



**UNIVERSITY
OF TURKU**

This is a self-archived – parallel-published version of an original article. This version may differ from the original in pagination and typographic details. When using please cite the original.

AUTHOR Tuominen Anu

TITLE Vinkit GeoGebran oppilaskäyttöön

YEAR 2022

VERSION Final draft

Dimensio 30.8.2022

<https://dimensiolehti.fi/vinkit-geogeban-oppilaskayttoon/>

Vinkit GeoGebran oppilaskäyttöön

Korona laittoi sekaisin koko opetuskentän keväällä 2020 ja pakotti erilaiset koulutusalan massatapahtumat ja messut tauolle. Koronasta oli kuitenkin myös hyötyä: Suurin osa opettajista otti digiloikan, ja erilaiset etälaitteet ja -ohjelmat tulivat opettajille tutuiksi pakon sanelemana. Tämä loi uudenlaisia mahdollisuuksia erilaisten koulutusten järjestämiseksi etänä. Olenkin koronakesästä 2020 asti kouluttanut opettajia Zoomissa GeoGebran käyttöön. Osa kurssilaisista on ollut yläkoulun ja/tai lukion opettajia, lisäksi osallistujissa on ollut alakoulun opettajia, erityisopettajia ja lukiolaisia. Oma joukkonsa ovat olleet kotiäidit, jotka ovat olleet palaamassa työelämään useamman kotona vietetyn vuoden jälkeen ja siksi ovat kaivanneet tukea itselleen uusien ohjelmistojen haltuunotossa.

Kynnys uuden ohjelman tutkimiseen ja itsenäiseen harjoitteluun on usein korkea. Yritys-erehdysmenetelmä on hidas ja usein turhauttavakin. Aikaa säästyy, kun rinnalla on joku neuvomassa ja kertomassa vinkkejä mitä tehdä oppilaiden kanssa ja mitä ei kannata tehdä. Alla on spontaania palautetta koulutuksesta:

Kiitos ihan superpaljon! Opin hurjasti, joten nyt voin hyvin käyttää tätä opetuksessa. Ja aion ehdottomasti käyttääkin! Ihan paras koulutus, missä oon ikinä ollut! J.M., helmikuu 2022

GeoGebra

GeoGebra-ohjelman tarina alkoi itävaltalaisen opiskelijan Markus Hohenwarterin maisterityönä 2000-luvun alussa. Väitöskirjan valmistuttua 2006 siitä tuli avoin oppimisympäristö ja ohjelman kehittäminen laajeni Internet-yhteisöön. Ohjelma on kehittynyt koko ajan ja toisaalta perustoiminnot ovat säilyneet, mikä tekee ohjelman käyttämisestä helppoa. GeoGebra noudattelee geometriassa sovittuja ja vakiintuneita toiminta- ja merkintätapoja. Esimerkiksi pisteet merkitään isoilla kirjaimilla, suorat ja janat pienillä. Kulman mittaaminen kuten kulman nimeäminen aloitetaan kulman oikeasta kyljestä, jos klikkaat kylkiä väärässä järjestyksessä, saat komplementtikulman.

Ohjelma on vakiinnuttanut asemansa matematiikan opetuksessa. Tämä on huomioitu myös Turun yliopiston opettajankoulutuksessa, jossa aineenopettajaopiskelijat ja luokanopettajaopiskelijat tutustuvat GeoGebran käyttöön osana matematiikan didaktiikan opintoja. Esimerkiksi luokanopettajaopiskelijat piirsivät ensin geometrisesti, kynällä ja harpilla, kulmanpuolittajia ja keskinormaaleja. Seuraavalla kerralla teimme samoja asioita GeoGebran avulla. Opiskelijat huomasivat, kuinka helposti piirtäminen hoitui ohjelman avulla ja toisaalta heillä oli jo ymmärrys siitä, mitä he olivat tekemässä.

GeoGebra on ilmainen opetuskäyttöön mutta kaupalliseen tarkoitukseen tarvitaan lisenssi. Ohjelman saa ladattua tietokoneiden eri käyttöjärjestelmille osoitteesta <https://www.geogebra.org/>. Ohjelma toimii myös tabletilla mutta koska tietokoneen ruutu on yleensä suurempi ja hiiri tarkempi, on ohjelman käyttö helpompaa tietokoneella. Jotkut lukion oppikirjasarjat hyödyntävät jo upotettuja GeoGebra-appletteja sähköisissä oppikirjoissaan ja ehkä olettavat ohjelman olevan jo jonkin verran tuttu oppilaille, joten mitä GeoGebran ominaisuuksia olisi hyvä käydä läpi jo yläkoulussa? Tässä tulee muutamia huomioita viime vuosilta.

