HRES-keskihajontaparametrien soveltuvuus Suomen työtapaturma- ja ammattitautivakuutukseen

Heily Palomäki

Pro gradu -tutkielma
Turun yliopisto

Elokuu 2019

TURUN YLIOPISTO
Matematiikan ja tilastotieteen laitos

PALOMÄKI, HEILY: HRES-keskihajontaparametrien soveltuvuus Suomen työtapaturma- ja ammattitautivakuutukseen
Pro gradu -tutkielma, 72 sivua
Sovellettu matematiikka
Elokuu 2019

Sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmät, englanniksi Health Risk Equalisation System(s) eli HRES, mahdollistavat terveyteen kohdistuvien riskien vakuuttamisesta aiheutuvien vahingonkorvausten jakamisen kyseistä liiketoimintaa harjoittavien yhtiöiden kesken. Jos yhtiöiden liiketoiminnan tappioiden vuotuisen vaihtelun voidaan osoittaa vähenevän merkittävästi kansallisten sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmien vaikutuksesta, se voidaan tiettyjen edellytysten täyttyessä ottaa huomioon Solvenssi II -vakavaraisuuspääomavaatimuksen laskennassa, jolloin puhutaan ns. HRES-option käyttöönotosta. Tällöin vakavaraisuuspääomavaatimuksen laskennassa käytettyjen, kaikille Euroopan talousalueella toimiville vakuutusyhtiöille yhteisten sairausvakuutusriskin alaosioon kuuluvien vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin keskihajontaparametrien tilalla voidaan käyttää maakohtaisia keskihajontaparametreja.

Tämä tutkimus on esiselvitys siitä, voidaanko maakohtaiset keskihajontaparametrit ottaa käyttöön Suomen työtapaturma- ja ammattitautivakuutukselle, jonka sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmänä toimii jakojärjestelmä. Tarkastelun kohteena on keskihajontojen estimointi kymmenen vahinkovakuutusyhtiön aineistosta sekä niiden soveltuvuus HRES-option käyttöönoton kannalta. Laskennassa tarvittavat aineistot kerättiin valvontaviranomaisille toimitetuista tiedonkeruutaulukoista sekä viranomaisraporteista ja aikasarja-aineisto kattaa aikavälin 2000–2016. Parametrien estimointiin sovellettiin Euroopan vakuutus- ja työeläkeviranomaisen varta vasten määrittämää log-normaalimenetelmää, joka perustuu suurimman uskottavuuden menetelmään. Menetelmä ei johda yksikäsitteisiin parametriarvoihin, minkä vuoksi saatuja parametriarvoja tulkitaan tässä tutkimuksessa arvoväleinä.

Tutkimuksessa ilmeni, että Suomen maakohtaisesta aineistosta estimoidut keskihajontaparametrit ovat pienimmillään korkeintaan 0,5 prosenttiyksikköä pienempiä ja korkeimmillaan yli 2 prosenttiyksikköä korkeampia verrattuna kaikille Euroopan talousalueella toimiville vakuutusyhtiöille yhteisiin keskihajontaparametrin arvoihin. Vakuutusmaksuriskin keskihajontaparametrin arvoväli on 9,13–11,78 % ja vastuuvelkariskin arvoväli 10,61–11,81 %. Tällä hetkellä ei siis ole näyttöä sen puolesta, että työtapaturma- ja ammattitautivakuutukseen liittyvä sairausvakuutusriski vähenisi merkittävästi jakojärjestelmän vaikutuksesta.

Asiasanat: Solvenssi II, työtapaturma- ja ammattitautivakuutus, jakojärjestelmä, HRES, sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmät.

Sisältö

1 Johdanto **5**

2 Taustaa **8**

2.1 Sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmät – mihin niitä tarvitaan? . . 9

2.2 Solvenssi II -määritelmä sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmille . 10

2.3 Suomen työtapaturma- ja ammattitautivakuutuksesta 11

2.3.1 Työtapaturma- ja ammattitautivakuutuksen jakojärjestelmä . 12

3 Vakuutusyhtiön vakavaraisuuspääomavaatimus **14**

3.1 Standardikaava 15

3.2 NSLT-sairausvakuutusriskin pääomavaatimus 18

3.2.1 Sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmien vaikutuksen huomioiminen pääomavaatimuksen laskennassa 20

4 Aineiston valinta **22**

4.1 Käsitteitä 22

4.2 Vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin aineistomäärittelyt 25

4.3 Kalibrointiaineisto 26

4.4 Kalibrointaineiston täydentäminen 27

4.4.1 S.19.01.01-raportti 28

4.4.2 Vahinkovakuutusyhtiön korvausvastuun riittävyyslaskelma . . 29

5 Teoriaa **30**

5.1 Poisson-muuttujan ominaisuuksia 30

5.1.1 Sekoitettu Poisson-muuttuja 31

5.2 Kokonaisvahinkomenon mallintaminen 32

5.3 Jakauman sovittaminen aineistoon 35

6 Kalibroinnin metodologia **38**

6.1 Ensimmäinen esitystapa 38

6.2 Toinen esitystapa 39

6.3 Vahinkosuhteen keskihajonnan estimointi 41

6.3.1 Redusoitu kriteerifunktio 42

6.3.2 Optimointi 43

6.3.3 Aineistot 44

6.4 Parametrin $\bar{\sigma}$ skaalaus 45

7 Parametrien estimointi **48**
7.1 Skaalauskertoimen κ valinta 49
7.2 Parametriestimoinnin tulokset 53
7.2.1 Vakuutusmaksuriskin analyysi 53
7.2.2 Vastuuvelkariskin analyysi 54
7.3 Log-normaalimallin sopivuus aikasarja-aineistoihin 55
7.4 Keskihajontaestimaattien herkkyys havaintoarvojen muutoksille . . . 57

8 Kalibroinnin metodologian tarkastelu ja pohdintaa **60**
8.1 Vakuutusmaksun mallintaminen vakiona 60
8.2 Yksilöllinen ja kollektiivinen lähestymistapa vahinkointensiteetin tarkasteluun 62
8.3 Parametrin σ harhattomuuskorjaus 62
8.4 Kokonaisvahinkomenon varianssin määrittely variaatiokerrointen avulla 64
8.4.1 Parametriestimaatit 66

9 Johtopäätös **68**

Lähteet ja viitteet **70**

1 Johdanto

Solvenssi II oli Euroopan komission vakuutustoiminnan sääntelyn ja valvonnan uudistushanke, jonka tavoitteena oli lisätä yhtiöiden toiminnan läpinäkyvyyttä, varmistaa vakuutusyhtiöiden suoriutuminen velvoitteistaan ja tehokkaampi riskienhallinta sekä parantaa vakuutuksenottajien turvaa ja vakuutusmarkkinoiden vakautta. Yksi uudistuksista koskee yhtiöille asetettua solvenssi- eli vakavaraisuuspääomavaatimusta, joka toimii lähtökohtana määritettäessä, kuinka paljon yhtiöllä on oltava omaa varallisuutta suoriutuakseen velvoitteistaan. Vakavaraisuuspääomavaatimus kattaa sekä varsinaiseen vakuutustoimintaan että sijoitus- ja operatiiviseen toimintaan liittyvät riskit.

Yhtiön vakavaraisuuspääomavaatimus määritetään kaikkien sen eri liiketoiminnan osa-alueisiin liittyvien riskien pääomavaatimusten yhdistelmänä. Solvenssi II -asetuksessa on määritetty standardikaava vakuutusyhtiön vakavaraisuuspääomavaatimuksen laskentaan sekä kaavat vakuutustoiminnan riski- ja alariskiosioiden pääomavaatimusten laskentaan. Kaavoihin sijoitettavista parametreista osa on vakuutusyhtiökohtaisia, osa taas yleiseurooppalaisia ja määritetty asetuksissa. Yhtiö voi käyttää pääomavaatimusten määrittämiseen myös osittaista tai kokonaista sisäistä mallia, jonka valvoja hyväksyy, jos sen käyttö on perusteltua.

Vakuutustoiminta jaetaan Solvenssi II -kehikossa vahinko- ja henkivakuutukseen. Koska sairausvakuutuksessa on sekä vahinko- että henkivakuutukselle tyypillisiä piirteitä, jaetaan sairausvakuutusvelvoitteet vahinko- tai henkivakuutuksen piiriin kuuluviksi sen mukaan, kummalle vakuutustyypille ominaisia laskutekniikoita kyseisen vakuutuslajin laskelmissa käytetään.

Sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmät eli HRES (engl. *Health Risk Equalization System(s)*) mahdollistavat sairausvakuutuksen vahingonkorvausten jakamisen vakuutusyhtiöiden kesken kolmannen, riippumattoman osapuolen välityksellä. Samassa maassa toimivien, samaa vakuutuslajia harjoittavien yhtiön riskiprofiilit saattavat olla hyvinkin erilaiset johtuen eroavaisuuksista yhtiöiden riskienhallintatekniikoissa ja asiakkaiden riskiprofiileissa. Sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmillä voidaan tasoittaa vakuutusyhtiöiden välisiä eroja kasvattamalla matalariskisten ja vähentämällä korkeariskisten asiakkaiden vakuuttamisesta aiheutuvia menoja. Pienemmistä riskiryhmien välisistä eroista johtuen sairausvakuutustoiminnan tilastollinen riskisyys vähenee eli tiettyjen sairausvakuutusriskin alaosioiden keskihajonnat pienenevät.

Mikäli nämä keskihajonnat ovat riittävän pieniä, sääntely mahdollistaa tiettyjen edellytysten täyttyessä niin sanotun HRES-option käyttöönoton kyseisessä EU-maassa. Tällöin sairausvakuutusriskin pääomavaatimus voidaan määrittää maakohtaisten keskihajontaparametrien avulla yleiseurooppalaisten parametriarvojen sijaan. HRES-optio on sovellettavissa vahinkovakuutuksen piiriin kuuluvaan pakolliseen sairausvakuutukseen ja on tällä hetkellä käytössä ainakin Alankomaissa, missä sitä sovelletaan perusmuotoiseen pakolliseen sairausvakuutukseen (*basisverzekering*).

Suomessa vastaavanlainen rooli on ollut lakisääteisellä tapaturmavakuutuksella, joka on työnantajille pakollinen vakuutus ja korvaa työntekijöille työtapaturmista ja ammattitaudeista aiheutuvat kustannukset. Vuodesta 2016 lähtien vakuutuksesta on alettu käyttää nimeä *työtapaturma- ja ammattitautivakuutus*. Työtapaturma- ja ammattitautivakuutusta harjoittavien yhtiöiden on osallistuttava vuosittaiseen vakuutusmaksutulojen- ja menojen jakoon (*jakojärjestelmä*), mikä mahdollistaisi HRES-option käyttöönoton kyseiselle vakuutuslajille Suomessa.

HRES-option käyttöönoton haasteena on se, että Solvenssi II -sääntely on ollut voimassa vielä suhteellisen lyhyen ajan ja kalibroinnin vaatimukset täyttävää aineistoa ei ole välttämättä kertynyt riittävästi. Tällöin tilastollisen parametriestimoinnin tarkkuus kärsii ja pahimmassa tapauksessa saadut parametriestimaatit eivät kuvaa taustalla olevaa ilmiötä kovinkaan hyvin. Toisaalta ei ole usealta vuosikymmeneltä kertyneen aineiston käyttö välttämättä sekään mielekästä muuttuvan lainsäädännön, yhtiöiden fuusioitumisen ym. taustalla vaikuttavien olosuhteiden muuttumisen vuoksi, jolloin aineisto ei enää kuvaa nykyhetken riskejä.

Tässä työssä erityisen tarkastelun kohteena on kysymys, ovatko Suomen maakohtaisesta aineistosta estimoidut keskihajonnat työtapaturma- ja ammattitautivakuutukselle riittävän pieniä, että se mahdollistaisi HRES-option käyttöönoton. Aineistona käytetään Finanssivalvonnan eri lähteistä kerättyä aineistoa, joten jos HRES-optio olisi mahdollista ottaa käyttöön Suomessa, tutkimuksia jatkettaisiin määrittämällä parametrit yhtiöiltä erillisellä aineistopyynnöllä kerätyllä aineistolla. Mikäli näyttöä sen puolesta ei kuitenkaan saada, että Suomen maakohtaiset keskihajonnat olisivat riittävän pieniä, tutkimuksia ei välttämättä kuitenkaan kannata jatkaa. Työ tehdään Finanssivalvonnan toimeksiannosta.

Työn ensimmäisissä osioissa käydään läpi taustaa ja käsitteitä sekä Solvenssi II -vakavaraisuuspääomavaatimuksen standardikaavan osia, jotka riippuvat edellä mainituista keskihajonnoista. Toisessa luvussa keskitytään aineiston keruuseen ja sairausvakuutusliikkeen eriin, jotka sisällytetään tai joita ei sisällytetä aineistoon, josta HRES-keskihajonnat kalibroidaan. Kolmas ja neljäs luku ovat teoriaosioita, joissa esitetään kalibroinnissa tarvittava teoria sekä johdetaan HRES-keskihajontojen kalibroinnin metodologia. Kuudes luku keskittyy keskihajontojen estimointiin ja estimoinnissa saatuihin tuloksiin. Viimeisessä luvussa palataan kalibroinnin metodologiaan ja mahdollisiin vaihtoehtoisiin tapoihin mallintaa ongelmaa.

2 Taustaa

Sairausvakuutustoimintaan liittyy epävarmuutta, joka koskee sekä tulevaisuudessa sisään tulevia kassavirtoja että nykyisistä sopimuksista syntyviä korvauksia – ja erityisesti harvoin tapahtuvien suurvahinkojen määrää ja suuruusluokkaa. Tässä työssä tarkastellaan lähemmin seuraaviin sairausvakuutusvelvoitteisiin liittyviä riskejä:

1. *Vakuutusmaksuriski*, joka kattaa tulevaisuuden vakuutusmaksutulojen ja vahinkomenojen epävarmuudesta johtuvat riskit. Yhtiön vuosittaisissa vahinkomenoissa ilmenee usein huomattavastikin heilahteluja ja joinakin vuosina vahinkomenot voivat olla huomattavastikin keskimääräistä korkeampia (tai matalampia). Ero korostuu, mitä pienemmästä yhtiöstä on kyse. Epäsuotuisia muutoksia voi tapahtua myös vakuutusmaksutulojen määrässä. Yksinkertaisimmillaan vakuutusmaksuriski tarkoittaa sitä mahdollisuutta, että yhtiön vakuutusmaksutulot jäävät liian pieniksi menoihin verrattuna.

2. *Vastuuvelkariski*, jolla tarkoitetaan sitä riskiä, että yhtiön varaama vastuuvelka ei riitä kattamaan todellisia korvausmenoja. Vastuuvelaksi kutsutaan arviota yhtiön korvausmenoista, jolla varaudutaan sekä jo tapahtuneista vahingoista aiheutuviin korvauskuluihin (*vakuutusmaksuvastuu*) että tulevaisuudessa tapahtuvista vahingoista aiheutuviin korvauskuluihin (*korvausvastuu*). Vakuutusmaksuvastuun arviointi tehdään vähintään tilivuodeksi kerrallaan ja sen estimointi voi olla vahinkomenoissa ilmenevien heilahtelujen vuoksi hyvinkin epätarkkaa.

Vakuutustoimintaan liittyviä riskejä pyritään vähentämään muun muassa tulevien kassavirtojen ennustamisella sekä vakuutusmaksujärjestelmän suunnittelulla, joka perustuu asiakkaan riskikäyttäytymisen arviointiin. Mikäli vakuutuksenottajana on luonnollinen henkilö, riskiprofiiliin eli arvioon asiakkaan vahinkomenojen suuruudesta voivat vaikuttaa muun muassa henkilön ikä, sukupuoli sekä terveydentila ja diagnosoidut perussairaudet, kuten sokeus, diabetes, sydänsairaudet ja syöpä. Esimerkiksi nuori perusterve aikuinen voidaan luokitella matalariskiseksi, kun ylipainoinen iäkäs henkilö on puolestaan korkeariskinen. Mikäli vakuutuksen ottaa työnantaja eli yritys, kuten työtapaturma- ja ammattitautivakuutuksessa, yrityksen työtapaturma- ja ammattitautiriskiin vaikuttavat etenkin yrityksen toimiala ja työnsuojelutoimet, joilla pyritään ehkäisemään työn teosta aiheutuvia vahinkotapahtumia.

2.1 Sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmät – mihin niitä tarvitaan?

Suomessa vakuutusmarkkinat perustuvat vapaaseen kilpailuun, mikä tarkoittaa, että kuluttaja voi itse valita vakuuttajansa ja samaa toimintaa harjoittavat yritykset kilpailevat asiakkaistaan. Tällaisilla markkinoilla on taipumusta vakuutussopimusten hintojen ja sopimusehtojen räätälöintiin tietynlaisten asiakkaiden tai asiakasryhmien riskiprofiilin mukaisesti. Lähestymistapa perustuu yleensä riskihinnoitteluun ja vastuunvalintaan.

Määritelmä 2.1. *Riskihinnoittelussa* vakuutussopimus hinnoitellaan suhteessa asiakkaan omaan riskiprofiiliin. Tällöin korkeariskisempi asiakas maksaa samasta vakuutussopimuksesta (joissain tapauksissa monia kertoja) korkeampaa hintaa kuin matalariskinen.

Määritelmä 2.2. *Vastuunvalinnalla* tarkoitetaan asiakkaiden valikoimista siten, että asiakkaista aiheutuva riski ei nouse liian korkeaksi. Jos vakuutussopimuksen hintaa ei ole mielekästä tai mahdollista korottaa asiakkaan korkean riskikäyttäytymisen perusteella, se vaikuttaa siihen, kuinka korkeita riskejä yhtiö on valmis vakuuttamaan. Tässä asetelmassa yhtiö pyrkii välttämään sellaisten vahinkotapahtumien tai asiakkaiden vakuuttamista, joiden odotettu vahinkomeno ylittäisi huomattavasti vakuutusmaksusta saatavat tulot, vähentämällä sopimuksen houkuttelevuutta erilaisilla sopimusehdoilla, vaikuttamalla tuotteiden markkinointiin tai kieltäytymällä vakuuttamasta tiettyä sairautta, terveydentilaa tai vahinkotapahtumaa koskevia menoja.

Vastuunvalintaan voi liittyä myös muita kuin lääketieteellisiä riskitekijöitä, kuten asiakkaan aiemmat väärinkäytökset ja velat, sopimusehtojen laiminlyönti tai valheellisten tai puutteellisten tietojen antaminen. Tällöin vakuutusyhtiöllä on Suomessa lain antama oikeus kieltäytyä vakuutussopimuksen tekemisestä vapaaehtoisen henkilövakuutuksen osalta. Tällöin puhutaan yleensä *asiakasvalinnasta.*

Näihin lähestymistapoihin perustuvien hinnoittelustrategioiden soveltamisen haasteena on kuitenkin varmistaa, että kaikilla asiakasryhmillä – erityisesti matalatuloisilla ja korkeariskisillä asiakkailla – on halutessaan mahdollisuus ostaa tilanteeseensa sopivia vakuutuksia. Riskihinnoittelu suosii matalariskisiä asiakkaita, mutta silloinkin sairausvakuutuksen hinta voi osoittautua korkeammaksi kuin mitä pienituloinen matalariskinen asiakas olisi valmis maksamaan. Vastuunvalinnan yhdistäminen esimerkiksi riskihinnoitteluun mahdollistaa matalammat sopimushinnat, mikäli asiakkaan riskiprofiili on matala, mutta hyvin korkeariskiset asiakkaat jäävät taas vakuutusmarkkinoiden ulkopuolelle. Ero korostuu varsinkin, jos mahdollisuudet harjoittaa riskihinnoittelua ovat rajoitetut esimerkiksi yhtiön maineen säilyttämiseen liittyvistä syistä tai lainsäädännön asettamien rajoitteiden vuoksi.

Yhtenä pakollisen sairausvakuutusjärjestelmän haasteista onkin varmistaa, että kaikilla on mahdollisuus vakuutukseen riippumatta tulojen tasosta tai riskiprofiilista. Osittain siihen voidaan vaikuttaa sääntelyllä, jolla voidaan rajoittaa esimerkiksi eroja sopimushinnoissa tai vaatia, että yhtiön on vakuutettava kaikki halukkaat. Tämä ei kuitenkaan ratkaise ongelmaa, ellei samalla varmisteta myös yhtiön kyky suoriutua velvoitteistaan.

Vastuunjakojärjestelmiksi kutsutaan järjestelyjä, joissa tietty osuus tapahtuneista vahingoista jaetaan vastuunjakoon osallistuvien yhtiöiden kesken. Vastuunjakojärjestelmät voivat perustua esimerkiksi tietyn rajan ylittävien vahinkojen jakoon tiettyä vakuutuslajia harjoittavien yhtiöiden kesken (*vahinkopooli*), erityisen korkea- ja matalariskisten asiakasryhmien tulojen ja menojen jakoon yhtiöiden kesken (*riskihaarukka*), jälleenvakuutukseen jne.

Vakuutusyhtiöiden erilaisista asiakasprofiileista johtuvia eroja voidaan vähentää *riskin tasoitusjärjestelmillä*, missä vastuunjakojärjestelmistä poiketen riskin tasoitus perustuu tulevien vahinkomaksujen ennusteisiin. Riskin tasoitus suoritetaan vakuutusyhtiöille yhteisen rahaston kautta, johon yhtiöt maksavat riskin tasoitusmaksuja kukin suhteessa asiakasmääräänsä. Rahastossa olevia varoja maksetaan takaisin yhtiöille suhteessa yhtiön vakuutussopimuksista aiheutuvaan riskiin. Ihannetilanteessa varainsiirto tapahtuu matalampia riskejä vakuuttavilta yhtiöiltä korkeampia riskejä vakuuttaville, jolloin yhtiöiden tarve mm. vastuunvalinnan harjoittamiseen vähenee.

Erityisesti valtion rahoittamina riskin jako- ja tasoitusjärjestelmät ovat avainasemassa pakollisissa vakuutuksissa, joita hoitavat yksityiset vakuutusyhtiöt. Tällöin vakuutuksen on oltava kohtuuhintainen ja saatavilla kaikille hakijoille, joten useissa maissa, mukaan lukien Suomessa, vakuutusyhtiö ei voi kieltäytyä tarjoamasta pakollisia vakuutuksia edes silloin, kun asiakas on laiminlyönyt velvollisuuksiaan.

2.2 Solvenssi II -määritelmä sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmille

Jatkossa viitataan termillä sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmät (myös HRES) kansallisiin lainsäädännöllisiin toimenpiteisiin, jotka mahdollistavat sairausvakuutusriskejä koskevien korvausten jakamisen vakuutusyhtiöiden kesken Euroopan neuvoston direktiivin 2009/138/EY 109 a artiklan kohdan 5 mukaisesti. Määritelmän ehtoja ovat:

1. Korvausten jakamismekanismi on läpinäkyvä ja määritetty ennen ajanjaksoa, jota se koskee.
2. Voidaan varmistaa, että kunkin yrityksen liiketoiminnan tappion vuotuiset vaihtelut vähenevät merkittävästi sen liiketoiminnan osalta, johon riskin tasoitusjärjestelmiä sovelletaan.
3. Sairausvakuutus, johon riskin tasoitusjärjestelmiä sovelletaan, on pakollinen ja korvaa osittain tai kokonaan lakisääteisen sosiaaliturvajärjestelmän antaman sairausvakuutussuojan.
4. Mikäli korvausten jakamiseen osallistuva yritys on maksukyvytön, valtio takaa täyden korvauksen maksamisen vakuutuksenottajille riskin tasoitusjärjestelmien kohteena olevan vakuutuslajin osalta.

2.3 Suomen työtapaturma- ja ammattitautivakuutuksesta

Suomen työtapaturma- ja ammattitautivakuutus on osa lakisääteistä sosiaaliturvaa, joka korvaa työntekijälle ammatin harjoittamisesta aiheutuvat vahingot, kuten sairaudenhoitokustannukset, ansionmenetykset, eläkkeet sekä kuntoutuksen (mikäli se mahdollistaa paluun työelämään). Vaikka vakuutettavana kohteena ovatkin työntekijöille tapahtuvat vahinkotapahtumat, vakuutuksenottajana toimii kuitenkin työnantaja eli yhtiö. Työnantajan vakuuttamisvelvollisuus koskee työntekijöitä, joille maksetaan kalenterivuodessa palkkaa yli 1200 euroa, ja vakuutusyhtiö ei voi kieltäytyä pakollisen työntekijöille haetun vakuutuksen myöntämisestä.

