tätä ongelmaa kutsutaan nimellä 'rotationaalinen yksikäsitteisyys'. Kun halutaan, että malli on rotationaalisesti yksikäsitteinen, Λ:n ja/tai θ:n alkioita rajoitetaan määräämällä r^2 rajoitetta. [4]

Jotta faktorimallin globaali identifioituvuus toteutuu, rajoitusten on siis oltava riittävät. Oletetaan, että Λ:lla on seuraavat kaksi ominaisuutta: a) jokaisella havaitulla muuttujalla on vain yksi nollasta poikkeava lataus eli faktorit eivät lataudu ristiin ja b) jokaisella faktorilla on vähintään kolme ei-nollaa latausta. Näiden ehtojen perusteella voidaan todistaa, että globaali identifioituvuus voidaan saavuttaa asettamalla yksi lataus jokaisesta faktorista nollasta poikkeavaksi tai asettamalla Ω:n diagonaalialkiot nollasta poikkeaviksi. Ehtoa a) sanotaan Λ:n 'riippumattomaksi klusterirakenteeksi'. Kun riippumaton klusterirakenne ja riittävä määrä faktorien muuttujia yhdistetään, globaali identifioituvuus toteutuu kunhan faktorilataukset tai -varianssit sovitetaan edellisten ehtojen perusteella oikeanlaisiksi. Kun $r > 1$, rajoitteiden tarve saavuttaa riippumaton klusterirakenne on suurempi kuin tarve päätyä rotaationaaliseen yksikäsitteisyyteen eikä tämä malli ole välttämättä paras sovitteeltaan, vaikka faktorien määrä onkin tarpeeksi iso. Ominaisuutta b) voidaan heikentään tarpeen vaatiessa ja faktori voidaan määritellä vain kahdella muuttujalla, mutta tuolloin täytyy ottaa mukaan lisärajoite c), jossa jokaisella θ:n rivillä on oltava vähintää yksi nollasta poikkeava ei-diagonaalinen alkio.[4]

Vaikka nämä rajoitteet ovat riittäviä globaalin identifioituvuuden saavuttamiselle, ne eivät ole välttämättömiä pelkälle identifioituvuudelle. Esimerkiksi erilainen nollien asettelu Λ:ssa johtaa yleisesti erilaisiin sopivuusindekseihin, joista puhutaan tarkemmin luvussa 2.4.2.[4] Myöhemmin luvussa 3 esitellään näiden rajoitusten perusteella konfiguraalinen, metrinen ja skalaarinen invarianssi.

2.4 Mallin muodostaminen ja tulkinta

2.4.1 WLS- ja WLSMV-estimaatti

Faktorianalyysin yksittäiset osiot on suunniteltu mittamaan jatkuvaa rakennetta. Vastemuuttujat ovat kuitenkin ordinaalisessa mallissa kategorisia. Jos tällaiselle mallille yritetään sovittaa jatkuvalle muuttujalle tarkoitettua estimaattia, sovitetun mallin ja oletetun mallin oletukset eivät täsmää. Jos oletukset eivät ole mallissa kohdallaan, mallin hyvyyttä ei voida pitää luotettavana. Tämä ongelma esiintyy usein juuri konfirmatorisessa faktorianalyysissä, jossa yleisempänä estimaattina käytetään suurimman uskottavuuden estimaattia (ML-estimaatti). Tämä ei kuitenkaan ole paras vaihtoehto kategoriselle aineistolle.[8]

Yleisesti rakennemallien (joihin kuuluu myös faktorianalyysi) tavoitteena on testata ovatko halutun mallin ja havaitun mallin kovarianssimatriisit samankokoiset. Tämä yhteys esitetään yleensä muodossa

$$\Sigma = \Sigma(\xi), \tag{6}$$

jossa Σ on havaittujen muuttujien kovarianssimatriisi ja $\Sigma(\xi)$ on mallin ennustava kovarianssimatriisi parametrivektorilla ξ. Malliparametrien vektori ξ määrittää rakennemallin tyypin odotusarvon ja vakiotermin avulla. Odotusarvon ja vakiotermin avulla määritellään myös varianssit ja kovarianssit, regressiokertoimet ja faktorilataukset. ML-estimaattia käytetään juuri ξ:n estimoimiseen. Kuten edellä mainittiin, ML-estimointi ei kuitenkaan ole paras vaihtoehto tässä tutkielmassa. Vaihtoehtoinen tapa tutkia ordinaalisille muuttujille tehtyä konfirmatorista faktorianalyysiä on estimoida ja analysoida polykorisia ja polysarjaisia korrelaatioita.[8]

Polykoriset ja polysarjaiset korrelaatiot perustuvat molemmat samaan ajatukseen, mutta ne mittaavat erityyppisiä muuttujia. Polykorinen korrelaatio estimoi kahden havaitsemattoman jatkuvan ordinaalisesta aineistosta johdetun, muuttujan lineaarista yhteyttä kun taas polysarjaisessa korrelaatiossa vain toinen muuttujista on johdettu ordinaalisesta aineistosta. Näin ollen polykorisen korrelaation laskeminen perustuu oletukseen, että havaitut diskreetit arvot johtuvat havaitsemattomasta taustalla olevasta jatkuvasta jakaumasta. Aikaisemmin luvussa 2.2 määriteltiin latentin vastejakauman ja havaitun ordinaalijakauman välinen suhde, jota käytetään hyödyksi. Polykoriset korrelaatiot lasketaan tyypillisesti käyttäen kaksivaiheista menettelyä. Kunkin yksiulotteisen latentin vastemuuttujan kynnysarvoparametrit estimoidaan erikseen ensimmäisessä vaiheessa käyttäen yksiulotteisen ordinaalimuuttujan kuhunkin luokkaan kuuluvien havaintojen osuuksia. Havaitun ordinaalisen muuttujan y_1, kynnysarvoja merkitään a_i:llä, kun $i = 1, \ldots, s$ ja y_2 kynnysarvoja merkitään b_j:llä, kun $j = 1, \ldots, r$. Ensimmäinen askel on estimoida

$$a_i = \Phi_1^{-1}(P_{i*})$$

ja

$$b_i = \Phi_1^{-1}(P_{*j}),$$

jossa P_{ij} on havaittu osuus solussa (i, j), P_{i*} ja P_{*j} ovat y_1:n ja y_2:n kontingenssitaulukon havaitut kumulatiiviset marginaaliset osuudet ja Φ_1^{-1} esittää yksiulotteisen kumulatiivisen standardinormaalijakaumanfunktion käänteisfunktiota. Toisessa vaiheessa edellä mainittu kontigenssitaulukko yhdistetään näihin estimoituihin kynnysarvoihin. Tämän jälkeen suurimman uskottavuuden avulla voidaan arvioida korrelaatio, joka olisi saavutettu, jos kahta piilevää vastemuuttujaa olisi havainnoitu suoraan.

Kaksiulotteisen log-uskottavuuden funktio on muotoa

$$\iota = \log K + \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{r} \upsilon_{ij} \log \pi_{ij},$$

jossa K on vakio, υ_{ij} esittää havaintojen frekvenssiä solussa (i, j) ja π_{ij} on todennäköisyys, että havainto kuuluu soluun (i, j). Kriittisen tärkeää polykorisen korrelaation laskennassa on oletus, että latentilla vastemuuttujaparilla on kaksiulotteinen normaalijakauma. Tämä oletus käy ilmi siitä, että kynnysarvoja laskettaessa viitataan yksiulotteiseen standardinormaalijakaumaan. Jos y_1^*:lle ja y_2^*:lle oletetaan kaksiulotteinen normaalisuus, π_{ij}:tä merkitään

$$\pi_{ij} = \Phi_2(a_i, b_j) - \Phi_2(a_{i-1}, b_j) - \Phi_2(a_i, b_{j-1}) + \Phi_2(a_{i-1}, b_{j-1}), \tag{7}$$

jossa Φ_2 on kaksiulotteinen kumulatiivinen normaalijakaumafunktio korrelaatiolla ρ. Korrelaation ρ ML-estimaatti tuottaa ordinaalisten muuttujien y_1: ja y_2: väliset polykoriset korrelaatiot.[8]

Analyyttisen ja empiirisen tutkimuksen avulla on osoitettu, että on virheellistä korvata SEM-mallin vakiomuotoisessa ML-estimointifunktiossa oleva otoksen kovarianssimatriisi yksinkertaisesti polykoristen korrelaatioiden matriisilla. Tämä menetelmä johtaa yleensä tarkentuviin parametrien estimointeihin, mutta sen tiedetään johtavan epätarkkoihin testisuureisiin ja keskivirheisiin. Polykoristen korrelaatioiden asymptoottisiin variansseihin ja kovariansseihin perustuvan painomatriisin estimoimiseksi on viime vuosikymmeninä kehitetty WLS-menetelmä (weighted least squares -menetelmä). Tätä lähestymistapaa voidaan käyttää yhdessä polykoristen korrelaatioiden matriisin kanssa SEM-mallien estimoinnissa. WLS-sovitusfunktio esitetään kaavalla

$$F_{WLS} = [s - \sigma(y)]' W^{-1} [s - \sigma(y)], \tag{8}$$

jossa s on otostestisuure, kuten esimerkiksi polykorinen korrelaatio, $\sigma(y)$ on $\Sigma(y)$:n mallin mukainen populaatioalkioiden vektori ja W on positiivisesti definiitti painomatriisi. Jos W:ksi valitaan s:n asymptoottisen kovarianssimatriisin estimaattori, niin F_{WLS}:stä saadaan asymptoottisesti tehokkaat parametriestimaatit, oikeat keskivirheet ja χ^2-jakautuneet testisuureet.[8]

Kokonaisvaltaiseen WLS-estimointiin liittyy kaksi haittaa CFA:n tutkimussovelluksissa, joissa käytetään ordinaaliaineistoja. Ensinnäkin, vaikka on olemassa alustavaa tietoa, että polykoristen korrelaatioiden laskenta on yleisesti ottaen robusti latentin normaalisuusoletuksen rikkomuksille, näitä rikkomuksia ei ole vielä tutkittu polykoristen korrelaatioiden asymptoottisten kovarianssien estimoinnin yhteydessä. Näin ollen, vaikka polykoriset korrelaatiot saattaisivatkin olla yleisesti ottaen harhattomia, latenttien vastemuuttujien epänormaalisuuden aiheuttamat vääristymät asymptoottisessa kovarianssimatriisissa voivat vaikuttaa epäsuotuisasti CFA-mallin testisuureisiin ja keskivirheisiin. Toiseksi, parhaiten toimivan painomatriisin W mitat ovat usein hyvin suuret ja kasvavat nopeasti mallin muuttujien määrän funktiona. Luotettavien estimaattien tuottamiseksi asymptoottisten arvojen laskeminen edellyttää suurta otoskokoa. W:n estimointia varten otoskoon olisi oltava vähintään $(k + 1)(k + 2)/2$, jossa k on mallin havaittujen muuttujien kokonaismäärä. [8]

WLS-estimoinnin ongelmien ratkaisemiseksi on kehitetty robustia WLS-estimointia. Robusti WLS eli WLSMV-estimaatti (weighted least squares mean and variance) saadaan, kun WLS-estimaatin painomatriisi W korvataan V:llä, jonka alkiot ovat kynnysarvojen ja polykoristen korrelaatioiden estimaattien asymptoottisia variansseja. Kun parametrivektori on muodostettu, robustia asymptoottista kovarianssimatriisia käytetään parametrien keskivirheiden muodostamisessa. Kaavan (8) avulla voidaan laskea χ^2-testisuure nollahypoteesille, joka spesifioi mallin sopimaan juuri k määrään populaatioita. [8] Empiirisen osion analyyseissä käytetty Mplus-ohjelmisto antaa WLSMV-estimaatin automaattisesti, kun muuttujat on määritelty kategorisiksi.

2.4.2 Sopivuusindeksit

χ^2-testisuure selittää otoksen ja sovitetun kovarianssin välistä eroa ja se voidaan laskea kaavalla $T = (N - 1)F_{min}$, jossa F_{min} on käytettävä sovitusfunktio ja N on otoskoko. Testisuure voidaan johtaa erilaisista estimointimenetelmistä, jotka vaihtelevat jakaumaoletuksiin liittyvässä sesensitiivisyydessä.[4] χ^2-testisuure on erittäin herkkä otoskoon vaihtelulle ja antaa siksi välillä helposti vääarentyneitä tuloksia. Tätä varten on olemassa vaihtoehtoisia tapoja tulkita mallin hyvyyttä. Yksi näistä tavoista on sopivuusindeksien tarkastelu.[3] Sopivuusindeksien tarkoitus on täydentää testisuuretta. Indeksit voidaan jakaa absoluuttisiin ja nouseviin indekseihin.[4] Absoluuttisten sopivuusindeksien arvot riippuvat sekä otoskoon että aineiston epäjohdonmukaisuuksien määrästä, kuten esimerkiksi aineiston osittaisesta hyvästä sopivuudesta.

Absoluuttiset sopivuusindeksit luovat mallin aineistosta sen sijaan, että niitä verrattaisiin tiettyyn jakaumaan. Toisin sanoen sillä on merkitystä, kuinka hyvin mallin vapaista parametreista johdetut havaitut kovarianssit vastaavat mallin määritettyjen kiinteiden ja vapaiden parametrien perusteella oletettuja kovariansseja. Esimerkkejä absoluuttisista indekseistä on mm. Goodness-of-fit (GFI), Akaiken uudelleen skaalattu informaatiokriteeri, ristiinvalidointi-indeksi, McDonaldin keskitysindeksi, Hoelterin kriittinen N, Jöreskogin ja Sörbomin keskitetty versio root mean square residual-indeksistä (RMSR), ja root mean square error of approximation -indeksi (RMSEA). Vastaavasti nousevat indeksit mittaavat osuudellista sopivuuden parantumista vertaamalla kohdemallia enemmän rajoitettuna, sisäkkäistettyyn perusmalliin. Nollamalli, jossa kaikki havaitut muuttujat ovat korreloimattomia, on tyypillisin perusmalli. Esimerkkejä nousevista sopivuusindekseistä on normitettu sopivuusindeksi, Bollenin sopivuusindeksi, Tucker-Lewis-indeksi (TLI) , Benderin, McDonaldin ja Marshin suhteellinen ei-keskitetty indeksi, Benderin vertaileva sopivuusindeksi ja vertaileva sopivuusindeksi (CFI). Tässä tutkielmassa keskitytään erityisesti RMSEA-indeksiin ja CFI:hin. RMSEA saadaan kaavalla

$$RMSEA = \sqrt{\max[(F_f - df_f)/(N-1), 0]/df_f}, \tag{9}$$

jossa F_f on sovitusfunktion, kuten esimerkiksi WLS:n, avulla saatu testisuure, df_f on kohdemallin vapausasteet ja N on otoskoko. CFI saadaan kaavasta

$$CFI = 1 - \max[F_f - df_f, 0]/\max[F_f - df_f, T_B - df_B, 0], \tag{10}$$

jossa T_B on perusmallin testisuure ja df_B on perusmallin vapausasteet.

