



**TURUN  
YLIOPISTO**

MONITAVOITEOPTIMOINTI RAJOITEYHTÄLÖMENETELMÄLLÄ  
ALUEELLISEN METSÄSUUNNITTELUN TUKENA

LuK Valtteri Alatalo

Pro gradu -tutkielma  
Toukokuu 2026

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

**Tarkastajat:**

Prof. Marko Mäkelä

Dos. Anssi Ahtikoski, LUKE

Turun yliopiston laatujärjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck-järjestelmällä

TURUN YLIOPISTO, Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Pro gradu -tutkielma

**Pääaine:** Sovellettu matematiikka

**Tekijä:** Valtteri Alatalo

**Otsikko:** Monitavoiteoptimointi rajoiteyhtälömenetelmällä alueellisen metsäsuunnittelun tukena

**Ohjaaja:** Prof. Marko Mäkelä

**Sivumäärä:** 43 sivua

**Aika:** Toukokuu 2026

---

Tässä pro gradu -tutkielmassa muodostetaan alueellisesta metsäsuunnitteluongelmasta kaksitavoitteinen binäärinen kokonaislukuoptimointitehtävä ja ratkaistaan sen Pareto-optimaaliset ratkaisut rajoiteyhtälömenetelmällä. Monitavoiteoptimointitehtävän maksimoitavina tavoitteina ovat talousmetsän nettotulojen nykyarvo ja kuolleen puun määrä. Tutkittavina alueina ovat yhdeksän monimuotoisuuskeskittymää, jotka on valittu sattumanvaraisesti kolmelta suomalaiselta maantieteelliseltä alueelta (Pirkanmaa (MK6), Pohjois-Pohjanmaa (MK17) ja Kymenlaakso-Etelä-Karjala (MK89)). Alueet ovat valtakunnallisen Priodiversity LIFE -ohjelman pilottialueita. Alueilta on kerätty simulaatiodataa 30 ja 50 vuoden tarkastelujaksoilla. Tutkielmassa hyödynnetään Python-ohjelmaa rajoiteyhtälömenetelmän epsilon-arvojen määrittämiseen sekä optimointitehtävän ratkaisemiseen. Tutkielmassa esitetään optimoinnin tulokset Pareto-käyrinä sekä rajakustannuskäyrinä kullekin alueelle ja tarkastelujaksolle.

Tulokset osoittavat, että ensimmäiset kuolleen puun määrän lisäykset ovat kustannustehokkaita kaikilla alueilla; samalla kuitenkin osoitetaan, että luonnonmetsien tasojen saavuttaminen vaatisi suuria taloudellisia uhrauksia. Eteläisemmät alueet (Pirkanmaa, Kymenlaakso ja Etelä-Karjala) osoittautuivat sekä nettotulojen nykyarvon että kuolleen puun määrän osalta paremmiksi kohteiksi kuin pohjoinen alue (Pohjois-Pohjanmaa).

Asiasanat: monitavoiteoptimointi, rajoiteyhtälömenetelmä, Pareto-optimaalisuus, alueellinen metsäsuunnittelu, biodiversiteetti.



# Sisällys

<b>1</b>	<b>Johdanto</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Tutkimusongelma</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Monitavoiteoptimointi</b>	<b>5</b>
3.1	Monitavoiteoptimointitehtävän muotoilu . . . . .	5
3.2	Taustatietoa . . . . .	5
3.3	Pareto-optimaalisuus . . . . .	7
3.3.1	Ihanteelliset pisteet ja Nadir-pisteet . . . . .	8
3.3.2	Heikko ja varsinainen Pareto-optimaalisuus . . . . .	9
3.4	Painokerroinmenetelmä . . . . .	11
3.5	Rajoiteyhtälömenetelmä . . . . .	12
3.6	Muita menetelmiä . . . . .	14
3.7	Päätöksentekijän rooli . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Metsänhoidon teoriaa</b>	<b>17</b>
<b>5</b>	<b>Aineisto ja menetelmät</b>	<b>19</b>
5.1	Tutkimusalueet . . . . .	19
5.2	Simulointiaineisto . . . . .	22
5.3	Optimoinnin toteutus . . . . .	23
<b>6</b>	<b>Tulokset</b>	<b>26</b>
<b>7</b>	<b>Päätelmät</b>	<b>37</b>
<b>8</b>	<b>Yhteenveto</b>	<b>40</b>
	<b>Lähteet</b>	<b>41</b>



# 1 Johdanto

Metsäsuunnittelu on perinteisesti keskittynyt puuntuotantoon ja talousmetsien nettotulojen nykyarvon maksimoimiseen. Tämä lähestymistapa on taloudellisesta rationaalisuudesta huolimatta kuitenkin yksiulotteinen, eikä kata kaikkia hyötyjä, joita metsät tarjoavat. Metsät toimivat hiilinieluinä ja -varastoinä, tukevat luonnon monimuotoisuutta (biodiversiteetti), sekä mahdollistavat lukuisia ekosysteemipalveluja esimerkiksi vapaa-aikaan ja kulttuuriin liittyen. Puuntuotannosta saatavien taloudellisten voittojen maksimointi on johtanut intensiiviseen puuntuotantoon etenkin Fennoskandian alueilla [32].

Viime vuosikymmeninä erilaiset ympäristölliset kysymykset ovat muuttaneet suhtautumistamme metsäsuunnitteluun ja -hoitoon. Esimerkiksi, ilmastonmuutoksen torjuminen edellyttää, että metsät nielevät ja varastoivat hiiltä tehokkaasti. Luontokadon pysäyttäminen puolestaan vaatii, että metsäsuunnittelu tukee lajien elinympäristöjä (monimuotoisuus) ja ehkäisee lajien häviämistä, sukupuuttoa. Ekologiset tavoitteet ovat usein ristiriidassa lyhytaikaisten taloudellisten intressien kanssa, luoden monimutkaisia ristiriitoja, joita päätöksentekijöiden tulisi ratkaista [2, 3].

Hiilinielujen lisääminen metsäsuunnittelussa tarkoittaa käytännössä biomassan lisäämistä. Samalla kun biomassaa lisätään, puiden kuolleisuus kasvaa. Kuolleet puut toimivat myös elinympäristönä tuhansille eri lajeille, joista osa on hyvinkin uhanalaisia. Talousmetsissä kuolleen puun määrä on usein merkittävästi luonnonmetsien määrää pienempi, mikä heikentää monimuotoisuutta (biodiversiteetti).

Tämä tutkimustyö liittyy Metsähallituksen koordinoimaan Priodiversity LIFE-hankkeeseen, jota on osarahoitettu (noin 30M€) EU:n LIFE-instrumentilla. Yksi hankkeen tavoitteista on tutkia uusia innovatiivisia lähestymistapoja torjumaan luontokatoa metsänhoidon keinoin Suomessa. Tavoitteeseen pyritään esimerkiksi tunnistamalla luontoarvoiltaan tärkeimmät monimuotoisuuskeskittymät ja niiden yhteydet (esim. ekologiset käytävät), sekä varmistaa eliölajien liikkumismahdollisuudet eri alueiden välillä. Hankkeessa valitaan myös osa metsäalueista ennallistettaviksi, jolloin elinympäristö pyritään palauttamaan mahdollisimman lähelle sen alkuperäistä luonnollista tilaa. Tällöin luonnonsuojelussa korostuu tutkimustiedon tärkeys, jotta ennallistamistoimenpiteet kohdistuvat sinne, missä niillä on suurin kiire ja vaikuttavuus. Näin ollen, hankkeen ytimessä on koulutuksen ja osaamisen kasvattaminen, jotta kustannustehokkaimmat toimintamallit saadaan mahdollisimman laaja-alaiseen käyttöön. [26]

Tehokas luontokadon estäminen vaatii ymmärrystä alueittaisista vaihteluista luonnonsuojelun mahdollisuuksissa erilaisissa metsäympäristössä. Kaikki metsät eivät tarjoa samanlaisia mahdollisuuksia monimuotoisuuden ylläpitämiseen, ja näin ollen sopivat (kustannustehokkaat) keinot vaihtelevat paikallisista metsän rakenteista ja olosuhteista johtuen. Alueiden erottelu sellaisiin, joissa ekologiset parannukset ovat mahdollisia minimaalisilla taloudellisilla menetyksillä ja sellaisiin, joissa ristiriidat ovat vakavampia, on tärkeää tehokkaan resurssien allokation kannalta.

Alueellinen metsäsuunnittelu edellyttää seikkaperäisten käsittelyohjeiden allokointia yksittäisille metsäkuviolle. Jokaiselle kuviolle voidaan kohdentaa yksi useista käsittelyvaihtoehdoista, kuten Hyvän metsänhoidon suositusten mukainen metsänkäsittely, intensiivinen metsänkäsittely tai esimerkiksi metsänhoidon toimenpiteistä

kokonaan pidättäytyminen. Käsittelyvaihtoehdon valinta vaikuttaa sekä taloudellisiin voittoihin että ekologisiin tuloksiin.

Kun halutaan ottaa huomioon useampi tavoite, mitään yksittäistä ratkaisua ei voida pitää optimaalisena sanan perinteisessä merkityksessä. Tällöin on tarpeellista ottaa käyttöön menetelmiä, joilla voidaan tutkia tavoitteiden välisiä ristiriitoja, joiden Pareto-käyrien ymmärtäminen on keskeistä dataan perustuvassa päätöksenteossa. [3]

Kestävä metsänhoito edellyttää siis ymmärrystä kompromisseista, ristiriidoista sekä synergioista vaihtoehtoisten metsänkäsittelyiden välillä, mikä korostaa monitavoiteoptimointimenetelmien merkitystä. [3]. Näin metsäsuunnittelusta muodostuu tehtävä, jota pystytään hyvin tarkastelemaan monitavoiteoptimoinnin näkökulmasta [9].

Tämän pro gradu -tutkielman päätavoitteena on soveltaa rajoiteyhtälömenetelmää alueellisessa metsäsuunnittelussa nettotulojen nykyarvon ja kuolleen puun määrän välisten riippuvuussuhteiden analysoinnissa. Analyysi tehdään simulaatiotalle yhdeksälle eri monimuotoisuuskeskittymälle Suomessa 30 ja 50 vuoden aikahorisontissa.

Tässä tutkielmassa on hyödynnetty Claude- ja Gemini-tekoälytyökaluja Python-koodauksen ja kirjoittamisen tukena, LaTeX-koodien luomisessa sekä laskennallisten tulosten valmistelussa.

## 2 Tutkimusongelma

Kun alueellisessa metsäsuunnittelussa otetaan huomioon sekä taloudelliset että ympäristölliset tavoitteet, metsäsuunnitteluongelmasta tulee huomattavan erilainen verrattuna tyypilliseen yhden tavoitteen optimointitehtävään. Pelkkä nettotulojen nykyarvon maksimointi yleensä tarkoittaisi intensiivistä metsänkäsittelyä (ml. puunkorjuu) tulojen tuottamista varten, mutta samalla se heikentäisi metsien monimuotoisuutta (kuolleen puun määrä) merkittävästi. Sen sijaan keskittymällä ainoastaan kuolleen puun määrän maksimointiin menetettäisiin merkittävä osa taloudellisesta tuloksesta. Voidaankin sanoa, että tavoitteet kilpailevat keskenään: toisessa puuta tuotetaan taloudellista tuottoa maksimoiden, toisessa monimuotoisuuden ehdoilla, tarjoten elinympäristöjä uhanalaisille eliölajeille.

Tutkielmassa tarkastellaan kahden tavoitteen maksimointia: metsän nettotulojen nykyarvoa (€) ja kuolleen puun määrää ( $m^3/ha$ ). Nettotulojen nykyarvo on valittu taloudelliseksi tavoitteeksi siksi, että se on vakiintunut talousmetsien taloudellisen arvon mittarina, ja sen maksimoinnista on olemassa runsaasti tutkimustietoa [2]. Kuolleen puun määrä on tässä valittu ekologisiksi tavoitteeksi, koska se on suoraviivaisesti ennustettavissa malleilla ja se on tärkein yksittäinen metsän biodiversiteetti-indikaattori [24]. Aiemmassa kirjallisuudessa esiintyy myös muita mittareita, kuten tietyn eläinlajin, esimerkiksi riekon, esiintyvyyttä [19]. Toisaalta kuolleen puun määrä biodiversiteetti-indikaattorina on rajallinen siinä mielessä, että eri eliölajit vaativat erilaisia elinympäristöjä, eikä kuollut puu yksistään kata kaikkia lajien elinympäristöihin vaikuttavia tekijöitä [19]. Tämä tekee metsänhoidossa kaikkien lajien samanaikaisesta parantamisesta erittäin haasteellista. Indikaattorin rajoitteista huolimatta kuollut puu on perusteltua valita pääindikaattoriksi tähän tutkielmaan, sillä se on ekologisesti merkittävin yksittäinen tekijä, joka vaikuttaa laajaan joukkoon lajeja ja elinympäristöjä.

Kirjallisuudessa puuntuotannon ja biodiversiteetin välinen ristiriita on todettu erityisen voimakkaaksi, kun sitä verrataan muihin tavoitepareihin [32]. Tämä johtuu siitä, että puunkorjuussa poistetaan puita, jotka myöhemmin muuttuisivat lahoppuiksi. Hiilensidonnan parantaminen on tyypillisesti mahdollista vain sellaisilla toimenpiteillä, jotka tavalla tai toisella pienentävät puuntuotannon intensiteettiä [23]. Sen sijaan biodiversiteetin ja hiilensidonnan välinen suhde on monimutkaisempi: esimerkiksi puuston kasvattaminen ilman hakkuita tyypillisesti tukee molempia tavoitteita. Valitsemalla maksimoitaviksi tavoitteiksi nettotulojen nykyarvon ja kuolleen puun määrän päästään siis tarkastelemaan voimakkainta ristiriitaa, mikä tekee tutkimusasetelmasta erityisen mielenkiintoisen.

Tutkielmaan on valittu metsikkökohtainen lähestymistapa, koska metsänkäsittelyvaihtoehtojen yhdistelmä tuottaa parempia tuloksia sekä nettotulojen nykyarvolle että biodiversiteetti-indikaattoreille kuin yksittäisen käsittelyvaihtoehdon soveltaminen laaja-alaisesti [32]. Metsikkökohtaisessa lähestymistavassa kullekin yksittäiselle metsäkuviolle etsitään optimoinnin avulla yksi metsänkäsittely lukuisista käsittelyvaihtoehtoista, mikä takaa koko metsäalueelle parhaimman mahdollisen tuloksen. Pohjanmies ym. [25] totesivat, että optimointi suhteellisen pienilläkin alueilla tuottaa suurimman osan optimointiprosessin hyödystä, mikä tukee edelleen tutkielman metsikkökohtaista lähestymistapaa.

Tutkielman tavoitteena on selvittää, miten eri maantieteellisten alueiden Pareto-käyrät eroavat toisistaan. Aiemmassa kirjallisuudessa on havaittu maantieteellisen sijainnin vaikuttavan tuloksiin merkittävästi: kompromissit korostuivat eteläisille alueille enemmän verrattuna pohjoisiin alueisiin [19]. Tässä tutkielmassa tarkastellaan Priodiversity LIFE -ohjelman kolmen pilottitutkimusalueen luonnon monimuotoisuuskeskittymiä. Koska tutkimusongelmana on tarkastella kahden kilpailevan tavoitteen kompromisseja, edellyttää tämä monitavoiteoptimointia. Seuraavaksi käydään läpi tärkeimmät monitavoiteoptimoinnin käsitteet ja menetelmät.

### 3 Monitavoiteoptimointi

Luku perustuu lähteisiin [20, 21]. Alkuperäisessä lähteessä käsitteet on määritelty minimointitehtävälle, joten niitä on muokattu maksimointitehtäviä vastaaviksi.