Vakuutusten hinnoittelu perustuu vapaaseen kilpailuun ja lainsäädäntö koskee vain hinnoittelun yleisiä periaatteita. Vakuutusmaksu määräytyy yhtiökohtaisesti, jolloin pääasiallinen työtapaturma- ja ammattitautiriskiin vaikuttava tekijä on työntekijöiden harjoittama ammatti, lisäksi vakuutusmaksussa otetaan huomioon dokumentoidut yhtiön harjoittamat ennalta ehkäisevät työturvallisuustoimet. Mikäli vahinkohistoriasta on kertynyt riittävästi havaintoja, voidaan ottaa huomioon myös aiemmin sattuneista vahingoista aiheutuneet korvaukset, jolloin puhutaan *erikoistariffoiduista* vakuutuksista. Muussa tapauksessa yhtiön vakuutusmaksu määräytyy riskiluokituksen perusteella (ns. *taulustomaksuperusteiset* vakuutukset).

Vahinko korvataan, jos vahinkotapahtuman ja vamman tai sairauden välillä on todennäköinen lääketieteellinen syy-yhteys. Työntekijällä on aina oikeus korvaukseen työtapaturman sattuessa tai ammattitaudin ilmetessä. Vahingon tapahduttua työtapaturma- ja ammattitautivakuutus toimii ensisijaisena sosiaaliturvana, mikä tarkoittaa, että vakuutuksesta saadut korvaukset otetaan huomioon muissa sosiaaliturvajärjestelmissä, esimerkiksi Kelan maksamissa korvauksissa, mutta muiden järjestelmien kautta saadut korvaukset eivät vähennä vakuutusyhtiön maksamia korvauksia.

Työtapaturma- ja ammattitautivakuutus täyttää näin ollen edellisessä luvussa annetun määritelmän ehdon 3 sairausvakuutukselle, johon riskin tasoitusjärjestelmiä sovelletaan. Laki ei tarkkaan ottaen määritä ehdon 4 mukaista valtion toimesta harjoitettavaa vakuutusten haltuunottoa tilanteessa, jossa vain yksi vakuutusyhtiö on maksukyvytön. Ehdon 1 mukaisena riskin tasoitusjärjestelmänä toimii tässä yhteydessä työtapaturma- ja ammattitautivakuutuksen jakojärjestelmä.

2.3.1 Työtapaturma- ja ammattitautivakuutuksen jakojärjestelmä

Sattuneista vahingoista aiheutuneet korvaukset voidaan kattaa rahastoimalla, jolloin vakuutusmaksuista saadut varat sijoitetaan rahastoihin myöhemmin syntyvien vahinkojen korvausta varten. Tällaista järjestelyä kutsutaan *rahastoivaksi järjestelmäksi*. Työeläkkeiden rahoituksessa puhutaan tällöin tilanteesta, jossa kukin sukupolvi maksaa itse omat eläkkeensä.

Toinen vaihtoehto on kerätä tarvittavat varat vakuutusmaksuista vuosittain sen mukaan, miten korvauksia maksetaan kyseisenä vuonna (*jakojärjestelmä*). Työtapaturma- ja ammattitautivakuutuksessa on käytössä osittain rahastoiva järjestelmä, missä osa korvauksista rahoitetaan rahastoivalla järjestelmällä, osa jakojärjestelmällä. Yhtiöiden, jotka harjoittavat työtapaturma- ja ammattitautivakuutustoimintaa, on osallistuttava vuosittain jakojärjestelmään kuuluvien, yhteisesti jaettavien kustannusten kattamiseen. Näitä kustannuksia ovat mm. työeläkkeisiin kuuluvat indeksikorotukset, joilla tasataan inflaation vaikutus maksettaviin eläkkeisiin, ja yli yhdeksän vuoden takaisista vahingoista aiheutuneet sairaanhoitokustannukset ja lääkinnälliset kuntoutukset.

Jakojärjestelmästä on säädetty työtapaturma- ja ammattitautilain TyTAL 231 §:ssä ja sosiaali- ja terveysministeriön asetuksessa 302/2016. Yhtiöiden maksamat yhteisesti jaettavien kustannusten kattamiseen tarkoitettu jakojärjestelmämaksu määritetään vuosittain toukokuussa ja samalla jaetaan jakojärjestelmän piiriin kuuluvat edellisvuoden kustannukset. Vuosina 2012–2017 jakojärjestelmämaksut ovat muodostaneet keskimäärin noin 20 % vakuutusyhtiöiden vakuutusmaksutuloista. Suurimman osuuden jakojärjestelmämaksuista – lähes yhdeksänkymmentä prosenttia – ovat muodostaneet työeläkkeisiin kuuluvat indeksikorotukset [27].

3 Vakuutusyhtiön vakavaraisuuspääomavaatimus

1.1.2016 voimaan tullut Solvenssi II -sääntely muodostuu Euroopan parlamentin ja neuvoston vuonna 2009 julkaisemasta direktiivistä 2009/138/EY (jäljempänä Solvenssi II -direktiivi), jota on myöhemmin täydennetty mm. Omnibus II -direktiivillä 2014/51/EU, sekä EU:n komission julkaisemista täydentävistä säädöksistä ja valvojien antamista ohjeista sääntelyn noudattamiseen. Jälkimmäisistä mainittakoon komission vuonna 2015 julkaisema delegoitu asetus 2015/35 (jäljempänä Solvenssi II -asetus) ja tarkentavat tekniset täytäntöönpanostandardit sekä (ei-sitovat) ohjeet, joita julkaisee Euroopan vakuutus- ja työeläkeviranomainen EIOPA (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*).

Yhtiön vakavaraisuutta koskeva sääntely määrittää kriteerit muun muassa yhtiön vakavaraisuuspääomavaatimukselle (SCR, *Solvency Capital Requirement*) ja vähimmäispääomavaatimukselle (MCR, *Minimal Capital Requirement*), jotka asettavat alarajat sille, minkä verran yhtiöllä on oltava omaa varallisuutta pystyäkseen suoriutumaan velvollisuuksistaan tietyllä todennäköisyydellä.

Määritelmä 3.1. Vakavaraisuuspääomavaatimus SCR vastaa yhtiön oman perusvarallisuuden value-at-risk-arvoa, joka on laskettu 99,5 % todennäköisyydellä yhden vuoden ajanjaksolle. Value-at-risk-arvo eli VaR-luku kertoo tappion määrän L, joka ylittyy todennäköisyydellä $(1-\alpha)\,\%$, ja se määritellään kaavasta

$$\mathrm{VaR}_\alpha = \inf\{l \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(L > l) = 1-\alpha\}.$$

Määritelmä 3.2. Vähimmäispääomavaatimus MCR on vähimmäistaso, jonka alapuolelle yhtiön rahoitusvarojen arvo ei saa laskea. Sen on vastattava yhtiön perusvarallisuuden value-at-risk-arvoa, joka on laskettu 85 % todennäköisyydellä yhden vuoden ajanjaksolle. Vähimmäispääomavaatimukselle on kuitenkin määritelty myös kiinteät alarajat, esimerkiksi henkivakuutusyrityksen vähimmäispääomavaatimuksen on oltava vähintään 3 200 000 euroa.

Yhtiön vakavaraisuuspääomavaatimuksen standardikaava on annettu Solvenssi II -asetuksessa. Yhtiöt voivat tietyin edellytyksin korvata standardikaavan osia omilla sisäisillä malleilla, jotka hyväksyy maassa alan valvonnasta vastaava viranomainen. Vakavaraisuuspääomavaatimuksen standardikaava voidaan korvata omalla sisäisellä mallilla myös kokonaan.

Standardikaavassa vakuutustoiminnan riskit on ryhmitelty eri riskiosioiden alle kuuluviksi alariskiosioiksi, joille lasketaan vakavaraisuuspääomavaatimukset kullekin erikseen. Koska riskin tasoitusjärjestelmien käyttö sairausvakuutuksessa mahdollistaa korvauskustannusten siirron eri yhtiöiden ja riskiryhmien välillä, tästä aiheutuneet muutokset voitaisiin huomioida myös sairausvakuutusriskin pääomavaatimusta laskettaessa. Erityisesti riskin tasoitusjärjestelmien käyttö heijastuu sairausvakuutuksen vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskien keskihajontoihin. Jotta eri alariskiosioiden väliset suhteet voidaan asettaa kontekstiin, käydään ensin läpi pääomavaatimuksen standardikaavan rakennetta.

3.1 Standardikaava

Standardikaavan mukainen vakavaraisuuspääomavaatimus on seuraavien osioiden summa:

1. Perusvakavaraisuuspääomavaatimus BSCR (*Basic SCR*), joka ottaa huomioon vakuutusyhtiön toiminnan perusriskit eli vakuutusten myöntämisestä suoranaisesti aiheutuvat riskit.

2. Operatiivisen riskin pääomavaatimus, joka ottaa huomioon vakuutusyhtiön ylläpidon ja liiketoiminnan riskit.

3. Korjaus, joka ottaa huomioon odottamattomien tappioiden mahdollinen korvautuminen siinä tapauksessa, jos yhtiön laskennalliset verot ja/tai vakuutustekninen vastuuvelka vähenevät tappioiden vaikutuksesta (ns. *vaimennusvaikutus*).

Perusvakavaraisuuspääomavaatimuksen on puolestaan sisällettävä ainakin seuraavien riskimoduulien pääomavaatimukset:

1. Markkinariskin (*market risk*) pääomavaatimus, joka ottaa huomioon riskit, jotka aiheutuvat muutoksista mm. rahan arvossa, korkotasoissa ja yrityksen sijoitusten arvojen tasoissa.

2. Vastapuoliriskin (*counterparty default risk*) pääomavaatimus, joka ottaa huomioon tappiot, jotka johtuvat yrityksen vastapuolten ja velallisten odottamattomasta maksukyvyn heikkenemisestä, sekä riskejä vähentävät sopimukset, kuten jälleenvakuutus.

3. Henkivakuutusriskin (*life underwriting risk*) pääomavaatimus, joka ottaa huomioon henkivakuutusvelvoitteisiin liittyvät riskit, jotka aiheutuvat mm. siitä, että vakuutuksenottajien kuolevuus toteutuu ennusteista poiketen.

4. Vahinkovakuutusriskin (*non-life underwriting risk*) pääomavaatimus, joka ottaa huomioon vahinkovakuutusvelvoitteisiin liittyvät riskit, jotka aiheutuvat siitä, että korvausmeno ylittää odotetut korvaukset.

5. Sairausvakuutusriskin (*health underwriting risk*) pääomavaatimus, joka ottaa huomioon sairausvakuutusvelvoitteisiin liittyvät riskit, joihin kuuluu sekä henki- että vahinkovakuutusriskeille ominaisia piirteitä.

6. Aineettomien hyödykkeiden (*intangibles*) riskiä koskeva pääomavaatimus.

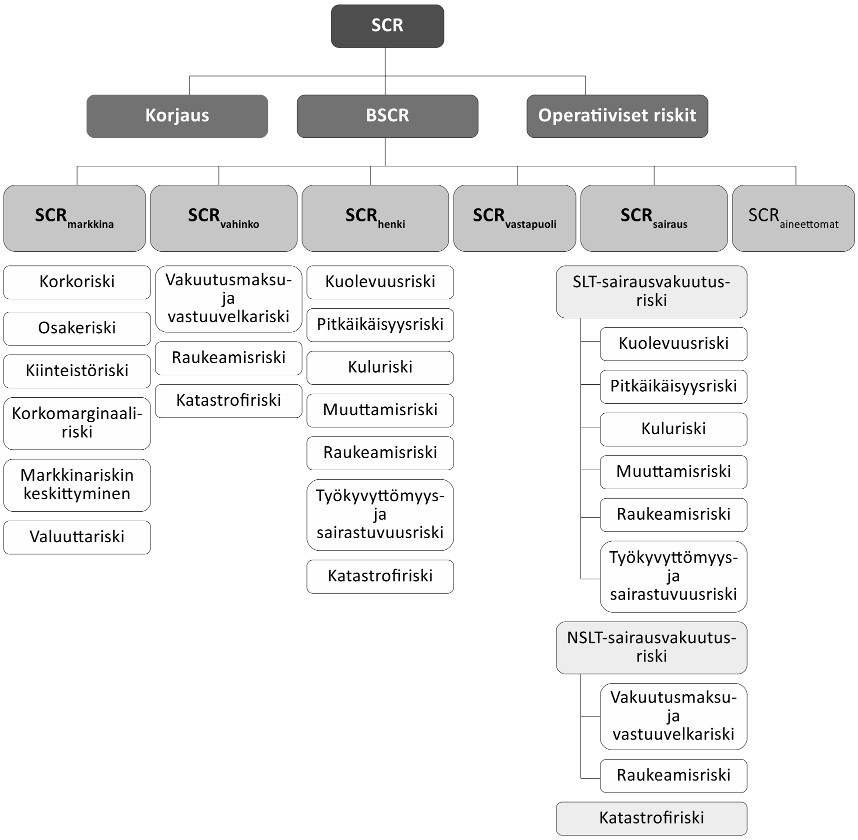
Perusvakavaraisuuspääomavaatimus lasketaan näiden riskimoduulien yhdistelmänä

$$\mathrm{BSCR} = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j}\, \mathrm{SCR}_i\, \mathrm{SCR}_j} + \mathrm{SCR}_{aineettomat},$$

missä eri riskimoduulien välisinä korrelaatiokertoimina $\rho_{i,j}$ käytetään Solvenssi II -direktiivin liitteessä IV annettuja lukuarvoja.

Yllä luetelluille riskimoduuleille lasketaan pääomavaatimukset vastaavaan tapaan määrittämällä pääomavaatimukset ensin niiden alariskimoduuleille ja yhdistämällä ne painotetun summan neliöjuurella. Vakavaraisuuspääomavaatimuksen standardikaavan rakennetta havainnollistetaan kuvassa 1.

Sairausvakuutuksessa lyhenne SLT (*Similar to Life insurance Techniques*) tarkoittaa sairausvakuutusta, johon sovelletaan henkivakuutukselle tyypillisiä laskutekniikoita. NSLT-sairausvakuutukseen (*Non-SLT, Not Similar to Life insurance Techniques*) sovelletaan puolestaan laskutekniikoita, jotka ovat samankaltaisia kuin vahinkovakuutuksessa, ja sen pääomavaatimuksen laskenta perustuu pitkälti myös samoihin kaavoihin, joita sovelletaan vahinkovakuutukseen. Sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmien vaikutus koskee sääntelyssä näistä vain NSLT-sairausvakuutusta.



Kuva 1: Standardikaavan päämoduulit ja niiden alaosiot.

Sairausvakuutusriskin pääomavaatimus muodostetaan alariskiosioidensa yhdistelmänä

$$\mathrm{SCR}_{sairaus} = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i\,j}^{sairaus}\,\mathrm{SCR}_i\,\mathrm{SCR}_j},$$

missä sairausvakuutuksen alariskiosioiden korrelaatiokertoimet $\rho_{i,j}^{sairaus}$ ovat seuraavat:

	NSLT	SLT	Katastrofi
NSLT	1	0,5	0,25
SLT	0,5	1	0,25
Katastrofi	0,25	0,25	1

Näiden alariskiosioiden pääomavaatimusten laskentaan tarvitaan yhteensä 11 eri alariskiosiolle laskettuja pääomavaatimuksia (ks. kuva 1). Jatkossa keskitytään vain vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin pääomavaatimuksiin, jotka kuuluvat NSLT-sairausvakuutusriskin alaosioon. Koska laskennallinen pääomavaatimus vaikuttaa viime kädessä siihen, minkä verran yhtiön on pidettävä omia varoja tappioriskin varalle, voi sairausvakuutusriskin huomioiminen kyseisten riskiosioiden pääomavaatimuksissa vapauttaa yhtiön varoja tehokkaampaan käyttöön ja vaikuttaa sitä kautta yhtiön toiminnan tuloksellisuuteen.

3.2 NSLT-sairausvakuutusriskin pääomavaatimus

NSLT-sairausvakuutuksen pääomavaatimuksen laskenta perustuu edelliseen tapaan jaotteluun pienempiin alariskiosioihin, jotka ovat vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariski sekä raukeamisriski. Niille määritetään erikseen omat pääomavaatimuksensa. NSLT-sairausvakuutus jaotellaan neljään alasegmenttiin s, jotka indeksoidaan Solvenssi II -asetuksen liitteessä XIV seuraavasti:

1. Sairauskuluvakuutus ja suhteellinen jälleenvakuutus
2. Vakuutus ansiotulon menetyksen varalta ja suhteellinen jälleenvakuutus
3. Työntekijän tapaturmavakuutus ja suhteellinen jälleenvakuutus
4. Ei-suhteellinen sairausjälleenvakuutus

Vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin pääomavaatimuksen määritelyä varten tarvitaan tietoa kyseisten vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskien volyymimitoista segmenteissä s, joiden tarkempi laskentaprosessi ja määrittely jää tämän työn ulkopuolelle. Tässä kappaleessa oletetaan nämä volyymimitat annetuiksi. Volyymimitta itsessään kuvaa vakuutusmaksutuottojen yhteenlaskettua (odotettua) suuruusluokkaa, korvausvastuun tapauksessa kyse on korvausvastuun parhaasta estimaatista, josta on poistettu jälleenvakuuttajien osuudet.

Olkoon $V_{(prem,s)}$ vakuutusmaksuriskin volyymimitta ja $V_{(res,s)}$ vastaavasti vastuuvelkariskin volyymimitta segmentissä s. NSLT-sairausvakuutukseen liittyvä vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin yhteisvolyymimitta V_{NSLT} saadaan nyt alasegmenttiensä volyymimittojen summana

$$V_{NSLT} = \sum_s V_s,$$

missä V_s on NSLT-sairausvakuutuksen volyymimitta segmentissä s:

$$V_s = (0{,}75 + 0{,}25\, DIV_s) \cdot (V_{(prem,s)} + V_{(res,s)}).$$

ja DIV_s on segmentin s maantieteellisen hajautuksen kerroin:

$$DIV_s = \frac{\sum_r (V_{prem,r,s} + V_{res,r,s})^2}{(\sum_r V_{prem,r,s} + V_{res,r,s})^2}.$$

Tässä indeksi r käy yli (tällä hetkellä) 18 maailman maantieteellisen alueen, kuten määritelty Solvenssi II -asetuksen liitteessä III. Esimerkiksi Suomi, Baltian maat ja Pohjoismaat (pois lukien Grönlanti) kuuluvat maantieteelliseen alueeseen 1 *Pohjois-Eurooppa*.

Määritellään segmentin s keskihajonta NSLT-sairausvakuutuksen vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskille:

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{\sigma^2_{(prem,s)} V^2_{(prem,s)} + \sigma_{(prem,s)}\sigma_{(res,s)} V_{(prem,s)} V_{(res,s)} + \sigma^2_{(res,s)} V^2_{(res,s)}}}{V_{(prem,s)} + V_{(res,s)}},$$

missä $\sigma_{(prem,s)}$ on vakuutusmaksuriskin keskihajonta ja $\sigma_{(res,s)}$ vastaavasti vastuuvelkariskin keskihajonta segmentissä s. Nämä keskihajonnat on annettu yleiseurooppalaisella tasolla, ts. ne ovat yhteisiä kaikille EU:n talousalueella toimiville vakuutusyhtiöille, ja ne on annettu Solvenssi II -asetuksen liitteessä XIV. Segmentin 1 *Sairauskuluvakuutus ja suhteellinen jälleenvakuutus* ja segmentin 3 *Työntekijän tapaturmavakuutus ja suhteellinen jälleenvakuutus* vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin keskihajonnat on kalibroitu uudelleen viimeksi vuoden 2018 alussa, jolloin EIOPA ehdotti muutosta segmentin 3 vakuutusmaksuriskin ja segmentin 1 vastuuvelkariskin keskihajontaan. Tällä hetkellä keskihajonnoista käytetään alla olevan taulukon mukaisia arvoja, missä sulkeissa on annettu uusi EIOPA:n ehdottama arvo:

s	$\sigma_{(prem,s)}$	$\sigma_{(res,s)}$
1. Sairauskuluvakuutus ja suhteellinen jälleenvakuutus	5 %	5 % (5,7 %)
2. Vakuutus ansiotulon menetyksen varalta ja suhteellinen jälleenvakuutus	8,5 %	14 %
3. Työntekijän tapaturmavakuutus ja suhteellinen jälleenvakuutus	8 % (9,6 %)	11 %
4. Ei-suhteellinen sairausjälleenvakuutus	17 %	20 %

Nyt voidaan määrittää NSLT-sairausvakuutuksen vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin yhdistetty keskihajonta

$$\sigma_{NSLT} = \frac{1}{V_{NSLT}} \sqrt{\sum_{s,t} \rho^{HS}_{s,t} \sigma_s \sigma_t V_s V_t},$$

missä

$$\rho^{HS}_{s,t} = \begin{cases} 0{,}5 & \text{kun } s \neq t \\ 1 & \text{kun } s = t \end{cases},$$

ja NSLT-sairausvakuutukseen liittyvä vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin pääomavaatimus

$$\mathrm{SCR}_{(NSLT,pr)} = 3\,\sigma_{NSLT}\,V_{NSLT}.$$

NSLT-sairausvakuutuksen pääomavaatimuksen SCR_{NSLT} määrittämistä varten tarvitaan lisäksi tietoa NSLT-sairausvakuutuksen raukeamisriskin pääomavaatimuksesta $\mathrm{SCR}_{(NSLT,lapse)}$. Määritelmän mukaan raukeamisriskin pääomavaatimus vastaa oman varallisuuden tappiota, joka aiheutuu sekä nykyisten vakuutussopimusten epäjatkuvuudesta että tulevien jälleenvakuutussopimusten taustalla olevien vakuutussopimusten lukumäärän samanaikaisesta vähenemisestä. Tässä otetaan huomioon ainoastaan ne sopimukset, joiden epäjatkuvuus johtaisi vastuuvelan kasvamiseen, ja ne jälleenvakuutuksen alaiset sopimukset, jotka otetaan huomioon vastuuvelan laskennassa. Epäjatkuvuus kohdistetaan 40 % kumpaankin sopimustyyppiin kuuluvista vakuutussopimuksista.

NSLT-sairausvakuutuksen pääomavaatimus saadaan lopulta siihen liittyvien vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin sekä raukeamisriskin pääomavaatimusten yhdistelmänä

$$\mathrm{SCR}_{NSLT} = \sqrt{\mathrm{SCR}^2_{(NSLT,pr)} + \mathrm{SCR}^2_{(NSLT,lapse)}}.$$

3.2.1 Sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmien vaikutuksen huomioiminen pääomavaatimuksen laskennassa

Sairausvakuutusvelvoitteita, joihin sovelletaan sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmiä, on hallinnoitava Solvenssi II -asetuksen 149 artiklan nojalla erillään velvoitteista, joihin ei sovelleta sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmiä. Keskihajonnat $\sigma_{(prem,s)}$ ja $\sigma_{(res,s)}$ lasketaan vuosittain erikseen kullekin segmentille $s = 1, 2, 3$ maakohtaisen aineiston perusteella, joka sisältää sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmien aiheuttamat muutokset.

Vakuutusmaksuriskin uusi keskihajonta segmentille s on tällöin

$$\dot{\sigma}_{(prem,s)} = \min\left\{\sigma_{(prem,s)}, \max\left\{\frac{1}{3}\sigma_{(prem,s)}, \sigma_{(prem,s,HRES)}\right\}\right\},$$

missä $\sigma_{(prem,s)}$ on delegoidun asetuksen liitteessä XIV annettu yleiseurooppalainen vakuutusmaksuriskin keskihajonta ja $\sigma_{(prem,s,HRES)}$ on maakohtaisen aineiston perusteella kalibroitu vakuutusmaksuriskin keskihajonta. Kaava asettaa siis uudelle keskihajonnalle $\dot{\sigma}_{(prem,s)}$ ala- ja ylärajat siten, että

$$\frac{1}{3}\sigma_{(prem,s)} \leq \dot{\sigma}_{(prem,s)} \leq \sigma_{(prem,s)}.$$

Mikäli sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmiä sovelletaan vain osaan yhtiön liiketoiminnasta segmentissä s, yhtiön vakuutusmaksuriskin ja vastuuvelkariskin keskihajonnat lasketaan liiketoiminnan osuuksien perusteella, jotka kuuluvat sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmien alaisuuteen. Vakuutusmaksuriskin keskihajonta on tällöin

$$\sigma'_{(prem,s)} = \frac{\sigma_{(prem,s)}V_{(prem,s,nHRES)} + \sigma_{(prem,s,HRES)}V_{(prem,s,HRES)}}{V_{(prem,s,nHRES)} + V_{(prem,s,HRES)}},$$

missä $V_{(prem,s,HRES)}$ on volyymimitta liiketoiminnalle, johon sovelletaan sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmiä, ja $V_{(prem,s,nHRES)}$ volyymimitta liiketoiminnalle, johon tasoitusjärjestelmiä ei sovelleta.

Uudet keskihajonnat määritellään vastuuvelkariskille samaan tapaan korvaamalla kaavoissa esiintyvä alaindeksi $prem$ merkinnällä res.