RMSEA-indeksiä voidaan pitää hyvänä, kun arvo on alle 0,08 ja erittäin hyvänä, kun arvo on alle 0,06. CFI:tä voidaan pitää hyvänä, kun arvo on yli 0,9 ja erittäin hyvänä, kun se on yli 0,95.[4]

2.4.3 Muunnosindeksit ja faktorilataukset

Aiemmin todettiin, että χ^2-testisuure ei anna välttämättä parasta arviota mallin sopivuudesta, sillä se on herkkä otoskoon vaihtelulle. Sopivuusindeksien lisäksi voidaan tarkastella muunnosindeksejä. Muunnosindeksi kertoo sen, kuinka paljon χ^2-testisuure pienenee, kun tietty parametri vapautetaan estimoitavaksi. Muunnosindeksejä on siis yhtä paljon mitä säädettyjä rajoituksia mallissa. Muunnosindeksi kertoo siis siitä osasta mallin sopivuuden paranemisesta, mikä johtuu aikaisemmin huomiotta jätetyn parametrin lisäämisestä malliin ja sen vapaasta estimoinnista. Tällaisia ovat esimerkiksi faktorilataukset tai korreloituneet residuaalit. Jos parametri lisätään ison muunnosindeksin vuoksi, sitä kutsutaan 'mallin post hoc-muokkaukseksi' ja se kertoo alkuperäisen hypoteesimallin aineistolähtöisestä muokkaamisesta, jolloin tutkija itse muokkaa mallin latauksia uudestaan muunnosindeksien perusteella. Muunnosindeksejä voidaan käyttää lokaalin ja globaalin sopivuuden tulkitsemisessa: pieni määrä isoja muunnosindeksejä vs. iso määrä pieniä muunnosindeksejä kertoo, että mallien sopivuudet ovat hyvin erilaiset. [9]

Myöhemmin empiirisessä osiossa muunnosindeksien avulla tehdään päätökset muuttujien poistamisesta. Muunnosindeksit perustuvat kiinteiden parametrien loguskottavuusfunktion ensimmäisen kertaluvun derivaattaan, joka taas perustuu Lagrangen kertalukutestiin, joka esitellään seuraavaksi.

Muistellaan luvusta 2.4.1, että rakennemalleissa tarkastellaan hypoteesia, jossa havaittujen muuttujien kovarianssimatriisi on yhtä suuri kuin hypotettisen mallin kovarianssimatriisi. Tämä esitettiin muodossa

$$\Sigma = \Sigma(\xi), \tag{11}$$

jossa Σ on havaittujen muuttujien populaatiokovarianssimatriisi ja $\Sigma(\xi)$ on populaatiomatriisi, jota ξ vastaa. Käsitellään parametriä ξ, jonka valittu malli H_0 rajaa arvoon ξ_0. Kun H_0 on sovitettu, voidaan esittää arvo

$$d_\xi = \frac{\partial \log L(\xi)}{\partial \xi} \tag{12}$$

mallista H_0 saadun parametrin estimoiduilla arvoilla. Kun H_0 pätee, $\log L(\xi)$ maksimoidaan. Tällöin d_ξ eroaa nollasta, osoittaen että ξ:n muutos ξ_0:sta nostaa $\log L(\xi)$:n arvoa.[10]

Tälle testille voidaan formalisoida tunnusluku. On todistettu, että oikean mallin tapauksessa ja tiettyjen säännöllisyysehtojen alaisena, ensimmäisen kertaluvun osittaisderivaatasta arvioidut estimaatit noudattavat multinormaalijakaumaa odotusarvolla 0, jos mallin rajoitukset pätevät. Näiden varianssi-kovarianssi-matriisi voidaan laskea informaatiomatriisin Q:n estimaateista joka esitetään seuraavasti:

$$Q = E\left[\frac{\partial^2 \log L(\xi)}{\partial \xi \partial \xi'}\right]. \tag{13}$$

Kun Q hajotetaan muotoon

$$\begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix},$$

jossa Q_{11} sisältää derivoidut sovitetun parametrin alkiot ja Q_{22} sisältää vapaiden parametrien derivoidut alkiot, voidaan todistaa, että Lagrangen estimaattien kovarianssimatriisi on muotoa

$$V = Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{21}. \tag{14}$$

Kaikille rajoitetuille parametreille standardinormaalitestisuure voidaan estimoida käyttämällä määrettä z_ξ:

$$z_\xi = \frac{\partial \log L(\xi)/\partial \xi}{\nu}, \tag{15}$$

jossa ν on V:n diagonaalialkion neliöjuuri. [10]

Tästä saadaan käytetty muunnosindeksi S_ξ, joka esitetään muodossa

$$S_\xi = z_\xi^2. \tag{16}$$

Tämä tarkoittaa sitä, että muunnosindeksin ja testisuureen välinen suhde on yksinkertainen ja niillä on samankaltaisia ominaisuuksia. Sen mukaan muunnosindeksien asymptoottinen jakauma on sama kuin testisuureen jakauma, kun malli H_a on sama kuin H_0, johon lisätään parametri, johon rajoitus on testattu. Kun rajoitukset on asetettu, mallille valittu testisuure noudattaa asymptoottisesti χ^2-jakaumaa vapausasteilla 1. Täten muunnosindeksien asymptoottinen jakauma, kun H_0 pätee, on χ^2-jakauma vapausastein 1.[10]

Faktorilataukset kertovat muuttujien välisistä korrelaatioista ja siitä, kuinka hyvin kyseinen muuttuja sopii sille asetettuun faktoriin. Jos tietyllä parametrilla on suhteellisen iso muunnosindeksi, se voidaan havaita usein myös faktorilatauksista, jotka ilmaisevat määrällisesti, missä määrin muuttuja liittyy tiettyyn tekijään. Faktorilatauksen suositellaan olevan yli 0,6, jotta mallia voidaan pitää keskivertona. Yli 0,8 faktorilataus kertoo erittäin hyvästä mallista. Luotettava malli vaatii kuitenkin tarpeeksi isot faktorit, joissa on tarpeeksi osioita, sillä mitä vähemmän faktorissa on osioita, sitä helpommin saatetaan sortua mallin ylisovittamiseen ja mallin tulkinnasta tulee epäluotettavaa.[12]

3 Mittausinvarianssi

Edellisessä luvussa käsiteltiin faktorimallin muodostamista ja sen estimointia. Faktorianalyysistä on kuitenkin enemmän hyötyä, kun voidaan olla varmoja siitä, että alipopulaatiot, kuten esimerkiksi tytöt ja pojat, ymmärtävät kysymykset ja väitteet samalla tavalla. Tätä varten esitellään mittausinvarianssi. Mittausinvarianssi käsittelee faktorimallin ja mallin parametrien (kuten latausten ja vakiotermien) yhtäläisyyttä eri populaatioiden välillä. Se yhdistetään yleensä useamman ryhmän konfirmatoriseen faktorianalyysiin tai odotusarvo- ja kovarianssirakenneanalyysiin. [13]

Sosiaalitieteissä mittausinvarianttisuuden tarkastelu on yleistynyt. Mittausinvarianttisuudella tarkoitetaan sitä, tarkoittaako tarkasteltava osio samaa asiaa kaikille eri ryhmille. Mittausinvaranttisuuden tarkastelu on kriittinen työkalu eri ryhmien välisissä vertailuissa. Jos mittausinvarianssi ei toteudu, voidaan todeta, ettei ryhmiä voida vertailla mielekkäästi käyttämällä testattua mittaria. Sukupuolen lisäksi muita esimerkkiryhmiä voi olla vaikka eri koulutustaso tai työala. Mittausinvarianssi käsittelee mittausskaalan psykometrisiä ominaisuuksia ja se voidaan jakaa kolmeen eri malliin: konfiguraaliseen, metriseen ja skalaariseen malliin. Nämä käsitellään erikseen seuraavissa luvuissa. Mittausinvarianssimalleja tulkitaan samalla tavalla kuin sopivuusindeksejä. Paras tapa on vertailla jokaisen mallin luvussa 2.4.2 määriteltyä vertailevaa sopivuusindeksiä CFI:tä. Jotta malli voidaan todeta invariantiksi, jokaisen mallin (konfiguraalisen, metrisen, ja skalaarisen) CFI:n tulisi olla korkeintaan 0,1 yksikön päästä kahden muun mallin CFI:stä.[14]

Mittausinvarianssi kertoo y:n ominaisuuksista suhteessa latenttiin muuttujaan η. Mittausinvarianssi määrittää sen, ovatko y ja η ominaisuuksiltaan samanlaiset eri populaatioissa. Vaihtoehtoisesti voidaan sanoa, että, kun mittausinvarianssi toteutuu, tieto populaation yksittäisestä osasta ei kerro mitään y:stä eikä η:sta. Tämä asia ilmaistaan formaalisti seuraavalla tavalla. Oletetaan, että on olemassa K populaatiota $\Pi_k, k = 1, 2, ..., K$, joiden alkiot antavat mittauksia y:stä. Oletetaan vielä, että η esittää yhtä tai useampaa latenttia muuttujaa, joita y:n on tarkoitus mitata. Olkoon $P_k(y|\eta)$ y:n mitattu vastefunktio (measured response function, MRF) k:nnessa populaatiossa ja $P(y|\eta)$ koko populaatiossa. Tällöin voidaan sanoa, että mittausinvarianssi toteutuu y:lle suhteessa η:an ja $\Pi_k, k = 1, 2, ..., K$ jos ja vain jos

$$P_k(y|\eta) = P(y|\eta), \tag{17}$$

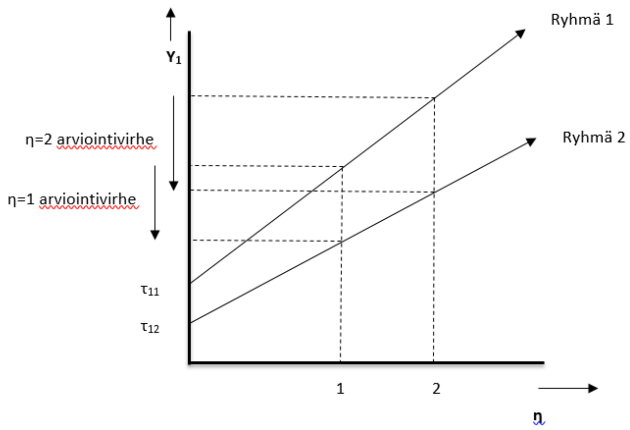
kaikilla $k = 1, ..., K$ ja kaikilla η. Tällöin havaintojen y mittausvastefunktio suhteessa η:an on identtinen populaatioiden välillä mittausinvarianssin nojalla. Jotta voidaan osoittaa, että mittausinvarianssi käy toteen, on ensin identifioitava latentti muuttuja η ja määriteltävä populaatiot, joita halutaan tutkia.[4]

Kaavassa (17) määritelty mittausinvarianssi saattaa pitää paikkansa vaikka havaitun muuttujan y jakaumat eroavat eri populaatioiden välillä. Esimerkiksi keskimääräisten y-pisteiden eriävät populaatiovarianssit eivät aina riko mittausinvarianssia. Mittausinvarianssi viittaa ryhmien väliseen vertailuun, jossa ryhmiä tarkastellaan latentin muuttujan η:n avulla. Kun mittausinvarianssi pätee, populaatioista ei pitäisi löytyä eroja y:n jakaumissa tarkasteltavien ryhmien joukossa.[4]

3.1 Konfiguraalinen invarianttisuus

Konfiguraalisessa invarianttisuudessa eri ryhmät muodostavat samat rakenteet. Jos konfiguraalinen invarianttisuus toteutuu, jokaisesta ryhmästä kerätty aineisto hajoaa yhtä moneksi faktoriksi, joissa samat osiot latautuvat samoihin faktoreihin. Konfiguraalinen invarianttisuus ei välttämättä toteudu, jos osiot ovat esimerkiksi niin abstrakteja, että niiden ymmärtäminen vaihtelee vaikka kulttuuristatuksen mukaan. Myös käännösvirheet saattavat aiheuttaa mallin huonon sopivuuden.[14] Jotta konfiguraalinen invarianssi saadaan testattua eri ryhmille, kaikkien faktorilatausten annetaan latautua vapaasti ryhmien yli. [15] Kuva 2 esittää kahden faktorin mallin konfiguraalista invarianttisuutta. Kuvassa x-akseli esittää latentin muuttujan keskiarvoa ja y-akseli vastausta latenttia muuttujaa mittaavaan tutkimuskysymykseen. Regressiosuorat esittävät funktionaalista suhdetta latentin muuttujan ja ryhmään kuuluvan tutkimuskysymyksen vastauksen välillä ryhmissä 1 ja 2 eli toisin sanoen mittausvastefunktiota, joka esiteltiin edellisessä luvussa, arviointivirhe esittää saman faktorin havaintojen eroa eri populaatiossa ja τ esittää tietyn populaation tietyn faktorin vakiotermiä. Samoja termejä käytetään kuvissa 3 ja 4. Kuvassa 2 lataukset tai vakiotermit eivät ole samat, mutta molemmissa malleissa löytyy sama rakenne ja osiot jakautuvat samoihin faktoreihin, sillä regressiosuoria on selkeästi muodostunut kaksi. [16]