#### 3.1 Monitavoiteoptimointitehtävän muotoilu

Tyypillisessä yhden tavoitteen optimointitehtävässä tavoitteena on löytää ratkaisu, joka maksimoi tai minimoi objektifunktion. Tosielämän päätöksenteko-ongelmat sisältävät kuitenkin yleensä useamman kuin yhden tavoitteen tai kriteerin.

Monitavoiteoptimoinnissa (eng. multi-objective optimization tai multi-criteria optimization) käsitellään tehtäviä, joissa useampaa kuin yhtä objektifunktiota optimoidaan samanaikaisesti [7]. Monitavoiteoptimointitehtävä voidaan esittää yleisessä muodossa

$$\begin{aligned} &\text{maksimoi} \quad \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})\} \\ &\text{rajoittein} \quad \mathbf{x} \in S, \end{aligned} \tag{1}$$

missä  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  on päätösmuuttujista  $x_i$  koostuva päätösmuuttujavektori,  $f_i$  on objektifunktio ( $i = 1, \dots, k$ ), joka riippuu päätösmuuttujavektorista  $\mathbf{x}$ ,  $k \geq 2$  on objektifunktioiden lukumäärä ja  $S$  on *sallittu alue* (eng. feasible decision space), josta päätösmuuttujat on valittava (pätösavaruus). [20]

Merkitään  $i$ :nnen objektifunktion *objektiarvoa*  $z_i$ :llä (eli  $z_i = f_i(\mathbf{x})$ ). Luvut  $z_i$  muodostavat tällöin objektivektorin  $\mathbf{z} \in Z$ , missä  $Z$  on sallitun alueen kuvajoukko tavoiteavaruudessa. Tyypillisesti joukko  $Z$  tunnetaan joukon  $S$  kautta, ei eksplisiitisesti. Kuvassa 1 on havainnollistettu joukkoja  $S$  ja  $Z$ . [20]

#### 3.2 Taustatietoa

Seuraavaksi on hyvä esitellä joitain käsitteitä ja määritelmiä, jotka ovat tutkielman kannalta olennaisia.

**Määritelmä 1.** Funktio  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  on *konkaavi*, jos kaikille  $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2 \in \mathbb{R}^n$  pätee

$$f(\beta\mathbf{x}^1 + (1 - \beta)\mathbf{x}^2) \geq \beta f(\mathbf{x}^1) + (1 - \beta)f(\mathbf{x}^2)$$

kaikilla  $\beta \in [0, 1]$ .

Joukko  $S \subset \mathbb{R}^n$  on *konvekksi*, jos ehdosta  $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2 \in S$  seuraa, että  $\beta\mathbf{x}^1 + (1 - \beta)\mathbf{x}^2 \in S$  kaikilla  $\beta \in [0, 1]$ . Toisin sanoen joukko on konvekksi, jos mikä tahansa joukon pisteitä yhdistävä jana on kokonaan joukon sisällä. [21]

**Määritelmä 2.** Monitavoiteoptimointitehtävä on *konkaavi*, jos kaikki objektifunktiot ovat konkaaveja ja sallittu alue on konvekksi.

Monitavoiteoptimointitehtävät voidaan jaotella konkaaveihin ja epäkonkaaveihin. Tutkielmassa käsiteltävä optimointitehtävä on epäkonkaavi, koska sallittu alue  $S$  koostuu binäärimuuttujista, mikä tekee siitä luonnostaan epäkonveksin. Tästä johtuen on siis tärkeää valita sellainen menetelmä, joka kykenee löytämään myös optimointitehtävän epäkonkaavit ratkaisut.

Koska tutkielmassa tarkastellaan kahden kilpailevan tavoitteen kompromisseja, on hyödyllistä määritellä kompromissin käsite tarkemmin. *Kompromissi* (eng. trade-off) kuvaa objektifunktioiden muutosnopeuksia silloin kun yksi objektifunktioista kasvaa toisen objektifunktion vähenemisen seurauksena. [21]

**Määritelmä 3.** Olkoon  $\mathbf{x}^1$  ja  $\mathbf{x}^2 \in S$  kaksi päätösvektoria. Merkitään muutosnopeutta funktioiden  $f_i$  ja  $f_j$  välillä seuraavasti:

$$\Lambda_{ij}(\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2) = \frac{f_i(\mathbf{x}^1) - f_i(\mathbf{x}^2)}{f_j(\mathbf{x}^1) - f_j(\mathbf{x}^2)}, \quad (2)$$

missä  $f_j(\mathbf{x}^1) - f_j(\mathbf{x}^2) \neq 0$ .

Kaavassa  $\Lambda_{ij}$  on objektifunktioiden  $f_i$  ja  $f_j$  *osittaiskompromissi* (eng. partial trade-off) päätösmuuttujavektorien  $\mathbf{x}^1$  ja  $\mathbf{x}^2$  välillä, jos  $f_l(\mathbf{x}^1) = f_l(\mathbf{x}^2)$  kaikille  $l = 1, \dots, k$ ,  $l \neq i, j$ . Jos  $f_l(\mathbf{x}^1) \neq f_l(\mathbf{x}^2)$  vähintään yhdellä indeksillä  $l = 1, \dots, k$  ja  $l \neq i, j$ , niin  $\Lambda_{ij}$  on funktioiden  $f_i$  ja  $f_j$  *kokonaiskompromissi* (eng. total trade-off) pisteiden  $\mathbf{x}^1$  ja  $\mathbf{x}^2$  välillä. [21]

Luvussa 6 esitetyt rajakustannuskäyrät kuvaavat juuri tätä kompromissia: ne määrittävät muutosnopeuden kahden objektifunktion välillä, josta saadaan rajakustannus yhdelle lisäkuutiometrille kuollutta puuta. Kompromissin käsite matemaattisessa kontekstissa ei siis tarkoita pelkästään tavoitteiden välisten ristiriitojen sovittelua, vaan myös sitä, miten paljon toisen tavoitteen arvon muuttaminen vaikuttaa muihin tavoitteisiin.

Huomaa, että kahden objektifunktion tapauksessa osittaiskompromissien ja kokonaiskompromissien välillä ei ole eroa. Jos osittaiskompromissit esitetään päätöksentekijälle, hän voi verrata kahden objektifunktion muutoksia kerrallaan, mikä on usein helpompaa kuin useamman tavoitteen vertailu. [21]

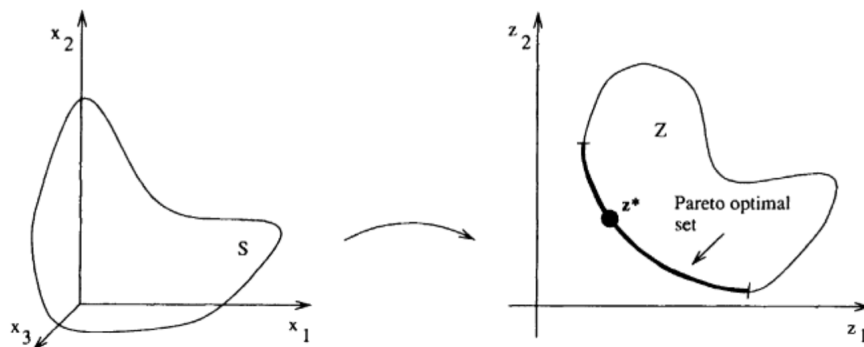
Toisin kuin yhden tavoitteen optimoinnissa, monitavoiteoptimoinnissa ei yleensä ole olemassa yksittäistä ratkaisua, joka optimoi kaikki tavoitteet samanaikaisesti. Otamme siis optimaalisuuden sijasta käyttöön Pareto-optimaalisuuden käsitteen, joka on nimetty ekonomisti Vilfredo Pareton mukaan.

### 3.3 Pareto-optimaalisuus

Ratkaisuja, joissa yhtäkään tavoitetta ei pystytä parantamaan huonontamatta jotakin muuta tavoitetta, kutsutaan Pareto-optimaaliseksi ratkaisuksi [20, 21].

**Määritelmä 4.** Päätösvektori  $\mathbf{x}^* \in S$  on *Pareto-optimaalinen*, jos ei ole olemassa toista päätösvektoria  $\mathbf{x} \in S$  siten, että  $f_i(\mathbf{x}) \geq f_i(\mathbf{x}^*)$  kaikilla  $i = 1, \dots, k$  ja  $f_j(\mathbf{x}) > f_j(\mathbf{x}^*)$  vähintään yhdellä indeksillä  $j$ .

Objektivektori  $\mathbf{z}^*$  on Pareto-optimaalinen, jos sitä vastaava päätösvektori on Pareto-optimaalinen. [21]



Kuva 1: Joukot  $S$  and  $Z$  ja Pareto-optimaaliset vektorit. Kuvan lähde: Miettinen, 1998 [21].

Pareto-optimaalisten päätösvektorien (Pareto-pisteiden) joukkoa kutsutaan *Pareto-optimaaliseksi joukoksi*. Tätä joukkoa vastaavien objektivektorien joukkoa tavoiteavaruudessa  $Z$  kutsutaan *Pareto-pinnaksi* (eng. Pareto frontier). Tässä tutkielmassa käsitellään kuitenkin kaksiulotteista tapausta ( $k = 2$ ), jolloin voidaan käyttää termiä *Pareto-käyrä*. Pareto-pisteitä on tyypillisesti olemassa ääretön määrä. [21]

Pareto-käyrä antaa intuitiivisen tavan havainnoida kompromisseja tavoitteiden välillä graafisesti, ja on siten hyvä työkalu metsäsuunnittelun päätöksenteossa [9]. Tutkielman sovellus huomioon ottaen voidaan Pareto-käyrästä käyttää myös termiä *tuotantomahdollisuuksien käyrä* (eng. production possibility frontier), koska käyrästä ilmenee kuolleen puun eri määrien lisäämismahdollisuuksia eri hinnoilla (nettotojien nykyarvon menetyksillä) [25].

Kuvassa 1 on havainnollistettu Pareto-käyrää tavoiteavaruudessa. Huomaa, että kuvan Pareto-käyrä on piirretty minimointitehtävän tapaukselle, jolloin Pareto-käyrä sijaitsee tavoiteavaruuden vasemmassa alakulmassa. Tutkielmassa maksimoidaan molempia tavoitteita, joten Pareto-käyrä sijaitsee vastaavasti tavoiteavaruuden oikeassa yläkulmassa. Paksulla piirretty viiva sisältää kaikki Pareto-optimaaliset objektivektorit, ja  $\mathbf{z}^*$  on esimerkki niistä. Toisin kuin yhden tavoitteen optimoinnissa, monitavoiteoptimoinnissa keskitytään yleensä tarkastelemaan tavoiteavaruutta, koska sen dimensio on useimmiten päätösavaruutta pienempi, ja koska objektifunktion arvoja käytetään optimaalisuuden määrittelyssä. [21]

### 3.3.1 Ihanteelliset pisteet ja Nadir-pisteet

Monitavoiteoptimoinnissa käytetään referenssivektoreita kuvaamaan tavoiteavaruuden rajoja. Keskeisimmät näistä ovat *ihanteellinen objektivektori* ja *nadir-objektivektori*, joita käytetään myöhemmin rajoiteyhtälömenetelmän epsilon-arvojen määrittämisessä. [21]

**Määritelmä 5.** Ihanteellisen objektivektorin  $\mathbf{z}^* \in \mathbb{R}^k$  komponentit  $z_i^*$  saadaan maksimoimalla kukin objektifunktio yksitellen, eli ratkaisemalla tehtävä

$$\begin{aligned} & \text{maksimoi} && f_i(\mathbf{x}) \\ & \text{rajoittein} && \mathbf{x} \in S \end{aligned} \tag{3}$$

kaikilla  $i = 1, \dots, k$ .

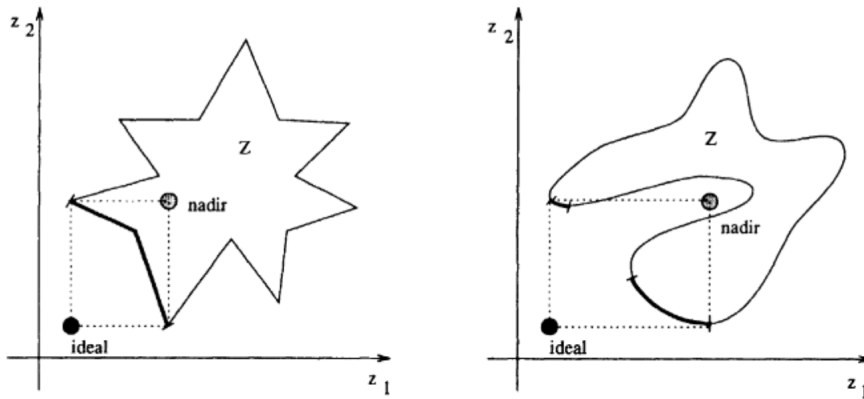
Ihanteellinen objektivektori on tyypillisesti ei-sallittu (eng. infeasible), mikä tarkoittaa sitä, että se ei ole minkään sallitun päätösvektorin kuva, koska objektifunktiot ovat ristiriitaisia. Mikäli ihanteellinen objektivektori olisi sallitulla alueella, se olisi monitavoiteoptimointitehtävän yksikäsitteinen ratkaisu. Ihanteellinen objektivektori antaa kuitenkin komponenttikohtaisen ylärajan Pareto-käyrälle tavoiteavaruudessa. [20]

Seuraavaksi on esitetty nadir-pisteen määritelmä maksimointitehtävän tapauksessa. Nadir-piste ( $\mathbf{z}^{nadir}$ ) on vektori, joka muodostaa alarajan Pareto-käyrälle. Yleisessä tapauksessa epälineaarisen monitavoiteoptimointitehtävän nadir-objektivektorin tarkalle laskemiselle ei ole olemassa tapaa, mutta sitä voidaan arvioida. Perinteisin tapa arvioida nadir-objektivektoria on käyttää tuottomatriisia (eng. pay-off table). Kaksiulotteisessa tapauksessa ( $k = 2$ ) tuottomatriisilla saadaan laskettua nadir-objektivektori tarkasti [20].

	$f_1$	$f_2$
$\max f_1$	$z_1^{ihanteellinen}$	$z_2^{nadir}$
$\max f_2$	$z_1^{nadir}$	$z_2^{ihanteellinen}$

Taulukko 1: Tuottomatriisi kahden tavoitteen maksimointitehtävälle.

Kuvassa 2 on piirretty kaksi tavoiteavaruutta, joihin on merkitty ihanteelliset objektivektorit ja nadir-objektivektorit. Ihanteellinen objektivektori muodostaa siis ylärajan ja nadir-objektivektori alarajan Pareto-käyrälle tavoiteavaruudessa. Huomaa, että tässäkin kuvassa Pareto-käyrät on piirretty minimointitehtävälle, eroten tämän tutkielman tehtävänasettelusta.



Kuva 2: Ihanteelliset objektivektorit ja nadir-objektivektorit. Kuvan lähde: Miittinen, 1998 [21].

Tuottomatriisin muodostamisessa käytetään pisteitä, jotka saatiin ihanteellisen objektivektorin laskemisesta. Tuottomatriisi muodostetaan seuraavasti:  $i$ :nnellä rivillä ovat kaikkien objektifunktioiden arvot laskettuna pisteessä, jossa  $f_i$  sai suurimman arvonsa. Luvut  $z_i^*$ , eli kunkin funktion maksimiarvot, saadaan siis tuottomatriisin diagonaalilta. Kunkin objektifunktion pienin arvo estimoidaan vastaavan sarakkeen pienimmäksi arvoksi. Tällä tavalla saatu arvio voi olla yleisessä tapauksessa liian suuri tai liian pieni verrattuna oikeaan nadir-objektivektoriin. [21]

Ihanteellisia pisteitä ja nadir-pisteitä käytetään myöhemmin tutkielmassa rajoitetyhtälömenetelmässä epsilon-arvojen määrittämisessä.