4 Aineiston valinta

4.1 Käsitteitä

Vakuutustoimintaan liittyvät vuosittaiset kassavirrat on tapana esittää sattumis- ja kehitysvuoden mukaan taulukoituina. Mitä myöhemmästä sattumisvuodesta on kyse, sitä vähemmän kyseiseltä vuodelta tilastoaineistoa on kertynyt (ks. kuva 2). Näin taulukoitua tilastoaineistoa kutsutaan *run off -kolmioksi* tai tilastoitavan suureen mukaan vahinko-, korvaus-, vahinkojen lukumääräkolmioksi jne.

(A)

Maksetut korvaukset tilivuoden lopussa

sattumisvuosi

$s \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	$C_1(1)$	$C_1(2)$	...	...	...	$C_1(6)$
2	$C_2(2)$	$C_2(3)$	...	...	$C_2(6)$	
3	$C_3(3)$	$C_3(4)$	...	$C_3(6)$		
4	$C_4(4)$	$C_4(5)$	$C_4(6)$			
5	$C_5(5)$	$C_5(6)$				
6	$C_6(6)$					

(B)

Maksetut korvaukset tilivuoden lopussa

sattumisvuosi

$s \backslash t$	1	2	3	4	5	6
1	$C_1(1)$	$C_1(2)$	...	...	...	$C_1(6)$
2		$C_2(2)$	$C_2(3)$	...	...	$C_2(6)$
3			$C_3(3)$	$C_3(4)$	...	$C_3(6)$
4				$C_4(4)$	$C_4(5)$	$C_4(6)$
5					$C_5(5)$	$C_5(6)$
6						$C_6(6)$

Kuva 2: Maksettujen korvausten run off -kolmiot sattumis- ja kehitysvuosittain. Muodot (A) ja (B) ovat muuten ekvivalentit, vain sarakkeiden numeroilla on eri tulkinnat. Esitystavan (A) tapauksessa sarakkeen numero j tarkoittaa kehitysvuotta eli vuonna s sattunut vahinko maksetaan tilivuonna $t = s + j - 1$. Esitystavassa (B) maksetut korvaukset on merkitty suoraan sen tilivuoden t alle, jona ne on maksettu.

Merkitään vuonna s tapahtuneista vahingosta tilivuonna t maksettuja korvauksia symbolilla $C_s(t)$, missä $s = 1, \ldots, T$ ja $t = s, \ldots, T$. Run off -kolmiota, johon tilastoidaan suureet absoluuttisina määrinä, sanotaan myös *inkrementaaliseksi* kolmioksi. Joissain tapauksissa on mielekkäämpää tarkastella sen sijaan *kumulatiivista* maksettujen korvausten kolmiota, johon tilastoidaan vuonna s tapahtuneista vahingoista tilivuosina $s, s+1, \ldots, t$ maksettujen korvausten summat

$$D_s(t) = \sum_{k=s}^{t} C_s(k), \qquad s = 1, \ldots, T.$$

Luonnollisesti inkrementaaliset määrät saadaan palautettua kumulatiivisista määristä identiteetistä

$$C_s(t) = D_s(t) - D_s(t-1).$$

Korvausten maksamiseen liittyvät vahinkojen selvittelykulut voidaan jakaa kohdistettuihin (ALAE, *allocated loss adjustment expenses*) ja kohdistamattomiin

(ULAE, *unallocated loss adjustment*) kuluihin. *Kohdistetuilla kuluilla* viitataan vahinkokohtaisiin selvittelykuluihin, jotka liittyvät jonkin tietyn vahingon korvauspäätöksen tekoon, ja ne sisällytetään maksettuihin korvauksiin. *Kohdistamattomat kulut* puolestaan ovat luonteeltaan enemmän yleispiirteisiä eikä niitä voi yhdistää vain tiettyihin vahinkoihin. Vielä erään maksettuihin korvauksiin liittyvän merkittävän kassavirran muodostavat *regressisaamiset*, joilla tarkoitetaan yhtiön maksamista korvauksista saamia palautuksia. Tällaisia palautuksia voi syntyä esimerkiksi tapauksissa, missä vahinko on syntynyt kolmannen osapuolen tahallisen laiminlyönnin seurauksena, jolloin yhtiöllä on oikeus periä korvaus vahingon aiheuttajalta takautumis- eli regressioikeuden nojalla.

Korvausvastuu voidaan jakaa tuntemattomien vahinkojen (IBNR, *incurred but not reported*) ja keskeneräisten vahinkojen (RBNS, *reported but not settled*) varalta tehtyihin varauksiin. IBNR-korvausvastuulla tarkoitetaan sattuneiden, mutta vielä raportoimattomien vahinkojen varalta tehtyjä varauksia. Jotkin vahingot, kuten tapaturman seurauksena saadut vammat, saattavat ilmetä vasta vuosien kuluttua niiden sattumisesta, ja korvausvastuussa on varauduttava myös vahinkojen raportointiviipeestä aiheutuvaan epävarmuuteen kyseiseen hetkeen mennessä tapahtuneiden vahinkojen lukumäärästä ja koosta. RBNS-korvausvastuu tarkoittaa puolestaan sellaisten vahinkojen varalta tehtyjä varauksia, jotka ovat vakuutusyhtiön tiedossa, mutta joista ei ole vielä tehty lopullista korvauspäätöstä. Kumpikin ovat matemaattiseen mallintamiseen perustuvia arvioita lopullisesta kokonaisvahingosta.

Keskeneräisiin eli RBNS-vahinkoihin varaudutaan vahinkokohtaisilla varauksilla, jotka muodostetaan tapauskohtaisesti sinä hetkenä parhaan käsitykseen pohjautuen. Tuntemattomien eli IBNR-vahinkojen arviointi tapauskohtaisesti ei ole mahdollista, siksi vahinkoja varten muodostetaan kollektiivivaraus, jolla pyritään arvioimaan nimensä mukaisesti kollektiivisesti tuntemattomista vahingoista aiheutuvat korvausmenot. Myös tuntemattomiin eläkevastuisiin tehdään varaukset näin ollen kollektiivivarauksina.

Sattumisvuoden s vahinkojen lopullinen korvausmeno Y_s voidaan siis esittää kyseisen vuoden vahingoista maksettujen korvausten summan ja kyseistä vuotta koskevan korvausvastuun summana. Koska korvausvastuu on määritelmällisesti arvio tapahtuneiden vahinkojen koosta, se voi muuttua vuosien myötä. *Sattumisvuoden lopun mukainen arvio* (myös ensimmäisen kehitysvuoden estimaatti)

$$Y_s^{YE} = D_s(s) + W_s(s), \qquad s = 1, \ldots, T$$

Maksetut korvaukset (kumulatiivinen) tilivuoden lopussa

sattumisvuosi

s \ j	1	2	3	4	5	6
1	$D_1(1)$	...	...	...	...	$D_1(6)$
2	$D_2(2)$	...	...	...	$D_2(6)$	
3	$D_3(3)$	...	...	$D_3(6)$		
4	$D_4(4)$	...	$D_4(6)$			
5	$D_5(5)$	$D_5(6)$				
6	$D_6(6)$					

Korvausvastuu tilivuoden lopussa

sattumisvuosi

s \ j	1	2	3	4	5	6
1	$W_1(1)$	...	...	...	...	$W_1(6)$
2	$W_2(2)$	...	...	...	$W_2(6)$	
3	$W_3(3)$	...	...	$W_3(6)$		
4	$W_4(4)$	...	$W_4(6)$			
5	$W_5(5)$	$W_5(6)$				
6	$W_6(6)$					

Kuva 3: Kumulatiiviset maksetut korvaukset $D_s(t)$ ja korvausvastuu $W_s(t)$. Maksettujen korvausten run off -kolmioon on tilastoitu tilivuoden $t = s + j - 1$ loppuun mennessä maksetut korvaukset ja korvausvastuun run off -kolmioon korvausvastuut tilivuoden $t = s + j - 1$ lopussa, missä $s = 1, \ldots, 6$.

vastaa sattumisvuoden s lopussa tehtyä arviota kyseisen vuoden korvausvastuusta, jolloin korvausmenojen sattumisvuosittainen aikasarja-aineisto muodostetaan summaamalla maksettujen korvausten ja korvausvastuun run off -kolmioiden ensimmäisissä sarakkeissa olevat alkiot keskenään (ks. kuva 3). *Nykyinen estimaatti*

$$Y_s^{CE} = D_s(T) + W_s(T), \qquad s = 1, \ldots, T$$

on nykyiseen tietoon perustuva estimaatti, jolloin sattumisvuosittainen aikasarja-aineisto muodostuu run off -kolmioiden viimeisten diagonaalien alkioiden summista.

Siinä, missä vakuutusmaksuriskin analyysi perustuu tähän asti kuvailtuun tapaan sattumisvuosittaiseen aikasarja-aineistoon, perustuu vastuuvelkariskin analyysi tilivuosittaiseen aikasarja-aineistoon, jolloin tarkastelun kohteena on tilivuoden t korvausmenoarvio tilivuoden alussa eli edellisen tilivuoden lopussa.

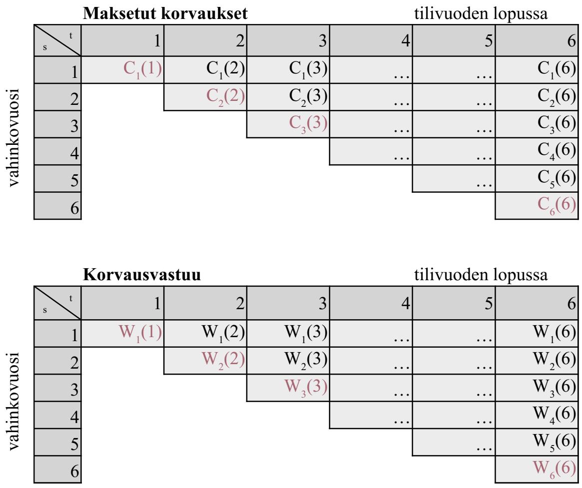
Vastuuvelkariskin analyysia varten lasketaan tilivuoden t aikana ennen vuoden t alkua sattuneista vahingoista maksetut korvaukset, merkitään

$$C_{s \leq t-1}(t) = \sum_{s=1}^{t-1} C_s(t), \qquad t = 1, \ldots, T$$

sekä tilivuoden t lopussa arvioitu korvausvastuu, joka koskee ennen vuoden t alkua sattuneita vahinkoja, merkitään

$$W_{s \leq t-1}(t) = \sum_{s=1}^{t-1} W_s(t), \qquad t = 1, \dots, T.$$

Tässä summat lasketaan muotoa (B) olevien kolmioiden sarakkeiden yli.



Kuva 4: Tilivuoden t aikana maksetut korvaukset $C_{s \leq t-1}(t)$, $t = 1, \dots, 6$, lasketaan summana sarakkeiden s yli vähennettynä diagonaalilla olevalla alkiolla. Vastaavaan tapaan lasketaan tilivuoden t alussa arvioitu korvausvastuu $W_{s \leq t-1}(t)$, $t = 1, \dots, 6$.

Vaikka tässä käytettiin sekä sattumisvuosittaisen että tilivuosittaisen tilastoaineiston pituudesta samaa merkintää T, niin on myös mahdollista, että yhtiön raportoima sattumisvuosittainen aineisto ei kata kaikkia vuosia, jotka sisältyvät tilivuosittaiseen aineistoon, tai päinvastoin. Tällöin aineistojen vuosien määristä voidaan luonnollisesti käyttää tarvittaessa eri merkintöjä.

4.2 Vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin aineistomäärittelyt

Aineiston, johon HRES-parametriestimaattien kalibrointi perustuu kussakin segmentissä, on kuvattava mahdollisimman hyvin vakuutusliikkeen vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskiä kyseisessä segmentissä. Aineistosta on siis poistettava kassavirrat, jotka kuuluvat muihin riskin alaosioihin, kuten henkivakuutustekniikoilla (ei kollektiivivarauksella) lasketut eläkkeet ja katastrofeihin liittyvät vahingot, sekä regressisaamiset ja sairausvakuutusriskin tasoitusjärjestelmien eli jakojärjestelmän osuus. Maksettuihin korvauksiin sisältyvät vain vahinkokohtaiset varaukset eikä niissä oteta huomioon muita liike- ja toimintakuluja.

Vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskeillä pyritään kuvaamaan yhtiön kokonaisvahinkomenojen suhdetta riskeille altistumiseen. EIOPA:n dokumenteissa näihin suureisiin viitataan termeillä *aggregate loss* ja *exposure*. Siinä, missä kokonaisvahinko voidaan laskea maksettujen korvausten ja arvioidun korvausvastuun summana tietyn vuoden tai aikajakson yli, riskeille altistumista kuvaa joko vakuutusmaksutuottojen määrä vakuutusmaksuriskin tapauksessa tai vastuuvelkariskin tapauksessa aiempien vuosien vahingoille laskettu korvausvastuu.

Vakuutusmaksuriskin keskihajontaparametria $\sigma_{(prem,s)}$ estimoidaan vahinkosuhteen keskihajonnalla, joka kuvaa seuraavan kahden suureen välistä suhdetta:

1. Arvioitu sattumisvuoden s lopullinen korvausmeno $Y_s^{YE} = C_s(s) + W_s(s)$.

2. Vuoden s vakuutusmaksutuotot X_s

Vakuutusmaksuriskin aineistoon sisältyy myös jälleenvakuuttajan osuudet, sillä jälleenvakuuttajilta tulevat saamiset saadaan vasta jälkikäteen.

Vastuuvelkariskin keskihajontaparametri $\sigma_{(res,s)}$ on riittävyyssuhteen keskihajonnan estimaatti, missä riittävyyssuhde kuvaa seuraavan kahden suureen välistä suhdetta:

1. Ennen tilivuotta t sattuneiden vahinkojen lopullinen korvausmenoarvio, joka lasketaan summana $Y_t = C_{s\leq t-1}(t) + W_{s\leq t-1}(t)$.

2. Ennen tilivuotta t sattuneiden vahinkojen korvausvastuun paras estimaatti tilivuoden t alussa (eli tilivuoden $t-1$ lopussa), josta käytetään merkintää $W_{s\leq t-1}(t-1)$.

Vastuuvelkariskin analyysi perustuu aineistoon, josta on poistettu jälleenvakuuttajien osuudet.

4.3 Kalibrointiaineisto

Solvenssi II -laskennassa käytettyjen parametriarvojen oikeellisuuden varmistamiseksi Euroopan komissio voi pyytää EIOPA:lta lausuntoja spesifioitujen parametrien uudelleenkalibroinnin tarpeellisuudesta. EIOPA voi pyytää jäsenvaltioiden valvottavilta dataa, joka kattaa estimoinnissa tarvittavat suureet annetulta ajanjaksolta. Datan keruuseen osallistuminen ei ole valvottaville yhtiöille pakollista, mutta erittäin suositeltavaa.

Vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin keskihajonnat kalibroitiin viimeksi vuoden 2018 alussa. Aineisto on kerätty vuoden 2016 joulukuusta vuoden 2017 maaliskuun välisenä aikana ja aikasarja-aineisto kattaa korkeintaan 20 vuoden aikavälin vuodesta 1997 vuoteen 2016. Keskihajontojen estimointi Suomen työtapaturma- ja ammattitautivakuutukselle perustuu tässä tutkimuksessa osittain tähän aineistoon[1].

Kalibrointiaineistoon on ollut mahdollista raportoida seuraavat vakuutusmaksuriskiä koskevat tiedot vahinkovuosittain:

1. Vakuutusmaksutuotot
2. Kulut sekä korjaukset, joilla vähennetään mahdollisten katastrofeihin liittyvien vahinkojen osuudet kuluista
3. Korvausmenoarvio, josta annetaan nykyinen estimaatti ja ensimmäisen vuoden lopun mukainen estimaatti

sekä seuraavat vastuuvelkariskiä koskevat tilivuosittaiset tiedot:

1. Maksettujen korvausten kumulatiivinen run off -kolmio, sisältäen regressisaamiset, laskuperustekorolla diskontatut eläkevastuut, katastrofit ja vahinkokohtaiset varaukset. Lisäksi annetaan erikseen maksettuja korvauksia koskevien regressisaamisten ja katastrofeista aiheutuneiden vahinkojen run off -kolmiot.
2. IBNR- ja RBNS-korvausvastuun run off -kolmiot, sisältäen regressisaamiset ja katastrofit, sekä niitä vastaavat regressisaamisten ja katastrofien run off -kolmiot. Korvausvastuun run off -kolmion tiedot lasketaan IBNR- ja RBNS-korvausvastuiden summana.

Kaikki tiedot annetaan sekä bruttona että nettona jälleenvakuutuksen suhteen. Aineiston tarkemmat määrittelyt on annettu EIOPA:n ohjeessa [25].

4.4 Kalibrointaineiston täydentäminen

Osa työtapaturma- ja ammattitautivakuutusta harjoittavista yhtiöistä ei ollut luovuttanut aineistoa yleiseurooppalaisten parametrien kalibrointiin tai tiedot olivat puutteellisia (mm. run off -kolmioissa olevat aukot ja puutteelliset tiedot korvausvastuun IBNR- ja RBNS-osuuksista). Tiedostoon, johon kalibrointiaineistoa raportoitiin, oli eriteltävä korvausvastuu IBNR- ja RBNS-varauksiin, joten jos jompikumpi kolmio on jätetty tyhjäksi tai on puutteellisesti täytetty, se vääristää arviota

[1] Aineistossa esiintyvät yhtiökohtaiset tiedot, kuten myös kaikkien seuraavissa luvuissa esiintyvien raporttien tiedot, ovat luottamuksellista aineistoa, joten tässä tutkimuksessa esitetyt kuvat on pyritty esittämään siten, että niistä ei ilmene yksittäisten yhtiöiden tietoja. Samoin ei tässä tutkimuksessa myöskään esitetä yhtiökohtaisia lukuja eikä yhtiöiden nimiä.

sekä yhtiön vakuutusmaksu- että vastuuvelkariskistä. Siitä syystä harkittiin kalibrointiaineiston täydentämistä tai korvaamista vastaavilla tiedoilla vakuutusyhtiöiden viranomaisraporteista. Lisäksi haettiin mahdollisuutta pidentää olemassa olevien aikasarja-aineistojen havaintojaksoja myös niiden yhtiöiden osalta, joiden kalibrointiaineistossa ei havaittu puutteita.

Täydentävän aineiston valinta perustui kyseisen aineiston ja kalibrointiaineiston tietojen sekä täyttöohjeiden vertailuun, joista selvitettiin, sisältyykö kalibrointiaineistoon sellaisia kassavirtoja, joille ei löydy vastinetta viranomaisraporteista.

4.4.1 S.19.01.01-raportti

S.19.01.01-raporttiin raportoidaan vakuutuslajeittain tiedot maksetuista korvauksista, vakuutusmaksuvastuusta, korvausvastuusta ja jälleenvakuuttajien osuuksista. S.19.01.01-raportin ja kalibrointiaineiston välillä on kuitenkin eroja, jotka koskevat joitakin tilastoaineistoon sisältyviä suureita. Erityisesti:

1. S.19.01.01-raporttin ilmoitetuista maksetuista korvauksista on jo poistettu mahdolliset regressisaamiset, joita ei kyseisessä raportissa enää tarkemmin eritellä.

2. S.19.01.01-raporttiin ei ole tehty erittelyä katastrofien ja IBNR-korvausvastuun suhteen.

3. S.19.01.01-raportin Maksetut korvaukset -taulukkoon raportoidaan vain ja ainoastaan maksetut korvaukset ilman mitään kuluja. Kalibrointiaineiston vastaavaan taulukkoon sisällytetään myös kohdistetut kulut.

4. Eläkevastuut siirretään joko osittain tai kokonaan S.16.01-raporttiin[2], jos niiden varaukset voidaan joko osittain tai kokonaan määrittää käyttäen henkivakuutukselle tyypillisiä tekniikoita.

Erittelyä katastrofien suhteen ei tässä tapauksessa tarvittu, sillä tiedossa ei ollut yhtään työtapaturma- ja ammattitautivakuutukseen liittyvää katastrofia. Myöskään erittely IBNR-korvausvastuun suhteen ei ollut tarpeen, sillä vastuuvelkaa tarkastellaan kokonaisuudessaan. S.19.01.01-raportin korvausvastuu on Solvenssi II -standardien mukaan paras estimaatti eli se sisältää kaiken mahdollisen, ja periaatteessa kalibrointiaineistoon annettujen suureiden pitäisi vastata samoja standardeja. Kuitenkin jää epäselväksi, onko kalibrointiaineistoon erikseen annettaviin IBNR-

[2]S.16.01-raportti on Solvenssi II -viranomaisraportointikokonaisuuteen kuuluva raportti, johon yhtiöt ilmoittavat vahinkovakuutusvelvoitteistaan syntyneet eläkevastuut.

ja RBNS-korvausvastuisiin sisällytetty kaikki samat erät kuin S.19.01.01-raportin parhaaseen estimaattiin. Käytännössä S.19.01.01-raporttiin ja kalibrointiaineistoon tilastoidut tiedot korvausvastuusta ja maksetuista korvauksista eivät täsmänneet senkään jälkeen, kun S.19.01.01-raportin tietoja täydennettiin S.16.01.01-raporttiin siirretyillä eläkevastuilla.

4.4.2 Vahinkovakuutusyhtiön korvausvastuun riittävyyslaskelma

Vahinkovakuutusyhtiön korvausvastuun riittävyyslaskelma oli osa viranomaisille toimitettavia raportteja ennen Solvenssi II -uudistusta. Raportti sisältää vakuutuslajeittain eritellyt tiedot mm. maksetuista korvauksista, korvausvastuusta kyseisen vuoden tilinpäätöksessä ja vakuutusmaksutuotoista. Maksetuista korvauksista on vähennetty jakojärjestelmän osuus ja eläkesuoritukset, mutta ne sisältävät lopulliseksi vahvistettujen eläkkeiden elinkorkovastuut. Korvausvastuusta vähennetään lopulliseksi vahvistettujen eläkkeiden elinkorkovastuut ja vahinkojenselvittelyvastuut.

Koska joidenkin yhtiöiden riittävyyslaskelman tiedot joko vastasivat kalibrointiaineiston vastaavia tietoja tai olivat suuruusluokaltaan lähellä kalibrointiaineiston tietoja, katsottiin, että aineistot voidaan yhdistää kyseisten yhtiöiden osalta. Tällaisia yhtiöitä oli kaikkiaan kolme. Yhtiöitä, joilta ei löytynyt kalibrointiaineistoa tai joiden kalibrointiaineiston korvausvastuun run off -kolmioista oli täytetty vain toinen, oli kaikkiaan viisi ja niiden aineistona käytettiin riittävyyslaskelman tietoja. Yhden yhtiön aineistoa ei täydennetty riittävyyslaskelman tiedoilla, koska kalibrointiaineiston ja riittävyyslaskelman tiedoissa oli merkittäviä eriäväisyyksiä.

5 Teoriaa

Seuraavassa jaksossa johdetaan teoriaa, johon vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin keskihajontojen kalibroinnin metodologia perustuu. Päämääränä on yhtiön kokonaisvahinkomenon mallintaminen siten, että sen avulla voidaan tehdä päätelmiä vakuutusmaksuriskin vahinkosuhteen ja vastuuvelkariskin riittävyyssuhteen tilastollisista ominaisuuksista.

5.1 Poisson-muuttujan ominaisuuksia

Oletetaan, että yhtiön maksettaviksi tulevia vahinkoja tapahtuu sellaisena prosessina, että ei ole mahdollista ennustaa yksittäisten vahinkojen ajankohtaa eikä sattuneiden vahinkojen lukumäärää tiettynä ajankohtana. Olkoon $\{N(t), t \geq 0\}$ vahinkojen laskuriprosessi, joka kertoo, montako vahinkoa on päätynyt yhtiön maksettaviksi yhteensä hetkeen t mennessä.

Määritelmä 5.1. Laskuriprosessi $\{N(t), t \geq 0\}$ on *(homogeeninen) Poisson-prosessi*, jos se täyttää seuraavat ehdot:

1. $N(0) = 0$ todennäköisyydellä yksi

2. Prosessilla on riippumattomat ja stationaariset lisäykset, toisin sanoen satunnaismuuttujan $N(t+s) - N(t)$ jakauma ei riipu ajankohdasta t, vaan ainoastaan ajankohtien välisestä etäisyydestä s kaikilla $t \geq 0$ ja $s > 0$

3. Satunnaismuuttuja $N(t+s) - N(t)$ on Poisson-jakautunut intensiteetillä λt, jolloin kaikille $t \geq 0$ ja $s > 0$ pätee

$$p_k = \mathbb{P}(N(t+s) - N(t) = k) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!}, \qquad k = 0, 1, \ldots$$

4. Prosessin $\{N(t), t \geq 0\}$ realisaatioiden polut ovat oikealta jatkuvia todennäköisyydellä yksi, kun $t \geq 0$, ja niillä on olemassa vasemmanpuoleiset raja-arvot, kun $t > 0$.