Luvussa 2.2 käsiteltiin mallin identifioituvuutta ja sitä, miten malleja tulisi rajoittaa tarpeen mukaan. Nämä edellä mainitut rajoitteet, joita tarvitaan kovarianssirakenteen identifioituvuuteen, voidaan laajentaa koskemaan myös useamman populaation tapausta yskinkertaisesti vain vaatimalla samat rajoitteet jokaiseen populaatioon. Jokaisessa mallissa (konfiguraalisessa, metrisessä ja skalaarisessa) tarkoitus on siis asettaa rajoitteet jokaisessa populaatiossa samaksi ja testata sen jälkeen, onko malli hyvä. Jos malli on hyvä, voidaan todeta, että asetetut rajoitteet eivät huononna mallia. Jokaiselle erilliselle mallille on oma määrä rajoitteita. Konfiguraalinen malli on edellä maintuista malleista vähärajoitteisin. Konfiguraalisessa invarianssissa latausmatriiseihin asetetaan nollat samoihin paikkoihin ja Λ-matriisin nollasta poikkeavien alkioiden annetaan vaihdella ryhmien välillä ja samalla ne pakotetaan samaan sijaintiin eri populaatioissa. Konfiguraalista invarianssia voidaan verrata useamman ryhmän konfirmatoriseen faktorianalyysiin, jossa jokainen havaittu muuttuja lataa vain yhden faktorin eli toisin sanoen havaitun muuttujan lataus on nolla kaikissa muissa faktoreissa paitsi yhdessä ja samat oletukset asetetaan samoiksi kaikissa tarkasteltavissa alipopulaatioissa. Oletetaan esimerkiksi, että faktoreita olisi mallissa kaksi kappaletta. Toinen faktoreista mittaa kiusaamista ja toinen sosioekonomista taustaa. Konfiguraalisessa invarianttisuudessa kiusaaminen ja sosioekonominen tausta latautuvat kaikkiin muuttujiin, mutta kiusaamisen faktorin ja sosioekonomista taustaa mittaavien muuttujien väliset lataukset asetetaan nollaksi ja sosioekonomisen taustan faktorin ja kiusaamista mittaavien muuttujien väliset lataukset asetetaan nollaksi, jolloin nollasta poikkeavat lataukset ovat kiusaamisen faktorin ja kiusaamista mittaavien muuttujien välillä ja sosioekonomisen taustan faktorin ja sitä mittaavien muuttujien välillä. Konfiguraalisen invarianttisuuden rajoitteet voidaan asettaa malliin, vaikka jokaisen latausmatriisin nolla-alkioiden määrä olisi pienempi kuin riippumattoman klusterirakenteen vaatima määrä. Näissä tapauksissa kaikilla havaituilla muuttujilla voi olla ei-nollia latauksia useammassa faktorissa. Nolla-latausten tulisi kuitenkin olla samassa kohdassa jokaisessa populaatiossa. Globaalin identifioituvuuden kannalta ei ole tarvetta vaatia, että nämä nolla-alkiot olisivat identtisissä kohdissa ja tämä esittää falsifioituvaa hypoteesiä.[4] Hypoteesi on falsifioituva, jos on mahdollista kehitellä kokeellinen havainto, joka todistaa kyseessä olevan kysymyksen vääräksi [18]. Rajoitukset voidaan siis korvata sellaisilla, jotka sallivat osittaista vaihtelua nolla-alkioiden sijainnissa eri ryhmien välillä ja jonka alaisuudessa globaali identifioituvuus voitaisiin saavuttaa.[4]



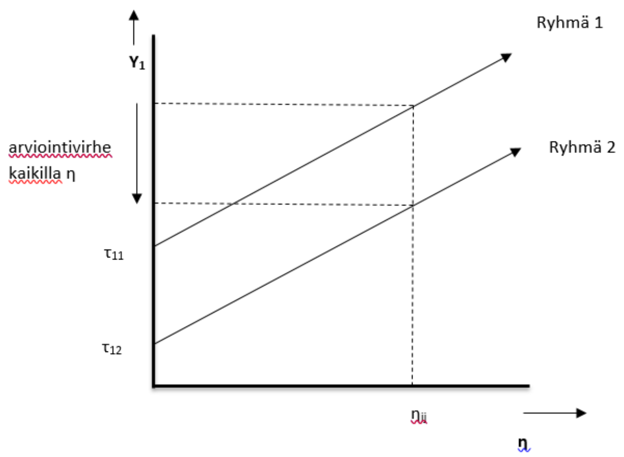
Kuva 2: Esimerkki kahden faktorin konfiguraalisesta invarianttisuudesta, jossa η esittää latentin muuttujan keskiarvoa, Y_1 latenttia muuttujaa mittaavan tutkimuskysymyksen vastausta ja τ tietyn populaation tietyn faktorin vakiotermiä.

3.2 Metrinen invarianttisuus

Metrisessä invarianttisuudessa kaikki faktorilatausten parametrit ovat samat kaikilla ryhmillä. Metrisessä mallissa lataukset rajoitetaan samoiksi kaikissa populaatioissa, mutta vakiotermit saavat vaihdella vapaasti. Toisin sanoen lataukset perustuvat heijastavan tai yhteisen tekijän faktorimallin kausaaliseen tulkintaan, jossa faktorilataukset heijastavat latentin muuttujan kausaalia vaikutusta havaittuun muuttujaan, joilla viitataan faktorilatauksiin yhdystermien validiteettina. Konkreettisesti voidaan siis sanoa, että taustalla piilevän muuttujan eli faktorin, kuten esimerkiksi kiusaamisen, vaikutus kiusaamista mittaaviin väitteisiin on yhtä suuri eri populaatioissa. Tästä johtuen, kun populaatiot eroavat toisistaan useammassa kuin yhdessä latauksessa, syy saattaa olla rakenteen sisäisissä eroavaisuuksissa. Metrinen invarianssi, ainakin osittain, on edellytys mille tahansa kvantitatiiviselle vertailulle, mikä tarkoittaa latenttien odotusarvojen, kovarianssien, korrelaatioiden ja regressiovaikutusten vertailua.[13]

Konfiguraalisessa mallissa käsiteltiin tilannetta, jossa löytyy kaksi regressiosuoraa, mutta ne eivät ole yhdensuuntaisia eikä niillä ole samaa vakiotermiä ja tällöin invarianttisuus ei toteudu. Metrisessä mallissa tarkastellaan tilannetta, jossa regressiosuorat ovat samansuuntaiset mutta vakiotermit ovat erit. Edellä esiteltyjen populaatioerojen lisäksi erisuuret faktorilataukset kertovat siitä, että havaituissa skaaloissa on eroja esimerkiksi siten, että populaatiot kalibroivat mittaa eri tavalla. Tästä johtuen populaatioille määrätyt numeeriset arvot tarkoittavat eri asiaa eri populaatioissa. Eli vastausasteikko ei välttämättä toimi samalla tavalla kaikilla populaatioilla.

Populaatiosta kerätty otos antaa käsitteellisen ymmärryksen erillisten piilevien rakenteiden määrästä ja niistä osioista, jotka yhdistetään rakenteeseen. Tästä huolimatta tietyn arviointiosion ja havaitsemattoman rakenteen välisten suhteiden vahvuudet saattavat erota toisistaan. Kuva 3 esittää metristä invarianttisuutta ja skalaarista ei-invarianttisuutta. Koska suorat ovat yhdensuuntaiset, faktorilatausten voidaan olettaa olevan samat. Vakiotermit eivät kuitenkaan ole samat, joten skalaarinen invarianttisuus ei toteudu.[16]



Kuva 3: Esimerkki kahden faktorin metrisestä invarianttisuudesta, jossa η esittää latentin muuttujan keskiarvoa, Y_1 latenttia muuttujaa mittaavan tutkimuskysymyksen vastausta ja τ tietyn populaation tietyn faktorin vakiotermiä.

3.3 Skalaarinen invarianttisuus ja täydellinen invarianttisuus

Skalaarisessa mallissa hypoteesi on, että metrisen invarianttisuuden lisäksi osioiden yhdysvaikutusten vektorit ovat myös invariantteja. Skaalarisessa mallissa sekä lataukset että vakiotermit asetetaan yhtäsuuriksi. Osioyhdysvaikutukset ovat taustalla olevan havaitsemattoman rakenteen 0-arvoja vastaavien jokaisen osion arvoja. Kun nollahypoteesi toteutuu, voidaan sanoa, että vahva invarianttisuus toteutuu.

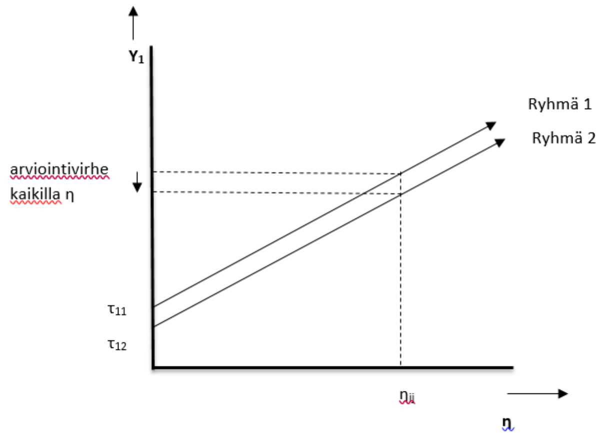
Vahva invarianssi on edellytys sille, että latentteja keskiarvoja voidaan vertailla, koska se merkitsee sitä, että mitta-asteikolla on sama toimiva määritelmä kaikilla eri ryhmillä. Kun skaalarinen invarianttisuus toteutuu, ryhmillä on siis samat intervallit ja nollakohdat. Vahvan invarianttisuuden puuttuessa latenttien muuttujien keskiarvojen vertailu on tulkinnanvaraista, sillä ryhmien välisten erojen vaikutukset näkyvät latenttien muuttujien alkuperän ja asteikon välisissä eroissa.[15]

Mittausinvarianssin määritelmä (17) on lauseke ehdoista, jotka pätevät K:ssa asetetussa populaatiossa. Nämä asetetut populaatiot on määritelty käyttämällä vektoria, johon on valittu kokoelma muuttujia. Merkitään tätä vektoria kirjaimella V. Tämä saatu vektori, joka on määritelty K:n populaation avulla, ei välttämättä sisällä kaikkia mahdollisia alipopulaatioita, jotka pystyttäisiin määrittelemään V:n avulla. Esimekriksi, jos V sisältää sukupuolen ja etnisyyden demograafiset muuttujat, eli muuttujan, jonka tutkija kerää kuvaamaan tilastollisessa päättelyssä käytetyn otoksen luonnetta ja jakaumaa[19], K populaatiota saattaa poissulkea joitain näiden kahden muuttujan kombinaatioita. Toisena esimerkkinä oletetaan, että V koostuu maiden listasta, joista kultturien välinen tutkija saattaa kerätä otoksen koskien kulttuurien välistä tutkimusta. Itse tutkimus saattaa sisältää vain V:ssä esitetyn listan osajoukon, mutta päämielenkiinto on maiden isomman joukon yleistämisessä. Tästä syystä mittausinvarianssin käsitettä voidaan vahvistaa koskemaan kaikkia alipopulaatioita, jotka pystytään määrittelemään V:n perusteella. Tällaisten populaatioiden määrä saattaa olla hyvin iso riippuen V:stä.[4]

Selitetään seuraavaksi edellä mainittu konkreettisesti. Oletetaan, että $\Pi_k, k = 1, 2, ..., M$ joka esittää kaikkia mahdollisia alapopoulaatioita, jotka voidaan luoda V:n perusteella, kun $K \leq M$. Sanotaan, että täydellinen mittausinvarianssi toteutuu y:lle suhteessa η ja V:hen jos ja vain jos yhtälö (17) toteutuu kaikilla $k = 1, 2, ..., M$, jossa M määrittelee kaikkien mahdollisten alipopulaatioiden määrän V:ssä. Täydellinen invarianttisuus toteutuu, kun

$$P(y|\eta, V) = P(y|\eta) \tag{18}$$

kaikille η ja V. Tässä y ja V ovat ehdollisesti riippumattomat edellyttäen latentit kohdemuuttujat. Tämä ehdollinen riippumattomuus luonnehtii täydellistä invarianttisuutta. Yksinkertaisissa tapauksissa mittausinvarianssin ja täydellisen mittausinvarianssin välillä ei ole huomattavaa eroa. Esimerkiksi, jos V on skalaari, se määrittää yksittäisen havainnon sukupuolen ja Π koostuu kahdesta kahdesta populaatiosta, miehistä ja naisista, invarianttisuuksien välille ei pystytä määrittelemään eroa. Joissain tapauksissa toisaalta, kun alipopulaatioita tutkitaan empiirisesti, kaikkia alipopulaatioita, jotka voidaan muodostaa V:stä, ei välttämättä löydetä. Oletetaan, esimerkiksi, että V sisältää muuttujat 'sukupuoli' ja 'ikä'. Nyt voidaan luoda populaatio $\Pi_k, K = 1, 2, ..., K$ valitsemalla vain tietty ikäryhmä, jossa molemmat sukupuolet on edustettuina. Täydellinen mittausinvarianssi vaatisi kaikkien kombinaatioiden mukaan ottamisen sekä sukupuolesta, että iästä. Näissä tapauksissa on mahdollista, että mittausinvarinssi pätee tutkituille populaatiolle, mutta täydellinen mittausinvarianssi ei päde.[4]



Kuva 4: Esimerkki kahden faktorin skalaarisesta invarianttisuudesta, jossa η esittää latentin muuttujan keskiarvo, Y_1 latenttia muuttujaa mittaavan tutkimuskysymyksen vastaus ja τ tietyn populaation tietyn faktorin vakiotermiä.

Kuvassa 4 havaitaan, että sekä faktorilataukset että vakiotermit ovat tarpeeksi lähellä toisiaan, joten voidaan todeta, että vahva invarianttisuus toteutuu[16].

3.4 Mittausinvarianssi kategoriselle aineistolle

Edellisessä luvussa esiteltiin mittausinvarianssia jatkuvalle aineistolle. Tässä kappaleessa esitellään, mitä tapahtuu, kun mittasinvarianssitestaus suoritetaan kategoriselle aineistolle. Kategorinen tapaus vaatii kuitenkin omat rajoitteensa, mitä jatkuvassa tapauksessa ei tarvitse huomioida. Tähän lukuun on tiivistetty aikaisemmissa luvuissa käsitellyt mallin rakentamiset ja invarinassirajoitteiden asettelut ns. hypoteesijonona ja esitelty mittausinvarianssia enemmän matemaattisilla merkinnöillä. [4]

Palautetaan mieleen luvussa 2.2 kategoriselle aineistolle muodostettu malli. Ehdollinen jakauma y:lle, kun η on annettu, päätetään a) kynnysarvojen paramterivektorin ν_k:n, jossa k kertoo jälleen tarkasteltavan populaation ja b) latentin muuttujan ehdollisen jakauman y^*, kun η on annettu, mukaan. Olkoon $P_k(y^*|\eta)$ y^*:n ehdollinen jakauma, kun η on annettu, k:nnessa populaatiossa, kun $k = 1, ..., K$. Näistä saadaan seuraavat ehdot.

$$\nu_1 = \nu_2 = ... = \nu_k, \tag{19}$$

$$P_k(y^* \mid \eta) = P(y \mid \eta), \tag{20}$$

kaikille y ja η. Nämä ehdot ovat rinnastettavissa yhtälöön (17) jatkuvassa tapauksessa. Kategorisessa tapauksessa jatkuvan tapauksen määritelmä jää, mutta sen lisäksi on tarkasteltava myös kynnysarvoparametreja. Multinormaalisuusoletus on tyypillisin valinta yhtälön (20) toisen ehdon edellyttämille jakaumaoletuksille. Tuolloin faktoriparametrien $(\tau_k, \Lambda_k, \theta_k)$, jossa k kertoo tarkasteltavan populaation, invarianttisuus johtaa yhtälöön (20) ja mittausinvarianttisuutta voidaan testata tutkimalla faktorimalliparametrien invarianttisuutta. Jos oletus ei päde $P_k(y^*|\eta)$:lle, ryhmät saattavat erota niiden korkeampien momenttien rakenteen tarkastelussa eikä invarianssin tutkiminen ole tässä kohtaa enää tarkoituksen mukaista. Vahva faktori-invarianttisuus vaatii, että kynnysarvot ovat samat populaatioiden kesken ja että y_j^*:n todennäköisyys kuulua tiettyyn kategoriaan c on riippumaton populaatioiden välillä.