### 3.3.2 Heikko ja varsinainen Pareto-optimalisuus

Pareto-optimaalisuudesta on olemassa useampia variantteja. Tässä tutkielmassa esitellään näistä heikko Pareto-optimalisuus (eng. weak Pareto optimality) ja varsinainen Pareto-optimalisuus (eng. proper Pareto optimality).

Objektivektori on heikosti Pareto-optimaalinen (kuva 3), jos ei ole olemassa toista vektoria, jossa kaikki komponentit ovat sitä parempia [21], eli formaalisesti määriteltynä:

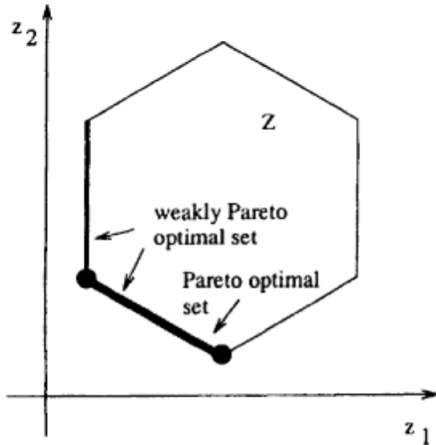
**Määritelmä 6.** Päätösvektori  $\mathbf{x}^*$  on *heikosti Pareto-optimaalinen*, jos ei ole olemassa toista sallittua päätösvektoria  $\mathbf{x} \in S$  siten, että  $f_i(\mathbf{x}) > f_i(\mathbf{x}^*)$  kaikilla  $i = 1, \dots, k$ .

Objektivektori  $\mathbf{z}^* \in Z$  on heikosti Pareto-optimaalinen, jos sitä vastaava sallitun alueen päätösvektori  $\mathbf{x} \in S$  on heikosti Pareto-optimaalinen. [20]

Huomaa, että Pareto-optimaalisten objektivektorien joukko on heikosti Pareto-optimaalisten pisteiden osajoukko. Toisin sanoen, jokainen Pareto-optimaalinen ratkaisu on myös heikosti Pareto-optimaalinen, mutta päinvastainen ei pidä paikkaansa. Heikosti Pareto-optimaalisten ratkaisujen tuottaminen on usein Pareto-optimaalisten ratkaisujen tuottamista helpompaa, mutta ne eivät yleensä ole mielekkäitä lopullisiksi ratkaisuuksi [21].

Heikko Pareto-optimalisuus on kuitenkin tämän tutkielman kannalta olennainen käsite, koska monet monitavoiteoptimointimenetelmät takaavat ratkaisuilleen

vain heikon Pareto-optimaalisuuden. Tietyillä lisäehdoilla kyseisetkin menetelmät voivat kuitenkin taata Pareto-optimaaliset ratkaisut, kuten luvuissa 3.4 ja 3.5 esitetään.



Kuva 3: Heikosti Pareto-optimaaliset vektorit. Kuvan lähde: Miettinen, 1998 [21].

Osalla Pareto-optimaalisista ratkaisuista on epäsuotuisia ominaisuuksia. Tämän ehkäisemiseksi määritellään varsinainen Pareto-optimaalisuus. Tällöin Pareto-optimaaliset ratkaisut voidaan jaotella varsinaisiin ja epävarsinaisiin. [15]

Varsinainen Pareto-optimaalisuus poissulkee ratkaisut, joissa on rajoittamattomia kompromisseja, eli infinitesimaalinen parannus yhdessä tavoitteessa vaatisi mielivaltaisen suuren uhrauksen toiseen tavoitteeseen.

**Määritelmä 7.** Päätösvektori  $\mathbf{x}^* \in X$  on *varsinaisesti Pareto-optimaalinen* (Geoffrion (1968) [8]), jos se on Pareto-optimaalinen ja on olemassa reaaliluku  $M > 0$ , niin että jokaiselle  $f_i$  ja jokaiselle  $\mathbf{x} \in S$ , joka täyttää ehdon  $f_i(\mathbf{x}) > f_i(\mathbf{x}^*)$ , on olemassa ainakin yksi  $f_j$ , niin että  $f_j(\mathbf{x}) < f_j(\mathbf{x}^*)$  ja

$$\frac{f_i(\mathbf{x}) - f_i(\mathbf{x}^*)}{f_j(\mathbf{x}^*) - f_j(\mathbf{x})} \leq M. \quad (4)$$

Objektivektori  $\mathbf{z}^* \in Z$  on varsinaisesti Pareto-optimaalinen, jos sitä vastaava päätösvektori on varsinaisesti Pareto-optimaalinen. [21]

Käytännön sovelluksissa, kun on kyseessä rajoitettu sallittu alue, varsinaiset Pareto-optimaaliset ratkaisut ovat kaikkein käyttökelpoisimpia. Inhimilliselle päätöksentekijälle Pareto-optimaalinen ratkaisu hyvin pienillä tai hyvin suurilla kompromisseilla ei käytännössä eroa heikosti Pareto-optimaalisesta ratkaisusta. Tässä tutkielmassa varsinaiset Pareto-optimaaliset ratkaisut ovat kaikista suotuisimpia. [21]

Koska varsinaisen Pareto-optimaalisuuden ehtona on Pareto-optimaalisuus, varsinainen Pareto-optimaalisuus on Pareto-optimaalisuutta tiukempi ehto, eli varsinaisesti Pareto-optimaalinen joukko on Pareto-optimaalisen joukon osajoukko. Heikko Pareto-optimaalisuus on sen sijaan Pareto-optimaalisuutta heikompi ehto, joten

Pareto-optimaalinen joukko on heikosti Pareto-optimaalisen joukon osajoukko. Voidaan siis kirjoittaa, että  $VPO \subseteq PO \subseteq HPO$ , missä VPO tarkoittaa varsinaisesti Pareto-optimaalista, PO Pareto-optimaalista ja HPO heikosti Pareto-optimaalista joukkoa.

### 3.4 Painokerroinmenetelmä

On olemassa monia menetelmiä generoida Pareto-optimaalisia ratkaisuja. Tällaisia menetelmiä kutsutaan a posteriori -menetelmiksi: päätöksentekijä tarkastelee generoituja Pareto-optimaalisia ratkaisuja ja valitsee vaihtoehdoista mielekkäimmän. Päätöksentekijän roolista kerrotaan tarkemmin luvussa 3.7. Seuraavaksi esitellään keskeisiä monitavoiteoptimointimenetelmiä, mukaan lukien kaksi a posteriori -menetelmää ja esitetään niihin liittyen tutkielman kannalta olennaisia tuloksia. [21]

Painokerroinmenetelmä on eräs yksinkertaisimmista menetelmistä ratkaista monitavoiteoptimointitehtävä. Menetelmässä jokaiselle objektifunktiolle annetaan painokerroin, jonka jälkeen maksimoidaan objektifunktioiden painotettua summaa. Optimointitehtävän objektifunktiot muutetaan siis yhdeksi objektifunktioksi, jolloin se pystytään ratkaisemaan yhden tavoitteen optimointitehtävän tavoin. [21]

Oletetaan, että painokertoimet  $w_i \geq 0$  ovat reaalityyppisiä kaikille  $i = 1, \dots, k$ . Painokerroinmenetelmässä painot on normeerattu siten, että niiden summa on yksi, mikä tekee menetelmästä helposti yleistettävän.

Painokerroinmenetelmässä ratkaistaan optimointitehtävä, jota kutsutaan *painokerrointehtäväksi*:

$$\begin{aligned} \text{maksimoi} \quad & \sum_{i=1}^k w_i f_i(\mathbf{x}) \\ \text{rajoittein} \quad & \mathbf{x} \in S, \end{aligned} \tag{5}$$

missä  $w_i \geq 0$  kaikille  $i = 1, \dots, k$  ja  $\sum_{i=1}^k w_i = 1$ .

Varioimalla painokertoimia saadaan tuotettua erilaisia Pareto-optimaalisia ratkaisuja. Painokerroinmenetelmässä objektifunktiot yleensä skaalataan, jotta niiden arvot olisivat suunnilleen samaa suuruusluokkaa. Tällä tavalla säilytetään painokerrointen merkitys: jos objektifunktioiden arvoissa on suuria eroja, niiden vaikutus summassa voi vääristyä. [20]

Seuraavaksi esitetään kolme olennaista tulosta painokerroinmenetelmään liittyen.

**Lause 1.** *Painokerroinmenetelmän ratkaisu on heikosti Pareto-optimaalinen [21].*

**Lause 2.** *Painokerroinmenetelmän ratkaisu on Pareto-optimaalinen, jos painot ovat positiivisia, eli  $w_i > 0$  kaikille  $i$  [21].*

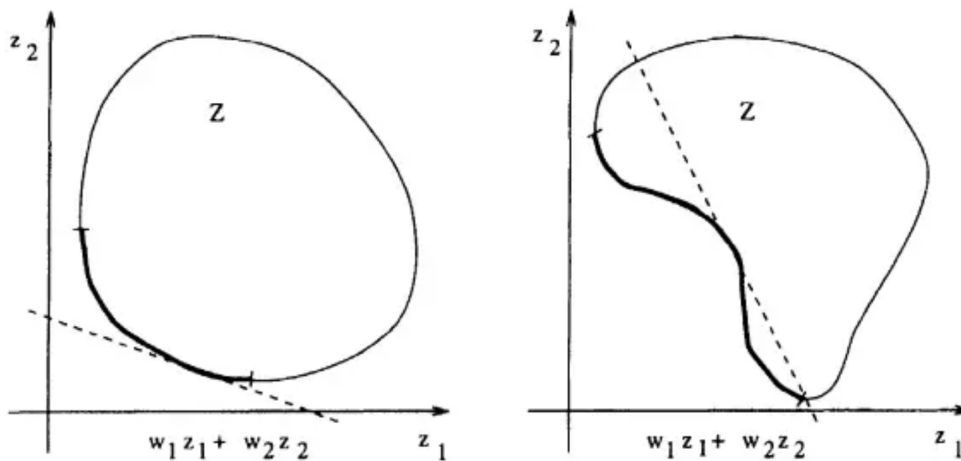
**Lause 3.** *Painokerroinmenetelmän yksikäsitteinen ratkaisu on Pareto-optimaalinen [21].*

Toisin sanoen lause 2 tarkoittaa, että jos kaikille tavoitteille annetaan edes vähän painoarvoa, painokerroinmenetelmästä saatavat ratkaisut ovat aina Pareto-optimaalisia. Painokerroinmenetelmä on kuitenkin rajoitettu siten, että se löytää ratkaisuja vain Pareto-käyrän konkaavilta osilta. Jos Pareto-käyrä on epäkonkaavi, konveksilla

alueella olevat ratkaisut jäävät löytämättä riippumatta siitä, miten painot on valittu. Tämä voi koitua ongelmaksi etenkin kokonaislukuoptimointitehtävissä, joissa sallittu alue on epäkonvekksi diskreeteistä muuttujista johtuen.

**Lause 4.** *Olkoon monitavoiteoptimointitehtävä konkaavi. Jos  $\mathbf{x}^* \in S$  on Pareto-optimaalinen, niin on olemassa painovektori  $\mathbf{w}$  ( $w_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, k$ ,  $\sum_{i=1}^k w_i = 1$ ) siten, että  $\mathbf{x}^*$  on painokerrointehtävän (5) ratkaisu.*

Kuvassa 4 on havainnollistettu lauseen 4 esittämää tilannetta minimointitehtävälle. Konveksissa tavoiteavaruuden tapauksessa (vasemmalla) jokainen Pareto-optimaalinen piste (piirretty paksulla viivalla) voidaan löytää painokertoimia varioimalla. Epäkonveksissa tapauksessa (oikealla) ”onkalon” Pareto-optimaaliset ratkaisut jäävät saavuttamatta. [21]



Kuva 4: Painokerroinmenetelmä konvekseille ja epäkonvekseille tavoiteavaruuksille. Kuvan lähde: Miettinen, 1998 [21].

Tämän lisäksi painokerroinmenetelmässä on intuitiivisesti vaikea hahmottaa suhdetta painojen arvojen ja Pareto-käyrän ratkaisujen sijaintien välillä. Pienet muutokset painoissa saattavat johtaa suuriin eroihin ratkaisussa, mikä voi tehdä Pareto-käyrän hahmottamisesta vaikeaa.

Koska tutkielman tavoitteena on ratkaista binäärinen kokonaislukuoptimointitehtävä, jossa ratkaisuja voi esiintyä myös tavoiteavaruuden epäkonveksilla alueella, painokerroinmenetelmä ei sovellu tähän tehtävään. Menetelmää on kuitenkin käytetty metsäsuunnittelun ongelmissa, joissa päätösmuuttujat ovat jatkuvia [9].

### 3.5 Rajoiteyhtälömenetelmä

Rajoiteyhtälömenetelmässä (eng.  $\epsilon$ -constraint method) yksi objektifunktioista valitaan maksimoitavaksi ja muut muutetaan rajoitteiksi, jolloin monitavoiteoptimoin-

titehtävä (1) muutetaan *rajoiteyhtälötehtäväksi*: [21]

$$\begin{aligned} & \text{maksimoi} && f_l(\mathbf{x}) \\ & \text{rajoittein} && f_j(\mathbf{x}) \geq \varepsilon_j \text{ kaikille } j = 1, \dots, k, j \neq l, \\ & && \mathbf{x} \in S. \end{aligned} \tag{6}$$

Kun muuttujaa  $\varepsilon_j$  vaihdellaan systemaattisesti sen sallittujen minimi- ja maksimiarvojen välillä, saadaan joukko Pareto-optimaalisia ratkaisuja, jotka approksimoivat Pareto-käyrää. Menetelmä muuttaa siis monitavoiteoptimointitehtävän sarjaksi yhden tavoitteen optimointitehtäviä. [21]

Seuraavaksi esitetään keskeisiä tuloksia rajoiteyhtälömenetelmästä. Ne kaikki perustuvat lähteeseen [20].

**Lause 5.** *Rajoiteyhtälötehtävän (6) ratkaisu on heikosti Pareto-optimaalinen.*

Kuten painokerroinmenetelmässä, rajoiteyhtälötehtävän ratkaisu ilman lisäehtoja takaa vain heikon Pareto-optimaalisuuden. Vahvempi tulos saadaan, kun rajoiteyhtälötehtävän ratkaisu on yksikäsitteinen tai kun rajoitteet ovat sitovia.

**Lause 6.** *Päätösvektori  $\mathbf{x}^* \in S$  on Pareto-optimaalinen, jos ja vain jos se on rajoiteyhtälötehtävän (6) ratkaisu kun  $\varepsilon_i = f_i(\mathbf{x}^*)$  ( $i = 2, \dots, k$ ), kaikilla mahdollisilla valinnoilla funktioksi  $f_1$ .*

**Lause 7.** *Jos piste  $\mathbf{x}^* \in S$  on rajoiteyhtälötehtävän (6) ratkaisu (kun siis jokin objektifunktioista on valittu maksimoitavaksi), ja jos ratkaisu on yksikäsitteinen kun  $\varepsilon_i = f_i(\mathbf{x}^*)$ , niin  $\mathbf{x}^*$  on Pareto-optimaalinen.*

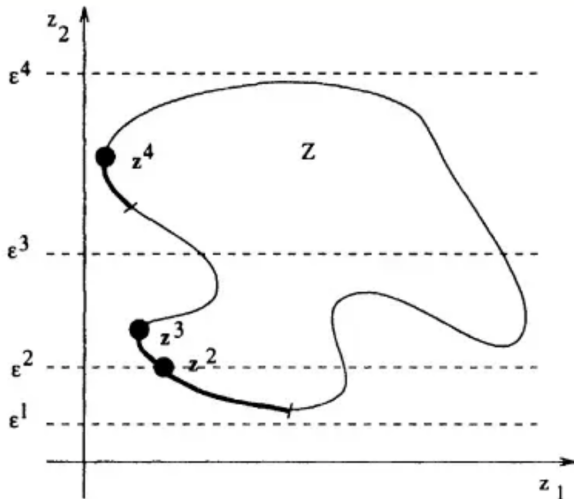
**Lause 8.** *Mitä tahansa ylärajoja käyttäen saatu rajoiteyhtälötehtävän (6) ratkaisu on Pareto-optimaalinen, jos se on yksikäsitteinen.*

Tässä tutkielmassa käytetty kaksivaiheinen leksikaalinen lähestymistapa varmistaa, että epsilon-rajoite on sitova, jolloin vältetään heikosti Pareto-optimaaliset ratkaisut [18]. Tutkielmassa rajoiteyhtälömenetelmää sovelletaan kahden tavoitteen optimointitehtävään, jossa maksimoidaan nettotulojen nykyarvoa ja tehdään kuolleen puun määrästä epsilon-rajoite.