Jatkossa kohdistetaan vahinkojen lukumäärän tarkastelu vuoden aikajaksolle, jolloin vahinkojen lukumäärän intensiteetiksi saadaan $\lambda t = \lambda \frac{365}{365} = \lambda$. Kohdan 1 nojalla $N(t) = N(t) - N(0) \sim Pois(\lambda)$.

Poisson-jakautuneen satunnaismuuttujan $N = N(t)$ momentit generoiva funktio on

$$\begin{aligned} M_N(s) = \mathbb{E}\big[e^{sN}\big] &= \sum_{k=0}^{\infty} e^{sk} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda e^s)^k}{k!} \overset{(1)}{=} e^{-\lambda} e^{\lambda e^s} \\ &= e^{\lambda(e^s-1)}, \end{aligned} \tag{5.1}$$

missä kohta (1) seuraa eksponenttifunktion $f(\lambda) = e^{\lambda e^s}$ sarjakehitelmästä

$$e^{\lambda e^s} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} \lambda = \lambda e^s + \frac{\lambda^2}{2!} e^{2s} + \frac{\lambda^3}{2!} e^{3s} + \dots. \tag{5.2}$$

Poisson-muuttujan todennäköisyydet generoiva funktio on

$$G_N(s) = \mathbb{E}\big[s^N\big] = M_N(\ln s) = e^{\lambda(s-1)}, \tag{5.3}$$

jolloin muuttujan odotusarvo ja varianssi voidaan muodossa

$$\mathbb{E}[N] = G_N'(1) = \lambda e^{\lambda(s-1)}\big|_{s=1} = \lambda, \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}(N) &= G_N''(1) - \mathbb{E}[N] + \mathbb{E}[N]^2 \\ &= \lambda^2 e^{\lambda(s-1)}\big|_{s=1} + \lambda - \lambda^2 = \lambda. \end{aligned} \tag{5.5}$$

Lause 5.2. Olkoot $N_1, \dots, N_m$ toisistaan riippumattomia Poisson-muuttujia, joiden intensiteetit ovat $\lambda_1, \dots, \lambda_m$. Tällöin summa $N_1 + \dots + N_m$ on Poisson-jakautunut intensiteetillä $\lambda_1 + \dots + \lambda_m$.

Todistus. Summan momentit generoiva funktio on

$$M_{N_1+\dots+N_m}(s) = \mathbb{E}\big[e^{s(N_1+\dots+N_m}\big] \overset{\perp}{=} \prod_{j=1}^{m} \mathbb{E}\big[e^{sN_j}\big] = \prod_{j=1}^{m} e^{\lambda_j(s-1)} = e^{\left(\sum_{j=1}^m \lambda_j\right)(s-1)}.$$

Kyseessä on Pois($\sum_{j=1}^m \lambda_j$)-jakautuneen satunnaismuuttujan momentit generoiva funktio, mikä todistaa väitteen. □

5.1.1 Sekoitettu Poisson-muuttuja

Tapauksessa, jossa Poisson-muuttujan intensiteetti ei pysy vakiona, vaan on altis satunnaisheilahteluille, voidaan intensiteettiparametri mallintaa satunnaismuuttujana Λ, jolle $\mathbb{E}[\Lambda] = \lambda$, tai vaihtoehtoisesti stationaarisena stokastisena prosessina $\Lambda := \lambda_t$, $t > 0$. Muuttujaa Λ kutsutaan *sekoitusmuuttujaksi* ja vahinkojen lukumäärää N kutsutaan *sekoitetuksi Poisson-muuttujaksi.*

Merkitään sekoitusmuuttujan Λ jakaumaa $F_\Lambda(\lambda) = \mathbb{P}(\Lambda \leq \lambda)$. Vahinkojen lukumäärän N pistetodennäköisyysfunktio on

$$p_k = \int_0^\infty e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \, dF_\Lambda(\lambda), \qquad k = 0, 1, \ldots \tag{5.6}$$

joten muuttujan N momentit generoivaksi funktioksi saadaan

$$\begin{aligned}
M_N(s) = \mathbb{E}\big[e^{sN}\big] &= \sum_{k=0}^\infty \int_0^\infty e^{sk-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \, dF_\Lambda(\lambda) \\
&= \int_0^\infty e^{-\lambda} \sum_{k=0}^\infty \frac{(\lambda e^s)^k}{k!} \, dF_\Lambda(\lambda) \\
&= \int_0^\infty e^{-\lambda} \sum_{k=0}^\infty \frac{(\lambda e^s)^k}{k!} \, dF_\Lambda(\lambda) \\
&= \int_0^\infty e^{-\lambda} e^{\lambda e^s} \, dF_\Lambda(\lambda) \\
&= \int_0^\infty e^{\lambda(e^s - 1)} \, dF_\Lambda(\lambda) = \mathbb{E}\big[e^{\Lambda(e^s-1)}\big] \\
&= M_\Lambda(e^s - 1).
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Nyt voidaan sekoitetun Poisson-muuttujan ensimmäiset momentit ja varianssi esittää muodossa

$$\mathbb{E}[N] = M_N'(0) = e^s M_\Lambda'(e^s - 1)\big|_{s=0} = M_\Lambda'(0) = \lambda, \tag{5.8}$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}\big[N^2\big] &= M_N''(0) = e^{2s} M_\Lambda''(e^s - 1) + e^s M_\Lambda'(e^s - 1)\big|_{s=0} \\
&= M_\Lambda''(0) + M_\Lambda'(0) = \mathbb{E}\big[\Lambda^2\big] + \mathbb{E}[\Lambda] \\
&= \mathrm{Var}(\Lambda) - \lambda^2 + \lambda,
\end{aligned} \tag{5.9}$$

$$\mathrm{Var}(N) = \lambda + \mathrm{Var}(\Lambda)\,. \tag{5.10}$$

5.2 Kokonaisvahinkomenon mallintaminen

Tarkastelun kohteena on tietyllä aikajaksolla (esimeriksi vuoden aikana) maksetut vahinkomenot, jolloin kokonaisvahinko Y muodostuu maksettujen vahinkojen summana

$$Y = \sum_{j=1}^N Z_j,$$

missä oletetaan, että yksittäisten vahinkojen koot $Z_1, \ldots, Z_N$ ovat toisistaan riippumattomat ja samoin jakautuneet keskiarvolla $\mu < \infty$ ja varianssilla $\sigma^2 < \infty$. Muuttujaa Y kutsutaan *yhdistetyksi muuttujaksi*. Tapauksessa, jossa vahinkojen lukumäärä N on Poisson-jakautunut, muuttujaa Y kutsutaan *yhdistetyksi Poisson-muuttujaksi*.

Lause 5.3. Oletetaan, että vahinkojen koot $Z_1, \ldots, Z_N$ ovat toisistaan riippumattomat ja samoin jakautuneet. Tällöin kokonaisvahingon momentit generoiva funktio on

$$M_Y(s) = G_N(M_Z(s)). \tag{5.11}$$

Todistus. Muuttujien $Z_1, \ldots, Z_N$ riippumattomuuden nojalla

$$\begin{aligned} M_Y(s) &= \mathbb{E}\Big[e^{s\sum_{j=1}^N Z_j}\Big] = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E}\Big[e^{s\sum_{j=1}^N Z_j} | N = k\Big]\, p_k \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E}\Big[e^{s\sum_{j=1}^k Z_j} | N = k\Big]\, p_k = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E}\left[\prod_{j=1}^{k} e^{sZ_j}\right] p_k \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E}\big[e^{sZ}\big]^k p_k = G_N\left(\mathbb{E}\big[e^{sZ}\big]\right) \\ &= G_N(M_Z(s)) \end{aligned} \tag{5.12}$$

kaikille $s \geq 0$. □

Seuraus 5.4. Oletetaan, että satunnaismuuttujien N ja Z ensimmäinen ja toinen momentti ovat äärellisinä olemassa. Tällöin yhdistetyn muuttujan Y kaksi ensimmäistä momenttia ja varianssi voidaan kirjoittaa muodossa

$$\mathbb{E}[Y] = \mathbb{E}[N]\,\mathbb{E}[Z]\,, \tag{5.13}$$

$$\mathbb{E}\big[Y^2\big] = EN^2\mathbb{E}[Z]^2 \; + \mathbb{E}[N]\operatorname{Var}(Z)\,, \tag{5.14}$$

$$\operatorname{Var}(Y) = \operatorname{Var}(N)\,\mathbb{E}[Z]^2 + \mathbb{E}[N]\operatorname{Var}(Z)\,. \tag{5.15}$$

Todistus. Lauseen 5.3 nojalla yhdistetyn muuttujan Y ensimmäiset kaksi momenttia ovat

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[Y] &= M_Y'(0) = M_Z'(0)\, G_N(M_Z(0)) = M_Z(0) G_N(1) = \mathbb{E}[N]\,\mathbb{E}[Z]\,, && (5.16)\\
\mathbb{E}\big[Y^2\big] &= M_Y''(0) = M_Z'(0)^2 G_N''(M_Z(0)) + M_Z''(0) G_N'(M_Z(0)) \\
&= M_Z'(0)^2 G_N(1) + M_Z''(0) G_N'(1) \\
&= \mathbb{E}[Z]^2\,\mathbb{E}[N(N-1)] + \mathbb{E}\big[Z^2\big]\,\mathbb{E}[N] \\
&= \mathbb{E}\big[N^2\big]\,\mathbb{E}[Z]^2 + \mathbb{E}[N]\operatorname{Var}(Z)\,. && (5.17)
\end{aligned}$$

Sekoitetun muuttujan Y varianssiksi saadaan

$$\begin{aligned}
\operatorname{Var}(Y) &= \mathbb{E}\big[N^2\big]\,\mathbb{E}[Z]^2 + \mathbb{E}[N]\operatorname{Var}(Z) - \mathbb{E}[N]^2\,\mathbb{E}[Z]^2 \\
&= \operatorname{Var}(N)\,\mathbb{E}[Z]^2 + \mathbb{E}[N]\operatorname{Var}(Z)\,.
\end{aligned} \tag{5.18}$$

□

Seurauksen 5.4 nojalla yhdistetyn Poisson-muuttujan odotusarvo ja varianssi voidaan kirjoittaa muodossa

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[Y] &= \mathbb{E}[N]\,\mathbb{E}[Z] = \lambda\mu && (5.19)\\
\operatorname{Var}(Y) &= \mathbb{E}[N]\operatorname{Var}(Z) + \operatorname{Var}(N)\,\mathbb{E}[Z]^2 \\
&= \lambda(\sigma^2 + \mu^2), && (5.20)
\end{aligned}$$

jos Poisson-muuttujan N sekoitusparametri on vakio. Vastaavasti jos N on sekoitettu Poisson-muuttuja, voidaan *yhdistetyn sekoitetun Poisson-muuttujan* odotusarvo ja varianssi esittää muodossa

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[Y] &= \mathbb{E}[N]\,\mathbb{E}[Z] = \mathbb{E}[\Lambda]\,\mu = \lambda\mu, && (5.21)\\
\operatorname{Var}(Y) &= \mathbb{E}[N]\operatorname{Var}(Z) + \operatorname{Var}(N)\,\mathbb{E}[Z]^2 \\
&= \mathbb{E}[\Lambda]\,\sigma^2 + (\mathbb{E}[\Lambda] + \operatorname{Var}(\Lambda))\,\mu^2 \\
&= \lambda(\mu^2 + \sigma^2) + \mu^2 \operatorname{Var}(\Lambda)\,. && (5.22)
\end{aligned}$$

Joissain tapauksissa ei ole mielekästä olettaa, että yksittäisten vahinkojen keskiarvo ja varianssi pysyisivät ajassa vakioina. Vahinkojen kokoon vaikuttavat tosiaan useat taustatekijät, jotka ovat alttiita satunnaisille, periodisille tai ennakoitavissa oleville muutoksille. Tällaisia taustatekijöitä ovat esimerkiksi sääolosuhteet, jotka vaihtelevat sekä vuodenaikojen mukaan että vuosittain, lainsäädäntö, joka voi vaikuttaa mm. vahinkojen sattumiseen, niiden raportointiin ja jakaumaan, ja muutokset terveydenhuollon kustannuksissa ja yhtiön sopimuspolitiikassa.

Vahingon koon Z keskiarvoa ja varianssia voidaan siis mallintaa stokastisina prosesseina μ_t ja σ_t^2, $t \geq 0$, jolloin voi olla luontevaa esittää myös parametri λ stokastisena prosessina λ_t. Tässä ei enää tehdä oletusta prosessien μ_t ja λ_t riippumattomuudesta. Yhtälöiden (5.21) ja (5.22) nojalla kokonaisvahingon odotusarvoksi ja varianssiksi saadaan

$$\mathbb{E}[Y] = \mathbb{E}[\lambda_t \mu_t]\,, \tag{5.23}$$

$$\mathrm{Var}(Y) = \mathbb{E}\big[\lambda_t(\mu_t^2 + \sigma_t^2)\big] + \mathrm{Var}(\lambda_t \mu_t)\,. \tag{5.24}$$

5.3 Jakauman sovittaminen aineistoon

Kokonaisvahingon jakauma on tyypillisesti hyvin epäsymmetrinen, jolloin valtaosa todennäköisyysmassasta keskittyy pienempiin ja keskikokoisiin vahinkoihin, mutta niitä isommat harvat vahingot saattavat olla kokoluokaltaan myös erittäin suuria. Tällöin kokonaisvahingon mallintaminen normaalijakaumalla ei tule kyseeseen. Yleensä käytetäänkin gamma- tai log-normaalijakaumaa, joiden parametreja säätämällä voidaan päästä lähelle toivotunlaista jakauman muotoa.

Yleensä jakauman valinta voidaan tehdä estimoimalla useamman eri jakauman jakaumaparametrit aineistosta ja vertailemalla mallien sopivuutta keskenään. Siinäkin tilanteessa, jossa aineiston oletetaan noudattavan tiettyjä jakaumaa, on yleensä tarpeen kalibroida jakaumaparametrit uudelleen, kun saatavilla on uutta aineistoa. Yleisemmin käytettyjä menetelmiä jakaumaparametrien estimointiin on suurimman uskottavuuden eli ML-menetelmä (engl. *maximum likelihood estimation*).

Määritelmä 5.5. (Suurimman uskottavuuden menetelmä) Oletetaan, että satunnaismuuttujasta Z saadut havainnot z_i, $i = 1, \ldots, n$, ovat peräisin todennäköisyysjakaumasta, jonka tiheysfunktio on $f_z(z; \theta_1, \ldots, \theta_k)$. Tällöin jakaumaparametrien θ_j, $j = 1, \ldots, k$, ML-estimaattoreiksi kutsutaan parametreja $\hat{\theta}_j$, jotka maksimoivat funktion

$$L(\theta_1, \ldots, \theta_k \,|\, \mathrm{data}) = \prod_{i=1}^{n} f_z(z_i; \theta_1, \ldots, \theta_k). \tag{5.25}$$

Joskus on mielekkäämpää tarkastella uskottavuusfunktion $L(\cdot)$ logaritmia. Koska logaritmifunktio on aidosti kasvava, saavuttaa log-uskottavuusfunktio

$$l(\theta_1, \ldots, \theta_k \,|\, \text{data}) = \ln \prod_{i=1}^{n} f_z(z_i; \theta_1, \ldots, \theta_k) = \sum_{i=1}^{n} \ln f_z(z_i; \theta_1, \ldots, \theta_k) \tag{5.26}$$

maksiminsa samassa pisteessä kuin alkuperäinen uskottavuusfunktio.

Lause 5.6. (ML-estimaattorin invarianssiominaisuus) Jos $\hat{\theta}$ on parametrin θ ML-estimaattori, niin parametrin $\tau = g(\theta)$ ML-estimaattori on $g(\hat{\theta})$. Tämä pätee jokaiselle funktiolle g.

Todistus. Jos kuvaus $\theta \to g(\theta)$ on bijektio, t.s. jokaista parametrin θ arvoa vastaa yksi funktion $g(\theta)$ ja päinvastoin, niin funktiolla on olemassa käänteisfunktio, merkitään

$$\tau = g(\theta) \iff g^{-1}(\tau) = \theta.$$

Koska $g(\theta)$ on bijektio, sen käänteisfunktio on hyvin määritelty, joten voidaan määritellä funktio

$$L^*(\tau \,|\, \text{data}) = \prod_{i=1}^{n} f_z(g^{-1}(\tau); z_i) = L(g^{-1}(\tau) \,|\, \text{data}). \tag{5.27}$$

Tällöin funktion $L^*(\tau \,|\, \text{data})$ maksimi saavutetaan pisteessä $g^{-1}(\hat{\theta})$ eli

$$\sup_{\tau} L^*(\tau \,|\, \text{data}) = \sup_{\tau} L(g^{-1}(\tau) \,|\, \text{data}) = \sup_{\theta} L(\theta \,|\, \text{data}) \tag{5.28}$$

joten $\hat{\tau} = \widehat{g(\theta)} = g(\hat{\theta})$.

Jos kuvaus $\theta \to g(\theta)$ ei ole bijektio, niin siinä tapauksessa määritellään parametrille τ ns. *indusoitu uskottavuusfunktio*

$$L^*(\tau \,|\, \text{data}) = \sup_{\theta : g(\theta) = \tau} L(\theta \,|\, \text{data}), \tag{5.29}$$

jolloin havaitaan, että

$$\max_{\tau} L^*(\tau \,|\, \text{data}) = \max_{\theta : g(\theta) = \tau} L(\theta \,|\, \text{data}) = \max_{\tau} L(\tau \,|\, \text{data}). \tag{5.30}$$

Olkoon $\hat{\tau}$ parametriarvo, joka maksimoi funktion $L^*(\tau \,|\, \text{data})$, ja $\hat{\theta}$ parametriarvo, joka maksimoi vastaavasti funktion $l(\theta \mid \text{data})$. Nyt

$$\begin{aligned} L^*(\hat{\tau} \mid \text{data}) &= \sup_{\tau} \sup_{\theta: g(\theta)=\tau} L(\theta \mid \text{data}) = \sup_{\theta} L(\theta \mid \text{data}) = L(\hat{\theta} \mid \text{data}) \\ &= \sup_{\theta: g(\theta)=\tau} L(\theta \mid \text{data}) = L^*(g(\hat{\theta}) \mid \text{data}). \end{aligned} \tag{5.31}$$

Tällöin $\hat{\tau} = g(\hat{\theta})$, joten $g(\hat{\theta})$ on parametrin $\tau = g(\theta)$ ML-estimaattori. $\square$

ML-estimaattorin invarianssiominaisuudesta on hyötyä erityisesti tilanteissa, missä kiinnostuksen kohteena ei ole parametri θ, vaan parametrin funktio $g(\theta) = \tau$. Tulos pätee myös kääntäen, eli kun uskottavuusestimoinnilla on saatu estimaatti parametrille τ, niin parametrin θ estimaatti saadaan käänteisfunktiosta $g^{-1}(\hat{\tau})$, mikäli sellainen on olemassa.

Lauseen todistuksessa vakioparametri θ voidaan korvata yhtä hyvin vektorimerkinnällä, jolloin saadaan seuraava tulos.

Seuraus 5.7. Olkoon vektori $\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\theta}_1, \ldots, \hat{\theta}_k)$ parametrivektorin $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \ldots, \theta_k)$ ML-estimaattori. Tällöin $g(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ on parametrivektorin $\boldsymbol{\tau} = g(\boldsymbol{\theta})$ ML-estimaattori. Tämä pätee jokaiselle funktiolle g.

Parametriestimoinnin yhteydessä ollaan kiinnostuneita viime kädessä siitä, kuinka lähelle eri menetelmillä saadut estimaatit osuvat niin sanottuja todellisia, ei havaittavissa olevia parametriarvoja. Siinä menetelmät hyvin usein eroavat toisistaan. Hyvin usein käytettyjä parametrin hyvyyden mittareita ovat estimaattorin harha ja tarkentuvuus.

Määritelmä 5.8. Estimaattorin *harhalla* tarkoitetaan parametrin estimaattorin odotusarvon ja parametrin välistä erotusta, merkitään

$$\text{Bias}(\hat{\theta}) = \mathbb{E}\Big[\hat{\theta}\Big] - \theta.$$

Estimaattori $\hat{\theta}$ on harhaton, jos $\text{Bias}(\hat{\theta}) = 0$.

Määritelmä 5.9. Merkitään symbolilla $\hat{\theta}_n$ estimaattoria, joka on saatu sovittamalla jakauma n suuruiseen otokseen. Estimaattori on *tarkentuva*, jos sen varianssi lähestyy asymptoottisesti nollaa otoskoon kasvaessa eli

$$\text{Var}\Big(\hat{\theta}_n\Big) \to 0, \quad \text{kun} \quad n \to \infty.$$

6 Kalibroinnin metodologia

Parantaakseen kalibroinnin yhdenmukaisuutta ja vertailtavuutta EU-maiden kesken EIOPA on määrittänyt maakohtaisten HRES-keskihajontaparametrien kalibrointia varten niin kutsutun log-normaalimenetelmän, jota on sovellettu myös yleiseurooppalaisten keskihajontaparametrien kalibrointiin. Menetelmä on alun perin johdettu vakuutusmaksuriskin keskihajontaparametrin estimointiin, joten menetelmän selostus perustuu luvusta 6.2 eteenpäin vakuutusmaksuriskin analyysin terminologiaan. Tiettyjen parametrien uudelleenmäärittelyjen jälkeen menetelmä soveltuu myös vastuuvelkariskin keskihajontaparametrin estimointiin. Siihen palataan luvussa 6.3.3.

Menetelmässä yhtiön kokonaisvahinkoa mallinnetaan log-normaalijakaumalla. Kokonaisvahingon odotusarvolle ja varianssille johdetaan kaksi eri esitystapaa, joista johdetaan vahinkosuhteen varianssille analyyttinen esitysmuoto kokonaisvahingon jakaumaparametrien avulla. Sen jälkeen tuntemattomille parametreille haetaan estimaatit suurimman uskottavuuden menetelmällä. Seuraavissa jaksoissa esitetään kalibroinnin metodologia sellaisena kuin se on annettu EIOPA:n ohjeessa [22]. Osittain seurataan myös EIOPA:n raportin [21] liitteessä 3 esitettyä selostusta, johon ohjeessa [22] annettu metodologia perustuu. Työn kirjoittaja on lisännyt selostuksiin välivaiheita ja huomautuksia, joihin palataan luvussa 7.

6.1 Ensimmäinen esitystapa

Log-normaalijakautunut satunnaismuuttuja Y voidaan kirjoittaa muodossa $Y = d + e^U$, missä $U \sim \mathcal{N}(\mu, \omega^2)$ ja d on vakio. Kokonaisvahingon tapauksessa voidaan olettaa, että $d = 0$. Satunnaismuuttujan Y kertymäfunktioksi saadaan

$$F_Y(y) = \mathbb{P}(Y \leq y) = \mathbb{P}(\ln Y \leq \ln y) = \Phi\left(\frac{\ln y - \mu}{\omega}\right), \tag{6.1}$$

missä $\Phi(\cdot)$ on standardoidun normaalijakauman kertymäfunktio. Tiheysfunktio voidaan kirjoittaa muodossa

$$f_Y(y) = F_Y'(y) = \frac{1}{\omega y}\phi\left(\frac{\ln y - \mu}{\omega}\right) = \frac{1}{y\omega\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln y - \mu)^2}{2\omega^2}}, \tag{6.2}$$

missä funktio $\phi(\cdot)$ on standardoidun normaalijakauman tiheysfunktio. Normaalijakautuneen satunnaismuuttujan momentit generoivan funktion $M_U(s) = \mathbb{E}\left[e^{sU}\right] = e^{\mu s + \frac{1}{2}\omega^2 s^2}$ avulla voidaan johtaa log-normaalijakautuneen satunnaismuuttujan momentit:

$$\mathbb{E}\big[Y^k\big] = \mathbb{E}\big[e^{kU}\big] = e^{k\mu+\frac{k}{2}\omega^2}, \tag{6.3}$$

joten kokonaisvahingon odotusarvoksi ja varianssiksi saadaan

$$\mathbb{E}[Y] = e^{\mu+\frac{1}{2}\omega^2} \tag{6.4}$$

$$\operatorname{Var}(Y) = e^{2\mu+2\omega^2} - e^{2\mu+\omega^2}. \tag{6.5}$$

6.2 Toinen esitystapa

Oletetaan, että yhtiö on solminut k kappaletta vakuutussopimuksia, joista nouseva vuotuinen vahinkojen lukumäärä noudattaa kussakin tapauksessa Poisson-jakaumaa intensiteetillä λ. Tällöin vuotuinen vahinkojen lukumäärä N noudattaa Poisson-jakaumaa intensiteetillä $k\lambda$. Lisäksi oletetaan, että yksittäisten vahinkojen koot ovat toisistaan riippumattomat ja samoin jakautuneet keskiarvolla η ja varianssilla υ^2. Toisin kuin edellä, tässä ei kuitenkaan tehdä oletuksia kokonaisvahingon jakaumasta, vaan oletetaan ainoastaan, että sen odotusarvo ja varianssi ovat äärellisinä olemassa.