Hypoteesijonojen testaus aloitetaan kynnysarvojen invarianttisuushypoteesin, kovarianssimatriisien ja latenttien muuttujien odotusarvovektorien testaamisella. Eli asetetaan oletukseksi, että kynnysarvot, kovarianssimatriisit ja odotusarvovektorit ovat samat eri populaatioiden kesken. Tämä hypoteesi voidaan testata riippumattomasti kaikilla aineiston faktorimalleilla. Vaihtoehtoisesti voidaan luoda rakenne hypoteesillelle käyttämällä rajoituksia faktorimalliin, kuten $r = p$, $\Lambda = I$, $\Omega = \Omega$, $\theta_k = 0$, $\kappa_k = \kappa$ ja $\nu_k = \nu$. Jos hypoteesia ei hylätä, on mahdollista, että populaatiot on yhdistetty kyseisessä mallissa. [4]

Seuraavaksi testataan, miten faktorimalli sopii eri populaatioihin ja tarkoitus on päättää annetaanko muuttujien latautua useisiin eri faktoriin vai rajoitetaanko malli riippumattoman klusterirakenteen mukaan. Kolmas vaihtoehto on käyttää konfaktorirakennetta. Konfaktorirakenteessa ajatuksena on, että osassa populaatioissa faktorien välille asetetaan yksilöllinen suuntaus, jolloin lataukset määrätään yksittäin joko riippumattoman klusterirakenteen mukaan tai annetaan latautua useisiin eri faktoreihin. Tämän tutkielman motiivin pohjalta käsitellään vain riippumaton klusterirakenne ja jätetään eksploratiivinen rakenne pois kokonaan. Useimmissa konfirmatorisen faktorianalyysin sovelluksissa mielenkiintoisin hypoteesi on juuri riippumaton klusterirakenne

$$H_{rk} : \sum_k^* = \Lambda_{ck}\Omega_k\Lambda_{ck}^{'} + \theta_k, \mu_k^* = \Lambda_{ck}\kappa_k,$$

jossa Λ_{ck} on faktorimallimatriisi riippumattoman klusterirakenteen rajoitusten nojalla, kaikilla $k = 1, ..., K$ ja $*$ kertoo, että summa käy läpi kaikki populaatiot. Tavallisesti tämä hypoteesi esittää myös konfiguraalista invarianttisuutta.[4]

Jos edellä mainittu malli ei ole sopivuudeltaan hyvä, se voi johtua useammasta syystä. Faktoreiden määrä saattaa olla ryhmillä eri, jolloin mallia voidaan jalostaa suorittamalla eksploratiivinen faktorianalyysi, joka saattaa antaa muuttujille paremmat faktorijaot. Eksploratiivista analyysiä kannattaa kuitenkin käyttää vain siinä vaiheessa, kun taustalla ei ole vahvaa teoriaa, mikä konfirmatorisessa faktorianalyysissä yleensä on. Toinen vaihtoehto olisi kasvattaa otoskokoa. Jos faktorien määrä halutaan pitää samana jokaisessa populaatiossa, otoskoon on oltava suuri. Otoskoon tarvittava suuruus riippuu yleensä faktoreiden ja havaittujen muuttujien määrästä. Kolmas vaihtoehto on, että klusterirakenne Λ_{ck} on liian rajoitteinen. Mikäli näitä ongelmia esiintyy mallissa, invarianttisuutta ei kannata edes tarkastella.

Jos faktorimalli tarjoaa keskinkertaisen sopivuuden H_{rk}:n nojalla, seuraava hypoteesi paljastaa invarianttisuuden faktorimallimatriisissa Λ_k. Seuraava hypoteesi esittää metristä invarianttisuutta kategorisessa kontekstissa.

Kun H_{rk} klusterirakenne halutaan säilyttää, voidaan jatkaa hypoteesiin

$$H_{metr} : \sum_{k}^{*} = \Lambda_c \Omega_k \Lambda_c^* + \theta_k, \mu_k^* = \Lambda_c \kappa_k,$$

kaikilla $k = 1, ..., K$. Tämä hypoteesi määrää sekä riippumattoman klusterirakenteen että faktorilatausmatriisin invarianttisuuden. H_{metr}:n hylkääminen saattaa seurata hypoteesin heikommasta versiosta, joka sallii joidenkin nollasta poikkeavien latausten vaihdella ryhmien välillä. Matriisi tulee rajoittaa siten, että se on invariantti kuten H_{metr}, jolloin muokattavaa faktorilatausta ei tarvitse valita. Tutkijan tarvitsee kuitenkin päättää vapautettavat ja ryhmien välillä vaihtelevat lataukset mikäli H_{metr} hylätään. Ryhmien välillä vaihtelevia latauksia ei voida kuitenkaan luotettavasti paikantaa, mutta se onnistuu yleensä parhaiten, kun otoskoko on iso, taustalla on teoria tukemassa päätöksentekoa tai vain harvasta latauksesta puuttuu invarianttisuus.[4]

Viimeinen tapaus, jossa H_{metr} ei välttämättä päde, nousee esille, kun y:n muuttujat ovat dikotomisia. Tässä $C = 2$ ja malli on identifioitu, kun on vaadittu, että kaikki kynnysarvot ovat invariantteja (eli $\nu_k = \nu$, kaikilla $k = 1, ..., K$). Todellisuudessa, jos tiettyjen osioiden tai osioiden yhdistelmien ryhmien prosenttiosuudessa on huomattavia eroja, identifioituvuus voi aiheuttaa ongelmia. Erilaiset osuudet voivat johtaa siihen, että faktorilataukset eivät ole sopivia, kun faktorilataukset on rajoitettu invarianssin mukaisiksi. Tämän ongelman korjaamiseksi on ensin määritettävä epäsopivat muuttujat. Oletetaan, että j:nnen muuttujan tilanne on tämä. Tämän jälkeen invarianttisuuden rajoituksia voidaan vähentää j:nnen muuttujan kynnyksellä ($v_{jlk} = v_{jl}$, kaikilla k). Tämä valinta saavuttaa edelleen identifioituvuuden, mutta sallii kynnysarvojen vaihdella j:nnessä muuttujassa, joka vuorostaan sallii ristiriitaisten mittasuhteiden paremman esityksen ryhmien välillä. Identifioituvuus saadaan ylläpidettyä faktorilatausten invarianttisuuden rajoitusten ansiosta.[4]

Jos aikaisempien rajoitusten perusteella tehdyt mallit voidaan todeta invarianteiksi, siirrytään tarkastelemaan kynnysarvoparametrejä ν_k. Tarkoituksena on rajoittaa parametrit merkitsemällä jokaisen populaation arvot yhtä suuriksi. Tämä hypoteesi on mielenkiinnonkohteena vain polytomisessa tapauksessa, jossa $C > 2$. Mikäli viimeinen hypoteesi hylätään voidaan todeta, että vähintää yksi rajakynnysparametri vaihtelee ryhmien välillä. Jos invarianssirajoitukset vapautetaan hylkäämisen jälkeen, voidaan tarkastella, mitkä kynnysarvoparametrit eroavat ryhmien välillä. Tässä tapauksessa syntyy samankaltaisia ongelmia kuin faktorilatausten osittaisen invarianssin testeissä: toteutettavissa olevia vaihtoehtoisia rakenteita on lukuisia, ja identifioinnin edellyttämät invarianssirajoitukset voivat johtaa vääristymiin, jos invarianssin rikkomisia esiintyy.[4]

Viimeinen askel invarianssihypoteesin sarjassa olisi testata invarianttisuutta yksitäiselle faktorivarianssille

$$H_{var} : \sum_{k}^{*} \Lambda\Omega_k\Lambda^{'} + \theta, \mu_k^* = \Lambda\kappa_k$$

kaikilla $k = 1, ..., K$. Tätä hypoteesia voidaan testata vain polytomisessa tapauksessa, jossa $C > 1$.

Faktorilatausten rakenteesta riippuen voidaan dikotomisessa tapauksessa testata tai olla testaamatta invarianssin variaatiota. Tunnistamista varten, jopa riippumattomassa klusterin rakenteessa, vähintään r kappaletta kunkin ryhmän p:n erillisestä varianssista on sidottu invarianssiin. Kun havaitut muuttujat ovat dikotomisia, invarianssia ei siis voida testata kaikkien yksilöllisten varianssien osalta. Jos H_{var} ja H_{metr} säilytetään täysin, ainoa syy, josta ryhmien erot johtuvat, on yleisten faktorien kovarianssimatriisien Ω variaatio. Jos parametrit $(\Lambda_k, \theta_k, \nu_k)$ ovat täysin invariantteja, pidemmälle menevät y_k^*:n mittausinvarinassin rikkomiset johtuvat ryhmien välisistä korkeamman asteen momenttirakenteen eroista, kun η on ehdollistettu. Kuten aiemmin huomattiin, tämä tilanne saattaa viitata ei-normaalisuuteen $P_k(y^*|\eta)$:ssä.[4]

Nämä hypoteesit muodostavat likimääräisen jonon poislukien tilanteen, jossa tutkija päättää tietoisesti jättää faktorin mallimatriisista yleisessä muodossa (H_{rk}) tai rajoittaa lataukset riippumattomaan klusterirakenteeseen (H_{metr}).

4 Empiirinen esimerkki

4.1 Tausta

Lasten ja nuorten hyvinvointia kouluun liittyen on tutkittu paljon. Erilaisia tutkimuksia ja kyselymittareita löytyy mm. koulu-uupumisesta, motivaatiosta, itseohjautuvasta oppimisesta, itsestä alkavasta tehokkuudesta, joukkoon kuuluvuuden tunteesta koulussa, turvallisuudesta, kiusaamisesta, kouluhenkilökunnan ja oppilaiden välisistä suhteista, fyysisestä- ja psyykkisestä hyvinvoinnista, oppilaan vaikutusmahdollisuuksista koulussa sekä koulun tasapainotuksesta vapaa-ajalla. Syksyllä 2021 aloitettiin laaja, usean eri tahon yhteistyönä syntynyt, lasten hyvinvointia koskeva projekti. Kyselyä lähdettiin muodostamaan kolmen eri pääteorian perusteella: hedonisen, eudaimonisen ja perustarpeiden teorioiden perusteella. Näiden teorioiden pohjalta rakennettiin tässä tutkielmassa analysoidun hyvinvointikyselyn pohja.

Hyvinvointiprojektin tarkoituksena on tuottaa työkaluja sekä tutkimukseen että konkreettiseen arvosteluun. Tutkimuksen konkreettinen tavoite on tuottaa tieteelliseen tutkimukseen perustuva moniulotteinen alle 80 kysymyksen hyvinvointikysely 3.-9.-luokkalaisille, jota käytettäisiin tutkimuksen ja opetuksen kehittämisessä. Tarkoitus on suuremmassa skaalassa tutkia oppimisen (erityisesti matematiikan, lukemisen ja myöhemmin myös laskennallisen ajattelun), oppimisvaikeuksien (lasku- ja lukihäiriöiden), tunnepuolen ja motivaation oppimisnäkökulman ja kognition (toiminnanohjauksen, työmuistin, avaruudellisen hahmotuskyvyn, kielen, kvantitatiivisen päättelyn ja päättelyn) yhteyttä ja kehitystä.

Näitä erilaisia sisältöjä mittaavat kyselyt ja tehtävät ohjelmoitiin Turun yliopiston Oppimisanalytiikan tutkimusinstituutin [20] kehittämään ViLLE-ohjelmistoon. ViLLE on vuonna 2020 Unesco-palkittu järjestelmä [21], jonka on todettu parantavan oppimista[23][22]. Yliopistotason tutkimuksissa on selvitetty myös eri osatekijöiden vaikutuksia [24][25]. ViLLEä käytetään laajalti eri koulutusasteilla. Projektin yhteistyökumppaneihin kuuluu Koulukunnossa-hanke [26], joka on 7 eri kunnan yhteistyöprojekti Länsi-Uudellamaalla. Näissä kunnissa on noin 12 000 peruskouluoppilasta. Viimeisenä yhteistyöparina on FUNA-konsortio, joka on tutkijoiden verkosto. FUNA eli Functional numeracy assessment on arviointiväline, jolla arvioidaan perusouluikäisten matemaattisia taitoja [17]. Nämä tutkijat osallistuvat tutkimukseen tai auttavat kehittämään erilaisia työkaluja FUNAn arviointipakettiin. Hyvinvointiprojektiin osallistuvat tutkijat ovat automaattisesti osa FUNA-verkostoa ja he saavat paremmat pääsyoikeudet kaikkiin luotuihin työkaluihin erilaisissa FUNA-alaprojekteissa.

Hyvinvointikysely koostui viidestä isommasta osa-alueesta: oppiminen, osallistuminen, koulusuhteet, terveys ja turvallisuus. Aineiston keruu toteutettiin Oppimisanalytiikan instituutin ViLLE-alustan avulla. Hyvinvointikyselyyn vastasi 4722 lasta. Kysely koostui 97 erillisestä kysymyksestä, jotka jakautuivat 20 eri osa-alueeseen. Kysymykset ja osa-alueet on lueteltu liitteessä A.

Ainestona käytettiin syksyllä 2021 3.–9.-luokkalaisilta kerättyä aineistoa. Kyselyyn vastanneista lapsista poikia oli 2311 ja tyttöjä 2412. 3.-luokkalaisia oli 589, 4.-luokkalaisia 671, 5.-luokkalaisia 661, 6.-luokkalaisia 653, 7.-luokkalaisia 796, 8.-

luokkalaisia 693, 9.-luokkalaisia 619 ja yhdysluokkalaisia 47.

4.2 Käytetty algoritmi

Kysytyissä teemoissa kysymyksien ja väitteiden määrä vaihteli välillä 1-15. Kolmessa isoimmassa teemassa (sosioemotionaaliset taidot, eudaimonia ja koulu-uupuminen) kysymykset olivat jo valmiiksi lajiteltu omiksi faktoreikseen, joten nämä teemat tarkasteltiin itsenäisesti. Koulunkäyntiin liittyvä psyykkinen perustarve, kiusaaminen ja positiiviset ja negatiiviset tunteet yhdistettiin samaan malliin. Hyvinvointiin liittyvien teorioiden perusteella teemojen yhdistäminen ei vaikuta faktorimallien muodostukseen, joten jokainen teema voidaan yhdistää minkä tahansa muun teeman kanssa ja esiin nousisivat samat muuttujat, vaikka arvot vaihtelisivat hieman. Myös neljän osion teemat ja kolmen osion teemat yhdistettiin omiksi malleiksi, jolloin malleja tuli tarkasteltaviksi yhteensä kuusi. Koska kaikki teemat ja faktorit haluttiin tutkimusryhmän toiveesta säilyttää, ainoa vaihtoehto oli tarkastella teemoista saatuja indeksejä ja latauksia erillisinä kokonaisuuksina ja pudottaa jokaisesta teemasta ensin yksi osio pois ja raportoida priorisointijärjestys.