Rajoiteyhtälömenetelmällä on useita etuja verrattuna painokerroinmenetelmään, joka yhdistää tavoitteet. Tärkein etu on se, että rajoiteyhtälömenetelmä löytää ratkaisuja myös epäkonvekseilta alueilta [18]. Tämä on erityisen tärkeää tässä tutkielmassa, koska binääriset päätösmuuttujat tekevät sallitusta alueesta epäkonveksin. Toiseksi rajoiteyhtälömenetelmässä päätöksentekijä voi suoraan kontrolloida Paretopisteiden tiheyttä valitsemalla välit epsilon-arvoille, mikä ei ole yhtä suoraviivaista painokerroinmenetelmässä [18]. Painokerroinmenetelmä vaatii myös objektifunktioiden skaalaamisen yhteismitallisiksi, koska eri suuruusluokissa olevat tavoitteet väärin painojen merkitystä [21]. Rajoiteyhtälömenetelmän heikkoutena on se, että rajoitteiden lisääntyminen tekee siitä matemaattisesti työläämmän kuin painokerroinmenetelmä [20]. Tämän tutkielman optimointitehtävässä on kuitenkin vain kaksi tavoitetta, joten tämä ei koidu ongelmaksi.

Rajoiteyhtälömenetelmän toteuttaminen vaatii sallittujen epsilon-arvojen määrittämisen jokaiselle rajoitetulle tavoitteelle. Tämä tehdään tyypillisesti tuottomatriisin avulla, joka muodostetaan luvussa 3.3.1 esitetyllä tavalla. Kahden tavoitteen

tapauksessa tuottomatriisi on taulukon 1 mukainen, ja epsilon-arvojen vaihteluväliksi saadaan  $[z_2^{nadir}, z_2^{ihanteellinen}]$ . Tämä väli jaetaan  $q$ :hun yhtä suureen intervalliin, jolloin saadaan  $q + 1$  epsilonin arvoa ja  $q + 1$  yhden tavoitteen tehtävää. Päätöksentekijä voi säätää Pareto-pisteiden tiheyttä Pareto-käyrällä valitsemalla  $q$ :n arvon [18]. Kuvassa 5 on havainnollistettu, miten eri epsilon-arvot johtavat eri Pareto-pisteisiin.



Kuva 5: Eri ylärajoja rajoiteyhtälömenetelmässä. Kuvan lähde: Miettinen, 1998 [21].

Tässä tutkielmassa hyödynnetään leksikaalista optimointia rajoiteyhtälötehtävän ratkaisemisessa. Leksikaalisessa optimoinnissa päätöksentekijä antaa objektifunktiolle ehdottoman tärkeysjärjestyksen [20]. Tärkein tavoite  $f_1$  optimoidaan ensin. Tämän jälkeen optimoidaan  $f_2$  sillä ehdolla, että  $f_1$  säilyttää optimaalisen arvonsa, ja tätä prosessia jatketaan. Siis objektifunktio  $f_k$  optimoidaan vasta silloin, kun objektifunktioiden  $f_1, \dots, f_{k-1}$  optimaalisuus on varmistettu. Jos objektifunktion ratkaisu on yksikäsitteinen, se on koko tehtävän ratkaisu. [7, 20]

Leksikaalisessa optimoinnissa tavoitteiden välillä ei tehdä kompromisseja: tärkeintä tavoitetta ei koskaan heikennetä alemman prioriteetin tavoitteen parantamiseksi. Menetelmä on siis erityisen käyttökelpoinen silloin, kun tavoitteille on määritetty selkeä tärkeysjärjestys.

### 3.6 Muita menetelmiä

Globaalin tavoitteen menetelmissä maksimoidaan globaalia tavoitetta, joka yleensä muodostetaan etäisyydestä ihanteelliseen objektivektoriin. Etäisyys voidaan mitata eri metriikoilla ratkaisemalla tehtävä

$$\begin{aligned} & \text{minimoi} && \left[ \sum_{i=1}^k |f_i(\mathbf{x}) - z_i^*|^p \right]^{1/p} \\ & \text{rajoittein} && \mathbf{x} \in S, \end{aligned} \tag{7}$$

missä  $1 \leq p \leq \infty$ . Globaalin tavoitteen menetelmä on siis esimerkki menetelmästä, johon ei tarvita päätöksentekijää, koska optimaalinen ratkaisu on yleensä yksikä-

sitteinen. Menetelmä ei kuitenkaan sovellu tämän tutkielman käyttötarkoitukseen, koska se tuottaa Pareto-käyrän sijasta vain yhden optimaalisen ratkaisun, eikä siten anna päätöksentekijälle vaihtoehtoja. [20]

Monitavoitteelliset evolutiiviset algoritmit olisivat vaihtoehtoinen menetelmä metsäsuunnittelun optimointiin. Niiden on havaittu tuottavan Pareto-optimaalisia ratkaisuja tehokkaasti metsäsuunnittelussa [4]. Evolutiiviset algoritmit perustuvat evoluutioon ja luonnonvalintaan. Ne käyttävät populaatiopohjaista lähestymistapaa, missä yhden ratkaisun sijaan tarkastellaan useamman ratkaisun muodostamaa populaatiota. Evolutiivinen algoritmi aloittaa haun ratkaisupopulaatiolla, joka luodaan satunnaisesti. Sen jälkeen algoritmi aloittaa iteroinnin, jossa se päivittää nykyistä ratkaisupopulaatiota uuden populaation luomiseksi neljän operaattorin avulla: valinta, risteytys, mutaatio ja eliitin säilyttäminen. Iterointi päättyy, kun yksi tai useampi ennaltamäärätty lopetuskriteeri täyttyy. [6]

Monitavoitteellisista evolutiivisista menetelmistä esimerkiksi NSGA-II:ta (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II) ja MOEA/D:tä (Multi-objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition) on käytetty lähteessä [4], jossa myös tutkittiin Pareto-optimaalisia ratkaisuja metsäsuunnittelussa. Evolutiiviset algoritmit voivat kuitenkin olla laskennallisesti kalliita. Esimerkiksi lähteessä [9] havaittiin gradienttipohjaisen lähestymistavan olevan noin 65 kertaa nopeampi kuin NSGA-II.

### 3.7 Päätöksentekijän rooli

Tämä aliluku perustuu lähteeseen [21].

Monitavoiteoptimoinnissa korostuu päätöksentekijän rooli. Tämä johtuu siitä, että toisin kuin yhden tavoitteen optimointitehtävässä, monitavoiteoptimoinnissa saadaan tyypillisesti useampi Pareto-optimaalinen ratkaisu, ja nämä ratkaisut ovat matemaattisesti yhtä hyväksyttäviä. Usein on kuitenkin tarpeellista saada yksittäinen piste ratkaisuksi, ja tätä valintaa ei pystytä tekemään vain objektifunktioiden perusteella. Lopullisen ratkaisun valintaan tarvitaan siis päätöksentekijä.

*Päätöksentekijä* on henkilö tai ryhmä henkilöitä, joilla on parempi käsitys ongelmasta, ja jotka osaavat osoittaa mieltymystään eri ratkaisujen suhteiden välillä. Yleensä päätöksentekijä on siis vastuussa lopullisesta ratkaisusta.

Monitavoiteoptimointitehtävän ratkaiseminen vaatii yhteistyötä päätöksentekijän ja analyytikon välillä. *Analyytikolla* tarkoitetaan tässä tapauksessa ihmistä tai tietokoneohjelmaa, joka vastaa ratkaisuprosessin matemaattisesta puolesta. Analytikko tuottaa päätöksentekijälle informaatiota, ja päätöksentekijä valitsee ratkaisun omien mieltymystensä mukaan.

Tämän tutkielman tapauksessa päätöksentekijä on se taho, joka päättää hoitovaihtoehtojen valinnasta tietyille metsäalueelle optimoinnin tulosten perusteella. Generoidut Pareto-käyrät antavat päätöksentekijälle erilaisia nettotulojen nykyarvon ja kuolleen puun määrän arvopareja, joista päätöksentekijä voi valita kullekin alueelle hoitovaihtoehdon omien mieltymystensä perusteella.

Tässä tutkielmassa on oletettu, että päätöksentekijöitä on vain yksi. Ryhmäpäätöksenteko vaatii kompromisseja ja neuvottelua eri intressejä omaavien tahojen välillä ja on oma tutkimusalueensa, joka on tämän tutkielman aiheajauksen ulkopuolella.

Metsäsuunnittelussa päätöksentekijän mieltymykset voivat vaihdella paljon riippuen siitä, mikä taho on vastuussa alueen metsähoidosta. Jos kyseessä on yksityinen metsänomistaja, hän voi priorisoida taloudellista tuottoa, kun taas valtiolliset tahot voivat joutua ottamaan huomioon myös ekologiset tavoitteet johtuen poliittisista tai lainsäädännöllisistä velvoitteista. Sen sijaan esimerkiksi luonnonsuojelujärjestö saattaa priorisoida biodiversiteettiä lähes täysin taloudellisten voittojen kustannuksella.

Pareto-käyrät tarjoavat päätöksentekijälle selkeän ja intuitiivisen tavan hahmottaa kompromissien suuruutta. Päätöksentekijä voi hyödyntää tätä tietoa monella tavalla: hän voi esimerkiksi asettaa vähimmäistason jommallekummalle tavoitteelle. Päätöksentekijä voi myös vaatia, että kuolleen puun määrän tulee olla vähintään tietyllä tasolla, ja valita sitten rajoitteen täyttävistä ratkaisuista sen, joka maksimoi nettotulojen nykyarvon. Toiseksi päätöksentekijä voi analysoida rajakustannuksia ja valita pisteen, jossa kompromissien suuruus on hänen mieltymystensä mukaan sopiva.

On olemassa myös menetelmiä, joissa päätöksentekijää ei tarvita lainkaan. Hyvä esimerkki tällaisesta on luvussa 3.6 esitelty globaalin tavoitteen menetelmä, jossa etsitään ratkaisua, joka on kaikkien komponenttien suhteen keskimäärin yhtä etäällä ihanteellisesta objektivektorista. Koska tässä työssä on mukana päätöksentekijä, analyysi perustuu Pareto-käyrien tarkasteluun, joista päätöksentekijä voi valita mieleisensä ratkaisun omien mieltymystensä mukaan.

## 4 Metsänhoidon teoriaa

Metsikkö (eng. forest stand) tarkoittaa yhtenäistä metsäaluetta, joka on puulajeiltaan, iältään ja kehitysvaiheeltaan mahdollisimman samanlainen. Käytännössä metsänhoidon toimenpiteet (ml. hakkuut) kohdistetaan Suomessa aina metsiköittäin, jolloin yksittäisessä metsikössä (metsäsuunnittelussa metsiköstä käytetään myös nimeä kuvio) noudatetaan samaa toimenpidettä. Vierekkäisten metsiköiden (kuvioiden) toimenpiteet puolestaan voivat erota toisistaan. Suomen metsät luokitellaan kasvupaikkatyyppeihin kasvupaikan ravinteisuuden mukaan. Ravinteisuus primaarisesti määrää puulajien valikoiman ja siten puuston kasvun ja sekundaarisesti millaisia metsänkäsittelyitä metsässä voidaan soveltaa. Kasvupaikkatyypit voidaan karkeasti jakaa kuuteen luokkaan: lehtomaiset, lehtomainen kangas, tuore kangas, kuivahko kangas, kuiva kangas, ja karukko kangas. [10]

Suomen talousmetsissä yleisimmät puulajit ovat mänty, kuusi, sekä raudus- ja hieskoivu. Metsikön pääpuulaji vaikuttaa merkittävästi muun muassa metsikön kehitykseen ja siten metsänkäsittelyvaihtoehtoihin. Puulajikoostumus vaikuttaa myös paljon metsien lajikirjoon, koska eri puulajien kuollut puu tarjoaa elinympäristöjä erilaisille eliölajeille [29].

Metsänkäsittelyketjulla tarkoitetaan suunnitelmallista hoitotoimenpiteiden sarjaa, joka kattaa metsikön koko elinkaaren tai suunnittelujakson. Tässä tutkielmassa kullekin metsikölle on määritelty joukko vaihtoehtoisia käsittelyketjuja, joista valitaan yksi optimoinnin avulla. Käsittelyketjut voidaan jakaa kolmeen päätyyppiin: jaksollinen metsänkasvatus, jatkuvapeitteinen metsänkasvatus ja käsittelemättä jättäminen. Metsänkasvua voidaan mallintaa sekä metsikkökohtaisilla malleilla että yksittäisten puiden malleilla. Tässä tutkielmassa käytetty MOTTI-metsikkösimulaattori sisältää sekä metsikkö- että yksittäisten puiden kasvumalleja [16].

Jaksollinen metsänkasvatus (eng. rotation forestry, RF) on Suomessa eniten käytetty metsänkasvatustapa, jossa metsikön elinkaari muodostaa toistuvan kiertoajan: metsikkö perustetaan, kasvatetaan, harvennetaan ja uudistetaan päätehakuulla. Tyypillisesti harvennukset toteutetaan niin kutsuttuina alaharvennuksina, jolloin poistetaan pienimmät ja heikkokuntoisimmat puut ja jätetään paremmat yksilöt kasvamaan.

Jatkuvapeitteisessä metsänkasvatuksessa (continuous cover forestry, CCF) metsiä harvennetaan säännöllisin väliajoin poistamalla suurimpia puita, eikä avohakkuuta tehdä ollenkaan. Tällöin metsä säilyy peitteisenä koko ajan. Joissakin tapauksissa jatkuvapeitteinen kasvatus voi tuottaa taloudellisesti kilpailukykyisiä tuloksia ja tukea biodiversiteettiä [30].

Käsittelemättä jättäminen tarkoittaa, että metsikössä ei tehdä hakkuuta tai hoitotoimenpiteitä ollenkaan. Tämä vaihtoehto tuottaa kaikista eniten kuollutta puuta, mutta samalla metsästä ei saada lainkaan hakkuutuloja. Se edustaa siis metsänkäsittelytapaa, jossa priorisoidaan pelkästään biodiversiteettiä taloudellisen tuloksen kustannuksella.

Nettotulojen nykyarvo on metsän taloudellisen arvon mittari, jossa hakkuutulot ja metsänhoitokustannukset lasketaan nykyhetkessä. Jokaiselle metsikölle ja jokaiselle vaihtoehtoiselle hoitojärjestelmälle nettotulojen nykyarvo arvioidaan kaavalla

$$NPV_s = \sum_{i=0}^T b^{t_i} \left[ \sum_{k=1}^K p_k h_{ki} \right] - \sum_{l=1}^L w_l b^{t_l}, \quad (8)$$

missä  $NPV_s$  tarkoittaa nettotulojen nykyarvoa jokaiselle metsikölle  $s = 1, \dots, n$ ,  $i = 0, \dots, T$  ( $t_0$  ja  $t_T$  tarkoittavat tarkastelujakson alkua ja loppua);  $k$  tarkoittaa puutavaralajeja ( $k = 1, \dots, K$ ) ja  $p_k$  tarkoittaa kantohintaa ( $\text{€}/m^3$ ) jokaiselle puutavaralajille  $k$ . Olkoon  $b$  diskonttaustekijä (eng. discount factor)

$$b = \frac{1}{1+r},$$

missä  $r$  on vuosittainen korkotaso reaaliarvoisesti. Diskonttaustekijä korotetaan potenssiin  $t_i$ , joka vastaa toimenpiteen ajankohtaa vuosina. Metsänhoitotoimenpiteen  $l$  hinta on  $w_l$  ( $\text{€}/ha$ ), missä  $l = 1, \dots, L$  ja  $L$  tarkoittaa tarkastelujakson viimeistä metsänhoitotoimenpidettä. Kunkin puutavaralajin  $k$  poistamista vuonna  $t_i$  merkitään termillä  $h_{ki}$ , ilmaistuna kuutiometreissä ( $m^3$ ). Tässä tutkielmassa optimoinnissa käytetty simulaatioaineiston nettotulojen nykyarvo on laskettu valmiiksi MOTTI-metsikkösimulaattorilla, josta kerrotaan tarkemmin luvussa 5.2.