Ohjelman aloittaminen oppilaiden kanssa

Ohjelman käytölle tulee olla didaktinen peruste. Käytön tulee olla asian oppimisen ja ymmärtämisen kannalta kannattavaa. Ei touhuta laitteiden kanssa pelkästään siksi, että ne ovat siinä vaan niiden tulee edistää oppimista.

- Perusideat GeoGebran toiminnoissa:
 - 1) sininen kehys on sen työkalun ympärillä, joka on aktiivinen. Työkalu on ”päällä” niin kauan, kunnes klikkaat jotain muuta työkalua.
 - 2) Ohjelma opastaa näytön alareunan harmaassa inforuudussa, mitä tulee klikata ja missä järjestyksessä. Ei siis tarvitse muistaa ulkoa eri toimintoja.
- Ohjelmaa ei ole pakko ladata omalle koneelle vaan sen käyttö onnistuu myös selaimen yli.
- Ohjelma ei vaadi kirjautumista.
- Alun asetuksien säätö (*kieli* kannattaa valita suomeksi, *desimaaleihin* riittää 0 tai 1, *nimeäminen*: oletuksena on *automaattinen* mutta silloin kaikki nimetään ja hetken kuluttua piirtoalue on täynnä kirjaimia. Saat tuotoksestasi siistimmän valitsemalla ”*Nimeä vain pisteet*”).
- Tutustutaan opettajajohtoisesti työkaluihin yksi työkaluryhmä kerrallaan niin, että oppilaat saavat HETI kokeilla uuden ryhmän työkaluja. Harjoitellaan siis ”suttupaperille” ennen kuin aloitetaan varsinaisten tehtävien kanssa.
- Tehdään pieniä tehtäviä, joissa käytetään juuri opittujen ryhmien työkaluja.
- Tuotoksen siistiminen piilottamalla: Piilottaminen ei siis poista vaan vain piilottaa näkyvistä. Myös paperin ruudut ja koordinaattiakselit on mahdollista piilottaa näkyvistä. Piilotettu asia on mahdollista palauttaa taas näkyviin.
- Objektien (pisteiden, viivojen, kuvioiden jne.) ulkomuotoa pääsee muokkaamaan klikkaamalla hiiren oikealla korvalla kyseistä objektia → asetukset → ominaisuudet → väri / objektin tyyli / fonttikoko jne.
- Kynää ja paperia tarvitaan edelleen esimerkiksi ratkaisun hahmotteluun. Jos osaisit tehdä tehtävän kynällä ja harpilla, GeoGebra nopeuttaa tekemistäsi kuten laskin nopeuttaa laskemista. GeoGebralla tekemisen jälki on myös tarkempi. Yläkoululaiselle harpin käyttö ja ympyrän piirtäminen saattaa jopa olla aivan mahdotonta.
- Kuvioden muokkaaminen jälkikäteen on helppoa!

Pisteiden sijoittamista koordinaatistoon


Pisteitä voi sijoittaa koordinaatistoon kirjoittamalla pisteen koordinaatit syöttökenttään. Jos tarkoituksena on harjoitella pisteiden sijoittamista koordinaatistoon niin tätä toimintoa EI kannata esitellä oppilaille. Oppilaan tulee ITSE hiirellä sijoittaa pisteet paikalleen. Yleensä riittää, että hiirellä osuu riittävän lähelle, jolloin ohjelma tulkitsee pisteen oikeaksi. Hämmentyneenä olen katsellut, kuinka luokanopettajaopiskelijat ovat kirjoittaneet pisteiden koordinaatit suoraan syöttökenttään mutta eivät erota kumpi on x- ja kumpi y-koordinaatti. Kynä-paperi-testeissä pienellä osalla ei siis onnistu pisteiden sijoittaminen oikein annettuun koordinaatistoon.

Alla on kuvattu yksinkertainen koordinaatistoharjoitus, jossa harjoitellaan pisteiden sijoittamista koordinaatistoon ja kuvioden ominaisuuksien muokkaamista. Kirjallisen ohjeen joukkoon voi laittaa kuvakaappauksia sopivista työkaluista, jolloin oppilaiden on nopeampi tehdä tehtäviä. Esimerkin kaltainen tehtävä on myös nopea tarkistaa, sillä opettaja näkee yhdellä vilkaisulla, onko kuva oikean

näköinen. Ajatuksena on, ettei pisteitä sijoitella vain sijoittelemisen ilosta vaan tekemisellä on jokin tarkoitus ja konkreettisempi päämäärä.

KOORDINAATISTOTREENIÄ

Tehtävä 1.