Algoritmin ensimmäinen askel oli tarkistaa faktorilataukset. Jos jonkun osion lataus oli alle 0,6 siirryttiin tarkastelemaan muunnosindeksejä. Jos muunnosindekseissä selkeästi näkyi, että kyseisen osion vapauttaminen laskisi χ^2-testisuuretta huomattavasti, kyseinen osio poistettin. Jokaisesta alkuperäisestä mallista otettiin ylös sopivuusindeksit ja ne tarkastettiin jokaisen osiopudotuksen jälkeen uudestaan. Jos faktorilatauksissa ei ilmennyt mitään normaalista poikkeavaa, siirryttiin tarkastelemaan sopivuusindeksejä sekä koko mallille, että erillisille ryhmille eli tässä tapauksessa sukupuolille ja luokka-asteille. Jos sopivuusindeksit olivat huonoja, siirryttiin tarkastelemaan muunnosindeksejä ja niiden perusteella pudotettiin mallista pois se osio, jonka poistaminen pienentäisi mahdollisimman paljon χ^2-testisuuretta.

4.3 Tulokset

4.3.1 Sosioemotionaaliset taidot

Sosioemotionaaliset taidot -teema oli jaettu etukäteen viiteen eri faktoriin: sinnikkyys (percistence), optimismi (optimism), uteliaisuus (curiosity), luottaminen (trust) ja energia (energy). Jokaiseen faktoriin oli asetettu latautuvaksi kolme osiota, joten analyysien avulla jokaisesta osiosta ehdotettiin pudotettavaksi vain yksi. Kuvista 5 ja 6 nähdään, että alkuperäisen mallin lataukset sijoittuivat itseisarvoltaan välille 0,617-0,903 ja lopullisen mallin lataukset ovat välillä 0,737-0,923, joten voidaan todeta, että latausten perusteella molemmat mallit ovat tarpeeksi hyviä, mutta lopullinen malli on parempi. Taulukossa 1 nähdään, miten RMSEA:t ja CFI:t käyttäytyvät, kun muuttujia lähdetään pudottamaan muunnoindeksien ja latausten perusteella pois. RMSEAN:n tulisi siis hyvässä mallissa olla alle 0,08 ja CFI:n yli 0,95. Malli 1 näyttää alkuperäisen mallin arvot, josta ei ole vielä pudotettu mitään ja malli 6 lopullisen mallin johon päädyttiin. Jokaiselle malille tehtiin myös

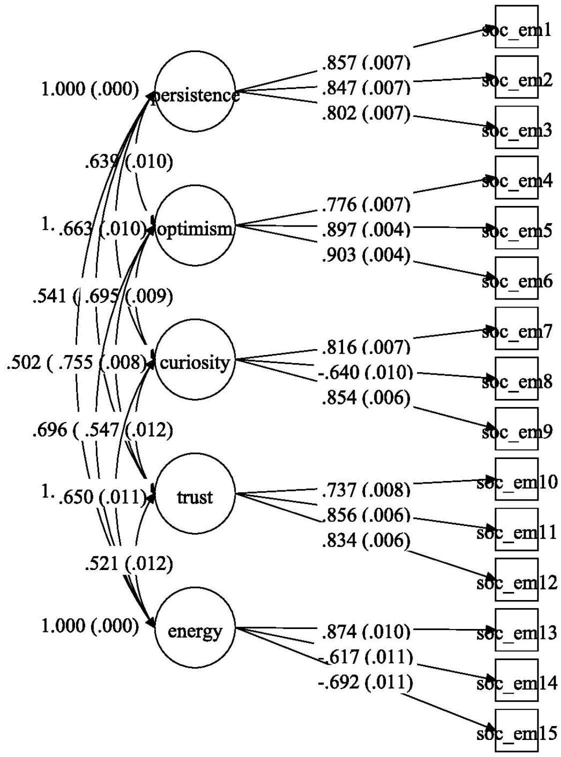
Taulukko 1: Sosioemotionaalisten taitojen mallien RMSEA ja CFI, kun tietyt muuttujat on pudotettu

Malli	Pudotetut muuttujat	RMSEA	CFI
1	täysi malli	0.103	0.953
2	soc_emo13	0.086	0.971
3	soc_emo13, soc_emo4	0.076	0.980
4	soc_emo13, soc_emo4, soc_emo8	0.035	1.0
5	soc_emo13, soc_emo4, soc_emo8, soc_emo3	0.034	1.0
6	soc_emo13, soc_emo4, soc_emo8, soc_emo3, soc_emo12	0.035	1.0

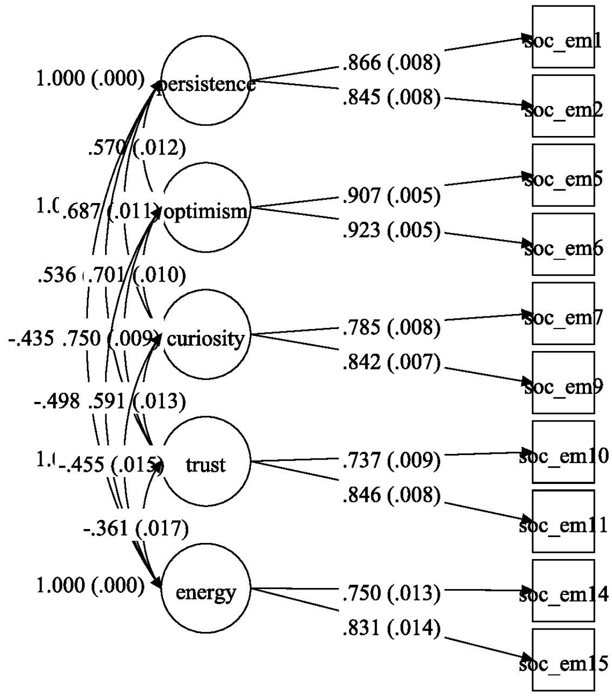
Taulukko 2: Sosioemotionaalisten taitojen erillisten mallien mittausinvarianssien CFI:t sukupuolelle ja luokka-asteelle

malli	sukupuoli			luokka-aste		
	konf.	metr.	skal.	konf.	metr.	skal.
1	0.951	0.953	0.956	0.947	0.949	0.953
2	0.969	0.971	0.972	0.968	0.970	0.971
3	0.977	0.979	0.979	0.976	0.977	0.977
4	0.995	0.996	0.994	0.995	0.995	0.994
5	0.996	0.996	0.994	0.996	0.996	0.994
6	0.996	0.997	0.995	0.996	0.997	0.995

invarianttisuustarkastelut ja taulukkoon 2 on laitettu kaikkien mallien CFI:t. Taulukosta 2 myös nähdään, että vahva invarianttisuus toteutuu kaikilla malleilla sekä luokka-asteen, että sukupuolen osalta joten malleja voidaan vertailla mielekkäästi.



Kuva 5: Sosioemotionaaliset taidot: Alkuperäinen malli



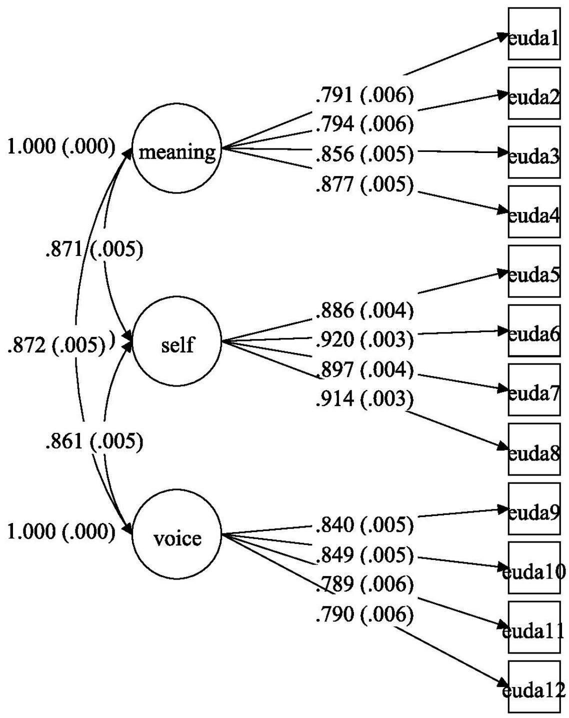
Kuva 6: Sosioemotionaaliset taidot: Lopullinen malli

4.3.2 Eudaimonia

Eudaimonia-teemassa oli alunperin 3 eri faktoria: merkitys ja tarkoitus (meaning and purpose), itsensä hyväksyminen (self acceptance) ja kuulluksi tulemisen tunne (voice/ feeling of being heard). Jokaisessa faktorissa oli neljä eri osiota. Kuvista 7 ja 8 nähdään, että alkuperäisen mallin faktorilataukset olivat välillä 0,789-0,920 ja lopullisen 0,807-0,895, joten voidaan todeta, että alkuperäisten latausten perusteella mallilla ei ole tarvetta ainakaan korjaamiseen. Vaikka malli itsessään oli jo hyvä, eudaimonia oli teemana yksi niistä, joista pystyttiin selkeästi pudottamaan muuttujia ilman, että malli vääristyy liikaa. Tähän teemaan ehdotettiin ensin jokaisesta faktorista yksi pudotettava muuttuja, jonka jälkeen jäljelle jääneistä muuttujista valittiin edellä mainituin metodein vielä yksi muuttuja jokaisesta faktorista, joka voitaisiin pudottaa. Lopulliseen malliin valikoitui siis kaksi osiota jokaisesta kolmesta faktorista. Taulukosta 3 nähdään, että täysi malli itsessään oli jo hyvä, joten muttujien pudottaminen ei lopulta parantanut mallia ainakaan CFI:n suhteen paljoa. Taulukosta 4 nähdään, että invarianssimallien CFI:t olivat kaikissa malleissa yli 0,95, joten vahva invarianttisuus toteutuu molemmilla taustamuuttujilla ja ryhmiä voidaan vertailla mielekkäästi.

Taulukko 3: Eudaimonian mallien RMSEA ja CFI, kun tietyt muuttujat on pudotettu

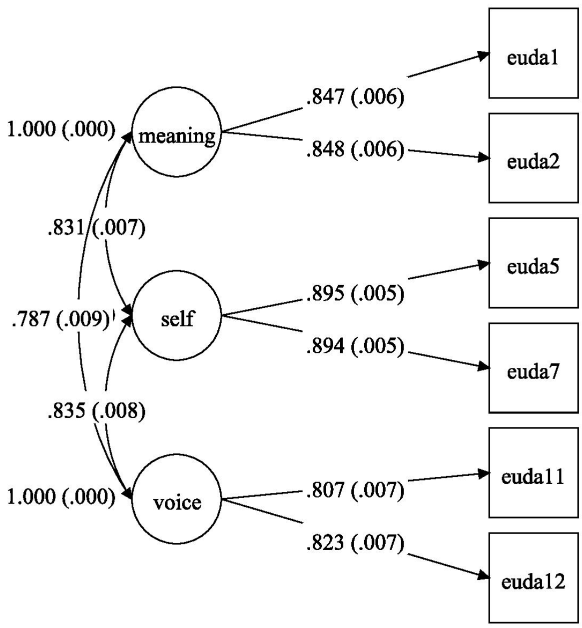
Malli	Pudotetut muuttujat	RMSEA	CFI
1	täysi malli	0.088	0.987
2	euda8	0.076	0.990
3	euda8, euda4	0.065	0.993
4	euda8, euda4, euda3	0.049	0.997
5	euda8, euda4, euda3, euda10	0.039	0.998
6	euda8, euda4, euda3, euda10, euda9	0.034	0.999
7	euda8, euda4, euda3, euda10, euda9, euda6	0.025	1.00



Kuva 7: Eudaimonia: Alkuperäinen malli

Taulukko 4: Eudaimonian erillisten mallien mittausinvarianssien CFI:t sukupuolelle ja luokka-asteelle

malli	sukupuoli			luokka-aste		
	konf.	metr.	skal.	konf.	metr.	skal.
1	0.989	0.990	0.991	0.990	0.992	0.992
2	0.992	0.994	0.993	0.992	0.994	0.994
3	0.996	0.997	0.996	0.997	0.997	0.997
4	0.998	0.998	0.997	0.998	0.999	0.999
5	0.998	0.999	0.998	0.999	0.999	0.999
6	0.999	0.999	0.998	0.999	1.0	1.0



Kuva 8: Eudaimonia: Lopullinen malli

4.3.3 Koulu-uupuminen

Koulu-uupuminen-teema oli jaettu kolmeen eri faktoriin: kyynisyys (cynisism), väsymys (exhauston) ja riittämättömyys oppilaana (inadequancy as a student). Jokaisessa faktorissa oli kolme eri osiota. Kuvista 9 ja 10 nähdään, että alkuperäisten faktorilatausten itseisarvot olivat välillä 0,584-0,826 ja lopullisten välillä 0,617-0,850. Burnout1 jätettin pienen latauksen takia lopullisesta mallista pois. Taulukko 5 näyttää, miten malli paranee, kun muuttuja jätettiin mallista pois. Taulukosta 6 nähdään, että CFI:t ovat invarianssitarkastelussa alle 0,95 mutta silti yli 0,90, joten

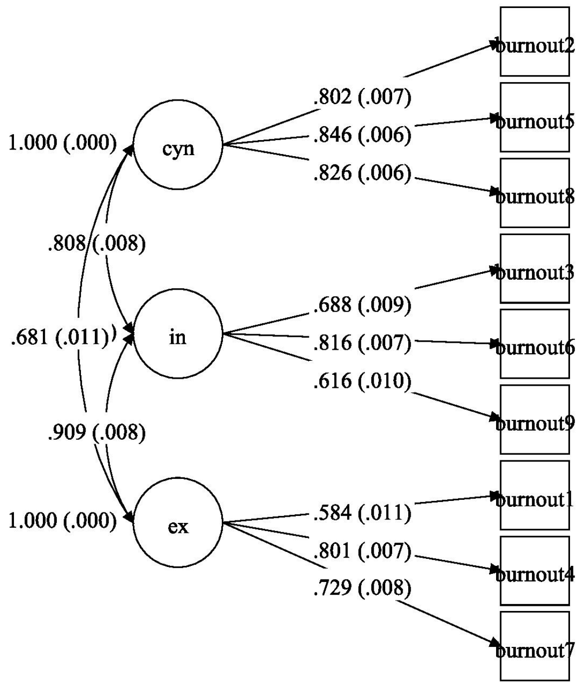
Taulukko 5: Koulu-uupumisen mallien RMSEA ja CFI, kun tietyt muuttujat on pudotettu

Malli	Pudotetut muuttujat	RMSEA	CFI
1	täysi malli	0.084	0.979
2	burnout1	0.083	0.984

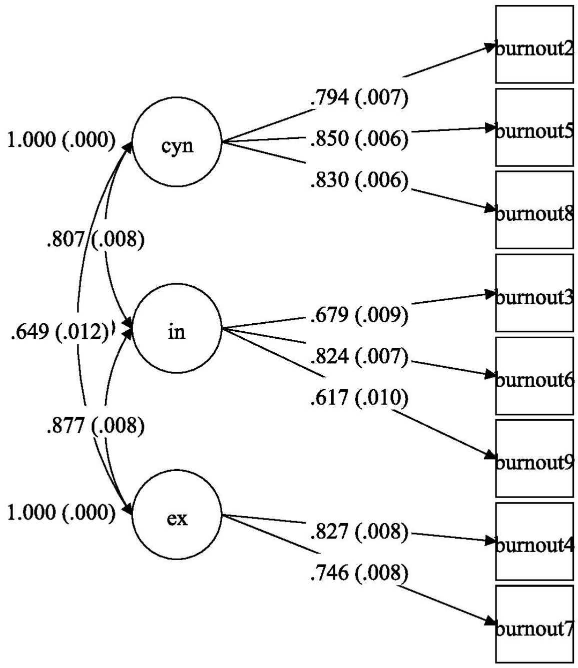
Taulukko 6: Koulu-uupumisen erillisten mallien mittausinvarianssien CFI:t sukupuolelle ja luokka-asteelle

malli	sukupuoli			luokka-aste		
	konf.	metr.	skal.	konf.	metr.	skal.
1	0.922	0.923	0.930	0.909	0.913	0.931
2	0.933	0.935	0.939	0.925	0.930	0.943

mallia voidaan vielä pitää hyvänä. Arvojen erotukset ovat selkeästi isommat kuin aikaisemmissa malleissa, mutta indeksit pysyvät viitearvojen sisällä, joten vahva invarianssi toteutuu ja molempia ryhmiä voidaan vertailla mielekkäästi.