Kuolleen puun määrä on tärkein yksittäinen biodiversiteetin indikaattori metsissä [24], ja se on vakiintunut metsän suojeluarvon mittariksi. Pohjoisessa Fennoskandiassa noin 20-25% metsissä elävistä lajeista on riippuvaisia lahoppuuympäristöistä, ja ne muodostavat 60% uhanalaisiksi luokitelluista lajeista [31]. Suomessa keskimääräinen kuolleen puun tilavuus talousmetsissä on noin  $5 m^3/ha$ , kun taas vanhoissa luonnonmetsissä se on  $60 - 90 m^3/ha$  [25, 29]. Tästä erosta ilmenee intensiivisen metsänhoidon suuri vaikutus biodiversiteettiin.

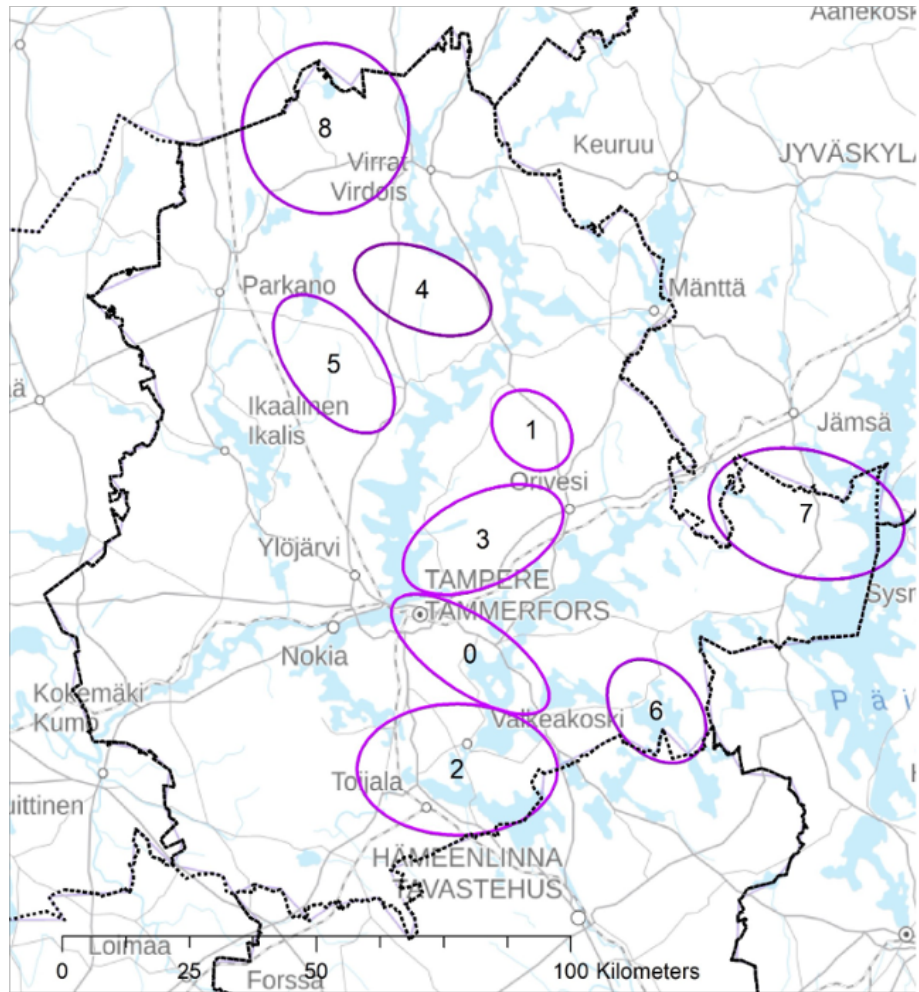
Tässä tutkielmassa käytetään kuolleen puun määrää ( $m^3/ha$ ), kun taas lähteissä [25, 32] käytettiin monimuotoisuuspainotettua kuolleen puun indeksiä, joka ottaa huomioon sekä tilavuuden että lahoppuutyypin monimuotoisuuden. Kuolleen puun määrä on yksinkertaisempi mittari, mutta se on suoraan saatavilla MOTTI-simuloinneista ja on riittävän informatiivinen tähän tutkimukseen.

## 5 Aineisto ja menetelmät

Seuraavaksi käydään läpi tutkielman monitavoiteoptimointitehtävässä käytettyä simulaatioaineistoa ja optimoinnin käytännön toteutusta. Luku on jaettu kolmeen osaan: ensimmäiseksi esitellään tutkimusalueet, sitten simulaatioaineisto ja lopuksi optimoinnin toteutus.

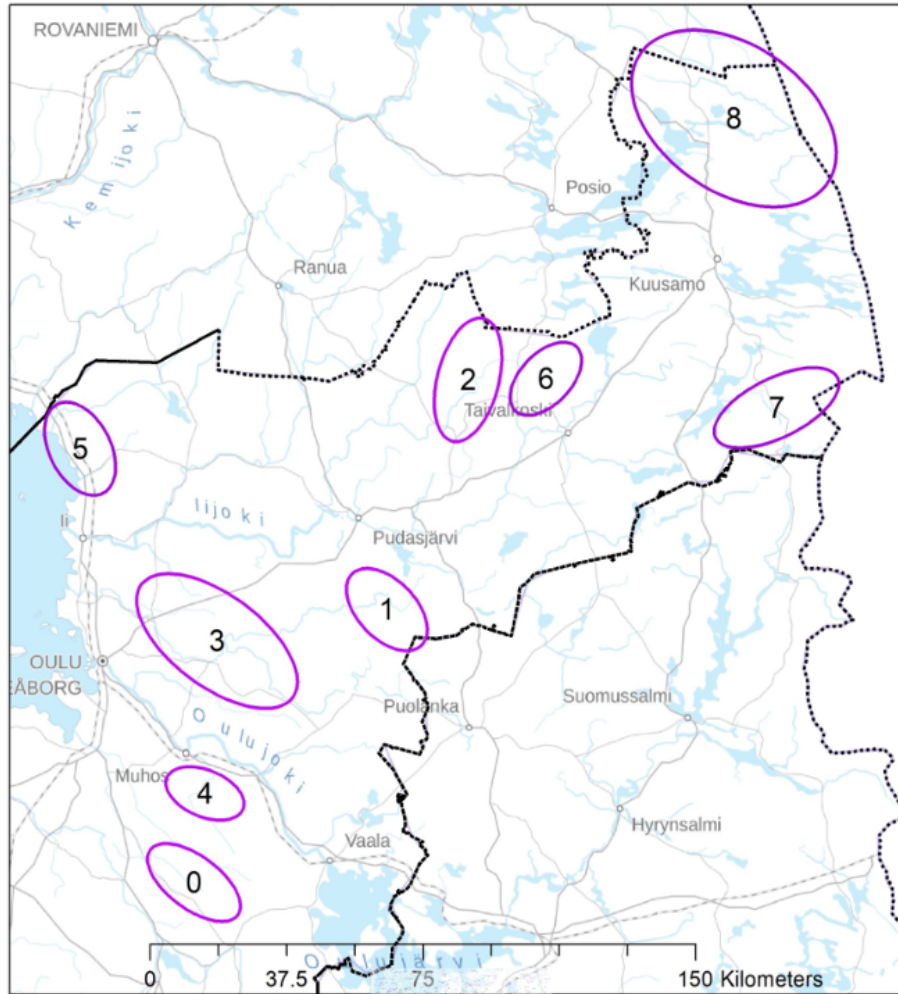
### 5.1 Tutkimusalueet

Tutkimusalueiksi on valittu yhdeksän monimuotoisuuskeskittymää kolmesta eri alueesta: Pirkanmaalta (MK6), Pohjois-Pohjanmaalta (MK17) ja Kymenlaakso-Etelä-Karjalasta (MK89). Monimuotoisuuskeskittymällä tarkoitetaan aluetta, jolla on poikkeuksellisen suuri lajien monimuotoisuus verrattuna maakunnan keskiarvoon. Maakunnat valittiin tarkoituksellisesti siten, että saatiin tutkittavaksi kasvuolosuhteita erilaisia alueita, sekä pohjoisia että eteläisiä. Kultakin alueelta valittiin sattumanvaraisesti kolme monimuotoisuuskeskittymää kahdeksan tai yhdeksän keskittymän joukosta. Keskittymät on alun perin tunnistettu Luonnon monimuotoisuusohjelmien (LUMO) kautta [26]. Pirkanmaan alueelta valikoitui monimuotoisuuskeskittymät 0, 1 ja 6, Pohjois-Pohjanmaalta 1, 5 ja 6, ja Kymenlaakso-Etelä-Karjalasta 0, 2 ja 5. Keskittymien numerot vastaavat niiden tunnistetta alueen monimuotoisuuskeskittymien joukossa.



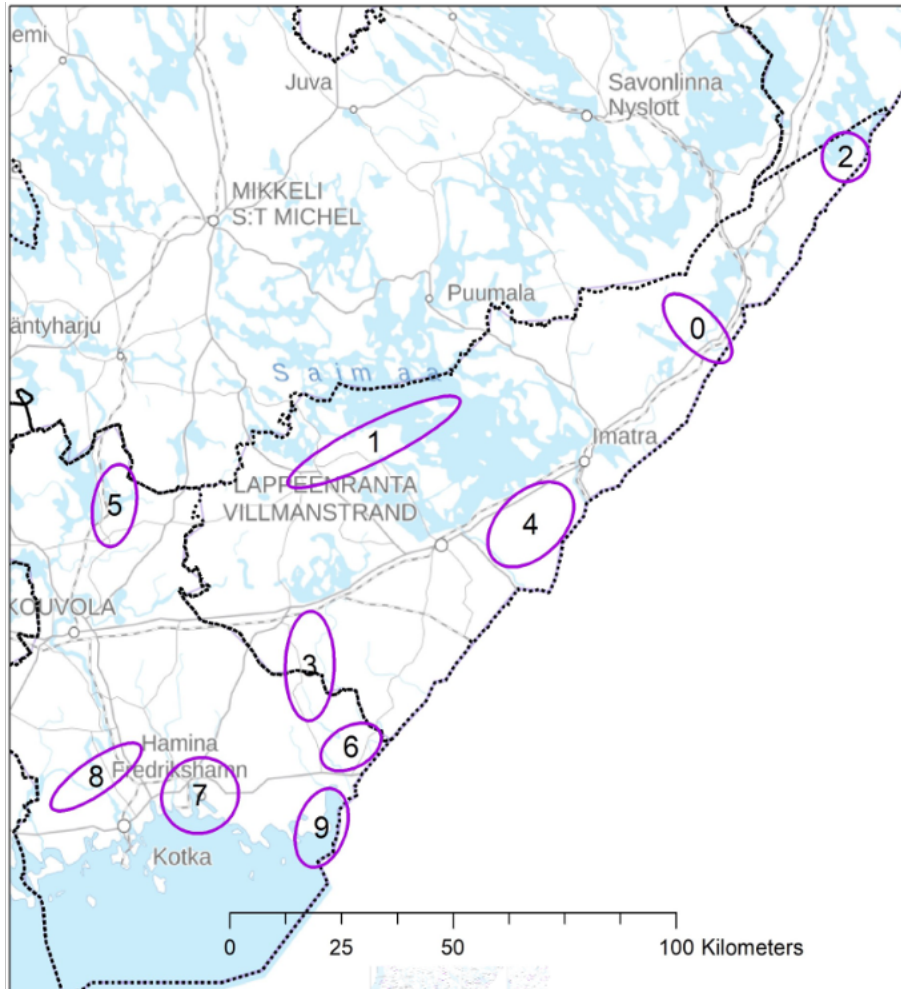
Kuva 6: Pirkanmaan (MK6) monimuotoisuuskeskittymät (LUMO [26]). Tutkittaviksi keskittymiksi valikoitui 0, 1 ja 6.

Pirkanmaa sijaitsee Etelä-Suomessa ja on yksi tutkielmassa käsitellyistä eteläisestä maakunnista. Alueelta valikoituneet monimuotoisuuskeskittymät (kuva 6) sijaitsevat pääosin Tampereen seudun lähiympäristössä. Pirkanmaan eteläinen sijainti tekee siitä potentiaalisesti tuottavan alueen sekä taloudellisesti että biodiversiteetin kannalta. Pirkanmaan maapinta-ala on noin 13 248  $km^2$ .



Kuva 7: Pohjois-Pohjanmaan (MK17) monimuotoisuuskeskittymät (LUMO [26]). Tutkittaviksi keskittymiksi valikoitui 1, 5 ja 6.

Pohjois-Pohjanmaa sijaitsee Keski- ja Pohjois-Suomessa, ja sen monimuotoisuuskeskittymät (kuva 7) ovat hajautuneet maantieteellisesti laajalle alueelle. Pohjois-Pohjanmaa on pinta-alaltaan Suomen toiseksi suurin maakunta (maapinta-ala  $36\,828\text{ km}^2$ ). Sen pohjoisempi sijainti ilmenee karumpina kasvupaikkoina, mikä heijastuu alhaisempaan puuston kasvun ja tuottavuuteen verrattuna eteläisiin alueisiin.



Kuva 8: Kymenlaakso-Etelä-Karjalan (MK89) monimuotoisuuskeskittymät (LUMO [26]). Tutkittaviksi keskittymiksi valikoitui 0, 2 ja 5.

Kymenlaakso-Etelä-Karjala sijaitsee Kaakkois-Suomessa ja on toinen eteläisistä alueista, jota tutkielmassa tarkastellaan. Valikoituneet monimuotoisuuskeskittymät (kuva 8) sijaitsevat alueen pohjoisosissa: kaksi koillisessa ja yksi luoteessa. Eteläisen sijaintinsa vuoksi Kymenlaakso-Etelä-Karjala on Pirkanmaan tapaan potentiaalisesti tuottava alue, sekä taloudellisesti että ekologisesti. Kymenlaakso-Etelä-Karjalan maapinta-ala on  $9\,885\text{ km}^2$ .

## 5.2 Simulointiaineisto

Tutkielman simulaatioaineiston luomisessa on käytetty Luonnonvarakeskuksen kehittämää MOTTI-metsikkösimulaattoria [12, 28]. MOTTI on päätöksentekotyökalu (eng. DSS, decision support system), jolla voidaan arvioida metsänhoidon vaikutusta puiden kasvuun ja rakenteeseen. MOTTI-metsikkösimulaattorin kasvumallit koostuvat sekä metsikkötason että yksittäisen puun malleista [1, 14, 28]. Molemmat mallityypit perustuvat empiiris-tilastolliseen mallinnukseen, johon on käytetty suurta määrää ympäri Suomea kerättyä dataa [13, 17]. Metsikkötason malleja sovelletaan luontaisessa uudistamisessa ja varhaisen kasvun ennustamisessa, kun taas yksittäisen

puun malleja käytetään täysikasvuisten puiden kasvun ennustamiseen, kun puuston valtapituus ylittää noin 8 metriä [11]. Puun kasvua mallinnetaan puun läpimitan ja pituuskasvun mallien avulla ja puiden välistä kilpailua metsikön tiheyden perusteella [11]. Läpimitan ja pituuskasvun mallit soveltavat Richards-kasvufunktiota [27], jolla on asymptoottinen maksimi kullekin puulajille ja maaperätyypille [13]. Simulaattorissa mallinnetaan myös kuolleisuutta ja harventamisen jälkeistä puuston kasvua [11].