- 1) Sijoita koordinaatistoon pisteet A (5, 1), B (-4, 1), C (-2, -1) ja D (3, -1)
- 2) Yhdistä pisteet A – B - C - D – A monikulmiotyökalulla 
- 3) Piirrä piste E (1, 1)
- 4) Piirrä kolmio pisteiden F (-2, 2), G (1, 6) ja H (4, 2) kautta
- 5) Piirrä jana pisteestä E kolmion huippuun
- 6) Mikä kuvio muodostui?
- 7) Tuunaa kuva mieleiseksesi vaihtamalla värejä (vie hiiri tuunattavan asian päälle, oikea korva → asetukset → väri)

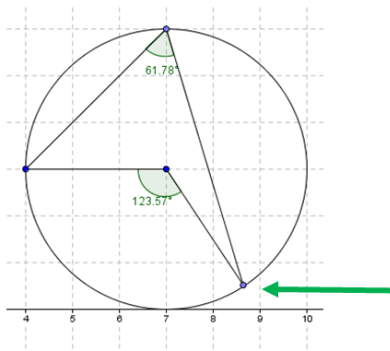
Kuva 1. Esimerkki ohjeista oppilaiden tehtävämonisteessa

Kehäkulma ja keskuskulma

Kahdeksannen luokan matematiikassa käydään läpi käsitteet *kehäkulma* ja *keskuskulma*. Jos oppilaat piirtävät harpilla ympyrän ja siihen kehäkulman ja keskuskulman, niin harvoin oppilaiden työskentelyn tarkkuus ylittää sille tasolle, jolta voitaisiin tehdä havaintoja kehäkulman ja keskuskulman suhteesta. Havainnollistin asiaa oppilaille alla olevalla esityksellä. Desimaaleja kannattaisi olla korkeintaan yksi esitykseni kahden sijaan, jotta oppilaat helpommin huomaisivat kehäkulman olevan puolet keskuskulmasta. Aika pian nopeimmat oppilaat huomasivat kehäkulman ja keskuskulman välisen yhteyden, kun muuttelin keskuskulmaa. Oppilaille oli myös hämmentävää se, että keskuskulman koko ei muuttunut, vaikka kuinka siirtelin kehäkulman pistettä ympyrän kehällä keskuskulman ulkopuolisella osuudella.

YMPYRÄ

- 1) Piirrä ympyrä, jonka keskipiste on pisteessä (7, 3) ja kehäpiste (4, 3)
- 2) Piirrä **janojen** avulla ympyrälle kehäkulma ja keskuskulma
- 3) Mittaa kulmat.
- 4) Muuttele keskuskulman suuruutta siirtelemällä kehällä olevaa pistettä
- 5) Tarkkaile mitä vastaavalle kehäkulmalle tapahtuu!



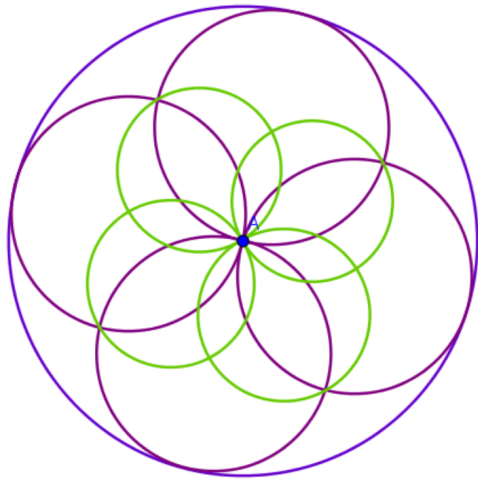
Kuva 2. Kehäkulma ja keskuskulma <https://www.geogebra.org/classic/zbvfp8>