Kuva 9: Koulu-uupuminen: Alkuperäinen malli



Kuva 10: Koulu-uupuminen: Lopullinen malli

4.3.4 Positiiviset ja negatiiviset tunteet, koulunkäyntiin liittyvät psyykkiset perustarpeet, kiusaaminen

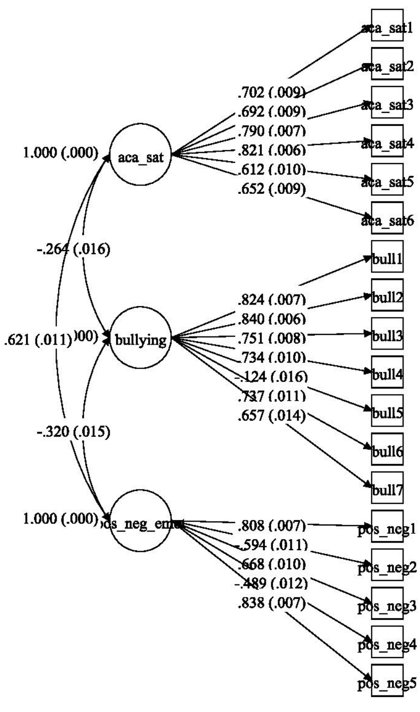
Seuraavassa mallissa on yhdistettynä neljä eri teemaa, sillä niiden sisällä ei ollut valmiiksi erikseen määriteltyä faktorirakennetta. Positiiviset ja negatiiviset tunteet (positive and negative emotions) sisälsi viisi osiota, koulunkäyntiin liittyvät psyykkiset perustarpeet (academic need satisfaction) kuusi osiota ja kiusaaminen (bullying) seitsemän osiota. Koulunkäyntiin liittyvät perustarpeet toimi yhtenä faktorina erittäin hyvin, joten siitä ei poistettu mitään. Taulukosta 7 nähdään, että malli vaatisi parantamista. Kuvista 11 ja 12 nähdään alkuperäisten ja lopullisten mallien faktorilataukset. Alkuperäisten faktorilatausten itseisarvot ovat välillä 0,124-0,840 ja lopulliset lataukset välillä 0,611-0,872. Sekä faktorilataukset että sopivuusindeksit olivat mallissa osittain erittäin huonot. Bull5-faktorilataus oli -0,124, joten se poistettiin mallista ensimmäisenä. Jäljelle jääneistä muuttujista pos_neg2:n ja pos_neg4:n faktorilataukset olivat alle 0,6, joten myös ne poistettiin mallista. Taulukosta 8 nähdään, että invarianssimallien CFI:t pysyvät viitearvojen sisällä verrattuna toisiinsa, joten voidaan todeta, että lopullisessa mallissa voidaan vertailla taustamuuttujia mielekkäästi.

Taulukko 7: Positiiviset ja negatiiviset tunteet, koulunkäyntiin liittyvät psyykkiset perustarpeet, kiusaaminen -mallien RMSEA ja CFI, kun tietyt muuttujat on pudotettu

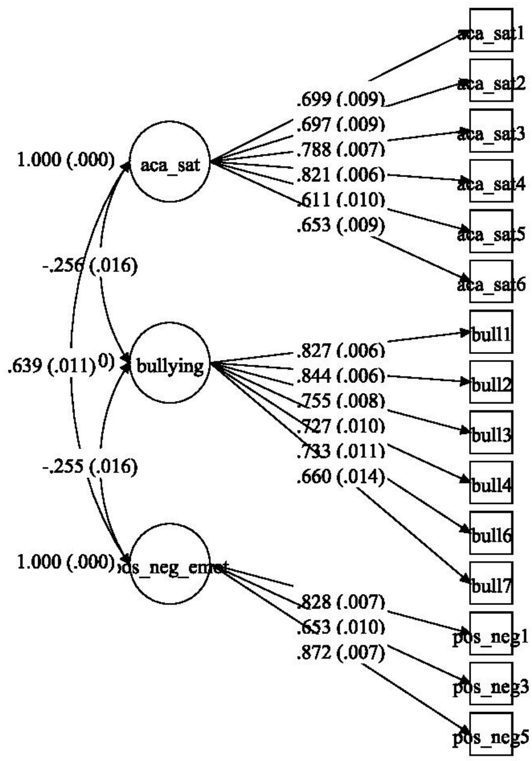
Malli	Pudotetut muuttujat	RMSEA	CFI
1	täysi malli	0.097	0.906
2	bull5	0.096	0.917
3	bull5, pos_neg4	0.081	0.947
4	bull5, pos_neg4, pos_neg2	0.083	0.949

Taulukko 8: Positiiviset ja negatiiviset tunteet, koulunkäyntiin liittyvät psyykkiset perustarpeet, kiusaaminen -mittausinvarianssimallien CFI:t

malli	sukupuoli			luokka-aste		
	konf.	metr.	skal.	konf.	metr.	skal.
1	0.910	0.907	0.898	0.916	0.916	0.900
2	0.920	0.917	0.907	0.923	0.923	0.914
3	0.947	0.944	0.933	0.943	0.943	0.936
4	0.951	0.949	0.942	0.945	0.945	0.938



Kuva 11: Positiiviset ja negatiiviset tunteet, kiusaaminen, koulunkäyntiin liittyvät psyykkiset perustarpeet: Alkuperäinen malli



Kuva 12: Positiiviset ja negatiiviset tunteet, kiusaaminen, koulunkäyntiin liittyvät psyykkiset perustarpeet: Lopullinen malli

4.3.5 Neljän osion malli

Seuraava malli muodostettiin kaikista niistä teemoista, joissa oli neljä osiota. Näitä ovat hyvinvoinnin tuki koulussa (wellbeing support at school), perheen ekonominen tausta (economic situation), sitova sosiaalinen pääoma sosiaalisessa mediassa (bonding online social capital), silloittava sosiaalinen pääoma sosiaalisessa mediassa (bridging online social capital) ja turvallisuus (safety). Kuvista 13 ja 14 nähdään alkuperäisen ja lopullisen mallin faktorilataukset. Alkuperäisessä mallissa faktorilataukset olivat itseisarvoltaan 0,467-0,893. Mallista poistettiin ensin bond3 eli muuttuja, jonka faktorilataus oli selkeästi ainoa, joka oli alle viitearvon. Seuraavaksi pu-

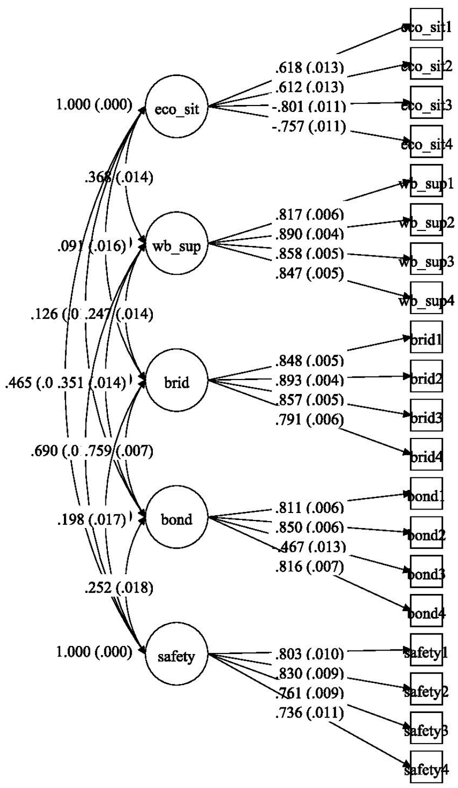
Taulukko 9: Neljän osion mallien RMSEA ja CFI, kun tietyt muuttujat on pudotettu

Malli	Pudotetut muuttujat	RMSEA	CFI
1	täysi malli	0.068	0.965
2	bond3	0.071	0.968
3	bond3, eco_sit1	0.060	0.980
3	bond3, eco_sit1, eco_sit2	0.056	0.984
4	bond4, eco_sit1, eco_sit2, wb_sup4	0.052	0.987

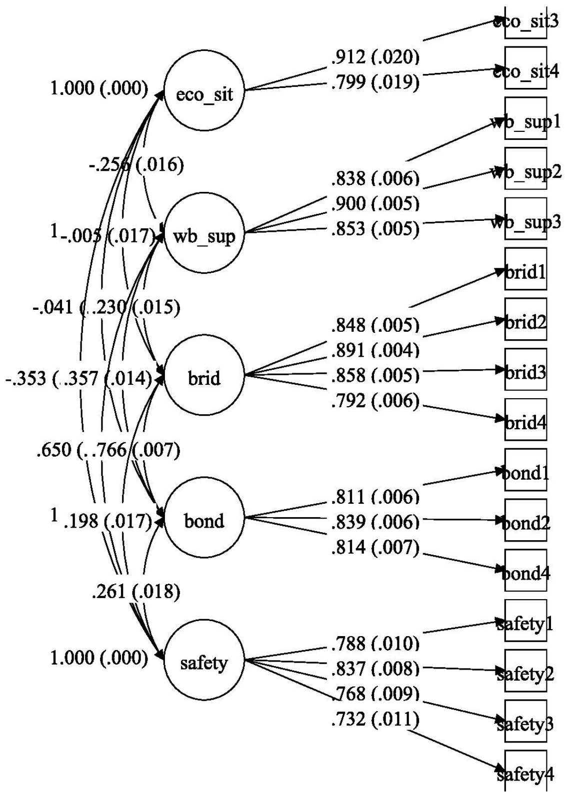
Taulukko 10: Neljän osion erillisten mallien mittausinvarianssien CFI:t sukupuolelle ja luokka-asteelle

malli	sukupuoli			luokka-aste		
	konf.	metr.	skal.	konf.	metr.	skal.
1	0.966	0.965	0.961	0.965	0.965	0.964
2	0.966	0.965	0.963	0.966	0.966	0.965
3	0.978	0.978	0.976	0.979	0.979	0.977
4	0.983	0.983	0.981	0.983	0.983	0.981
5	0.987	0.986	0.984	0.986	0.986	0.984

dotettiin muunnosindeksien perusteella eco_sit1, eco_sit2 ja wb_sup4. Lopullisen mallin faktorilataukset olivat välillä 0,732-0,912. Taulukkoon 9 on merkitty pudotusjärjestyksessä mallin RMSEA ja CFI, ja niistä nähdään, että molemmat paranevat, kun muuttujia pudotetaan. Taulukosta 10 nähdään, että kaikki invarianssimallien CFI:t ovat hyviä, joten vertailua voidaan tehdä mielekkäästi.



Kuva 13: Neljän osion malli: Alkuperäinen malli



Kuva 14: Neljän osion malli: Lopullinen malli

4.3.6 Kolmen osion malli

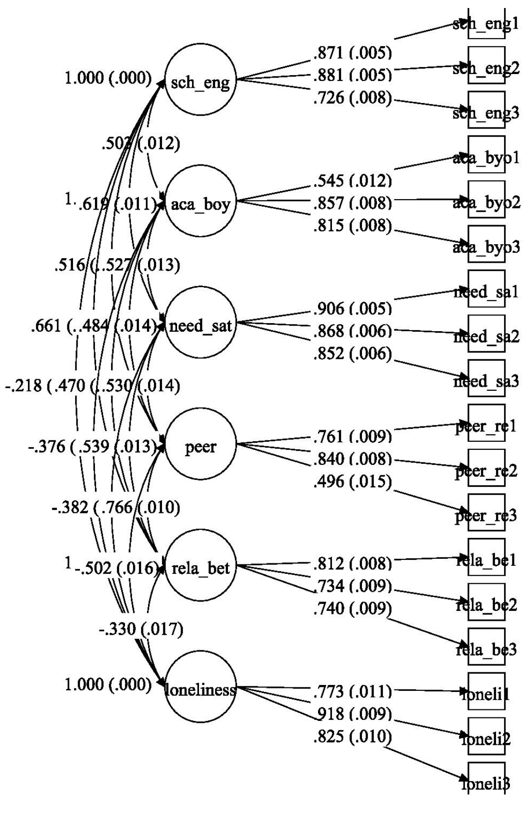
Kolmen osion teemoja oli yhteensä kuusi: kouluinto (schoolwork engagement), akateeminen joustavuus (academic buoyancy), psyykkinen perustarve (need satisfaction), yksinäisyys (loneliness), opettajien ja oppilaiden väliset suhteet (relationship between teachers and students) ja oppilaiden väliset suhteet (peer relationship). Alkupeäisen ja lopullisen mallin faktorilataukset löytyvät kuvista 15 ja 16. Alkuperäisen mallin faktorilataukset olivat välillä 0,496-0,918. Alhaisen latauksen takia mallista poistettiin ensin peer_re3, jonka jälkeen mallista pudotettiin aca_byou1 myös liian matalan latauksen (0,545) takia. Lopullisen mallin lataukset jäivät välille 0,728-0,919. Malli itsessään oli sopivuusindeksien perusteella hyvä kuten taulukosta 11 näkyy. Invarianssitarkasteluissa kaikki arvot olivat kohdillaan, joten vahva invarianssi toteutuu kaikissa malleissa.