Vahingon koon varianssi voidaan myös kirjoittaa muodossa $\upsilon^2 = (\alpha\eta)^2$, missä α on keskihajonnan ja keskiarvon suhdetta kuvaava variaatiokerroin. Käytännössä parametrit λ, η, ja υ^2 eivät ole välttämättä vakioita, vaan alttiita satunnaisvaihteluille. Tällöin on mielekkäämpää kuvata ko. parametreja stokastisina prosesseina, joiden realisaatiot riippuvat ajanhetkestä $t > 0$. Lisäksi oletetaan, että parametrit ovat tarkasteltavalla aikavälillä stationaarisia, jolloin niiden keskiarvo ja varianssi ovat ajan suhteen vakioita. Nyt

$$\mathbb{E}[Y] = k\mathbb{E}[\lambda_t\eta_t] \tag{6.6}$$

ja

$$\operatorname{Var}(Y) = k\mathbb{E}\big[\lambda_t\eta_t^2(\alpha_t^2+1)\big] + k^2\operatorname{Var}(\lambda_t\eta_t)\,. \tag{6.7}$$

Huomautus 6.1. *Oletus, että vahinkointensiteetti on sama kaikille yhtiön vakuuttamille asiakkaille, lienee yksinkertaistus, jota voidaan perustella tavoitteella tehdä kyseisestä mallista käyttökelpoinen. Tarkoituksena on johtaa yhtiön koosta riippuva esitysmuoto kokonaisvahingon odotusarvolle ja varianssille. Useimmissa käytännön sovellutuksissa, muun muassa laadittaessa sopimusten hinnoittelumalleja, tällaisista oletuksista on kuitenkin luovuttu, eikä myöskään vakuutussopimusten lukumäärä* k *pysy vakiona vuodesta toiseen. Periaatteessa malli voidaan johtaa myös siten, että muuttuja* N *määritellään kaikista sopimuksista nousevan vahinkojen lukumäärän* *summana, joka noudattaa Poisson-jakaumaa lauseen 5.2 nojalla. Tällöin oletusta kaikkien sopimusten samasta riskisyysasteesta ei tarvita.*

Tässä tapauksessa on mielekkäämpää kuvata kokonaisvahingon tunnuslukuja sopimusten määrän k sijaan vakuutusmaksutuottojen $x = kp$ suhteen, missä p on yksittäisestä sopimuksesta saatava etukäteen kiinnitetty vakuutusmaksu. Lisäksi määritellään stokastinen vahinkosuhdeparametri

$$\beta_t = \frac{\lambda_t \eta_t}{p}.$$

Stationaarisuusoletuksen nojalla prosessien η_t, λ_t ja α_t keskiarvot ja varianssit eivät riipu ajanhetkestä t, joten voidaan kirjoittaa

$$\mathbb{E}[\beta_t] = \beta \tag{6.8}$$

$$\mathbb{E}\left[\beta_t \eta_t (1 + \alpha_t^2)\right] = \sigma_1^2 \bar{x} \tag{6.9}$$

$$\operatorname{Var}(\beta_t) = \sigma_2^2, \tag{6.10}$$

missä β, σ_1^2 ja σ_2^2 ovat vakioita ja $\bar{x}$ on kaikkien yhtiöiden vakuutusmaksutuottojen keskiarvo. Odotusarvo $\mathbb{E}[\beta_t \eta_t (1 + \alpha_t^2)]$ on määritelty niin, että se riippuu keskikokoisen yhtiön koosta, jota tässä tapauksessa kuvaa yhtiöiden vakuutusmaksutuottojen keskiarvo $\bar{x}$. Nyt

$$\mathbb{E}[Y] = \beta x \tag{6.11}$$

ja

$$\begin{aligned} \operatorname{Var}(Y) &= x\mathbb{E}\left[\beta_t \eta_t (1 + \alpha_t^2)\right] + x^2 \operatorname{Var}(\beta_t) \\ &= \sigma_1^2 \bar{x} x + \sigma_2^2 x^2. \end{aligned} \tag{6.12}$$

Termit σ_1^2 ja σ_2^2 voidaan korvata parametreilla

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \tag{6.13}$$

$$\delta = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \tag{6.14}$$

jolloin kokonaisvahingon varianssille saadaan seuraava kvadraattinen esitystapa:

$$\operatorname{Var}(Y) = \sigma^2 \left(\delta x^2 + (1 - \delta)\bar{x} x\right). \tag{6.15}$$

Tässä vakuutusmaksutuottojen määrä toimii yhtiön koon mittarina: mitä suurempi yhtiö, sitä enemmän yhtiölle kertyy vakuutusmaksutuottoja. Vahinkosuhteen

$\frac{Y}{x}$ varianssi voidaan siis esittää vastaavalla tavalla yhtiön koon ja keskikokoisen yhtiön koon tulon sekä yhtiön koon neliön painotettuna summana

$$\operatorname{Var}\left(\frac{Y}{x}\right) = \frac{1}{x^2}\operatorname{Var}(Y) = \sigma^2\left(\delta + (1-\delta)\bar{x}x^{-1}\right), \tag{6.16}$$

missä kertoimen δ lähestyessä ykköstä vahinkosuhteen varianssi riippuu yhä vähemmän yhtiön koosta.

Huomautus 6.2. *Edellä asiakkaiden lukumäärää k ja vakuutusmaksua p on käsitelty vakioina, mikä johtaa siihen, että myös vakuutusmaksutuotto x on mallissa vakio. Niin saatetaan tyypillisesti tehdä pyrittäessä arvioimaan vuoden kokonaisvahinkoa, kun vuoden mittaan saadut vakuutusmaksutuotot oletetaan annetuiksi. Toisinaan vakuutusmaksutuottoa voidaan mallintaa myös satunnaismuuttujana, mikä tässä tapauksessa johtaisi kuitenkin merkittäviin vaikeuksiin ongelman mallintamisen kannalta.*

6.3 Vahinkosuhteen keskihajonnan estimointi

Oletetaan, että yhtiön i kokonaisvahinko Y_{it} vuonna t noudattaa log-normaalijakaumaa parametreilla μ_{it} ja ω_{it}^2, missä $i = 1,\ldots,I$ ja $t = 1,\ldots,T_i$. Kaavojen (6.4) ja (6.5) sekä yhtälöiden (6.11) ja (6.15) nojalla

$$\mathbb{E}[Y_{it}] = e^{\mu_{it}+\frac{1}{2}\omega_{it}^2} = \beta_i x_{it} \tag{6.17}$$

$$\operatorname{Var}(Y_{it}) = e^{2\mu_{it}+2\omega_{it}^2} - e^{2\mu_{it}+\omega_{it}^2} = \sigma^2\left(\delta x_{it}^2 + (1-\delta)\bar{x}x_{it}\right), \tag{6.18}$$

mistä saadaan parametreille μ_{it} ja ω_{it}^2 seuraavat esitysmuodot:

$$\mu_{it} = \ln(\beta_i x_{it}) - \frac{1}{2}\omega_{it}^2 \tag{6.19}$$

$$\omega_{it}^2 = \ln\left(1 + \frac{\operatorname{Var}(Y_{it})}{\mathbb{E}[Y_{it}]^2}\right) = \ln\left(1 + \frac{\sigma^2}{\beta_i^2}\left(\delta + (1-\delta)\bar{x}x_{it}^{-1}\right)\right). \tag{6.20}$$

Merkitään $\boldsymbol{\mu} = (\mu_{11},\ldots,\mu_{IT})$ ja $\boldsymbol{\omega^2} = (\omega_{11}^2,\ldots,\omega_{IT}^2)$. Log-normaalijakautuneen muuttujan Y_{it} uskottavuusfunktio on

$$L(\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\omega^2} \mid \text{data}) = \prod_{i=1,\ldots,I}\prod_{t=1,\ldots,T_i}\frac{1}{y_{it}\omega_{it}\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(\ln y_{it}-\mu_{it})^2}{2\omega_{it}^2}\right]. \tag{6.21}$$

Log-uskottavuusfunktioksi saadaan

$$l(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\omega^2} \,|\, \text{data}) = -\sum_{i,t} \frac{(\ln y_{it} - \mu_{it})^2}{2\omega_{it}^2} - \sum_{i,t} \left(\ln y_{it} + \ln \omega_{it} + \ln \sqrt{2\pi} \right). \tag{6.22}$$

Huomautus 6.3. *Havaitaan, että jakaumaparametrit μ_{it} ja ω_{it}^2 riippuvat yksittäisistä havainnoista x_{it}, jolloin päädytään hakemaan estimaatteja $2\sum_i T_i$ parametrille nojaamalla $\sum_i T_i$ havainnon otokseen. Lopulta uskottavuusfunktio kuitenkin redusoituu $I+1$ muuttujan funktioksi, joista I parametria ovat yhtiökohtaisia parametreja ja yksi estimoidaan koko aineistolle.*

Merkitään $\omega_{it}^2 = \pi_{it}^{-1}$. Yhtälön (6.19) nojalla

$$\ln y_{it} - \mu_{it} = \ln y_{it} - \ln \beta_i x_{it} + \frac{1}{2}\omega_{it}^2 = \ln \frac{y_{it}}{x_{it}} - \ln \beta_i + (2\pi_{it})^{-1}, \tag{6.23}$$

joten uskottavuusfunktio tulee termien $\ln y_{it}$ ja $\ln \sqrt{2\pi}$ summausoperaation jälkeen luvulla -1 kerrottuna muotoon

$$\begin{aligned} \tilde{l}(\sigma, \delta, \beta_1, \ldots, \beta_I \,|\, \text{data}) &= \sum_{i,t} \frac{1}{2}\pi_{it} \left(\ln \frac{y_{it}}{x_{it}} - \ln \beta_i + (2\pi_{it})^{-1} \right)^2 + \ln \sqrt{\pi_{it}^{-1}} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i,t} \left[\pi_{it} \left(\ln \frac{y_{it}}{x_{it}} - \ln \beta_i + (2\pi_{it})^{-1} \right)^2 - \ln \pi_{it} \right]. \end{aligned} \tag{6.24}$$

Huomautus 6.4. *Edellä merkittiin $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$ ja $\delta = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$, missä parametrit σ_1^2 ja σ_2^2 ovat yhtiökohtaisia. Taustaoletuksena on siis, että (luvun 6.2 merkinnöin) $\sigma_1^2 = \mathrm{Var}(\beta_t)$ ja $\sigma_2^2 = \mathbb{E}[\beta_t \eta_t (1 + \alpha_t^2)]\, \bar{x}^{-1}$ ovat samat kaikille yhtiöille.*

6.3.1 Redusoitu kriteerifunktio

Estimoinnin kriteerifunktiota (6.24) voidaan tarvittaessa redusoida edelleen tekemällä muuttujanvaihto

$$\gamma_i = \ln \frac{\sigma}{\beta_i},$$

jolloin

$$\omega_{it}^2 = \pi_{it}^{-1} = \ln\left(1 + e^{2\gamma_i}\left(\delta + (1-\delta)\bar{x} x_{it}^{-1}\right)\right) \tag{6.25}$$

$$u_{it} = \ln \frac{y_{it}}{x_{it}} + (2\pi_{it})^{-1} + \gamma_i. \tag{6.26}$$

Tällöin log-uskottavuusfunktiosta tulee kvadraattinen termin $\ln\sigma$ suhteen:

$$\tilde{l}(\sigma,\delta,\gamma_1,\ldots,\gamma_I\,|\,\text{data}) = \frac{1}{2}\sum_{i,t}\pi_{it}\left(u_{it}-\ln\sigma\right)^2 - \frac{1}{2}\sum_{i,t}\ln\pi_{it}. \tag{6.27}$$

Kun tästä ratkaistaan osittaisderivaatan nollakohta, saadaan

$$\frac{\partial\tilde{l}(\cdot)}{\partial(\ln\sigma)} = -\sum_{i,t}\pi_{it}\left(u_{it}-\ln\sigma\right) = 0 \tag{6.28}$$

$$\Rightarrow \widehat{\ln\sigma} = \frac{\sum_{i,t}\pi_{it}u_{it}}{\sum_{i,t}\pi_{it}}, \tag{6.29}$$

joka on funktion (6.27) minimikohta. Tämä voidaan vahvistaa esimerkiksi tutkimalla toista osittaisderivaattaa termin $\ln\sigma$ suhteen:

$$\frac{\partial^2\tilde{l}(\cdot)}{\partial(\ln\sigma)^2} = \sum_{i,t}\pi_{it} = \sum_{i,t}\frac{1}{\ln\left(1+e^{2\gamma_i}\left(\delta+(1-\delta)\bar{x}x_{it}^{-1}\right)\right)} > 0, \tag{6.30}$$

sillä $\ln\left(1+e^{2\gamma_i}\left(\delta+(1-\delta)\bar{x}x_{it}^{-1}\right)\right) > \ln 1 = 0$.

Huomautus 6.5. *Lauseen 5.6 nojalla funktion 6.27 minimikohta on samalla myös funktion 6.24 minimikohta, siis* $e^{\widehat{\ln\sigma}} = \widehat{\sigma}$.

Kun (6.29) sijoitetaan log-uskottavuusfunktioon muuttujien $\delta,\gamma_1,\ldots,\gamma_I$ funktiona, estimoinnin kriteerifunktio redusoituu lopulta $I+1$ muuttujan funktioksi

$$\ddot{l}(\delta,\gamma_1,\ldots,\gamma_I\,|\,\text{data}) = \frac{1}{2}\sum_{i,t}\pi_{it}(u_{it}-\widehat{\ln\sigma}(\delta,\gamma_1,\ldots,\gamma_I))^2 - \frac{1}{2}\sum_{i,t}\ln\pi_{it}. \tag{6.31}$$

6.3.2 Optimointi

Funktio $\ddot{l}(\cdot)$ voidaan edelleen jakaa otoskoolla n, mikä helpottaa eri suuruisilla otoksilla saatujen optimoinnin tulosten vertailtavuutta. Optimointiongelma tulee lopulta muotoon

$$\begin{array}{ll} \displaystyle\min_{\delta,\gamma_1,\ldots,\gamma_I} & \displaystyle\frac{1}{2n}\sum_{i,t}\pi_{it}\left(u_{it}-\frac{\sum_{i,t}\pi_{it}u_{it}}{\sum_{i,t}\pi_{it}}\right)^2 - \frac{1}{2n}\sum_{i,t}\ln\pi_{it} \\ \text{s.t.} & 0\le\delta\le 1, \end{array}$$

missä

$$\pi_{it} = \frac{1}{\ln\left(1 + e^{2\gamma_i}\left(\delta + (1-\delta)\bar{x}x_{it}^{-1}\right)\right)}$$
$$u_{it} = \ln\frac{y_{it}}{x_{it}} + (2\pi_{it})^{-1} + \gamma_i.$$

Ongelmalle ei löydy analyyttistä ratkaisua, joten parametrien estimointiin on sovellettava numeerisia optimointimenetelmiä. Tällöin on erityisen tärkeää varmistua ratkaisun optimaalisuudesta kokeilemalla eri algoritmeja eri aloituspisteillä. Mahdollisten poikkeavien havaintojen vaikutuksen poissulkemiseksi mallin sovittamisen jälkeen aineistosta poistetaan havainnot, joiden standardoidut jäännökset jäävät normaalijakauman $\pm\Phi^{-1}\left(\frac{n}{n+1}\right)$-kvantiilien ulkopuolelle, ja sovitetaan malli uudelleen aineistoon, josta nämä poikkeavat havainnot on poistettu. Seuraavaksi poistetaan taas poikkeavat havainnot ja lasketaan parametriestimaatit kolmannen kerran. Koska $\ln Y_{it} \sim \mathcal{N}\left(\ln(\beta_i x_{it}) - \frac{1}{2}\pi_{it}^{-1}, \pi_{it}^{-1}\right)$, niin standardoidut jäännökset saadaan tekemällä muunnos

$$\frac{\ln y_{it} - \hat{\mu}_{it}}{\hat{\omega}_{it}} = \frac{\ln y_{it} - \ln(\hat{\beta}_i x_{it}) + \frac{1}{2}\hat{\pi}_{it}^{-1}}{\sqrt{\hat{\pi}_{it}^{-1}}} = \sqrt{\hat{\pi}_{it}}\left(\ln\frac{y_{it}}{x_{it}} - \ln\hat{\beta}_i + (2\hat{\pi}_{it})^{-1}\right), \quad (6.32)$$

missä merkinnällä $\widehat{}$ varustetut parametriarvot on laskettu sijoittamalla estimoinnin tuloksena saadut parametriestimaatit vastaavien parametrien lausekkeisiin.

EIOPA:n ohjeen [22] mukaan kolmannen kierroksen lopussa saatu parametriestimaatti ei ole harhaton. Keskimäärin harhattoman estimaatin saamiseksi parametrille $\widehat{\sigma}$ on ohjeen mukaan tehtävä seuraava harhattomuuskorjaus:

$$\bar{\sigma} = \widehat{\sigma}\,\frac{\Gamma\left(\frac{n-I}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-I+1}{2}\right)}\sqrt{\frac{n}{2}}. \quad (6.33)$$

Huomautus 6.6. *Harhattomuuskorjauksen kaavalle 6.33 ei ole esitetty todistusta lähteissä. Toisaalta kaavan 6.29 nojalla voidaan päätellä, että parametri $\widehat{\sigma}$ ei tosiaan ole harhaton. Tähän palataan luvussa 7.*

6.3.3 Aineistot

Vakuutusmaksuriskin keskihajonnan kalibrointi perustuu vahinkovuosittaiseen aikasarja-aineistoon, missä:

1. y_{it} on yhtiön i arvioitu sattumisvuoden t lopullinen korvausmeno Y_t^{YE} eli kokonaisvahinko.

2. x_{it} on yhtiön i vakuutusmaksutuotto eli vakuutusmaksun volyymi X_t vuonna t.

Vastuuvelkariskin aineistona käytetään vastaavasti tilivuosittaista aikasarja-aineistoa, missä:

1. Kokonaisvahingon y_{it} tilalle sijoitetaan ennen tilivuotta t sattuneiden vahinkojen lopullinen korvausmenoarvio Y_t.

2. Vakuutusmaksutuottojen x_{it} tilalle sijoitetaan yhtiön i korvausvastuun paras estimaatti tilivuoden t alussa $W_{s \leq t-1}(t-1)$.

Aineistojen tarkemmat määrittelyt on annettu luvussa 4.2.

6.4 Parametrin $\bar{\sigma}$ skaalaus

Vahinkosuhteen varianssi esitettiin edellä muodossa

$$\mathrm{Var}\left(\frac{Y_{it}}{x_{it}}\right) = \bar{\sigma}^2 \left(\delta + (1-\delta)\bar{x}x_{it}^{-1}\right),$$

joten yleisesti ottaen harhaton parametriestimaatti $\bar{\sigma}$ muodostaa vain osan vahinkosuhteen keskihajonnasta. Vain siinä erityistapauksessa, missä $\delta \approx 1$, jolloin yhtiöt ovat keskenään hyvin homogeenisia, lopullinen HRES-keskihajontaparametri on $\bar{\sigma}\sqrt{\delta} = \bar{\sigma}$. Muulloin termi $\left(\delta + (1-\delta)\bar{x}x_{it}^{-1}\right)$ riippuu yksittäisistä havainnoista, joten ei ole olemassa yhtä keskihajontaparametria, joka sopisi kaikille yhtiöille. On siis löydettävä kompromissi pienemmän ja suuremman keskihajonnan omaavien yhtiöiden välillä niin, että harhaton parametriestimaatti $\bar{\sigma}$ skaalattuna sopivalla kertoimella $\kappa > 0$ sopii annetulle yhtiöjoukolle mahdollisimman hyvin eli

$$\bar{\sigma}\kappa \approx \bar{\sigma}\sqrt{\delta + (1-\delta)\bar{x}x_{it}^{-1}} \qquad \forall i = 1, \ldots, I,\ t = 1, \ldots, T_i.$$

Parametri $\bar{\sigma}$ voidaan tulkita annetussa vakuutuslajissa ns. keskikokoisen, kokoa $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i,t} x_{it}$ olevan yhtiön vahinkosuhteen keskihajonnaksi. Merkitään

$$\kappa_i = \sqrt{(1-\delta)\bar{x}\bar{x}_i^{-1} + \delta},$$

missä termi $\bar{x}_i$ on yhtiön i koko, joka voidaan laskea yhtiön havaintojen keskiarvona:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{T_i}\sum_{t=1}^{T_i} x_{it}.$$

Yhtiön i vahinkosuhteen hajonta voidaan siis kirjoittaa muodossa

$$\sigma_i = \bar{\sigma}\kappa_i = \bar{\sigma}\sqrt{(1-\delta)\bar{x}\bar{x}_i^{-1} + \delta},$$

joten tästä seuraa, että $\bar{\sigma}\kappa_i > \bar{\sigma}$, jos $\bar{x}_i < \bar{x}$, ja $\bar{\sigma}\kappa_i < \bar{\sigma}$, jos $\bar{x}_i > \bar{x}$. Lisäksi havaitaan, että yhtiön koon $\bar{x}_i$ kasvaessa keskihajonta σ_i lähestyy termiä $\bar{\sigma}\sqrt{\delta}$. Parametrin $\bar{\sigma}$ avulla laskettu pääomavaatimus olisi näin ollen liian pieni keskimääräistä pienemmille yhtiöille ja liian iso keskimääräistä suuremmille yhtiöille. Ero korostuu, mitä epätasaisemmin asiakkaat ovat jakautuneet yhtiöiden kesken, ja yhtiöiden koon keskiarvo $\bar{x}$ ei välttämättä vastaa edes likimääräisesti minkään todellisen yhtiön kokoa. Lopullisen skaalauskertoimen κ valintakriteerit riippuvat viime kädessä siitä, millaisiin tavoitteisiin on yhtiöiden kokojakauman perusteella mahdollista päästä.