Tässä tutkielmassa vaihtoehdot metsänkäsittelyketjut perustuvat etukäteen määritelyihin toimenpiteiden simulointeihin, jotka määräytyvät vallitsevan puulajin, kasvupaikan ja maantieteellisen sijainnin mukaan. Kullekin metsikölle simuloitiin 10-60 käsittelyvaihtoehtoa. Simuloinneissa muunneltiin harvennusten ajoitusta, harvennusvoimakkuutta sekä päätehakkuun ajankohtaa. Kutakin metsikköä simuloitiin näiden harvennusajoitusten, avohakkuiden ja uudistamismenetelmien muunneltujen arvojen perusteella.

Tarkoituksena oli simuloida mahdollisimman laaja käsittelyvaihtoehtojen joukko maisematason optimointia varten. Simuloidut käsittelyketjut perustuivat pääasiassa jaksolliseen metsänkasvatukseen, jossa harvennukset toteutettiin alaharvennuksina, mutta osa vaihtoehdoista edustaa myös jatkuvapeitteistä metsänkasvatusta metsikköominaisuusryhmästä riippuen. Tämän lisäksi oli myös käsittelemättä jättämisen vaihtoehto, jossa metsikölle ei simuloida mitään toimenpiteitä.

### 5.3 Optimoinnin toteutus

Seuraavaksi esitetään tutkielman optimointitehtävän formulointi ja sen käytännön toteutus. Saatu optimointitehtävä on kaksitavoitteinen binäärinen kokonaislukuoptimointitehtävä, jossa maksimoidaan nettotulojen nykyarvoa ja kuolleen puun tilavuutta, minkä pohjalta jokaiselle metsikölle valitaan yksi hoitovaihtoehto. Tehtävä ratkaistaan kaksivaiheisella rajoiteyhtälömenetelmällä: ensimmäisessä vaiheessa maksimoidaan nettotulojen nykyarvoa rajoitteena kuolleen puun määrä (10), ja toisessa vaiheessa maksimoidaan kuolleen puun määrää siten, että nettotulojen nykyarvo pysyy lähellä ensimmäisen vaiheen optimia (11).

Olkoon  $i = 1, \dots, n$  metsikön indeksi ja  $j = 1, \dots, m_i$  metsikön  $i$  hoitovaihtoehdon indeksi. Määritellään binääriset päätösmuuttujat

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jos hoitovaihtoehto } j \text{ valitaan metsikölle } i \\ 0, & \text{muutoin.} \end{cases}$$

Olkoon  $NPV_{ij}$  nettotulojen nykyarvo ja  $DW_{ij}$  kuolleen puun määrä metsiköllä  $i$  hoitovaihtoehdolla  $j$ . Kaksitavoitteinen binäärinen kokonaislukuoptimointitehtävä

voidaan muotoilla seuraavasti:

$$\begin{aligned}
\text{maksimoi} \quad & f_1(x_{ij}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \text{NPV}_{ij} x_{ij} \\
\text{maksimoi} \quad & f_2(x_{ij}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \text{DW}_{ij} x_{ij} \\
\text{rajoittein} \quad & \sum_{j=1}^{m_i} x_{ij} = 1, \quad \forall i = 1, \dots, n \\
& x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j.
\end{aligned} \tag{9}$$

Rajoitteella  $\sum_{j=1}^{m_i} x_{ij} = 1$  varmistetaan, että jokaiselle metsikölle valitaan täsmälleen yksi hoitovaihtoehto.

Luvussa 3.5 tähän tehtävään todettiin sopivaksi rajoiteyhtälömenetelmä, jossa toinen objektifunktioista muutetaan rajoitteeksi. Maksimoidaan ensin nettotulojen nykyarvoa ehdolla, että kuolleen puun määrä ylittää tason  $\varepsilon$ . Ensimmäisessä vaiheessa ratkaistaan silloin rajoiteyhtälötehtävä

$$\begin{aligned}
\text{maksimoi} \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \text{NPV}_{ij} x_{ij} \\
\text{rajoittein} \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \text{DW}_{ij} x_{ij} \geq \varepsilon \\
& \sum_{j=1}^{m_i} x_{ij} = 1, \quad \forall i = 1, \dots, n \\
& x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j
\end{aligned} \tag{10}$$

missä  $\varepsilon \in [\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max}]$  ja arvot  $\varepsilon_{\min}$  ja  $\varepsilon_{\max}$  määritetään minimoimalla ja maksimoimalla  $f_2$  sallitulla alueella. Tämä lähestymistapa eroaa luvussa 3.5 esitellystä tavasta, jossa epsilonin arvot määritetään tuottomatriisin avulla. Vaihtelemalla epsilonin arvoa systemaattisesti saadaan joukko Pareto-optimaalisia ratkaisuja, jotka muodostavat approksimaation Pareto-käyrälle.

Toisessa vaiheessa käytetään samaa epsilon-arvoa kuin ensimmäisessä vaiheessa, ja ratkaistaan rajoiteyhtälötehtävä

$$\begin{aligned}
\text{maksimoi} \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \text{DW}_{ij} x_{ij} \\
\text{rajoittein} \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \text{NPV}_{ij} x_{ij} \geq (1 - \delta) \cdot f_1^* \\
& \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} \text{DW}_{ij} x_{ij} \geq \varepsilon \\
& \sum_{j=1}^{m_i} x_{ij} = 1, \quad \forall i = 1, \dots, n \\
& x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j
\end{aligned} \tag{11}$$

missä  $f_1^*$  on ensimmäisen vaiheen optimaalinen nettotulojen nykyarvo ja  $\delta = 0,01$ .

Optimointi toteutettiin Python-ohjelmointikielen Pulp-kirjaston CBC-ratkaisijalla (COIN-OR Branch and Cut), joka on avoimen lähdekoodin sekalukuoptimointitehtävien ratkaisija [5, 22]. Aluksi valittiin 10 epsilonin arvoa omalla Python-ohjelmalla jakamalla väli  $[\varepsilon_{min}, \varepsilon_{max}]$  kymmeneen yhtä suureen osaväliin. Optimointiin käytettiin toista Python-ohjelmaa, joka hyödyntää kaksivaiheista leksikaalista lähestymistapaa: ensimmäisessä vaiheessa (tehtävä (10)) maksimoidaan nettotulojen nykyarvoa rajoitteena kuolleen puun määrä, ja toisessa vaiheessa (tehtävä (11)) maksimoidaan kuolleen puun määrää siten, että nettotulojen nykyarvo eroaa korkeintaan 1% ensimmäisen vaiheen optimista. Kyseessä on siis heikennetty leksikaalisen optimoinnin versio, sillä  $f_1$  ei säilytä tarkkaa optimiaan, mutta eroaa siitä korkeintaan 1%. Tämän ratkaisutavan hyöty on se, että se välttää määrittelemättömyyden tilanteen (eng. degeneracy) [18], missä useampi ratkaisu antaisi saman nettotulojen nykyarvon mutta eri kuolleen puun määrät. Ratkaisut lähenevät Pareto-optimaalisuutta, kun  $\delta \rightarrow 0$ , ja tiukassa leksikaalisessa lähestymistavassa ( $\delta = 0$ ) ratkaisut olisivat varmasti Pareto-optimaalisia. Tässä tutkielmassa käytetty 1% jousto tarkoittaa, että kaikki ratkaisut ovat lähellä Pareto-optimaalisuutta.

Jokainen epsilonin arvo tuottaa yhden ratkaisun. Jokaiselle alueelle ja tarkastelujaksolle tuotetaan siis 10 ratkaisua, jotka approksimoivat Pareto-käyrää. Optimointikierroksia suoritettiin siis yhteensä 180.

Tulokset esitellään hyödyntäen kahta erilaista kuvaajaa: Pareto-käyrät ja rajakustannuskäyrät. Rajakustannuskäyrät näyttävät yhden lisäkuutiometrin kuolleen puun lisäämisen hinnan (menetetty nettotulojen nykyarvo euroissa) eri kuolleen puun määrille. Ne kuvaavat siis objektifunktioiden kompromissia määritelmää 3 muokailen. Rajakustannusten laskemiseen on käytetty kaavaa

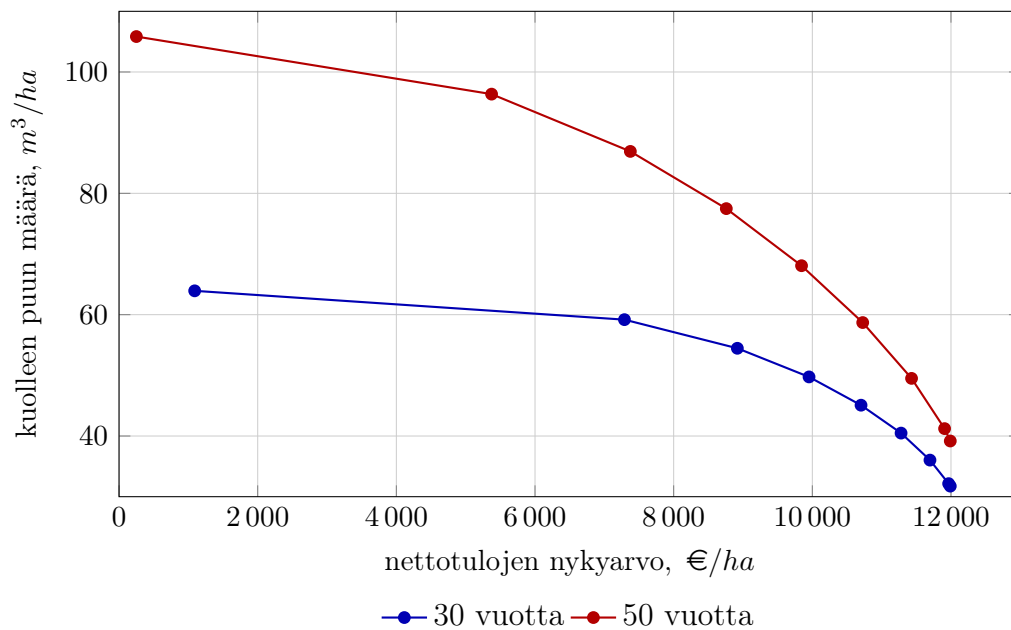
$$RK_p = \frac{NPV_{p-1} - NPV_p}{DW_p - DW_{p-1}}, \quad (12)$$

missä  $NPV_p$  on nettotulojen nykyarvo ja  $DW_p$  kuolleen puun määrä Pareto-pisteessä p. [33]

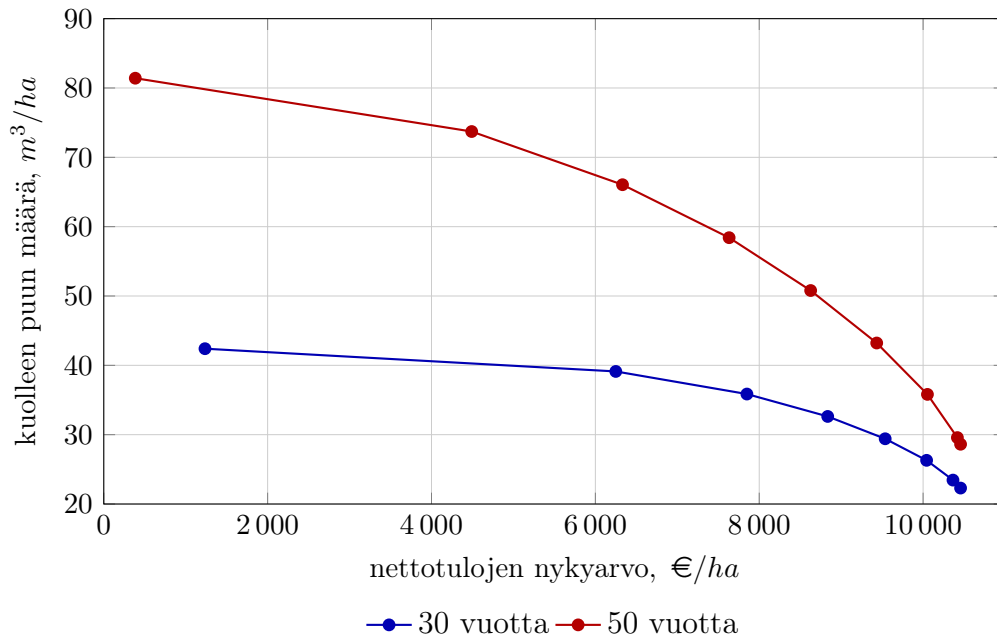
## 6 Tulokset

Seuraavaksi esitetään optimoinnista saadut tulokset edellä mainituille yhdeksälle monimuotoisuuskeskittymälle. Ensin esitetään Pareto-käyrät, joissa muuttujina ovat nettotulojen nykyarvo ja kuolleen puun määrä. Kussakin kuvaajassa on kaksi käyrää, joista toinen kuvaa 30 vuoden simulointijaksoa ja toinen 50 vuoden simulointijaksoa. Kaikki kuvaajat on muutettu hehtaarikohtaisiksi tuloksin ja vertailukelpoisuuden helpottamiseksi.

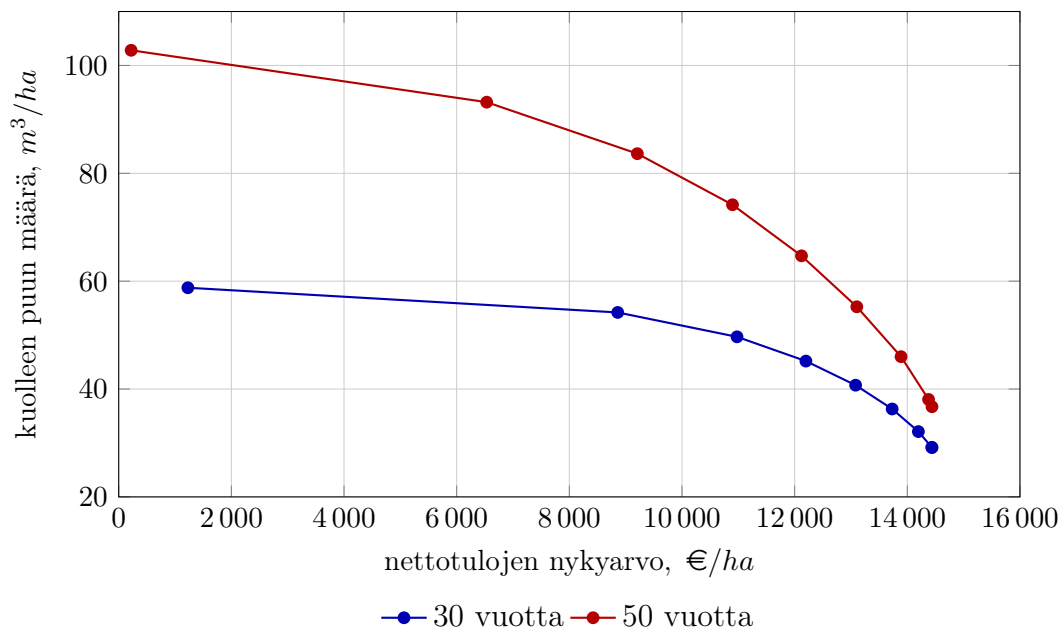
Yleisenä kommenttina voidaan mainita, että 180 optimointiajosta 178 tuotti optimaalisen tuloksen. Kaksi optimointiajota tuotti epäsallitun tuloksen, ja tämä tapahtui epsilonin maksimiarvolla, Pirkanmaan alueilla 1 ja 6, 50 vuoden tarkastelujaksolla.