Taulukko 11: Kolmen osion mallien RMSEA ja CFI, kun tietyt muuttujat on pudotettu

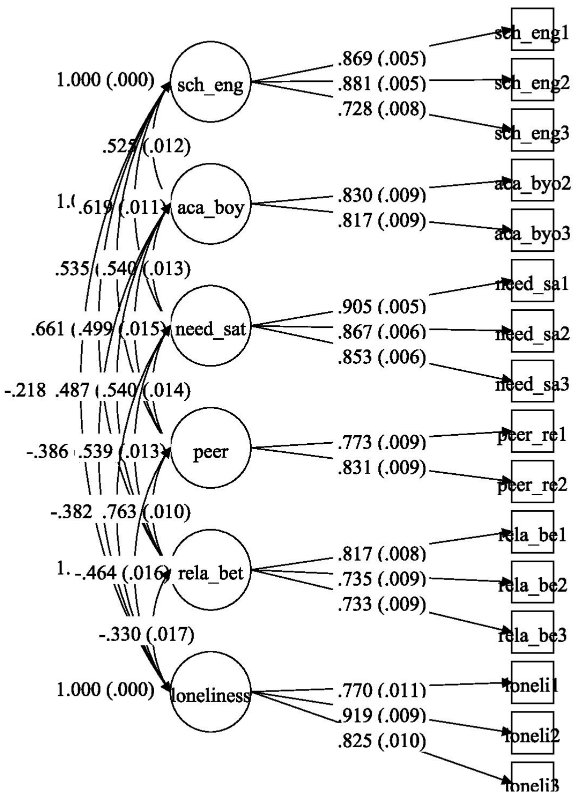
Malli	Pudotetut muuttujat	RMSEA	CFI
1	täysi malli	0.060	0.978
2	peer_re3	0.053	0.985
3	peer_re3, aca_byou1	0.055	0.987

Taulukko 12: Kolmen osion erillisten mallien mittausinvarianssien CFI:t sukupuolelle ja luokka-asteelle

malli	sukupuoli			luokka-aste		
	konf.	metr.	skal.	konf.	metr.	skal.
1	0.977	0.977	0.973	0.978	NA	0.973
2	0.985	0.985	0.980	0.984	0.983	0.977
3	0.986	0.986	0.981	0.985	0.984	0.977



Kuva 15: Kolmen osion malli: Alkuperäinen malli



Kuva 16: Kolmen osion malli: Lopullinen malli

Lopulliset väitepudotusehdotukset löytyvät koottuna taulukosta 13. Näitä kysymyksiä on analysoitu tarkemmin luvussa 5.

Taulukko 13: Jokaisen teeman pudotetut väitteet

Pudotetut väitteet
Olen täynnä energiaa.
Suhtaudun aina myönteisesti tulevaisuuteen.
Teen aina loppuun sen, minkä olen aloittanut.
En pidä oppimisesta.
Uskon, että suurin osa luokkatovereistani pitää lupauksensa.
Olen tyytyväinen siihen, millainen olen.
Elämälläni on tarkoitus.
Elämäni on merkityksellistä.
Tunnen, että voin vaikuttaa asioihin jotka ovat minulle tärkeitä.
Tunnen, että minua kuunnellaan elämässäni.
Olen tyytyväinen ihmiseen, joka olen.
Toivon usein, että voisin lopettaa koulunkäynnin.
Koulussani puututaan kiusaamiseen ja muuhun loukkaavaan käytökseen.
Kuinka usein koen olevani peloissani.
Kuinka usein koen olevani surullinen.
Somessa on useita henkilöitä, joiden kanssa voin käsitellä ongelmiani luottamuksellisesti.
Onko sinulla ollut tarpeeksi rahaa tehdä asioita ystäviesi kanssa?
Onko huoltajillasi ollut tarpeeksi rahaa ostaa asioita, joita perheesi haluaa/tarvitsee?
Koulussa minusta välitetään, ja koen olevani tärkeä.
Minulla on koulussa ainakin yksi kaveri.
En anna kouluun liittyvän stressin hallita minua.

5 Pohdinta

Tämän tutkielman tarkoituksena oli selvittää, mitä kysymyksiä voidaan lapsille suunnatusta hyvinvointikyselystä pudottaa pois ilman, että informaatiota katoaa liikaa. Tutkielman alussa esiteltiin konfirmatorisen faktorianalyysin perusteoria ja estimointitavat. Mallin teorian jälkeen esiteltiin invarianttisuusteoria, jota käytettiin myöhemmin empiirisessä osiossa selvittämään, miten tytöt ja pojat ja eri luokka-asteet vastaavat kysymyksiin. Analyysit jaettiin kuuteen eri osaan ja jokaiselle osalle muodostettiin oma malli.

Tutkielmassa käytettiin konfirmatorista faktorianalyysiä, sillä teoriat, joiden perusteella mallit muodostettiin, oli määritelty jo etukäteen. Toinen vaihtoehto olisi ollut tehdä analyysi eksploratiivisellä faktorianalyysillä ja tarkastella olisivatko jotkin faktorit latautuneet vahvemmin joihinkin toisiin osioihin ja tehdä päätelmiä sen perusteella. Malli olisi voinut parantua tälla tavalla ja sen tarkasteleminen olisi ollut mielenkiintoista, mutta koska kysymyksiä ei ollut tarkoitus siirtää toiseen faktoriin vaan pudottaa pois, eksploratiivista faktorianalyysiä ei käytetty. Analyysien arvot olisivat voineet vaihdella myös riippuen siitä, minkä teeman kanssa mikäkin yhdistettiin. Tässä tutkielmassa yhdistettiin 3 osion ja 4 osion teemat yhdeksi, joten niitä olisi voitu vaihdella vielä keskenään. Teemojen taustalla oli kuitenkin niin vahvat teoriat pohjalla, ettei ole uskottavaa, että ne olisivat merkittävästi muuttuneet. Lisäksi toisen sovitusfunktion käyttö olisi saattanut muodostaa selkeästi poikkeavia tuloksia, mutta kuten aiemmin luvussa 2 perusteltiin, WLSMV-estimaatti oli tällaisessa aineistossa paras vaihtoehto. Mittausinvarianttisuutta tarkasteltiin vain lopullisilla malleilla, mutta niitäkin olisi voitu tarkastella samaan aikaan, kun muuttujia pudoteltiin pois. Näin olisi voitu saada lisää näkemystä ja raportointia alipopulaatioiden käyttäytymisestä.

Analyysejä tehtäessä esille nousi muutamia huomioita. Negatiivisesti asetettuja kysymyksiä ei käännetty, sillä kääntäminen ei vaikuta lopputulokseen. Ainoastaan lataukset ovat tuolloin negatiivisia. Nämä kysymykset kuitenkin olivat usein ensimmäisten lähtevien joukossa. Tämä saattaa hyvin johtua esimerkiksi huolimattomasta vastaamisesta, jolloin vastaaja on vahingossa vastannut 'väärinpäin' ja vääristää tuolloin mallia. Negatiivisesti muotoiltuja kysymyksiä voidaan kuitenkin pitää tarpeen vaatiessa eräänlaisina validointikysymyksinä, kun lopullisesta kyselystä saatua aineistoa aletaan analysoida. Lisäksi konfirmatorisen faktorianalyysin mallin ylisovittaminen on mahdollista. Kun osioita on yhdessä faktorissa liian vähän, mallin sopivuusindeksit saattavat esittää virheellisesti liian hyvän tuloksen. Esimerkiksi koulunkäyntiin liittyvät psyykkiset perustarpeet sisälsi itsessään kolme faktoria, joissa jokaisessa oli kaksi osiota. Koska faktorianalyysiä ei voida suorittaa yhden osion faktorille ja kahden osion faktorit ovat jo vähintään kyseenalaisia, teemasta ei pudotettu pois mitään. Tässä työssä ei kuitenkaan ollut tarkoituksena löytää parasta mallia vaan priorisointijärjestys kysymysten pudottamiselle, mihin faktorianalyysi antoi hyvät perustelut.

Tilastotieteen näkökulmasta ei ole niinkään mielenkiintoista tietää, miksi jotkut tietyt kysymykset toimivat paremmin kuin toiset vaan mielenkiinnonkohteena on lähinnä vain vastata kysymykseen 'Mikä kysymyksistä tulisi pudottaa?' tai 'Mikä kysymyksistä ei toimi?'. Invarianttisuustarkastelulla voidaan osittain vastata siihen kysymykseen, miksei joku kysymys toimi vain toteamalla, että eri alipopulaatiot käsittävät kysymykset eri tavalla. Siihen ei kuitenkaan tilastollisesti voida vastata, miksi näin käy.

Kun mallit oli analysoitu ja pudotettavien muuttujien priorisointijärjestys oli selvillä, mukaan otettiin kansainvälinen tutkijaryhmä, joka teki lopullisen päätöksen pudotettavista kysymyksistä. Kun ehdotukset oli esitelty, vastuu niiden sisälöllisestä arvioimisesta siirtyi aiheen asiantuntijoille eli henkilöille, jotka tiesivät kysymysten taustalla olevan teorian paremmin kuin tilastotieteilijä. Jatkotarkasteluna voisi olla mielenkiintoista selvittää juuri syitä, miksi esimerkiksi pojat ja tytöt ymmärtävät jonkin tietyn kysymyksen eri tavalla.

Luvussa 4 taulukossa 13 esiteltiin kaikki pudotettavaksi ehdotetut väitteet. Yksi asia, mikä saattaisi mahdollisesti selittää juuri kyseisten väitteiden huonouden voisi olla runsas adverbien käyttö. Sosioemotionaaliset taidot-teemasta löytyi lausahduksia, kuten 'aina', 'ainakin' ja 'suurin osa'. Nämä saattavat olla 'vaarallisia', sillä 'aina' on hyvin fundamentaalinen kärjistys ja 'suurin osa' voidaan ymmärtää usealla eri tavalla. Muita samankaltaisia sanoja olisi 'usein', 'useita' ja 'tarpeeksi', jotka voidaan ymmärtää usealla eri tavalla riippuen siitä, minkälainen vastaaja on kyseessä. Sana 'ainakin' viittaisi binääriseen vastaukseen, mutta vastausvaihtoehtoja annettiin kuitenkin viisi, mikä saattaa vaikuttaa vastauksiin.

Vaarallisten sanontojen ja sanojen lisäksi ongelma voi olla esimerkiksi siinä, että väitteet ovat liian abstrakteja tai eri ikäluokille väite tarkoittaa täysin eri asiaa. Esimerkiksi 'Olen täynnä energiaa.' saattaa 3-luokkalaiselle tarkoittaa sitä, että hän jaksaa leikkiä, kun taas se voi teini-ikäiselle tarkoittaa sitä, onko nukkunut tarpeeksi. Toinen esimerkki on väite 'Tunnen, että voin vaikuttaa asioihin, jotka ovat minulle tärkeitä'. Jokaisen vastaajan tärkeät asiat voivat vaihdella poliittisesta epävarmuudesta siihen, saako hän kotona katsoa tarpeeksi televisiota. Abstraktit väitteet, kuten 'Elämälläni on merkitys.' saattavat olla esimerkiksi nuoremmille vastaajille haastavia, sillä he saattavat ajatella abstraktit asiat vielä konkreettisemmin mitä vanhemmat. 'Tunnen, että minua kuunnellaan elämässäni.' saattaa olla huono siitä syystä, että ihmisiä voidaan kuunnella, mutta he eivät välttämättä tule ymmärretyksi, mikä voidaan sekoittaa kuulluksi tulemisen tunteeseen.

Kysymykset eivät välttämättä toimi myöskään rakenteellisista syistä. Positiivisissa ja negatiivisissa tunteissa oli kolme toistaan muistuttavaa positiivista tunnetta, minkä takia ne dominoivat pelon ja surun vahvasti pois. Lisäksi 'Koulussa minusta välitetään ja koen olevani tärkeä.' sisältää kaksi erillistä väitettä, ja siinä vaiheessa, kun vastaus olisi eri molempiin, lopulliset vastaukset ovat vääristyneitä. Vastausvaihtoehdoissa ei ollut muutenkaan kaikissa vaihtoehtona vastata jotain neutraalia, eli osassa väitteistä vastaajilla piti olla mielipide.

Viitteet

[1] Wang, Jichuan, and Xiaoqian Wang. Structural Equation Modeling: Applications Using Mplus. 3. Aufl. Somerset: Wiley, 2012. Web.

[2] Brown, T. Moore, M. 2012. Confirmatory factor analysis. department of psygology, Boston University Brown https://www.researchgate.net/profile/Michael-Moore-75/publication/251573889_Hoyle_CFA_Chapter_-_Final/links/0deec51f14d2070566000000/Hoyle-CFA-Chapter-Final.pdf (luettu 16.8.2022)

[3] Esko Leskinen, 1987, Faktorianalyysi, Konfirmatoristen faktorimallien teoria ja rakentaminen

[4] Millsap, Roger Ellis. Statistical Approaches to Measurement Invariance. New York: Routledge, 2011. Web

[5] Li, Cheng-Hsien. Confirmatory Factor Analysis with Ordinal Data: Comparing Robust Maximum Likelihood and Diagonally Weighted Least Squares. Behavior research methods 48.3 (2015): 936–949. Web

[6] Wu, Hao, and Ryne Estabrook. Identification of Confirmatory Factor Analysis Models of Different Levels of Invariance for Ordered Categorical Outcomes. Psychometrika 81.4 (2016): 1014–1045. Web.

[7] Confirmatory Factor Analysis:Identification and estimation, Psychology 588: Covariance structure and factor models http://cda.psych.uiuc.edu/CovarianceStructureAnalysis/Lectures/PSYC588Lecture_08.pdf, (luettu 15.7.2022)

[8] Flora, David B, and Patrick J Curran. An Empirical Evaluation of Alternative Methods of Estimation for Confirmatory Factor Analysis With Ordinal Data. Psychological methods 9.4 (2004): 466–491. Web.

[9] MacCallum, R. C., Roznowski, M., Necowitz, L. B. (1992). Model modifications in covariance structure analysis: The problem of capitalization on chance. Psychological Bulletin, 111, 490-504 https://centerstat.org/what-are-modification-indices-and-should-i-use-them-when-fitting-sems-to-my-own-data/ (luettu 16.8.2022)

[10] Saris, W. E., Satorra, A., Sörbom, D. (1987). The Detection and Correction of Specification Errors in Structural Equation Models. Sociological Methodology, 17, 105–129. https://doi.org/10.2307/271030

[11] Stephanie Glen. Polychoric Correlation From StatisticsHowTo.com: Elementary Statistics for the rest of us! https://www.statisticshowto.com/polychoric-correlation/ (luettu 16.8.2022)

[12] Guadagnoli, Edward, and Wayne F Velicer. Relation of Sample Size to the Stability of Component Patterns. Psychological Bulletin 103.2 (1988): 265–275. Web.

[13] Steinmetz, Holger. Analyzing Observed Composite Differences Across Groups: Is Partial Measurement Invariance Enough? Methodology 9.1 (2011): 1–12. Web.

[14] Cheung, Gordon W, and Roger B Rensvold. Evaluating Goodness-of-Fit Indexes for Testing Measurement Invariance. Structural equation modeling 9.2 (2002): 233–255. Web.