Käyttämällä i:nneksi suurimmasta yhtiöstä merkintää x_i voidaan yhtiökohtaiset kertoimet κ_i laittaa suuruusjärjestykseen

$$\kappa_1 < \kappa_2 < \ldots < \kappa_I, \text{ kun } \quad x_I > x_{I-1} > \ldots > x_1.$$

Yhtiötä i kutsutaan yhteensopivaksi (engl. *compliant*), jos

$$\sigma_i = \bar{\sigma}\sqrt{(1-\delta)\bar{x}\bar{x}_i^{-1} + \delta} \leq \kappa\bar{\sigma}$$

eli

$$\kappa_i \leq \kappa.$$

Apumuuttujan $0 \leq \rho \leq 1$ avulla voidaan määrittää yhteensopivuusfunktio porrasfunktiona

$$C_\rho(\kappa) = \frac{\sum_i x_i^\rho \mathbb{1}_{\kappa \geq \kappa_i}}{\sum_i x_i^\rho},$$

missä $\mathbb{1}_{\kappa \geq \kappa_i}$ on ehdon $\kappa \geq \kappa_i$ indikaattorifunktio

$$\mathbb{1}_{\kappa \geq \kappa_i} = \begin{cases} 1, & \kappa \geq \kappa_i \\ 0, & \kappa < \kappa_i \end{cases}.$$

Tässä muuttuja ρ voidaan tulkita siten, että:

1. Jos $\rho = 0$, niin $C_\rho(\kappa)$ kuvaa yhteensopivien yhtiöiden osuutta.

2. Jos $\rho = 1$, niin $C_\rho(\kappa)$ kuvaa yhteensopivien asiakkaiden lukumäärän osuutta.

Porrasfunktiona funktiolla $C(\kappa)$ ei ole käänteisfunktiota kaikille parametrin κ

arvoille. Mikäli siis tavoitteena on valita sellainen κ, että $C(\kappa) = p$ jollekin $p \in [0,1]$, voidaan määritellä funktio $C(\kappa)$ uudelleen paloittain lineaarisena funktiona

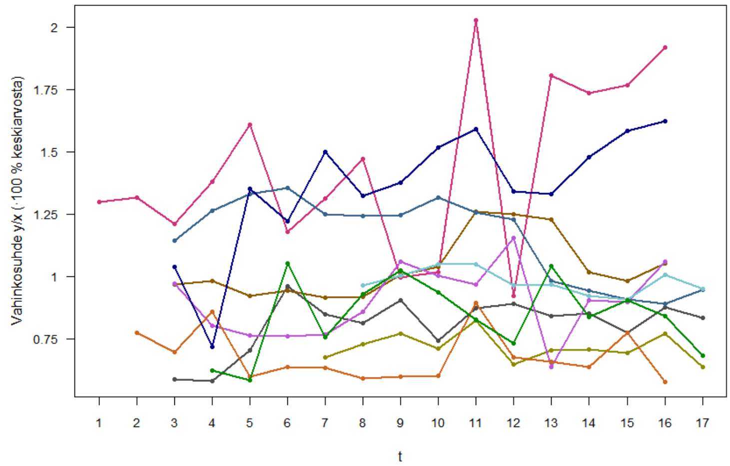
$$C^*(\kappa) = \begin{cases} 0, & \kappa < \sqrt{\delta} \\ C(\kappa_i) + \dfrac{C(\kappa_{i+1}) - C(\kappa_i)}{\kappa_{i+1} - \kappa_i}(\kappa - \kappa_i), & \kappa_i \leq \kappa < \kappa_{i+1},\ i = 0, \dots, I-1 \\ 1, & \kappa_I \leq \kappa \end{cases}$$

josta skaalauskerroin κ ratkaistaan ehdoista

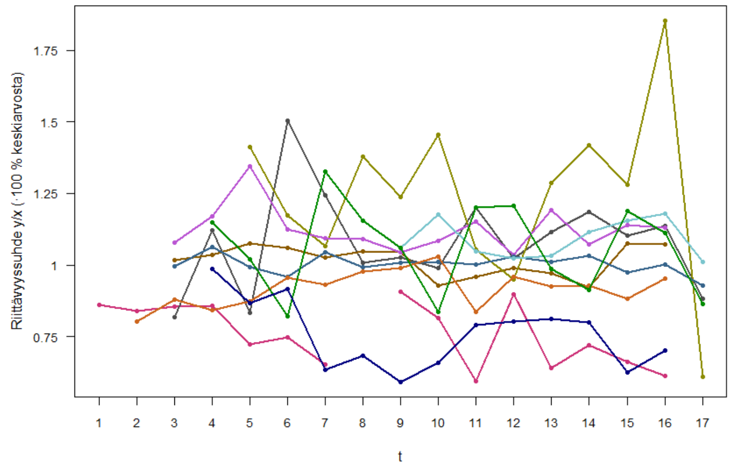
$$\kappa = \begin{cases} \sqrt{\delta}, & p = 0 \\ \kappa_i + \dfrac{\kappa_{i+1} - \kappa_i}{C(\kappa_{i+1}) - C(\kappa_i)}\left(p - C(\kappa_i)\right), & C(\kappa_i) \leq p < C(\kappa_{i+1})\ . \\ \kappa_I, & p = 1 \end{cases}$$

7 Parametrien estimointi

Aineistossa oli mukana yksitoista yhtiötä, joista yksi jätettiin pois yhtiön toiminnan ja yhtiön aineiston muista poikkeavan luonteen vuoksi. Parametrien estimointi suoritettiin siis kaikkiaan kymmenen yhtiön aineiston perusteella. Vahinkosuhteiden ja yhdistettyjen riittävyyssuhteiden aineistot kattoivat vuodet 2000–2016. Yhtiökohtaisten havaintoaineistojen aikahaarukka oli vakuutusmaksuriskin aineistossa 10–16 vuotta ja vastuuvelkariskin aineistossa 8–16 vuotta, mikä rajoittui negatiivisten havaintojen poistamisen jälkeen 7–15 vuoteen.



Kuva 5: Vakuutusmaksuriskin aineistot. Kuvassa yhtiökohtaiset vahinkosuhteet suhdelukuina vuosina 2000–2016.



Kuva 6: Vastuuvelkariskin aineistot. Kuvassa yhtiökohtaiset riittävyyssuhteet suhdelukuina vuosina 2000–2016.

Vuonna 2005 tuli voimaan täyskustannusvastuu- eli TÄKY-uudistus, jonka jälkeen vakuutusyhtiö maksaa julkisessa terveydenhuollossa annetusta sairaanhoidosta aiheutunut hoitokustannuksen (*TÄKY-maksu*) suoraan hoitopalvelusta vastaavalle kunnalle. Lisäksi vahingoittuneelle korvataan tältä peritty asiakasmaksu. TÄKY-uudistuksen vuoksi on tehty muutoksia vakuutusyhtiöiden korvausvastuun laskentaan vuonna 2005 (joissain tapauksissa vuonna 2004, koska osa yhtiöistä otti uudet laskentaperusteet käyttöön ennen uudistuksen voimaan tuloa) ja uudistuksen on arvioitu kasvattaneen yhtiöille ilmoitettujen vahinkojen lukumäärää kymmenellä prosentilla [30].

TÄKY-uudistuksen vaikutusta parametriestimaatteihin testattiin sovittamalla malli aikasarja-aineistoon, josta on poistettu TÄKY-uudistusta edeltävät havaintovuodet 2000–2005, ja vertaamalla tuloksia vuosien 2000–2016 aineistoihin sovitettuihin parametriarvoihin.

7.1 Skaalauskertoimen κ valinta

EIOPA on vuoden 2018 kalibroinnissa soveltanut skaalauskertoimen κ valintaan seuraavia kriteerejä:

1. Vähintään 65 % yhtiöistä on yhteensopivia eli $C_0(\kappa) \geq 0{,}65$
2. Vähintään 95 % asiakkaista on yhteensopivia eli $C_1(\kappa) \geq 0{,}95$.

Näitä kriteerejä käytettiin tässä tutkimuksessa viitearvoina, joiden avulla voitiin mahdollistaa saatujen parametriarvojen vertailu tällä hetkellä käytössä oleviin parametriarvoihin. Viitearvoja ei pidetty kuitenkaan ehdottomina ja lisäksi katsottiin yhteensopivuusanalyysissä tarpeelliseksi ottaa huomioon myös yhtiöiden kokoihin ja asiakkaiden lukumääriin perustuvien markkinaosuuksien jakaumista tehdyt havainnot.

Ensinnäkään yhtiön yhteensopivuus ei kerro terminä mitään siitä, kuinka lähellä lopullinen keskihajontaparametri $\sigma_{(prem,s,HRES)} = \kappa\bar{\sigma}$ (tai $\sigma_{(res,s,HRES)}$) on yhtiökohtaista keskihajontaa σ_i, tai sitä, vastaako kyseisen parametrin avulla laskettu pääomavaatimus yhtiön ns. todellista, parametrin σ_i avulla laskettua pääomavaatimusta. Asettamalla $\kappa = \kappa_I$ saataisiin kaikista yhtiöistä yhteensopivia, jolloin pienimmän yhtiön pääomavaatimus yhtyisi yhtiökohtaisen keskihajonnan avulla laskettua pääomavaatimusta, mutta isoimmalle yhtiöille kyseinen parametri voisi tuottaa huomattavastikin korkeamman pääomavaatimuksen kuin mitä voidaan pitää kyseisellä yhtiölle sopivana. Yhtiön yhteensopivuus kertoo käsitteenä siis vain sen, onko parametrin $\kappa\bar{\sigma}$ avulla laskettu pääomavaatimus vähintään yhtä korkea kuin yhtiön ns. todellinen pääomavaatimus.

Skaalauskerrointa κ ei ole siis syytä asettaa sellaiselle tasolle, että kaikista yhtiöistä ja asiakkaista tulee yhteensopivia, jolloin $C_0(\kappa) = 1$ ja $C_1(\kappa) = 1$. Luvussa 6.4 esitetty menetelmä asetti yhtiöt prioriteettijärjestykseen suosien isompia yhtiöitä niin, että kertoimella κ skaalattu keskihajontaparametri tuottaa riittävän korkean pääomavaatimuksen ensin kaikkein isoimmalle yhtiölle, sitten seuraavaksi isoimmalle jne. Menetelmää voidaan perustella mm. pyrkimyksellä varmistaa ensisijaisesti niiden yhtiöiden kyky suoriutua velvollisuuksistaan, joiden maksukyvyttömyystapaus johtaisi tuhoisimpiin seurauksiin. Turvaamalla riittävän korkea (muttei liian korkea) pääomavaatimus suurimman markkinaosuuden omaaville yhtiöille tämä päämäärä voidaan saavuttaa.

Lisäksi voidaan ottaa huomioon, että HRES-optio koskee vain yhtiön NSLT-sairausvakuutusriskin vakuutusmaksu- ja vastuuvelka-alariskiosiota, jonka standardikaavan mukainen pääomavaatimus on, kuten määritelty luvussa 3.2:

$$\mathrm{SCR}_{(NSLT,pr)} = 3\,\sigma_{NSLT}\,V_{NSLT} = 3\sqrt{\sum_{s,t} \rho^{HS}_{s,t}\sigma_s\sigma_t V_s V_t}, \tag{7.1}$$

missä vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin volyymi ja keskihajonta segmentissä s määriteltiin seuraavasti:

$$V_s = (0{,}75 + 0{,}25\,DIV_s)\cdot(V_{(prem,s)} + V_{(res,s)})$$

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{\sigma^2_{(prem,s)}V^2_{(prem,s)} + \sigma_{(prem,s)}\sigma_{(res,s)}V_{(prem,s)}V_{(res,s)} + \sigma^2_{(res,s)}V^2_{(res,s)}}}{V_{(prem,s)} + V_{(res,s)}}.$$

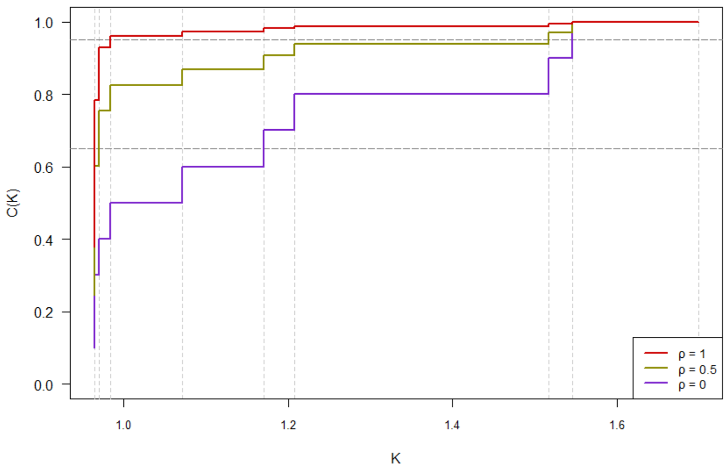
Keskihajontaparametrien $\sigma_{(prem,s,HRES)}$ ja $\sigma_{(res,s,HRES)}$ muutoksen vaikutus yhtiön pääomavaatimukseen riippuu siis viime kädessä myös volyymimittojen $V_{(prem,s)}$ ja $V_{(res,s)}$ suuruudesta ja siitä, kuinka suuri osuus yhtiön NSLT-sairausvakuutuksen alaisesta toiminnasta on sijoitettu segmenttiin s.

Yhtiöiden prioriteettijärjestys voitaisiin siis valita vaihtoehtoisesti sen perusteella, kuinka suuren suhteellisen muutoksen keskihajontaparametrin muutos aiheuttaa yhtiön pääomavaatimukseen. Oletetaan, että yhteensopivien yhtiöiden osuus $C_0(\kappa)$ halutaan asettaa vähintään tasolle $\alpha \in (0{,}1)$ ja että

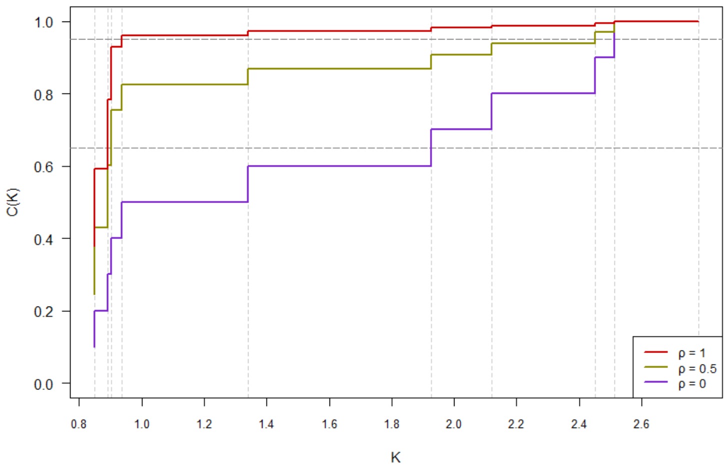
$$C_0(\kappa_i) < \alpha \quad \text{sekä} \quad C_0(\kappa_{i+1}) > \alpha$$

jollekin $i \in I$. Tavoitteeseen päästäisiin asettamalla nyt $\kappa = \kappa_{i+1}$, jolloin yhtiöstä $i+1$ tulee yhteensopiva. Kuitenkin voi olla perusteltua tutkia, miten muutos vaikuttaa yhtiöiden pääomavaatimuksiin, erityisesti yhtiön $i+1$ pääomavaatimukseen. On mahdollista, että tämän yhtiön pääomavaatimus kasvaa suhteessa hyvin vähän, mutta samalla muutokset joidenkin isompien, jo yhteensopivien yhtiöiden pääomavaatimuksissa ovat suhteessa suurempia, minkä seurauksena myös niiden pääomavaatimus nousee euromääräisesti enemmän. Siinä tilanteessa voikin olla oikeudenmukaisempaa skaalata parametri tasolle $\kappa = \kappa_i$.

EIOPA:n käyttämien yhteensopivuusosuuksien sijaan voidaan harkita myös muiden kriteerien käyttöä, esimerkiksi parametriksi κ voidaan valita yhtiökohtaisten κ_i-lukujen keskiarvo tai mediaani. Parametri κ voidaan ratkaista myös suoraan luvussa 6.4 määritellystä paloittain lineaarisesta funktiosta siten, että $C_0^*(\kappa) = \alpha$. Edellä kuvatun dilemman tapauksessa saataisiin tällöin parametri, jolle pätee $\kappa_i < \kappa < \kappa_{i+1}$. Vaihtoehtoisesti voidaan hyödyntää funktiota $C_\rho(\kappa)$ joillain muilla parametrin ρ arvoilla, jolloin funktio kuvaa ns. hybridiportfoliota, jossa painotetaan joko yhtiöiden (kun $0 < \rho < 0{,}5$) tai asiakkaiden (kun $0{,}5 < \rho < 1$) osuutta tai haetaan tasapainoa niiden välillä ($\rho = 0{,}5$).



Kuva 7: Vakuutusmaksuriskin yhteensopivuusfunktioiden $C_\rho(\kappa)$ kuvaajat parametrin ρ arvoilla 0, 0,5 ja 1.



Kuva 8: Vastuuvelkariskin yhteensopivuusfunktioiden $C_\rho(\kappa)$ kuvaajat parametrin ρ arvoilla 0, 0,5 ja 1.

Suomalaisten työtapaturma- ja ammattitautivakuutuksen markkinoiden keskittyneisyyttä kuvaa se, että 90 % asiakkaista on keskittynyt 40 prosentille yhtiöistä (ks. kuvat 7 ja 8). Havaitaan, että siinä, missä yli 95 % asiakkaista ovat yhteensopivia, yhteensopivien yhtiöiden osuus on vasta 50–60 %. Siis vaikka skaalausparametri κ asetettaisiinkin tasolle, jolla se tuottaa yhteensä 95 % markkinaosuuden omaaville yhtiöille riittävän korkean pääomavaatimuksen, 40–50 prosentille yhtiöistä pääomavaatimus olisi edelleen liian pieni.

Lisäksi ei ole yhteensopivien yhtiöiden 65 % osuuden saavuttaminen tarkkaan ottaen mahdollista, sillä aineisto muodostuu kymmenen yhtiön aineistoista. Siksi tutkittiin erityisesti sellaisia skaalausparametrin κ arvoja, jolla $C_0(\kappa) = 60\,\%$, $C_0(\kappa) = 70\,\%$ tai $C_0^*(\kappa) = 65\,\%$. Lisäksi tutkittiin, miten muutos vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin κ-kertoimella skaalatuissa parametriarvoissa heijastuu yhtiöiden NSLT-sairausvakuutusriskin vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin yhdistettyyn pääomavaatimukseen $\mathrm{SCR}_{(NSLT,pr)}$, joka laskettiin vuoden 2017 ja joissain tapauksissa vuoden 2016 S.26.04-raporttien[3] tietojen pohjalta. Yhtiöiden joukosta pyrittiin erottamaan se vähintään 50 % osuus, jonka pääomavaatimus muuttuisi suhteessa eniten, t.s.:

1. Yhtiöt, joiden pääomavaatimus nousee yli 5 %, jos vakuutusmaksuriskin keskihajontaa $\sigma_{(prem,3)}$ kasvatetaan yhdellä prosenttiyksiköllä. Tämä kattaa 70 %

[3] S.26.04-raportti on Solvenssi II -viranomaisraportointikokonaisuuteen kuuluva raportti, johon yhtiöt ilmoittavat sairausvakuutusriskin pääomavaatimuksensa sekä sen laskennassa tarvittavat tiedot.

yhtiöistä.

2. Yhtiöt, joiden pääomavaatimus nousee yli 3 %, jos vastuuvelkariskin keskihajontaa $\sigma_{(res,3)}$ kasvatetaan yhdellä prosenttiyksiköllä. Tämä kattaa 50 % yhtiöistä.

3. Yhtiöt, joiden pääomavaatimus nousee yli 8 %, jos sekä vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin keskihajontoja kasvatetaan kumpaakin yhdellä prosenttiyksiköllä. Tämä kattaa 70 % yhtiöistä.

Keskihajontojen lähtötasoina pidettiin 8 % vakuutusmaksuriskille ja 11 % vastuuvelkariskille.

7.2 Parametriestimoinnin tulokset

7.2.1 Vakuutusmaksuriskin analyysi

Yhteenvedot vakuutusmaksuriskille saaduista parametriestimoinnin tuloksista iteraatiokierroksittain alkuperäiselle ja TÄKY-uudistuksen jälkeiselle (käsittää vuodet 2006–2016) aikasarja-aineistolle on esitetty alla olevassa taulukossa. Taulukossa on havaintojen lukumäärä kierroksen alussa (n), log-uskottavuusfunktion arvo optimipisteessä (l^*), optimaaliset parametriestimaattien δ ja σ arvot sekä harhaton estimaatti $\bar{\sigma}$.

	vuosien 2000–2016 aineisto			vuosien 2006–2016 aineisto		
	1. kierros	2. kierros	3. kierros	1. kierros	2. kierros	3. kierros
$\boldsymbol{n}$	138	135	134	104	101	97
$\boldsymbol{l^*}$	-1,3187	-1,412	-1,4346	-1,404	-1,515	-1,6799
$\boldsymbol{\delta}$	0,8246	0,873	0,8926	0,859	0,885	0,9826
$\boldsymbol{\sigma}$	9,956 %	9,943 %	9,365 %	9,494 %	8,67 %	8,339 %
$\boldsymbol{\bar{\sigma}}$	10,357 %	9,824 %	9,754 %	10,013 %	9,161 %	8,825 %

Alla olevassa taulukossa on skaalauskertoimen κ arvoja, joilla yhteensopivien yhtiöiden osuus on 60–70 % ja yhteensopivien asiakkaiden osuus samanaikaisesti suurempi kuin 95 %. Tähdellä (*) merkityt kentät on laskettu käyttämällä paloittain lineaarista yhteensopivuusfunktiota $C_0^*(\kappa)$.

	vuosien 2000–2016 aineisto			vuosien 2006–2016 aineisto		
κ	1,170	$1{,}189^{(*)}$	1,207	1,034	$1{,}036^{(*)}$	1,038
$C_0(\kappa)$	60,00 %	$65\,\%^{(*)}$	70,00 %	60,00 %	$65\,\%^{(*)}$	70,00 %
$C_1(\kappa)$	96,25 %	–	98,07 %	96,22 %	–	98,12 %
$\kappa\bar{\sigma}$	11,41 %	11,60 %	11,78 %	9,13 %	9,14 %	9,16 %

Tällä hetkellä työtapaturma- ja ammattitautivakuutuksen vakuutusmaksuriskin keskihajontaparametri on skaalattuna tasolle $\sigma_{(prem,3)} = 8$ %. Uusi, ei vielä voimaan tullut parametriarvo on $\sigma_{(prem,3)} = 9{,}6$ %. Huolimatta parametrin κ valinnasta pitkällä aikasarja-aineistolla laskettu keskihajontaparametri on tätä tasoa korkeampi ja lyhyellä aikasarja-aineistolla laskettu keskihajonta on taas vajaat puoli prosenttiyksikköä matalampi. Mikäli vakuutusmaksuriskin κ-kertoimen taso halutaan valita siten, että pääomavaatimus on kaikkein pienimpiä yhtiöitä lukuun ottamatta riittävän korkea vähintään sille 50 % yhtiöjoukolle, jonka pääomavaatimuksiin tämä muutos heijastuu suhteessa eniten, riittää, että $C_0(\kappa) = 60\,\%$. Toisaalta ero parametrin κ tasoon, jolla $C_0^*(\kappa) = 65$ %, on pieni.

7.2.2 Vastuuvelkariskin analyysi

Yhteenvedot vastuuvelkamaksuriskille saaduista parametriestimoinnin tuloksista alkuperäiselle ja TÄKY-uudistuksen jälkeiselle (käsittää vuodet 2006–2016) aikasarja-aineistolle on esitetty iteraatiokierroksittain alla olevassa taulukossa. Taulukossa on havaintojen lukumäärä kierroksen alussa (n), log-uskottavuusfunktion arvo optimipisteessä (l^*), optimaaliset parametriestimaattien δ ja σ arvot sekä harhaton estimaatti $\bar{\sigma}$. Koska vuosien 2006–2016 aineistossa ei 2. iteraatiokierroksen lopussa esiintynyt poikkeavia havaintoja, parametriestimaatteihin ei tullut enää muutoksia 3. kierroksella.

	vuosien 2000–2016 aineisto			vuosien 2006–2016 aineisto	
	1. kierros	2. kierros	3. kierros	1. kierros	2. kierros
$\boldsymbol{n}$	137	133	130	102	99
$\boldsymbol{l^*}$	-1,692	-1,904	-1,9275	-1,792	-2,007
$\boldsymbol{\delta}$	0,509	0,594	0,6230	0,423	0,703
$\boldsymbol{\sigma}$	6,522 %	5,409 %	5,339 %	5,593 %	5,047 %
$\boldsymbol{\bar{\sigma}}$	6,787 %	5,6355 %	5,565 %	5,919 %	5,351 %

Alla olevassa taulukossa on skaalauskertoimen κ arvoja, joilla yhteensopivien yhtiöiden osuus on 60–70 % ja yhteensopivien asiakkaiden osuus samanaikaisesti suurempi kuin 95 %. Tähdellä (*) merkityt kentät on laskettu käyttämällä paloittain lineaarista yhteensopivuusfunktiota $C_0^*(\kappa)$.

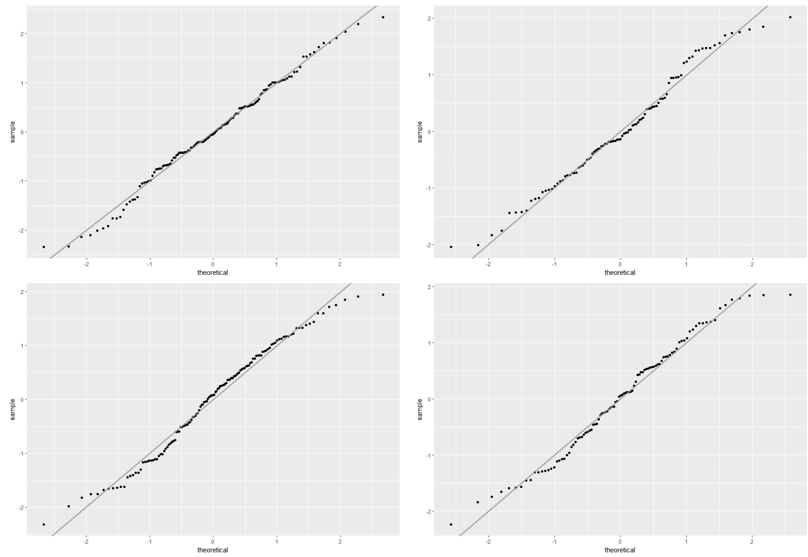
	vuosien 2000–2016 aineisto			vuosien 2006–2016 aineisto		
κ	1,923	2,024$^{(*)}$	2,1195	1,809	1,972$^{(*)}$	2,135
$C_0(\kappa)$	60,00 %	65 %$^{(*)}$	70,00 %	60,00 %	65 %$^{(*)}$	70,00 %
$C_1(\kappa)$	97,18 %	–	98,14 %	97,32 %	–	98,16 %
$\kappa\bar{\sigma}$	10,73 %	11,26 %	11,80 %	9,73 %	10,61 %	11,49 %

Tällä hetkellä työtapaturma- ja ammattitautivakuutuksen vastuuvelkariskin keskihajontaparametri on skaalattuna tasolle $\sigma_{(res,3)} = 11\,\%$. Parametrilla κ skaalatut keskihajonnat ovat taas lähellä EIOPA:n määrittämää tasoa, joskin κ-kertoimen valinta vaikuttaa siihen, onko saatu keskihajontaparametrin arvo nykyistä korkeampi tai matalampi.