Kuva 9: Pareto-käyrät Pirkanmaan (MK6) alueelle 0 molemmilla tarkastelujaksoilla.

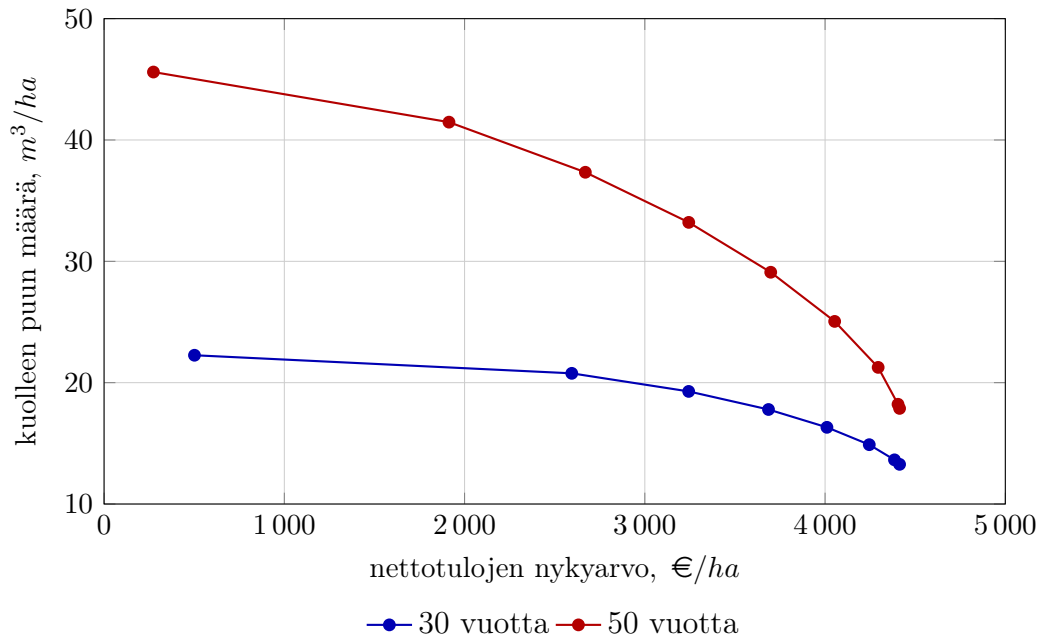


Kuva 10: Pareto-käyrät Pirkanmaan (MK6) alueelle 1 molemmilla tarkastelujaksoilla.

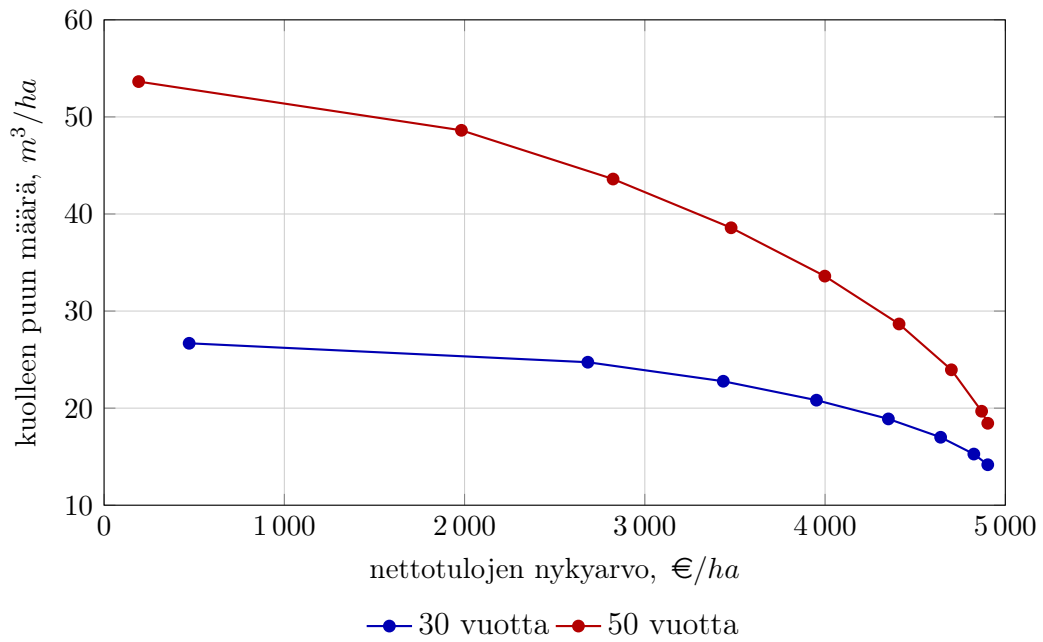


Kuva 11: Pareto-käyrät Pirkanmaan (MK6) alueelle 6 molemmilla tarkastelujaksoilla.

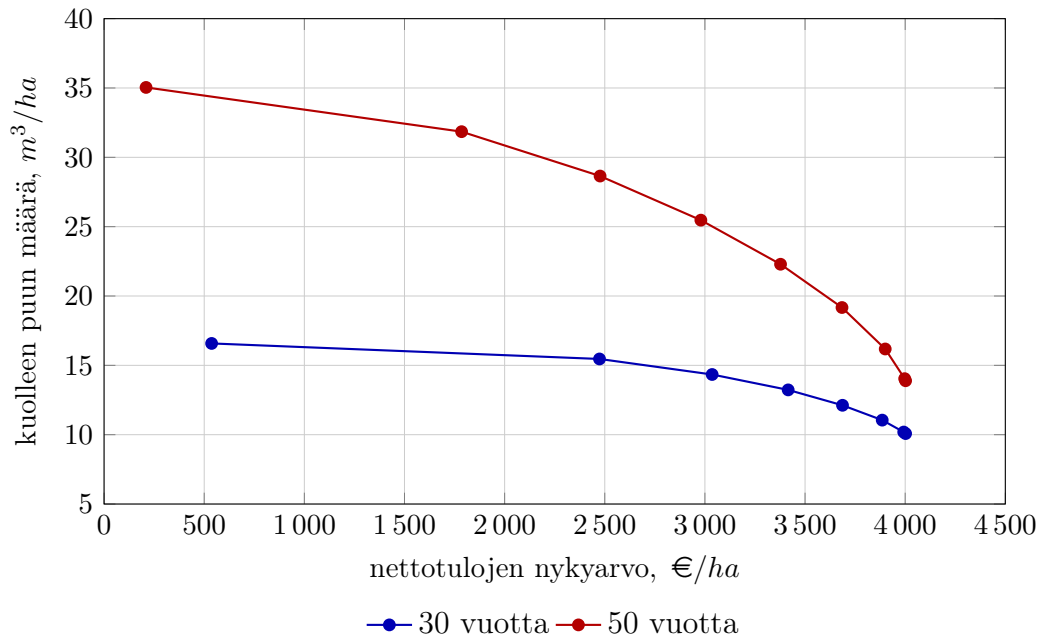
Pirkanmaan alueiden kuvaajista voidaan nähdä, että maksimaalinen nettotulojen nykyarvo on noin 10 000–14 500 €/ha, ja maksimaalinen kuolleen puun tilavuus on 30 vuoden tarkastelujaksolla noin 42–64 m³/ha ja 50 vuoden tarkastelujaksolla noin 81–107 m³/ha. Alueet osoittavat siis potentiaalia tuottaa paljon sekä taloudellisia voittoja että biodiversiteettiä.



Kuva 12: Pareto-käyrät Pohjois-Pohjanmaan (MK17) alueelle 1 molemmilla tarkastelujaksoilla.

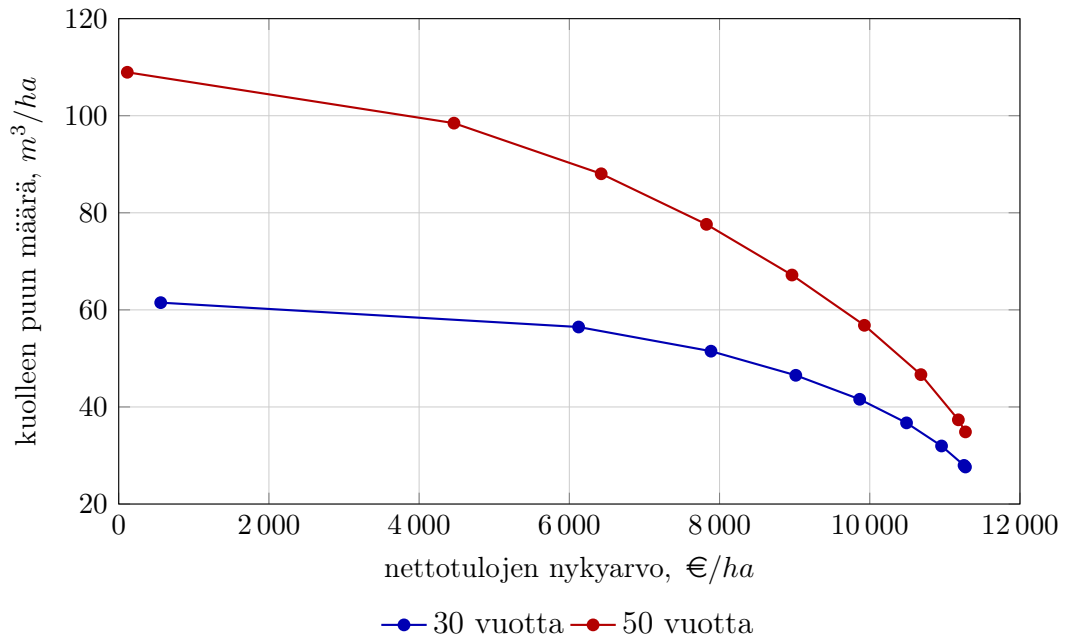


Kuva 13: Pareto-käyrät Pohjois-Pohjanmaan (MK17) alueelle 5 molemmilla tarkastelujaksoilla.

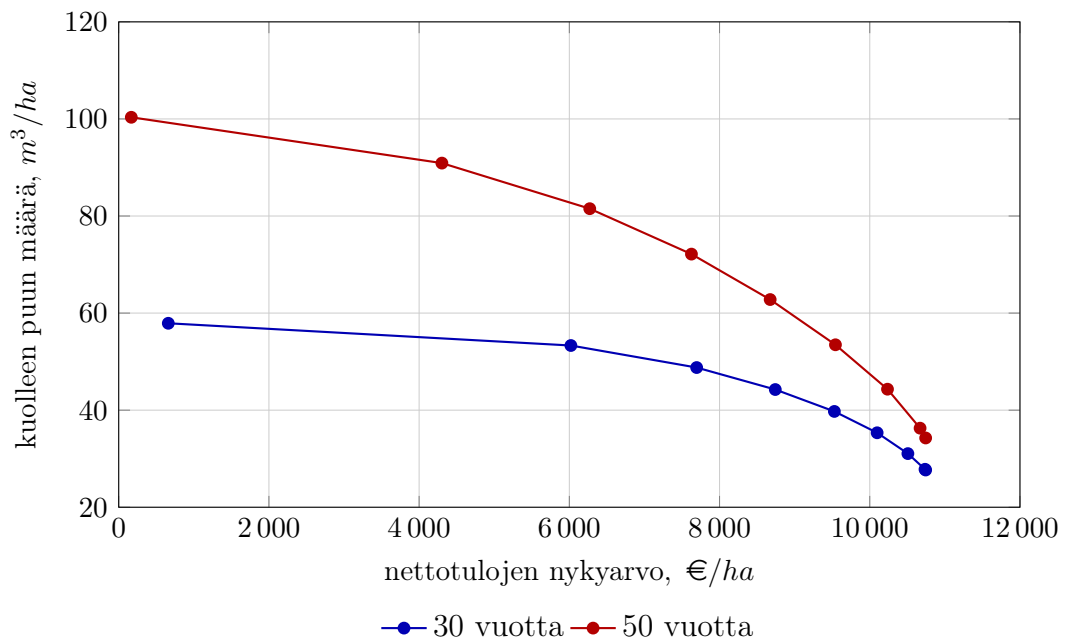


Kuva 14: Pareto-käyrät Pohjois-Pohjanmaan (MK17) alueelle 6 molemmilla tarkastelujaksolla.

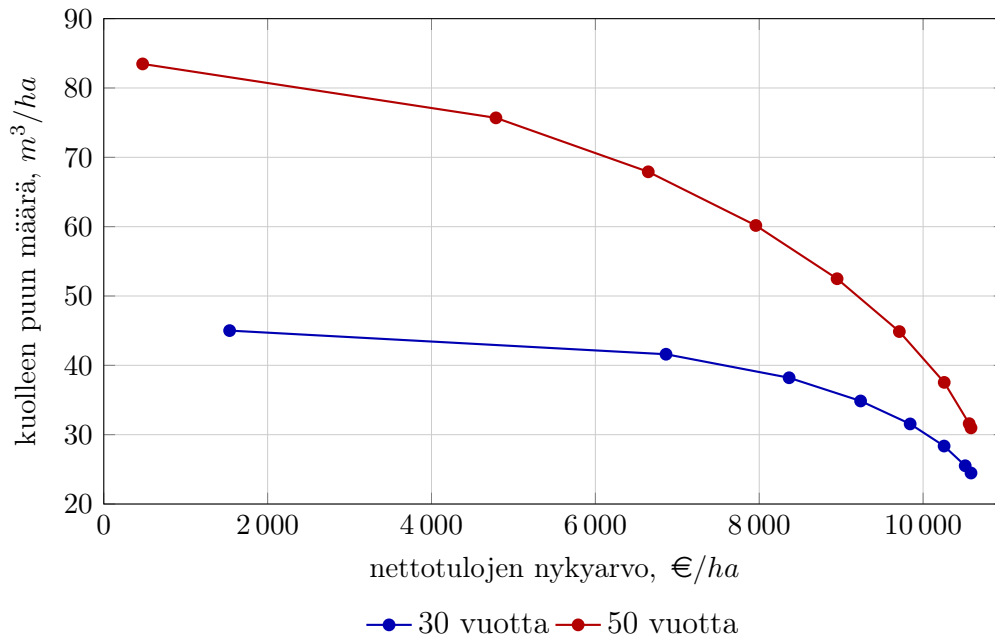
Pohjois-Pohjanmaa erosi tuloksiltaan tarkastelluista alueista eniten. Sen monimuotoisuuskeskittymien kuvaajat osoittivat maksimaaliseksi nettotulojen nykyarvoksi keskimäärin noin 4 000 – 4 900 €/ha ja maksimaaliseksi kuolleen puun tilavuudeksi 30 vuoden tarkastelujaksolla noin 17 – 27 m³/ha ja 50 vuoden tarkastelujaksolla noin 35 – 54 m³/ha. Tavoitteiden maksimiarvot jäivät noin puoleen eteläisten alueiden (Pirkanmaa ja Kymenlaakso-Etelä-Karjala) vastaavista arvoista. Pohjois-Pohjanmaan tarjoama hyöty tavoitteiden maksimoinnissa on siis rajallinen.



Kuva 15: Pareto-käyrät Kymenlaakso-Etelä-Karjalan (MK89) alueelle 0 molemmilla tarkastelujaksoilla.



Kuva 16: Pareto-käyrät Kymenlaakso-Etelä-Karjalan (MK89) alueelle 2 molemmilla tarkastelujaksoilla.