[15] Sean T. H. 2018 Testing for Measurement Invariance: Does your measure mean the same thing for different participants? https://www.psychologicalscience.org/observer/testing-for-measurement-invariance, (luettu 16.8.2022)

[16] Pirralha, A. 2020, Testing for Measurement Invariance with Many Groups https://bookdown.org/content/5737/invariance.html (luettu 16.8.2022)

[17] FUNA, useiden tutkijoiden hanke, 2018-2023, https://www.oppimisanalytiikka.fi/ville/funa/ (luettu 16.8.2022)

[18] C. Rock, 2018, A hypothesis can't be right unless it can be proven wrong https://blogs.stjude.org/progress/hypothesis-must-be-falsifiable.html (luettu 15.9.2022)

[19] Heidel, E.,2022, Demographic variables https://www.scalestatistics.com/demographic-variables.html (luettu 16.8.2022)

[20] Turku research institute of learning analytics https://www.oppimisanalytiikka.fi/ville/ (luettu 12.9.2022)

[21] UNESCO Prize awarded to a collaborative learning platform ViLLE from Finland, 6.4.2021, https://en.unesco.org/news/unesco-prize-awarded-collaborative-learning-platform-ville-finland, luettu 11.10.2022

[22] Laakso, M.-J., Kaila, E., Rajala, T. 2018. ViLLE – collaborative education tool: Designing and utilizing an exercise-based learning environment. Education and Information Technologies, Vol 23, 1-22, https://doi.org/10.1007/s10639-017-9659-1

[23] Kurvinen, E., Dagienė, V., Laakso, M-J. (2018). The Impact and Effectiveness of Technology Enhanced mathematics Learning. Constructionism

[24] Laakso Mikko-Jussi, Rajala Teemu, Kaila Erkki Salakoski Tapio. 2008. The impact of prior experience in using a visualization tool on learning to program. Proceedings of Cognition and Exploratory Learning in Digital Age (CELDA

2008). IEEE technical Committee on Learning Technology and Japanese Society of Information and Systems in Education. [A4]

[25] Ashok Kumar Veerasamy, Daryl D'Souza, Rolf Lindén, Mikko-Jussi Laakso (2019). Relationship between perceived problem-solving skills and academic performance of novice learners in introductory programming courses. Journal of Computer Assisted Learning

[26] Koulukunnossa-hankkeen kotisivu, 2020-2023, http://www.koulukunnossa.fi/, luettu 11.10.2022

A Tutkimuskysymykset, niiden vastausvaihtoehdot ja koodaukset

A.1 Sosioemotionaaliset taidot

***Koodi* :** soc_emo1-soc_emo15

***Tutkimuskysymykset* :**

Sinnikkyys:
Jatkan työskentelyä tehtävän parissa, kunnes se on valmis.
Pidän huolta siitä, että saan tehtävät valmiiksi.
Teen aina loppuun sen, minkä olen aloittanut.

Optimismi:
Suhtaudun aina myönteisesti tulevaisuuteen.
Nautin elämästä.
Olen onnellinen.

Uteliaisuus:
Tykkään oppia uusia asioita.
En pidä oppimisesta.
Pidän kovasti uusien asioiden oppimisesta koulussa.

Luottaminen:
Uskon, että ystäväni eivät koskaan petä minua.
Uskon, että useimmat ihmiset ovat rehellisiä.
Uskon, että suurin osa luokkatovereistani pitää lupauksensa.

Energia:
Olen täynnä energiaa.
En ole niin aktiivinen kuin muut.
Minulla on vähemmän energiaa kuin luokkatovereillani.

***Vastausvaihtoehdot* :**

Täysin samaa mieltä = 4
Samaa mieltä = 3
Ei eri eikä samaa mieltä = 2
Eri mieltä = 1
Täysin eri mieltä = 0

A.2 Eudaimonia

***Koodi* :** euda1-euda12

***Tutkimuskysymykset* :**

Merkitys ja tarkoitus:
Koen tulevaisuuteni toiveikkaaksi.
Voin saavuttaa tavoitteeni elämässäni.
Elämäni on merkityksellistä.
Elämälläni on tarkoitus.

Itsensä hyväksyminen:
Tunnen itseni hyväksi.
Olen tyytyväinen ihmiseen, joka olen.
Kun ajattelen itseäni, tunnen itseni onnelliseksi.
Olen tyytyväinen siihen, millainen olen.

Kuulluksi tulemisen tunne:
Tunnen, että minua kuunnellaan elämässäni.
Tunnen, että voin vaikuttaa asioihin jotka ovat minulle tärkeitä.
Minulla on mahdollisuus ilmaista tunteitani.
Mielipiteilläni on merkitystä muille ihmisille.

***Vastausvaihtoehdot* :**

erittäin paljon = 4
melko paljon = 3
jonkin verran = 2
vähän = 1
ei lainkaan = 0

A.3 Koulu-uupuminen

***Koodi* :** burnout1-burnou9

***Tutkimuskysymykset* :**

Kyynisyys:
Toivon usein, että voisin lopettaa koulunkäynnin.
Mietin, onko koulunkäynnillä mitään merkitystä.
Minusta tuntuu, että koulunkäynti on minulle aivan hyödytöntä.

Uupuminen:
Tunnen hukkuvani koulutyöhön.
Nukun huonosti kouluasioiden takia.
Murehdin kouluasioita paljon myös vapaa-aikana.

Riittämättömyys oppilaana:

Minulla on usein riittämättömyyden tunteita koulussa.
Minusta tuntuu, että vaikka tekisin koulun eteen enemmän töitä sekään ei riitä.
Saan koulussa vähemmän aikaan kuin haluaisin.

***Vastausvaihtoehdot* :**

1 = täysin eri mieltä - 6 = täysin samaa mieltä

A.4 Kiusaaminen

***Koodi* :** bull1-bull7

***Tutkimuskysymykset* :**

Luokassani esiintyy haukkumista tai nimittelyä.
Luokassani esiintyy naureskelua tai vähättelyä.
Luokassani esiintyy väkivaltaa (esim. lyöminen ja potkiminen).
Luokassani esiintyy some-kiusaamista.
Koulussani puututaan kiusaamiseen ja muuhun loukkaavaan käytökseen.
Kuinka usein sinua on kiusattu koulussa tämän lukuvuoden aikana?
Kuinka usein sinä olet osallistunut muiden oppilaiden kiusaamiseen tämän lukuvuoden aikana?

***Vastausvaihtoehdot* :**

Joka päivä = 5
Pari kertaa viikossa = 4
Kerran viikossa = 3
Kerran kuussa = 2
muutaman kerran vuodessa = 1
En koskaan = 0

A.5 Positiiviset ja negatiiviset tunteet

***Koodi* :** pos_neg1-pos_neg5

***Tutkimuskysymykset* :**

Kuinka usein olet:
Onnellinen
Surullinen
Hyväntuulinen
Peloissasi
Iloinen

***Vastausvaihtoehdot* :**

Hyvin usein tai aina = 4
Usein = 3
Joskus=2
harvoin = 1
hyvin harvoin = 0

A.6 Koulunkäyntiin liittyvät psyykkiset perustarpeet

***Koodi* :** aca_need_sat1- aca_need_sat6

***Tutkimuskysymykset* :**

Suhde:
Tunnen yhteenkuuluvuutta opiskelukavereiden kanssa.
Tunnen, että opiskelukaverit tukevat minua.

Pätevyys:
Olen selviytynyt hyvin opiskeluhaasteiden kanssa.
Olen varma, että pystyn onnistuneesti hoitamaan opintoni hyvin.

Itsenäisyys:
Voin valita mihin keskityn opinnoissani.
Voin opiskella omassa tahdissa, joka sopii minulle.

***Vastausvaihtoehdot* :**

1=Täysin eri mieltä
2=Eri mieltä
3=Ei eri eikä samaa mieltä
4=Samaa mieltä
5=Täysin samaa mieltä

A.7 Perheen ekonominen tausta

***Koodi* :** eco_sit1-eco_sit4

***Tutkimuskysymykset* :**

Onko sinulla ollut tarpeeksi rahaa tehdä asioita ystäviesi kanssa?
Onko vanhemmillasi tai huoltajillasi ollut tarpeeksi rahaa ostaa asioita, joita perheesi haluaa tai tarvitsee?
Oletko ollut huolissasi siitä, kuinka paljon rahaa perheelläsi on?
Ovatko vanhempasi tai huoltajasi olleet huolissaan siitä, kuinka paljon rahaa perheelläsi on?

***Vastausvaihtoehdot* :**

Aina= 4
usein = 3
toisinaan = 2
harvoin = 1
ei koskaan = 0

A.8 Psyykkiset perustarpeet

***Koodi* :** need_sat1-need_sat3

***Tutkimuskysymykset* :**

Elämälläni on selkeä merkitys ja tarkoitus.
Olen löytänyt tyydyttävän tarkoituksen elämälle.
Minulla on selkeä käsitys siitä, mikä antaa elämälleni tarkoituksen.

***Vastausvaihtoehdot* :**

täysin samaa mieltä = 3
samaa mieltä = 2
eri mieltä = 1
täysin eri mieltä = 0

A.9 Oppilaiden väliset suhteet

***Koodi* :** peer_rel1-peer_rel3

***Tutkimuskysymykset* :**

Luokkani oppilaat viihtyvät hyvin yhdessä.
Tulen hyvin toimeen koulukavereideni kanssa.
Minulla on koulussa ainakin yksi kaveri.

***Vastausvaihtoehdot* :**

täysin samaa mieltä = 4
samaa mieltä = 3
ei samaa eikä eri mieltä = 2
eri mieltä = 1
täysin eri mieltä = 0

A.10 Sitova sosiaalinen pääoma sosiaalisessa mediassa

***Koodi* :** bond1-bond4

Tutkimuskysymykset **:**

Somessa on useita henkilöitä, joiden kanssa voin käsitellä ongelmiani luottamuksellisesti.
Minulla on somessa henkilö, jolta voin kysyä neuvoa tehdessäni tärkeitä päätöksiä.
En tunne somessa ketään, jolle voisin puhua henkilökohtaisista ongelmistani.
Kun tunnen itseni yksinäiseksi, somessa on useita henkilöitä, joille voin puhua.

Vastausvaihtoehdot **:**

täysin samaa mieltä = 4
samaa mieltä = 3
ei samaa eikä eri mieltä = 2
eri mieltä = 1
täysin eri mieltä = 0

A.11 Silloittava sosiaalinen pääoma sosiaalisessa mediassa

Koodi **:** brid1-brid4

Tutkimuskysymykset **:**

Some tuo elämääni uusia ihmisiä, joiden kanssa keskustella.
Yhteydenpito muiden kanssa somessa innostaa minua kokeilemaan uusia asioita.
Yhteydenpito muiden kanssa somessa saa minut kiinnostumaan erilaisista ajattelutavoista ja mielipiteistä.
Tunnen olevani osa laajempaa sosiaalista yhteisöä somessa.

Vastausvaihtoehdot **:**

täysin samaa mieltä = 4
samaa mieltä = 3
ei samaa eikä eri mieltä = 2
eri mieltä = 1
täysin eri mieltä = 0

A.12 Opettajien ja oppilaiden väliset suhteet

Koodi **:** rela_bet_stu1-rela_bet_stu2

Tutkimuskysymykset **:**

Koulussani oppilaat ja opettajat kunnioittavat toisiaan.
Tulen hyvin toimeen useimpien opettajien kanssa.

***Vastausvaihtoehdot* :**

täysin samaa mieltä = 4
samaa mieltä = 3
ei samaa eikä eri mieltä = 2
eri mieltä = 1
täysin eri mieltä = 0

A.13 Kouluinto

***Koodi* :** sch_eng1-sch_eng3

***Tutkimuskysymykset* :**

Olen innostunut koulutyöstä.
Tunnen olevani täynnä energiaa, kun opiskelen.
Olen täysin uppoutunut opiskeluun.

***Vastausvaihtoehdot* :**

1 = täysin eri mieltä - 6 = täysin samaa mieltä

A.14 Hyvinvoinnin tuki koulussa

***Koodi* :** wb_sup1-wb_sup4

***Tutkimuskysymykset* :**

Jos olen huolissani omasta hyvinvoinnistani, koulusta löytyy aikuinen, jolle voin kertoa asiasta.
Saan koulussa riittävästi tukea hyvinvoinnilleni.
Koulussani aikuisilla on aikaa kuunnella ja keskustella mieltäni askarruttavista asioista.
Koulussa minusta välitetään, ja koen olevani tärkeä.

***Vastausvaihtoehdot* :**

täysin samaa mieltä = 4
samaa mieltä = 3
ei samaa eikä eri mieltä = 2
eri mieltä = 1
täysin eri mieltä = 0

A.15 Fyysinen terveys

***Koodi* :** phys_heal1

***Tutkimuskysymykset* :**

Kuinka hyvä terveytesi on?

***Vastausvaihtoehdot* :**

erinomainen = 4
todella hyvä = 3
hyvä = 2
kohtalainen = 1
huono = 0

A.16 Yleinen hyvinvointi

***Koodi* :** wb1

***Tutkimuskysymykset* :**

Kuinka tyytyväinen olet elämääsi tällä hetkellä?

***Vastausvaihtoehdot* :**

0-10

A.17 Akateeminen joustavuus

***Koodi* :** aca_byou1-aca_byou3

***Tutkimuskysymykset* :**

En anna kouluun liittyvän stressin hallita minua.
Olen hyvä käsittelemään koulun paineita.
Olen hyvä käsittelemään vastoinkäymisiä koulussa.

***Vastausvaihtoehdot* :**

1= Vahvasti eri mieltä – 7 = Vahvasti samaa mieltä

A.18 Yksinäisyys

***Koodi* :** loneli1-loneli3

***Tutkimuskysymykset* :**

Kuinka usein tunnet, ettei sinulla ole ystäviä?
Kuinka usein tunnet itsesi syrjäytetyksi?
Kuinka usein tunnet itsesi eristetyksi muista?

***Vastausvaihtoehdot* :**

usein tai aina = 4
usein = 3
joskus = 2
harvoin = 1
harvoin tai ei ikinä = 0

A.19 Yhteenkuuluvuus koulussa

***Koodi* :** sch_bel1-sch_bel2

***Tutkimuskysymykset* :**

Tunnen olevani tärkeä osa luokkayhteisöä.
Tunnen olevani tärkeä osa kouluyhteisöä.

***Vastausvaihtoehdot* :**

täysin samaa mieltä = 4
samaa mieltä = 3
ei samaa eikä eri mieltä = 2
eri mieltä = 1
täysn eri mieltä = 0

A.20 Turvallisuus

***Koodi* :** safety1-safety4

***Tutkimuskysymykset* :**

Tunnen oloni turvalliseksi koulussa.
Uskallan olla täysin oma itseni.
Uskallan sanoa oman mielipiteeni.
Luokassani hyväksytään erilaisuus.

***Vastausvaihtoehdot* :**

Joka päivä = 5
Pari kertaa viikossa = 4
Kerran viikossa = 3
Kerran kuussa = 2
muutaman kerran vuodessa = 1
En koskaan = 0