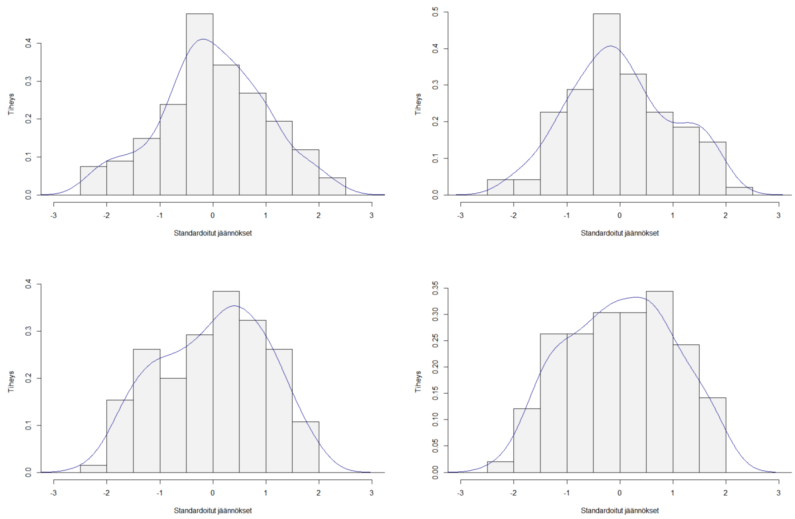
Jotta taas kaikkein pienimpiä yhtiöitä lukuun ottamatta pääomavaatimus olisi riittävän korkea vähintään sille 50 % yhtiöjoukolle, jonka pääomavaatimuksiin tämä muutos heijastuu suhteessa eniten, skaalauskerroin κ tulisi asettaa tasolle, jossa 65–70 % yhtiöistä on yhteensopivia. Ero suhteessa tällä hetkellä käytössä olevaan parametriarvoon olisi siis hyvin pieni.

7.3 Log-normaalimallin sopivuus aikasarja-aineistoihin

Kaikissa tapauksissa log-normaalimalli vaikutti aineistoon sopivalta, t.s. mallin standardoitujen jäännösten jakauma ei poikennut merkittävästi standardinormaalijakaumasta. Jarque-Bera-testien p-arvot olivat suurempia kuin 0,1, mikä antaa näyttöä sen puolesta, että oletusta jäännösten normaalijakautuneisuudesta ei voi poissulkea. Kolmogorov-Smirnov-testien tulokset tukivat tätä oletusta.



Kuva 9: Standardoitujen jäännösten qq-kuviot vakuutusmaksuriskille (ylempi rivi) sekä vastuuvelkariskille (alempi rivi). Vasemmalla on kuvat vuosien 2000–2016 aikasarja-aineistolle, oikealla vuosien 2006–2016 aineistolle.



Kuva 10: Standardoitujen jäännösten histogrammit ja empiiriset todennäköisyysjakaumat vakuutusmaksuriskille (ylempi rivi) sekä vastuuvelkariskille (alempi rivi). Vasemmalla on kuvat vuosien 2000–2016 aikasarja-aineistolle, oikealla vuosien 2006–2016 aineistolle.

Mikäli malli olisi sovitettu useamman kymmenen vuoden aikasarja-aineistoon, olisi aihetta tarkastaa sekä havaintoaineiston että mallin jäännösten aikasarjarakennetta systemaattisten, mm. ajanhetkestä riippuvien poikkeamien, ja havaintojen välisten riippuvuuksien varalta. Muun muassa yhtiökohtaisten jäännösten jakauma sekä havaintojen keskinäinen autokorreloimattomuus on syytä tarkastaa, jälkimmäinen ainakin mallille, jossa oletetaan, että havainnot ovat toisistaan riippumattomat. Näihin kysymyksiin ei tässä tutkimuksessa kuitenkaan puututa sekä havaintovuosien että yhtiöiden pienen määrän vuoksi.

7.4 Keskihajontaestimaattien herkkyys havaintoarvojen muutoksille

Vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin analyysi perustui eri lähteistä kerättyihin aineistoihin, joissa havaittiin sekä puuttuvia että hyvin poikkeavia arvoja. Seuraavassa pyritään selvittämään, kuinka herkästi parametriestimaatit reagoivat epäsystemaattisiin muutoksiin yhtiöittäisessä havaintoaineistossa.

Kysymystä tutkittiin sovittamalla log-normaalimalli vuosien 2000–2016 aineistoihin, jonka havaintoihin lisättiin gaussinen virhetermi, eli

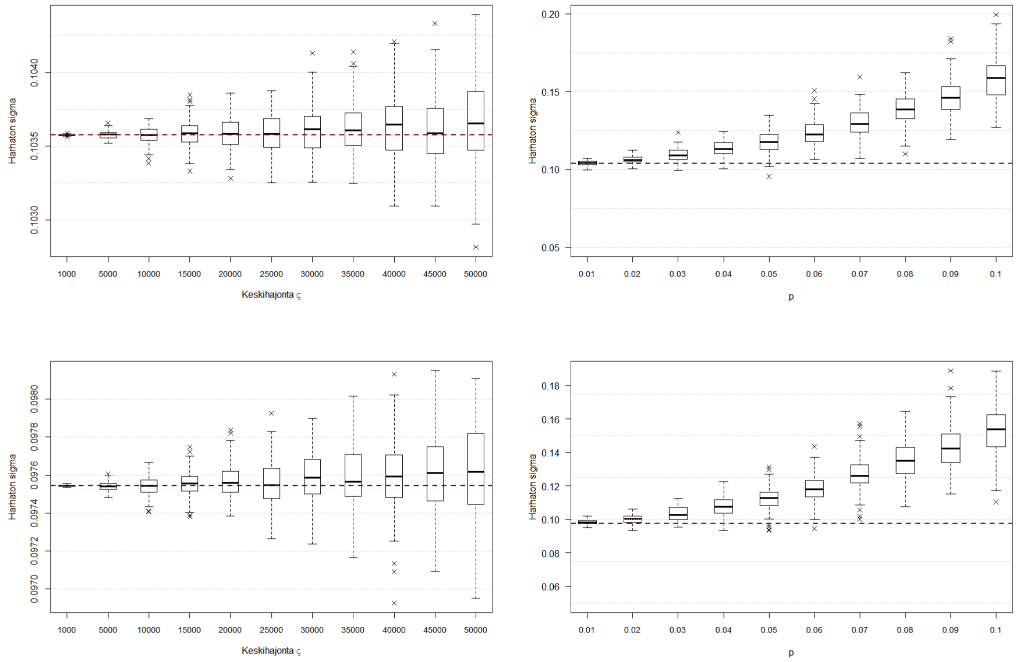
$$\begin{aligned} x_{it} &:= x_{it} + \varepsilon_{it}, \qquad & \varepsilon_{it} &\sim \mathcal{N}(0, \varsigma_{i,x}^2) \\ y_{it} &:= y_{it} + \xi_{it}, \qquad & \xi_{it} &\sim \mathcal{N}(0, \varsigma_{i,y}^2), \end{aligned}$$

missä virhetermien ε_{it} ja ξ_{it} keskihajonnat määritettiin kahdella tavalla:

1. Absoluuttisina määrinä $\varsigma_{i,x} = \varsigma_{i,y} = 1000, 5000, 10\,000, \ldots, 50\,000$. Tällöin sekä isoille että pienille yhtiöille sallitaan yhtä suuri havaintoarvojen vaihtelu.

2. Suhteellisina osuuksina yhtiöittäisistä x- ja y-havaintojen keskiarvoista, jolloin $\varsigma_{i,x} = p\bar{x}_i$ ja $\varsigma_{i,y} = p\bar{y}_i$, missä $p = 0{,}01, 0{,}02, \ldots, 0{,}1$. Tällöin pienille yhtiöille sallitaan pienempi vaihtelu kuin isoille yhtiöille.

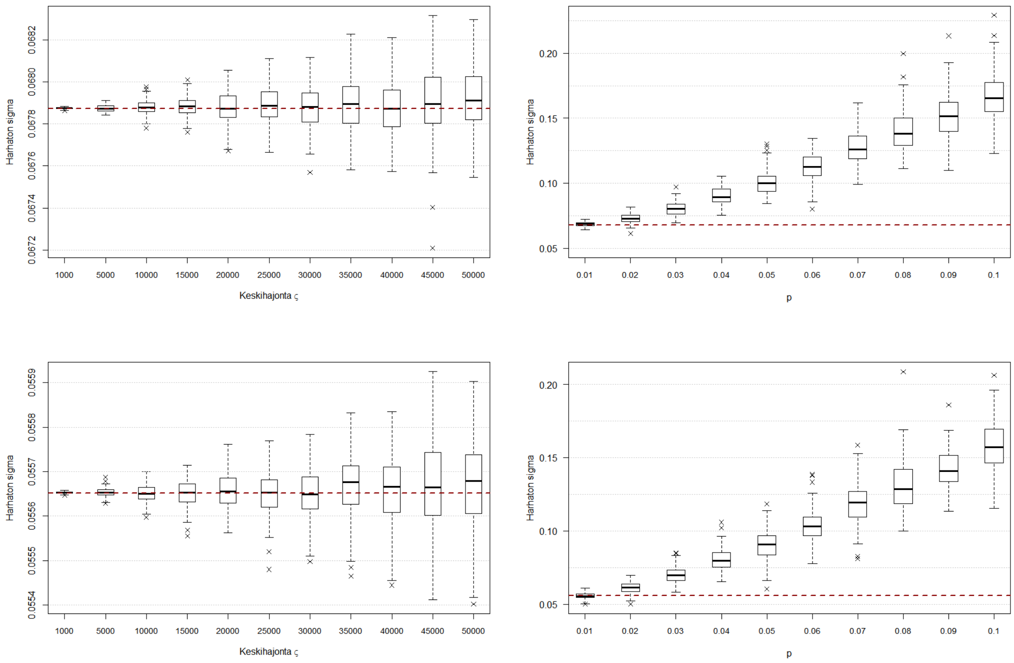
Kullekin virhetermille tuotettiin simuloimalla 150 havaintoa ja parametriestimaatit laskettiin sovittamalla log-normaalimalli aineistoon yhden kerran, eli kolmen iteraatiokierroksen sijaan suoritettiin vain yksi. Herkkyysanalyysi tehtiin sekä alkuperäiselle aineistolle, josta ei ole poistettu poikkeavia havaintoja, sekä aineistolle, josta poistettiin valmiiksi edellä tehdyn parametriestimoinnin kuluessa havaitut poikkeavat havainnot. Tuloksia verrattiin etummaisessa tapauksessa parametriestimoinnin 1. kierroksen tuloksena saatuihin harhattomiin keskihajontaestimaatteihin, jälkimmäisessä tapauksessa 3. kierroksen tuloksena saatuihin harhattomiin keskihajontaestimaatteihin.



Kuva 11: Virhetermin vaikutus vakuutusmaksuriskin harhattomiin keskihajontaestimaatteihin. Vasemmassa sarakkeessa keskihajontatermit $\varsigma_{i,x}$ ja $\varsigma_{i,y}$ on määritelty absoluuttisina, oikeassa sarakkeessa suhteellisina määrinä. Ensimmäisen rivin analyysi on tehty alkuperäiselle aineistolle, alemman rivin analyysi aineistolle, josta on poistettu poikkeavat havainnot. Kuvan laatikkojanakuvioissa näkyy keskihajontatermeittäin 150 keskihajontaestimaatin otosten otoskeskiarvot sekä kvartiiliryhmät. Punaisella katkoviivalla on edellä luvussa 7.2.1 saadut harhattomat keskihajontaestimaatit $\bar{\sigma} = 10{,}357$ % (ylempi rivi) ja $\bar{\sigma} = 9{,}754$ % (alempi rivi).

Havaittiin, että kun virhetermin keskihajonta oli suuruudeltaan korkeintaan 5000 euroa tai 1 % yhtiön koosta x- tai y-havaintojen keskiarvosta, harhaton keskihajontaestimaatti pysyi simulaatioissa samana kolmen desimaalin tarkkuudella. Asetelmassa, jossa yhtiön aineistolle sallittu virhetermin keskihajonta riippui yhtiön koosta, harhattoman keskihajontaestimaatin saamat arvot saattoivat kasvaa kuitenkin yli 15 ja 20 prosentin. Kun virhetermin keskihajonta oli yli 7 % keskiarvosta, harhattomat keskihajontaestimaatit olivat käytännössä korkeampia kuin edellä luvuissa 7.2.1 ja 7.2.2 saadut harhattomat parametriarvot $\bar{\sigma}$. Toisaalta tilanne, jossa yhtiöiden virhetermille sallitaan 10 % keskihajonta keskiarvon suhteen, voi olla liioiteltu ottaen huomioon, että sen tuottama virhe on useille yhtiöille yli miljoonan euron suuruinen.

Tapauksessa, jossa virhetermin keskihajonta pysyy korkeintaan 50 000 euron suuruisena, lukujen 7.2.1 ja 7.2.2 mukaiset parametriarvot osuvat vielä samalle vaihteluvälille edellä laskettujen harhattomien keskihajontaestimaattien kanssa. Tällöin vakuutusmaksuriskin harhattomien keskihajontaestimaattien vaihteluväli oli 10,28–10,48 % vuosien 2000–2016 aikasarja-aineistolle sekä 9,69–9,81 % aineistolle, josta on poistettu poikkeavat havainnot. Vastuuvelkariskin harhattomien keskihajontaestimaattien vaihteluvälit olivat vastaavasti 6,72–6,83 % ja 5,54–5,60 %.



Kuva 12: Virhetermin vaikutus vastuuvelkariskin harhattomiin keskihajontaestimaatteihin. Vasemmassa sarakkeessa keskihajontatermit $\varsigma_{i,x}$ ja $\varsigma_{i,y}$ on määritelty absoluuttisina, oikeassa sarakkeessa suhteellisina määrinä. Ensimmäisen rivin analyysi on tehty alkuperäiselle aineistolle, alemman rivin analyysi aineistolle, josta on poistettu poikkeavat havainnot. Kuvan laatikkojanakuvioissa näkyy keskihajontatermeittäin 150 keskihajontaestimaatin otosten otoskeskiarvot sekä kvartiiliryhmät. Punaisella katkoviivalla on edellä luvussa 7.2.2 saadut harhattomat keskihajontaestimaatit $\bar{\sigma} = 6{,}787$ % (ylempi rivi) ja $\bar{\sigma} = 5{,}565$ % (alempi rivi).

8 Kalibroinnin metodologian tarkastelu ja pohdintaa

Kalibroinnin metodologia perustuu pohjimmiltaan kahteen tapaan mallintaa kokonaisvahinkomenoa, joista ensimmäisessä kokonaisvahinkomenoa mallinnettiin lognormaalijakautuneena satunnaismuuttujana, toisessa lähdettiin mallista, jossa vahinkojen lukumäärää mallinnettiin Poisson-prosessina. Seuraavassa tarkastellaan joitakin vaihtoehtoisia tapoja mallintaa ongelmaa sekä työn kirjoittajan luvussa 6.2 tekemiä huomautuksia.

8.1 Vakuutusmaksun mallintaminen vakiona

Luvussa 6.2 johdettiin esitystapa vahinkosuhteen $\frac{Y_{it}}{x_{it}}$ keskihajonnalle, missä vakuutusmaksun volyymin x_{it} käsitteleminen mallissa vakiona mahdollisti sen, että vahinkosuhteen tilastollisista ominaisuuksista pystyttiin tekemään päätelmiä tekemättä oletuksia kokonaisvahingon ja vakuutusmaksun volyymin yhteisjakaumasta tai vahinkosuhteen jakaumasta ylipäänsä. Tämän oletuksen nojalla saatiin

$$\mathrm{Var}\left(\frac{Y_{it}}{x_{it}}\right) = \frac{\mathrm{Var}(Y_{it})}{x_{it}^2}. \tag{8.1}$$

Useissa sovellutuksissa kokonaisvahinkomenoa on tosiaan tapana mallintaa vuotuisten vakuutusmaksutuottojen avulla sisällyttämällä jälkimmäinen termi malliin muuttujana, joka oletetaan annetuksi (esim. M. Y. El-Bassiouni [1], C. C. Hewitt [2], odotetun vahinkosuhteen menetelmä jne.). Vaikka vuoden aikana saatuja vakuutusmaksutuottoja ei tiedetäkään tarkkaan etukäteen, niin vakuutussopimus hinnoitellaan suhteessa odotettuun kokonaisvahinkoon nojaten myös edellisvuosien kokemukseen. Vahinkojen lukumäärän ja kokonaisvahingon nousu, joka liittyy vakuutusmaksutuottojen kasvuun, voidaan ottaa huomioon päivittämällä jakaumaparametrit riittävän usein, jolloin vakuutusmaksutuottojen ja kokonaisvahinkomenon välinen riippuvuussuhde on jo valmiiksi huomioitu mallissa.

Mikäli vakuutusmaksun volyymin realisaatioihin sisältyvä stokastinen komponentti haluttaisiin sisällyttää malliin, yhtälö (8.1) ei ole enää voimassa. Lisäksi vahinkosuhteen varianssia ei ilman lisäoletuksia voida mallintaa kokonaisvahinkomenon ja/tai vakuutusmaksun volyymin varianssien avulla, sillä nyt

$$\mathrm{Var}\left(\frac{Y_{it}}{X_{it}}\right) \neq \frac{\mathrm{Var}(Y_{it})}{\mathrm{Var}(X_{it})}.$$

Ongelma palautuu siis viime kädessä kysymykseksi siitä, miten vahinkosuhdetta kannattaa mallintaa ja täyttävätkö kaikki yhtiöt mallin taustalla olevat oletukset. Ongelmaa voidaan havainnollistaa seuraavalla esimerkillä.

Esimerkki 8.1. Oletetaan, että vahinkosuhteen satunnaismuuttujasta $Z_{it} = \frac{Y_{it}}{X_{it}}$ saadut havainnot z_{it} ovat keskenään riippumattomia ja noudattavat todennäköisyysjakaumaa, jonka tiheysfunktio on $f_Z(z; \theta_1, \ldots, \theta_m)$. Vuosittainen vahinkosuhteen vaihtelu riippuu ennen kaikkea yhtiökohtaisista tekijöistä, kuten sopimuspolitiikasta, lisäksi myös taustatekijöissä voi esiintyä vuosittaista vaihtelua. Mallissa siis voidaan log-normaalimallin tapaan sallia yhtiökohtaisten jakaumaparametrien vuosittainen vaihtelu, jolloin saadaan m tuntematonta jakaumaparametria jokaista yhtiötä ja vuotta kohti. Merkitään yhtiön i parametrivektoria $\boldsymbol{\theta}_{j,i} = (\theta_{j,i1}, \ldots, \theta_{j,iT_i})$, missä $j = 1, \ldots, m$.

Parametrivektoreiden $\boldsymbol{\theta}_j = (\boldsymbol{\theta}_{j,1}, \ldots, \boldsymbol{\theta}_{j,I})$, $j = 1, \ldots, m$, uskottavuusfunktio on

$$L(\boldsymbol{\theta}_1, \ldots, \boldsymbol{\theta}_j \,|\, \text{data}) = \prod_{i=1,\ldots,I} \prod_{t=1,\ldots,T_i} f_Z(z_{it}; \theta_{it}). \tag{8.2}$$

Mallissa on tuntemattomia parametreja $m \sum_i T_i = mn$ kappaletta, mutta otoksessa on $n = \sum_i T_i$ havaintoa. Tehtävänä on redusoida uskottavuusfunktion parametrien määrä mahdollisimman pieneksi suhteessa otoksen kokoon. Log-normaalimalli johdettiin kirjoittamalla jakaumaparametrit $\boldsymbol{\theta}_1, \ldots, \boldsymbol{\theta}_m$ kokonaisvahingon odotusarvon ja varianssin funktioina, joissa oli vähemmän tuntemattomia parametreja. Jotta samaa lähestymistapaa voitaisiin soveltaa vahinkosuhteen mallintamiseen, on tehtävä oletuksia vahinkosuhteen vuosittaisten realisaatioiden taustalla olevista prosesseista. Siinä, missä log-normaalimalli johdettiin lähtemällä mallista, jossa vahinkojen lukumäärää voitiin mallintaa Poisson-prosessina, kyseinen malli ei tässä tapauksessa enää johda sellaiseen esitykseen, josta voitaisiin tehdä päätelmiä vahinkosuhteen tilastollisista ominaisuuksista.

Suoraviivaisin lähestymistapa olisi tarkastella vahinkosuhdetta itsenäisenä muuttujana, merkitään $Z_{it} = \frac{Y_{it}}{X_{it}}$. Yksinkertainen esimerkki on mallintaa vahinkosuhdetta aikasarja-analyysin keinoin, esimerkiksi AR(p)-prosessina

$$z_{it} = \phi_{i1} z_{i,t-1} + \ldots + \phi_{ip} z_{i,t-p} + \varepsilon_{it}, \qquad \varepsilon \sim \text{nid}(0, \zeta_{it}^2).$$

Mallin ongelmana on, että siihen ei sisällytetä varsinaisia vahinkojen sattumis- ja selviämisprosesseja, jotka vaikuttavat vahinkosuhteeseen, vaan otetaan kantaa ainoastaan prosessin vuosittaisten realisaatioiden välisiin riippuvuussuhteisiin. Koska myös havaintovuosia voi olla aineistossa hyvin vähän, ei ole prosessin sisäisiä riippuvuusrakenteita koskeva päättely vahvalla pohjalla. Vaikka yhtiö olisi ollut toiminnassa useita vuosikymmeniä, prosessin taustalla vaikuttavat olosuhteet (sääntely, lakisääteiset erät, riskit) ovat muuttuneet sen aikajakson aikana. Tällöin koko havaintojakson sisäisten riippuvuusrakenteiden mallintamista aikasarja-analyysin keinoin ei voida pitää teoreettisesti perusteltuna keinona tuottaa luotettavia tuloksia.

8.2 Yksilöllinen ja kollektiivinen lähestymistapa vahinkointensiteetin tarkasteluun

Log-normaalimallissa vahinkojen lukumäärän mallinnus perustui yksilölliseen lähestymistapaan, jolloin tarkastelun kohteena oli yksittäisten asiakkaiden vahinkojen lukumäärä, josta pystyttiin tekemään päätelmiä kaikista sopimuksista nousevasta vahinkojen lukumäärästä. Mallissa oletettiin, että yhtiöllä on vakuutettavana k samariskistä asiakasta, joiden vahinkojen lukumäärää voidaan mallintaa Poisson-jakaumalla intensiteetillä λ. Toinen tapa on lähteä oletuksesta, että asiakkaiden vahinkointensiteetit eivät ole samat, jolloin asiakkaan j, $j = 1, \ldots, k$, vahinkojen lukumäärää mallinnetaan Poisson-jakaumalla parametrilla λ_j. Tällöin kaikille asiakkaille sattuneiden vahinkojen lukumäärä yhteensä noudattaa Poisson-jakaumaa parametrilla $\lambda = \sum_j \lambda_j$ olettaen, että intensiteetit λ_j ovat toisistaan riippumattomat.