Kuvan muokkaaminen

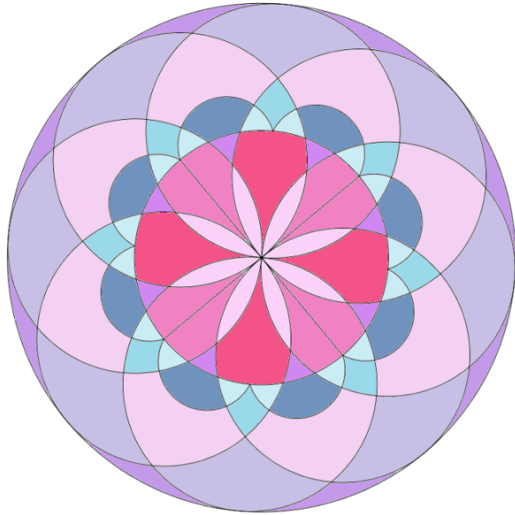
GeoGebralla on helppo piirtää kuvioita kokeisiin ja tarvittaessa kuvion muuttaminen jälkikäteen käy näppärästi. Oppilaita saattaa ihmetyttää se, että osaa pisteistä pystyy liikuttelemaan jälkikäteenkin mutta osaa ei. Mikä logiikka tässä on? Hyvä nyrkkisääntö on se, että jos ohjelma on sijoittanut pisteen ”paperille”, niin sen paikkaa ei voi enää hiirellä muuttaa. Esimerkiksi jos haluat piirtää säännöllisen kuusikulmion, ohjelma kysyy ensin käyttäjältä kaksi pistettä, joiden avulla se päättelee kuusikulmion sivun pituuden, ja sen jälkeen ohjelma laskee pisteiden paikat lopuille neljälle pisteelle. Kuvion koon muuttaminen tapahtuu siirtelemällä ensiksi valittuja pisteitä, jotka yleensä ovat väriltään **sinisiä** ja loput pisteet eli GeoGebran sijoittamat pisteet, yleensä väriltään **mustia**, asettuvat sinisten pisteiden mukaan määrätyille paikoille.

Vapaat kädet

Joskus on vain hyvä, ettei liian tarkkoja ohjeita ole ollenkaan. Alla oleva ympyräharjoitus on malli, joka tuli saada aikaiseksi ilman mitään ohjeita. Lopuksi oli tarkoitus vielä värittää ympyrät mieleisillä väreillä. Tarkoituksena oli käyttää erilaisia ympyröihin ja puoliympyröihin liittyviä työkaluja. Ruudukkoa ja akseleita sai hyödyntää vapaasti ja peilaamiseen liittyvät työkalut toimivat myös tässä hyvin. Lopuksi kuva tuli siistiä, eli poistaa ruudukot taustalta ja piilottaa pisteet. Eräs rouva lähetti minulle koulutuksen jälkeisenä päivänä valmiin tuotoksensa. Loppuunsaattaminen oli kuulemma vaatinut hieman punaviiniä 😊. Eräs luokanopettajaopiskelija teki kuvioista oman versionsa ja lopuksi väritti kuvion Paint-ohjelmalla. Tässä tulee upeasti yhtymäkohta kuvaamataidon ja matematiikan välillä. Luovuus kukkimaan!



Kuva 3. Mallikuvio ympyrätyökalun harjoitteluun



Kuva 4. Luokanopettajaopiskelija Lauri Kustosen tuotos

Yhteenveto

GeoGebra on erittäin hyödyllinen ohjelma, joka tukee opetusta ja mahdollistaa myös oppilaiden omakohtaisten havaintojen tekemisen. GeoGebraa kannattaa kokeilla oppilaiden kanssa useamman kerran, jotta työkalut tulevat tutuiksi. Tekeminen nopeutuu, kun muistaa, mistä valikosta työkalua alkaa etsiskelemään. Jos kokeilujen väli repeää muutaman viikon mittaiseksi, niin opitut unohtuvat nopeasti ja tuntuu ettei päästä ollenkaan eteenpäin asian kanssa.

Suosittelen ohjelman tiivistä hyödyntämistä lukukausien lopussa, esimerkiksi joululoman alla ja toukokuun lopussa, jolloin arvosanat on ehkä jo annettu ja osa oppitunneista käytetään retkiin, pesäpalloturnauksiin ja muuhun ohjelmaan. Erityisesti lukioon jatkavat oppilaat hyötyisivät ohjelman perustyökaluihin tutustumisesta.

Tulevilla Espoon koulutuspäivillä (7.–8.10.) on useampikin esitys GeoGebraan liittyen. Iltapäivällä on GeoGebraan ”isän” Markus Hohenwarterin keynote ”Future of GeoGebra” ja hetkeä myöhemmin koodaukseen liittyen ”GeoGebra as a programming language”. Aamupäivällä on jo oppikirjatyöpaja, jossa esitellään GeoGebraan käyttöä uudessa Ääretön-oppikirjasarjassa.

GeoGebrasta saat loistavan työkalun opetuksen tueksi, kokeile!

Anu Tuominen, KT, FL
anu.tuominen@utu.fi

P.S. Jos olet kiinnostunut osallistumaan GeoGebra-koulutukseen, niin laita sähköpostia osoitteeseen info@aleamath.fi Koulutus kestää noin 1,5 tuntia ja tapahtuu Zoomin välityksellä arki-iltaisain noin kerran kuussa. Koulutusta on kahdentasoista: aivan ummikoille (ALOITTELIJAT) ja jo hieman ohjelmaa käyttäneille (JATKO).