Kolmas lähestymistapa on mallintaa vahinkojen lukumäärää kollektiivisesti, jolloin parametri λ vastaa kaikista sopimuksista nousevan vahinkointensiteettiä eikä yksittäisten asiakkaiden vahinkojen lukumäärää tarvitse enää erikseen tarkastella. Molemmat lähestymistavat, yksilöllinen ja kollektiivinen, johtavat kuitenkin samaan lopputulokseen, kun malliin tehdään sopiva korjaus määrittelemällä stokastinen vahinkosuhdeparametri β_t asiakkaan vakuutusmaksun p sijaan kollektiivisesti vakuutusmaksutuottojen x avulla:

$$\beta_t = \frac{\lambda_t \eta_t}{x}. \tag{8.3}$$

8.3 Parametrin σ harhattomuuskorjaus

Luvun 6.2 kaavassa 6.33 esitettiin seuraava kerroin, jolla kerrottuna parametriestimaatista σ saataisiin keskimäärin harhaton:

$$\frac{\Gamma\left(\frac{n-I}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-I+1}{2}\right)} \sqrt{\frac{n}{2}} =: b_1.$$

Kaavalle ei esitetty todistusta lähteissä. Kaavan (6.29) mukaan

$$\widehat{\ln\sigma} = \frac{\sum_{i,t} u_{it}\pi_{it}}{\sum_{i,t} \pi_{it}},$$

missä

$$\begin{aligned}
\pi_{it} &= \left[\ln\left(1 + e^{2\gamma_i}\left(\delta + (1-\delta)\bar{x}x_{it}^{-1}\right)\right)\right]^{-1} \\
u_{it} &= \ln\frac{y_{it}}{x_{it}} + (2\pi_{it})^{-1} + \gamma_i.
\end{aligned}$$

Tämän nojalla voidaan ainakin todeta, että parametriestimaatti ei ole harhaton. Nimittäin, koska

$$\begin{aligned}
u_{it}\pi_{it} &= \left(\ln\frac{y_{it}}{x_{it}} + \frac{1}{2\pi_{it}} + \gamma_i\right)\pi_{it} \\
&= \left(\ln\frac{y_{it}}{x_{it}} + \frac{1}{2\pi_{it}} + \ln\sigma - \ln\beta_i\right)\pi_{it} \qquad (8.4)\\
&= \pi_{it}\ln y_{it} + \pi_{it}\ln\sigma - \pi_{it}\ln(\beta_i x_{it}) + \frac{1}{2},
\end{aligned}$$

niin

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[u_{it}\pi_{it}] &= \mathbb{E}[\pi_{it}\ln y_{it}] + \pi_{it}\ln\sigma - \pi_{it}\ln(\beta_i x_{it}) + \frac{1}{2} \\
&= \pi_{it}\ln\beta_i x_{it} - \frac{1}{2} + \pi_{it}\ln\sigma - \pi_{it}\ln(\beta_i x_{it}) + \frac{1}{2} \qquad (8.5)\\
&= \pi_{it}\ln\sigma
\end{aligned}$$

ja

$$\operatorname{Var}(u_{it}\pi_{it}) = \pi_{it}^2\operatorname{Var}(\ln y_{it}) = \pi_{it}. \qquad (8.6)$$

Koska havainnot y_{it} oletettiin keskenään riippumattomiksi, saadaan

$$\mathbb{E}\left[\frac{\sum_{i,t} u_{it}\pi_{it}}{\sum_{i,t}\pi_{it}}\right] = \frac{\sum_{i,t}\mathbb{E}[u_{it}\pi_{it}]}{\sum_{i,t}\pi_{i,t}} = \ln\sigma \qquad (8.7)$$

ja

$$\operatorname{Var}\left(\frac{\sum_{i,t} u_{it}\pi_{it}}{\sum_{i,t}\pi_{it}}\right) = \frac{\sum_{i,t}\operatorname{Var}(u_{it}\pi_{it})}{(\sum_{i,t}\pi_{i,t})^2} = \frac{1}{\sum_{i,t}\pi_{it}}. \qquad (8.8)$$

Koska havaintojen y_{it} oletettiin noudattavat log-normaalijakaumaa, niin parametriestimaatti $\widehat{\ln\sigma}$ noudattaa normaalijakaumaa, jonka keskiarvo on $\ln\sigma$ ja varianssi $\frac{1}{\sum_{i,t}\pi_{it}}$. Merkitään $\sum_{i,t}\pi_{it} = P_n$, missä $n = \sum_i T_i$ on otoskoko. Parametriestimaatin invarianssiominaisuuden nojalla saadaan

$$\mathbb{E}[\widehat{\sigma}] = \mathbb{E}\big[e^{\ln \widehat{\sigma}}\big] = \mathbb{E}\Big[e^{\widehat{\ln \sigma}}\Big] = e^{\ln \sigma + \frac{2}{P_n}} = \sigma e^{\frac{2}{P_n}}. \tag{8.9}$$

Näiden laskelmien perusteella parametrista $\widehat{\sigma}$ saataisiin siis keskimäärin harhaton kertoimella $e^{-\frac{2}{P_n}} =: b_2$. Tämän esitysmuodon mukainen harhattomuuskorjaus ei johda tarkalleen samaan tulokseen kuin kaavassa (6.33) esiintyvä kerroin. Esimerkiksi sekä vakuutusmaksu- että vastuuvelkariskin alkuperäisille aineistoille (poikkeavia havaintoja ei ole poistettu) lasketut kertoimet b_1 ovat kumpikin hyvin lähellä ykköstä, kun taas $b_1 \approx 1{,}0404$ vakuutusmaksuriskille ja $b_1 \approx 1{,}0407$ vastuuvelkariskille.

Lisäksi nähdään, että

$$\begin{aligned}
\operatorname{Var}(\widehat{\sigma}) &= \operatorname{Var}\Big(e^{\widehat{\ln \sigma}}\Big) = \mathbb{E}\Big[(e^{\widehat{\ln \sigma}})^2\Big] - \mathbb{E}\Big[e^{\widehat{\ln \sigma}}\Big]^2 \\
&= \mathbb{E}\Big[e^{2\widehat{\ln \sigma}}\Big] - \sigma^2 e^{\frac{1}{P_n}} \\
&= e^{2\ln \sigma + \frac{2}{P_n}} - \sigma^2 e^{\frac{1}{P_n}} \\
&= \sigma^2 \left(e^{\frac{2}{P_n}} - e^{\frac{1}{P_n}}\right) \to 0, \text{ kun } n \to \infty,
\end{aligned} \tag{8.10}$$

sillä $\pi_{i,t} > 0$, jolloin $P_n = \sum_{i,t} \pi_{it} \to \infty$, kun $n \to \infty$. Estimaattori $\widehat{\sigma}$ on siis tarkentuva.

8.4 Kokonaisvahinkomenon varianssin määrittely variaatiokerrointen avulla

EIOPA:n julkaisussa [21] on annettu menetelmä, joka vastaa pitkälti HRES-parametrien estimoinnin metodologiaa, mutta sillä erolla, että kokonaisvahinkomenon varianssi riippuu yhtiökohtaisista parametreista β. Luvussa 6.2 määriteltiin vahingon koon keskiarvo η_t ja varianssi $(\eta_t \alpha_t)^2$ sekä vahinkosuhdeparametri β_t stationaarisina stokastisina prosesseina, joille pätee

$$\mathbb{E}[\beta_t] = \beta \tag{8.11}$$

$$\operatorname{Var}\big(\beta_t \eta_t (1 + \alpha_t^2)\big) = \sigma_1^2 \bar{x} \tag{8.12}$$

$$\operatorname{Var}(\beta_t) = \sigma_2^2, \tag{8.13}$$

Vaihtoehtoisesti voidaan määrittää variaatiokertoimet a_1 ja a_2 niin, että $\sigma_1^2 = (a_1\beta)^2$ ja $\sigma_2^2 = (a_2\beta)^2$, jolloin saadaan

$$\mathbb{E}\big[\beta_t\eta_t(1+\alpha_t^2)\big] = \sigma_1^2\bar{x} = a_1^2\beta^2\bar{x} \tag{8.14}$$

$$\mathrm{Var}(\beta_t) = \sigma_2^2 = a_2^2\beta^2. \tag{8.15}$$

Merkitään

$$\begin{aligned}\sigma'^2 &= a_1^2 + a_2^2\\ \delta' &= \frac{a_2^2}{a_1^2+a_2^2}.\end{aligned}$$

Nyt

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}(Y) &= x\mathbb{E}\big[\beta_t\eta_t(1+\alpha_t^2)\big] + x^2\,\mathrm{Var}(\beta_t) = a_1^2\beta^2\bar{x} + a_2^2\beta^2\\ &= \sigma'^2\beta^2\left((1-\delta')\bar{x}x + \delta' x^2\right).\end{aligned} \tag{8.16}$$

Kokonaisvahinkomenon odotusarvo on edelleen

$$\mathbb{E}[Y_{it}] = \beta_i x_{it}.$$

Kun tähän yhdistetään oletus kokonaisvahinkomenon Y_{it} log-normaalijakautuneisuudesta, merkitään $Y_{it} \sim N(\mu_{it},\omega_{it}^2)$, saadaan

$$\begin{aligned}\mu_{it} &= \ln(\beta_i x_{it}) - \frac{1}{2}\omega_{it}^2\\ \omega_{it}^2 &= \ln\left(1+\frac{\mathrm{Var}(Y_{it})}{\mathbb{E}[Y_{it}]^2}\right) = \ln\left(1+\frac{\sigma'^2\beta_i^2}{\beta_i^2}(\delta+(1-\delta)\bar{x}x_{it}^{-1})\right)\\ &= \ln\left(1+\sigma'^2\left(\delta+(1-\delta)\bar{x}x_{it}^{-1}\right)\right).\end{aligned} \tag{8.17}$$

Log-uskottavuusfunktio on 6.24 nojalla edelleen muotoa

$$\tilde{l}(\sigma,\delta,\beta_1,\ldots,\beta_I \mid \mathrm{data}) = \frac{1}{2}\sum_{i,t}\pi_{it}\left(\ln\frac{y_{it}}{x_{it}} - \ln\beta_i + (2\pi_{it})^{-1}\right)^2 - \frac{1}{2}\sum_{i,t}\ln\pi_{it}, \tag{8.18}$$

missä $\pi_{it} = \frac{1}{\omega_{it}^2}$. Vaikka parametrit ω_{it}^2 ovatkin nyt riippumattomia parametreista β_i, log-uskottavuusfunktion tuntemattomien parametrien määrä ei redusoidu.

Funktio 8.18 on kuitenkin kvadraattinen termin $\ln\beta_i$ suhteen, joten kyseisen termin estimaatit saadaan ratkaisemalla funktion osittaisderivaatan nollakohta. Saadaan

$$\frac{d}{d\ln\beta_i}\tilde{l}(\sigma,\delta,\beta_1,\ldots,\beta_I\,|\,\text{data}) = -\sum_{i,t}\pi_{i,t}\left(\ln\frac{y_{it}}{x_{it}} - \ln\beta_i\right) = 0 \tag{8.19}$$

$$\Leftrightarrow \widehat{\ln\beta_i} = \frac{\sum_t \pi_{it}\left(\ln\frac{y_{it}}{x_{it}} + (2\pi_{it})^{-1}\right)}{\sum_t \pi_{it}} \tag{8.20}$$

$$= \frac{\sum_t \pi_{it}\ln\frac{y_{it}}{x_{it}} + \frac{1}{2}T_i}{\sum_t \pi_{it}}. \tag{8.21}$$

Redusoiduksi kriteerifunktioksi saadaan

$$\ddot{l}(\sigma{,}\delta\,|\,\text{data}) = \frac{1}{2}\sum_{i,t}\pi_{it}\left(\frac{y_{it}}{x_{it}} - \widehat{\ln\beta_i} + (2\pi_{it})^{-1}\right) - \ln\pi_{it}. \tag{8.22}$$

8.4.1 Parametriestimaatit

Variaatiokerrointen avulla määritetyllä menetelmällä saadut parametriestimaatit eroavat hieman alkuperäisellä menetelmällä saaduista estimaateista, jotka laskettiin vuosien 2000–2016 aineistoille. Parametriestimaattien erot olivat erisuuntaiset vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskille. Vakuutusmaksuriskin harhaton keskihajontaestimaatti on lähes kolme prosenttiyksikköä korkeampi ja vastuuvelkariskin keskihajontaestimaatti taas noin 0,1 prosenttiyksikköä matalampi, kun ne lasketaan muunnellulla, variaatiokertoimen avulla määritellyllä menetelmällä. Eroja oli myös poikkeavien havaintojen määrässä, jotka poistettiin kunkin iteraatiokierroksen lopussa.

Vakuutusmaksuriskin aineiston tulosten vertailu on esitetty alla olevassa taulukossa. Taulukossa on havaintojen lukumäärä kierroksen alussa (n), loguskottavuusfunktion arvo optimipisteessä (l^*), optimaaliset parametriestimaattien δ ja σ arvot sekä harhaton estimaatti $\bar{\sigma}$.

	Log-normaalimenetelmä			Muunneltu menetelmä	
	1. kierros	2. kierros	3. kierros	1. kierros	2. kierros
$\boldsymbol{n}$	138	135	134	138	136
$\boldsymbol{l^*}$	-1,3187	-1,412	-1,4346	-1,3996	-1,4599
$\boldsymbol{\delta}$	0,8246	0,873	0,8926	0,8919	0,9032
$\boldsymbol{\sigma}$	9,956 %	9,943 %	9,365 %	12,589 %	12,020 %
$\bar{\boldsymbol{\sigma}}$	10,357 %	9,824 %	9,754 %	13,097 %	12,514 %

Vastuuvelkariskin aineiston tulosten vertailu on esitetty alla olevassa taulukossa.

	Log-normaalimenetelmä			Muunneltu menetelmä		
	1. kierros	2. kierros	3. kierros	1. kierros	2. kierros	3. kierros
$\boldsymbol{n}$	137	133	130	137	134	133
$\boldsymbol{l^*}$	-1,692	-1,904	-1,9275	-1,854	-2,027	-2,060
$\boldsymbol{\delta}$	0,509	0,594	0,6230	0,392	0,615	0,652
$\boldsymbol{\sigma}$	6,522 %	5,409 %	5,339 %	5,749 %	5,224 %	5,137 %
$\bar{\boldsymbol{\sigma}}$	6,787 %	5,6355 %	5,565 %	6,0699 %	5,525 %	5,437 %

Menetelmät, vaikka ne on määritelty pitkälti samalla tavalla, eivät siis päädy samoihin tuloksiin. Ero saattaa johtua juuri tavasta, jolla kokonaisvahinkomenon varianssi on määritelty. Alkuperäisen log-normaalimallin tapauksessa logaritmoidun kokonaisvahinkomenon $\ln Y_{it}$ varianssiin sisältyy muunneltuun malliin nähden yksi ylimääräinen komponentti, nimittäin yhtiökohtainen parametri β_i:

$$\omega_{it}^2 = \left(1 + \frac{\sigma^2}{\beta_i^2}\left((1-\delta)\bar{x}x_{it}^{-1} + \delta\right)\right).$$

Muunnellussa menetelmässä alkuperäisen mallin kerrointa $\frac{\sigma^2}{\beta_i^2}$ vastaa parametri σ'^2. Mallien määrittelyissä on siis eroavaisuus, joka saattaa johtaa edellä saaduissa parametriarvoissa todettuihin eroihin.

9 Johtopäätös

Vakuutusliikkeen erien mallintamisen haasteena on sellaisen kompromissin löytäminen, missä malli kuvaa taustalla olevaa ilmiötä mahdollisimman tarkkaan menettämättä käyttökelpoisuuttaan käytännön sovellutuksissa. Tyypillisesti yhtiö on ollut toiminnassa korkeintaan muutaman vuosikymmenen ajan, jolloin yhtiön vuosittaisesta aineistosta ei välttämättä välity riittävästi tietoa aineiston ominaisuuksista, kuten mahdollisesta trendikäyttäytymisestä, havaintojen välisistä riippuvuusrakenteista jne. Toisaalta, mitä vanhempi aineisto, sitä vähemmän se kuvaa enää tällä hetkellä vallitsevia riskejä. Tässä tutkimuksessa saadut keskihajontaestimaatit eivät siis välttämättä ole yleistettävissä monien vuosien päähän tulevaisuuteen. HRES-option alaisuudessa maakohtaiset HRES-parametrit voidaan kuitenkin kalibroida uudelleen aina tarvittaessa, joten riittää, että aineistoon perustuvat parametriestimaatit ovat ”riittävän käyttökelpoisia” lähitulevaisuudessa.

Tässä tutkimuksessa taustalla vaikutti myös vuonna 2006 lainsäädäntöön tehty ns. TÄKY-uudistus, jonka jälkeen yhtiöille ilmoitettujen vahinkojen lukumäärä on kasvanut. Tästä syystä laskettiin parametriestimaatit myös TÄKY-uudistuksen jälkeiselle aineistolle ja verrattiin niitä alkuperäisesta aineistosta estimoituihin parametriarvoihin. Näin ollen saatiin keskihajontaparametreille seuraavat arvovälit: vakuutusmaksuriskille 9,13–11,78 % ja vastuuvelkariskille 10,61–11,81 %. Kummassakaan tapauksessa saadut parametriestimaatit eivät olleet merkittävästi pienempiä verrattuna EIOPA:n määrittämiin keskihajontaparametrien arvoihin $\sigma_{(prem,3)} = 8\,\%$ (uusi, ei vielä voimassa oleva parametriarvo on $\sigma_{(prem,3)} = 9{,}6\,\%$) ja $\sigma_{(res,3)} = 11\,\%$. Varsinkin alkuperäisille aineistoille saadut keskihajontaparametrit olivat lähellä EIOPA:n määrittämiä keskihajontaparametrien arvoja tai jopa suurempia. TÄKY-uudistuksen jälkeisestä aikasarja-aineistosta estimoidut parametriarvot on mahdollista skaalata tasolle, jossa ne ovat hieman pienempiä kuin EIOPA:n määrittämät keskihajontaparametrien arvo, mutta ero olisi korkeintaan 0,5 prosenttiyksikön luokkaa.

Tässä on otettava huomioon, että aineistosta oli myös jätetty pois yksi keskimääräistä pienempi yhtiö, mikä puolestaan on mahdollisesti pienentänyt aineistosta laskettuja keskihajontoja johtuen syistä, jotka on esitetty luvussa 6.4. Tämä puhuu sen puolesta, että kaikkein pienimmät TÄKY-uudistuksen jälkeisestä aineistosta lasketut parametriarvot eivät olisi riittävän korkeita yhtiöiden liiketoiminnan tappion vaihteluiden potentiaaliseen määrään nähden. Sen sijaan onkin yksittäisten parametriarvojen valikoinnin sijaan perustellumpaa tarkastella parametriestimoinnin tuloksia kokonaisuutena, ja tässä tapauksessa suurin osa keskihajonnoista skaalautuu tasolle, jossa maakohtaisten HRES-keskihajontaparametrien käyttöönotto ei olisi kannattavaa.

Todettiin myös, että harhattomien keskihajontaparametrien arvoissa saattaa ilmetä pientä poikkeamaa riippuen menetelmästä, jolla ongelmaa on mallinnettu, sekä havaintoaineistossa mahdollisesti ilmenevistä virheistä. Tällöin myös kertoimella κ skaalatuissa parametriarvoissa ilmenee vaihtelua. Tulokset ovat kuitenkin samansuuntaiset. Vakuutusmaksuriskin aineistosta määritelty harhaton keskihajontaparametri on yleisesti suurempi kuin 9,6 % eikä vastuuvelkariskin harhaton keskihajontaestimaatti pienene sekään merkittävästi.

Tutkimuksen tarkoitus oli selvittää, pienentääkö jakojärjestelmän käyttö Suomessa työtapaturma- ja ammattitautivakuutuksen vakuutusmaksu- ja vastuuvelkariskin keskihajontaparametreja mahdollisesti sen verran, että maakohtaisten parametrien käyttöönotto olisi mahdollista. Mikäli maakohtaiset parametrit aiottaisiin ottaa käyttöön, ne kalibroitaisiin aineistosta, joka kerättäisiin yhtiöiltä erillisellä aineistopyynnöllä. Koska tutkimuksen tulokset eivät kuitenkaan antaneet näyttöä sen puolesta, että Suomen maakohtaiset keskihajonnat pienentyisivät merkittävästi jakojärjestelmän ansiosta, niin ei voida myöskään päätellä, että HRES-option käyttöönotto olisi Suomessa mahdollista tai kannattavaa. Parametrien uudelleenkalibroinnille erillisen aineiston perusteella ei siis näytä olevan tarvetta.

Lähteet ja viitteet

Artikkelit

[1] El-Bassiouni, M. Y.: *Workshop. A Mixed Model for Loss Ratio Analysis.* Department of Statistics and Insruance, Faculty of Commerce, Kuwait University, Kuwait.

[2] Hewitt, C. C., jr.: *Loss Ratio Distributions. A Model.* Proceedings: 1967, volume LIV, numbers 101 & 102. Casualty Actuarial Society 2001.

[3] Stam, Pieter Johannes Adrianus: *Testing the effectiveness of risk equalization models in health insurance: A new method and its application*, Erasmus Universitet Rotterdam, 2007.

[4] Preker, Alexander S. (toim) & Lindner, Marianne E. (toim.) et al.: *Scaling Up Affordable Health Insurance: Staying the Course.* Chapter 3 (Wynand P.M.M. van de Ven) s. 49–67. World Bank Publications 2013.

Teokset

[5] Casella, George & Berger, Roger L.: *Statistical Inference*, s. 59–68, 147–156, 311–342. Second Edition. Duxbury 2002.

[6] Daykin, C. D. & Pentikäinen, T. & Pesonen, M.: *Practical Risk Theory for Actuaries*, s. 30–100, 452–454. Chapman & Hall 1994.

[7] Jokela, Teemu & Lammi, Veera & Lohi, Ilkka Lohi & Silvola, Timo: *Vapaaehtoinen henkilövakuutus*, s. 268–280. FINVA 2009.

[8] Kenney, I. F & Keeping, E. S.: *Mathematics of Statistics. Part Two.* Second Edition. D. Van Nostrand Company 1951.

[9] Kivisaari, Esko & Kahola, Marja-Liisa: *Vakuutustalous. Vakuutusyrityksen riskienhallinta, tilinpäätös ja vakavaraisuus*, s. 42–67, 96–112, 135–137, 206–225. FINVA 2017.

[10] Lehmann, E. L. & Casella, George: *Theory of Point Estimation*, s. 83–113. Second Edition. Springer 1998.

[11] McGuire, Thomas (toim.) & Van Kleef, Richard C. (toim.): *Risk Adjustment, Risk Sharing and Premium Regulation in Health Insurance Markets: Theory and Practice*, s. 21–52. Elsevier Science & Technology 2018.

[12] Mikosch, Thomas: *Non-Life Insurance Mathematics. An Introduction with Stochastic Processes*, s. 13–18, 71–126. Springer 2000.

[13] Rolski, Tomasz & Schmidli, Hanspeter & Schmidt, Volker & Teugels, Jozef: *Stochastic Processes for Insurance and Finance*, s. 99–115, 156–160. John Wiley & Sons 1999.

[14] Ross, Sheldon M.: *Introduction to Probability Models*. Seventh Edition, s. 93–128, 241–295, 549–579. Academic Press 2000.

[15] Salo, Kirsi: *Työtapaturma ja ammattitauti*, s. 14–21, 48–53, 174–197. FINVA 2015.

Sääntely

[16] Työtapaturma- ja ammattitautilaki TyTAL 459/2015.

[17] Sosiaali- ja terveysministeriön asetus työtapaturma- ja ammattitautilain 231 §:ssä säädetyn suhdeluvun määräämisestä, ennakkoarvion perusteista ja jakojärjestelmää koskevien osuuksien maksusta ja tilittämisestä 302/2016.

[18] Vakuutusyhtiölaki 521/2008

[19] Euroopan parlamentin ja neuvoston direktiivi 2009/138/EY vakuutus- ja jälleenvakuutustoiminnan aloittamisesta ja harjoittamisesta (Solvenssi II).

[20] Komission delegoitu asetus (EU) 2015/35 vakuutus- ja jälleenvakuutustoiminnan aloittamisesta ja harjoittamisesta annetun Euroopan parlamentin ja neuvoston direktiivin 2009/138/EU täydentämisestä (Solvenssi II).

EIOPA:n ohjeet ja täytäntöönpanostandardit

[21] Calibration of the Premium and Reserve Risk Factors in the Standard Formula of Solvency II, EIOPA 11/163, 12 December 2011.

[22] Consultation Paper on the proposal for draft Implementing Technical Standards with regard to standard deviations in relation to health risk equalisation systems, EIOPA-CP-14/060, 27 November 2014.

[23] Cover note for the draft consultation papers on the Guidelines and ITS for Solvency II (set 2), EIOPA-BoS-14/229, 27 November 2014.

[24] EIPAS's second set of advice to the European Comission on specific items in the Solvency II Delegated Regulation, EIOPA-BoS-18/0750, 28 February 2018.

[25] Note on data requirements for non-life and non-SLT health calibration assessment, 5 December 2016.

[26] Technical Specification for the Preparatory Phase Part I, EIOPA-14/209, 30 April 2014.

Muut lähteet

[27] Tapaturmavakuutuskeskuksen julkaisu: *Työtapaturmavakuutus numeroina.* Tapaturmavakuutuskeskus TVK 9.6.2017.

[28] Tapaturmavakuutuskeskuksen sivut `www.tvk.fi`.

[29] Työeläkelakipalvelun sivut. Työeläkkeen laskentaopas 2016: työeläkkeiden rahoituksesta. `https://www.tyoelakelakipalvelu.fi/telp-publishing/vepa/document.faces?document_id=307269`.

[30] Työturvallisuuskeskuksen analyysi: *Tilastoanalyysi työtapaturmista ja ammattitaudeista. Yksityiset palvelualat.* Laatija: Janne Sysi-Aho, Tapaturmavakuutuslaitosten liitto TVL. Työturvallisuuskeskus 8.5.2013.

[31] Työtapaturma- ja ammattitautivakuutuskeskus: *Työtapaturma- ja ammattitautivakuutus. Vakuutuskäsikirja 2018.* Työtapaturmavakuutuskeskuksen julkaisu.