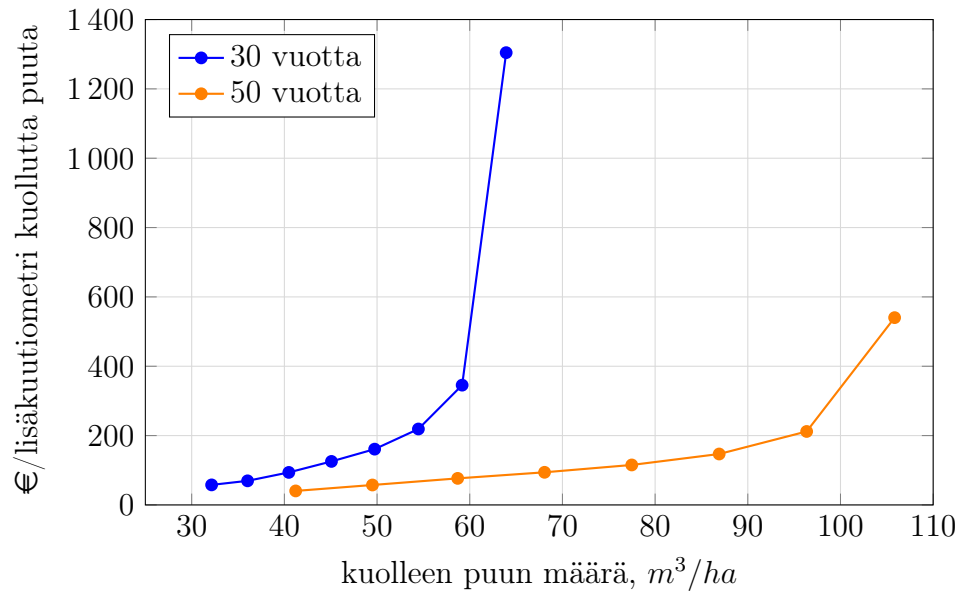
Kuva 17: Pareto-käyrät Kymenlaakso-Etelä-Karjalan (MK89) alueelle 5 molemmilla tarkastelujaksolla.

Kymenlaakso-Etelä-Karjalan tulokset ovat samankaltaisia kuin Pirkanmaan. Sen keskimääräinen maksimaalinen nettotulojen nykyarvo on noin 11 000 €/ha ja maksimaalinen kuollut puu 30 vuoden tarkastelujaksolla noin 45–62 m³/ha ja 50 vuoden tarkastelujaksolla 83 – 110 m³/ha. Esimerkiksi Kymenlaakso-Etelä-Karjalan alueella 0 maksimaalisella nettotulojen nykyarvolla kuollutta puuta voidaan tuottaa noin 25 m³/ha 30 vuoden tarkastelujaksolla ja noin 30 m³/ha 50 vuoden tarkastelujaksolla. Maksimaalisella kuolleen puun tasolla arvot ovat noin 45 m³/ha ja 83 m³/ha. Tästä huolimatta myös pidemmällä tarkastelujaksolla tavoitteiden ristiriitaisuus ja kompromissien tarve ovat selkeästi havaittavissa.

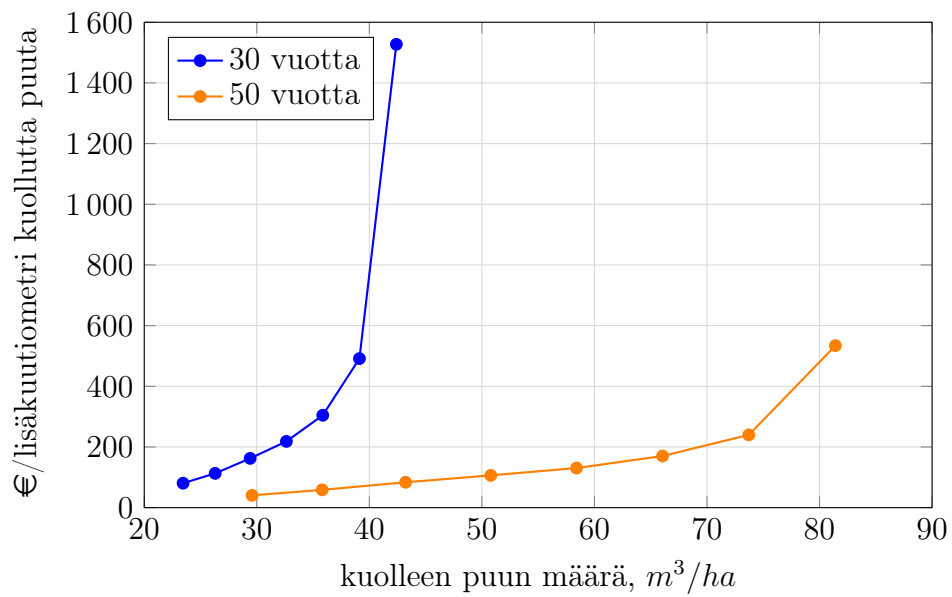
Kuvaajat osoittavat tyypillisen Pareto-optimaalisuuden tilanteen: nettotulojen nykyarvon ja kuolleen puun tavoitteet ovat selkeässä ristiriidassa keskenään, sillä kuolleen puun lisääminen vähentää aina nettotulojen nykyarvoa jossain määrin. Luonnonmetsien tasoihin verrattavat kuolleen puun määrät ovat saavutettavissa vain suurilla uhrauksilla nettotulojen nykyarvoon. Vastaavasti suurimmat taloudelliset voitot ovat saavutettavissa vain pienillä kuolleen puun määrillä.

Kaikissa kuvaajissa tavoitteiden ristiriidat olivat 30 vuoden tarkastelujaksolla tiukempia kuin 50 vuoden tarkastelujaksolla, siten että pidemmällä ajanjaksolla pystyttiin saavuttamaan suurempia arvoja molemmissa tavoitteissa samanaikaisesti.

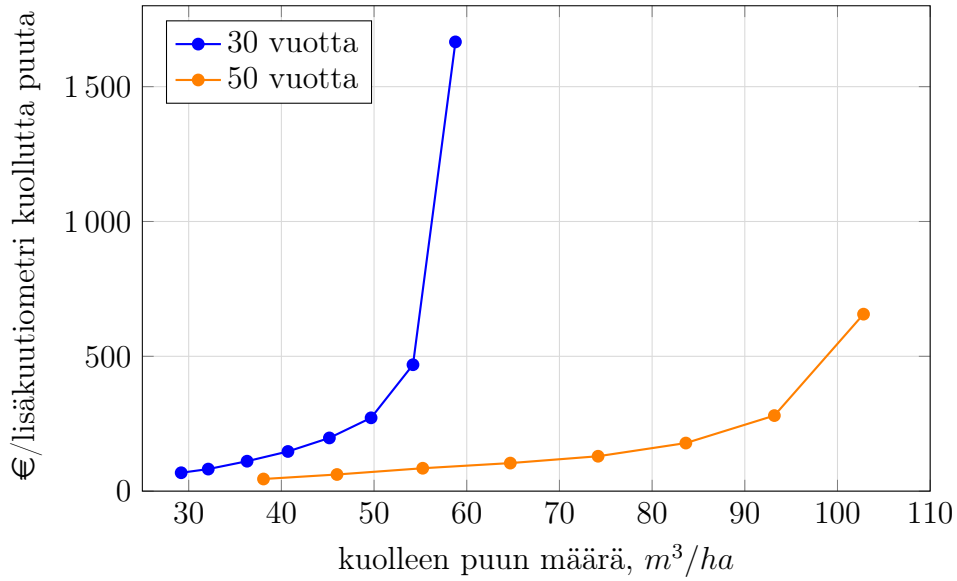
Seuraavaksi tarkasteluun on otettu kuolleen puun lisäämisen rajakustannuskäyrät alueittain.



Kuva 18: Kuolleen puun lisäämisen rajakustannus Pirkanmaan (MK6) alueella 0.



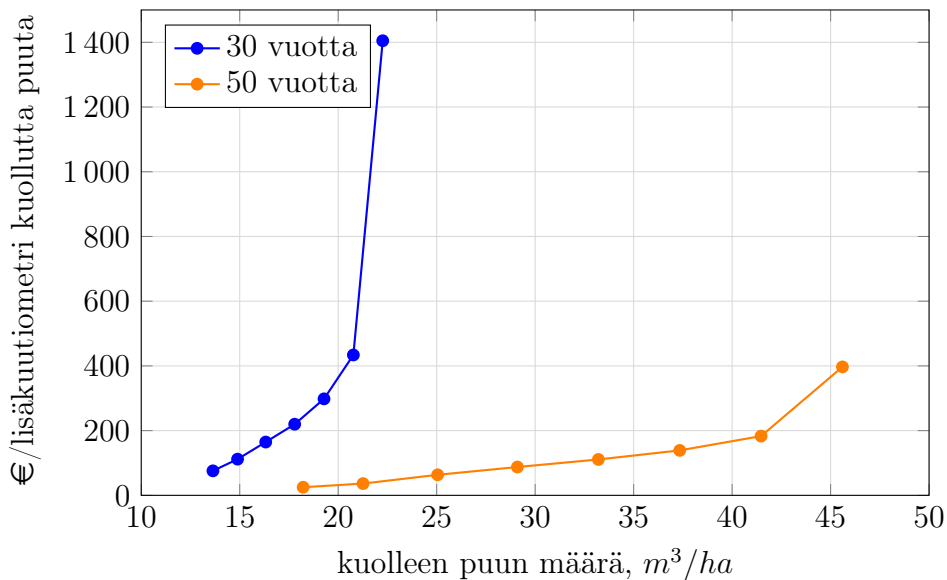
Kuva 19: Kuolleen puun lisäämisen rajakustannus Pirkanmaan (MK6) alueella 1.



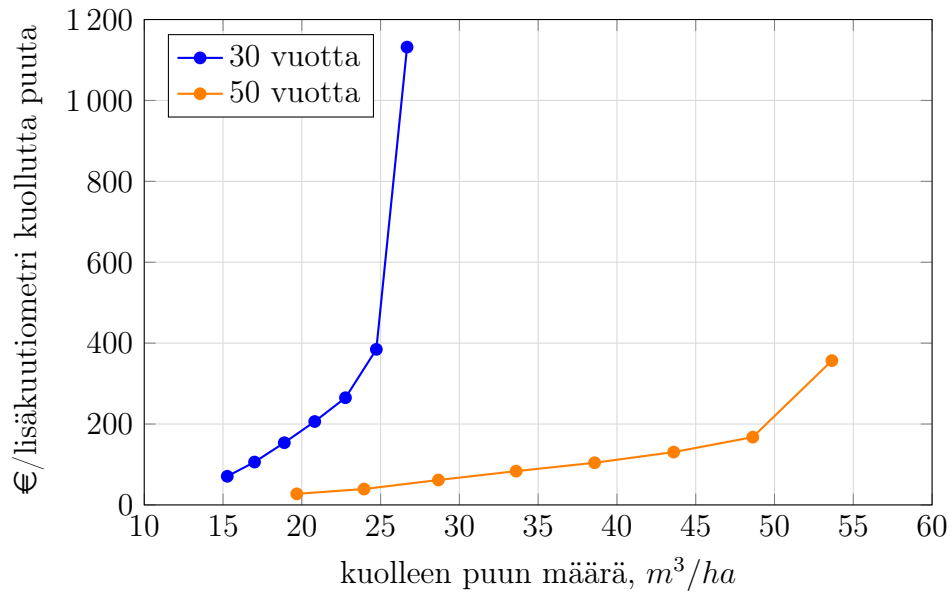
Kuva 20: Kuolleen puun lisäämisen rajakustannus Pirkanmaan (MK6) alueella 6.

Pirkanmaan rajakustannuskäyrät vahvistavat Pareto-käyristä tehdyt havainnot. Käyristä on nähtävissä samankaltainen "käännekohta" (eng. knee point), missä kuolleen puun lisäämisen kustannukset kasvavat eksponentiaalisesti. Pirkanmaalla nopea kasvu alkaa 30 vuoden tarkastelujaksolla noin  $35 - 60 m^3/ha$  kohdalla ja 50 vuoden tarkastelujaksolla noin  $73 - 97 m^3/ha$  kohdalla.

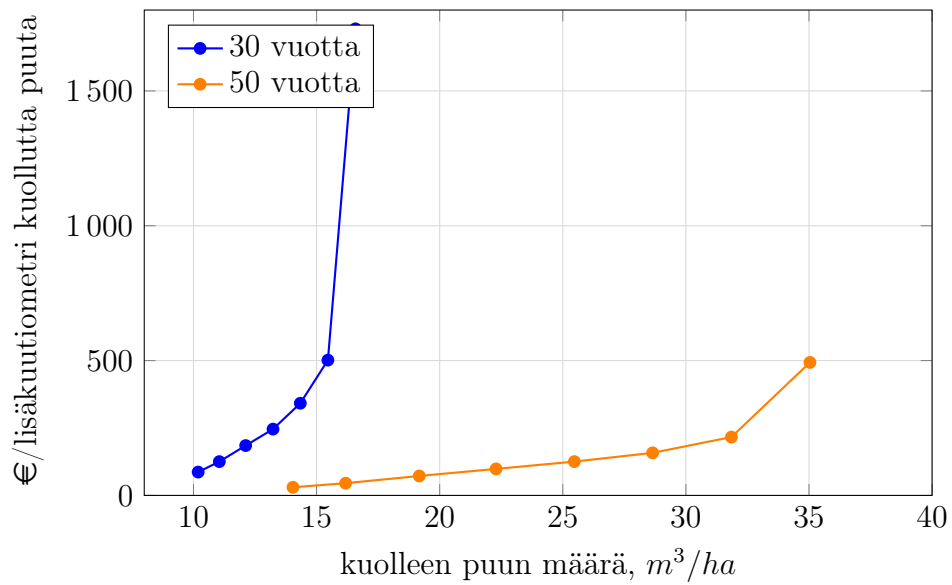
Rajakustannuskäyrissä on myös selkeästi havaittavissa tarkastelujakson pituuden merkitys. Esimerkiksi Pirkanmaan alueella 0 kuolleen puun tasolla  $50 m^3/ha$  30 vuoden rajakustannus on noin  $160 €/m^3$  ja 50 vuoden rajakustannus noin  $60 €/m^3$ .



Kuva 21: Kuolleen puun lisäämisen rajakustannus Pohjois-Pohjanmaan (MK17) alueella 1.

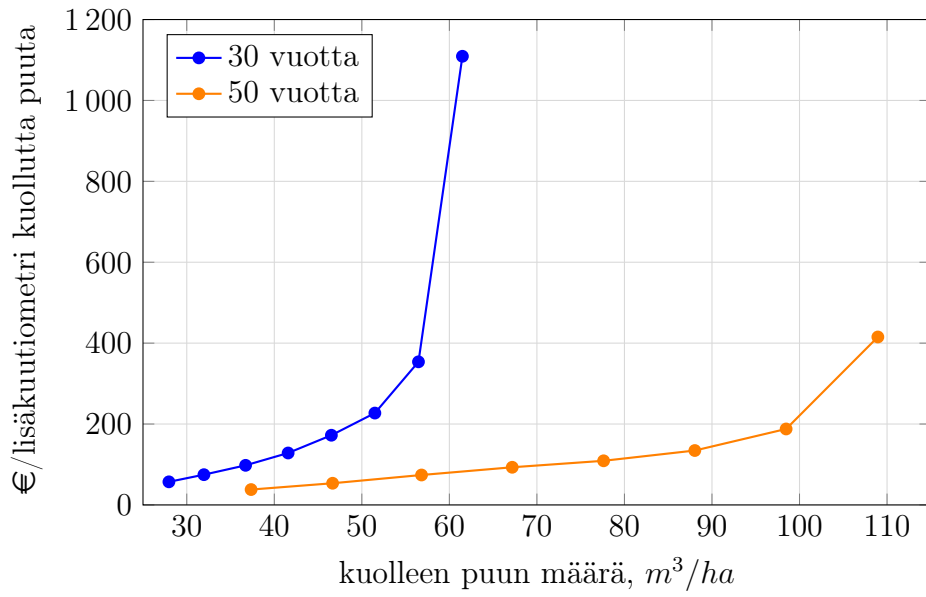


Kuva 22: Kuolleen puun lisäämisen rajakustannus Pohjois-Pohjanmaan (MK17) alueella 5.

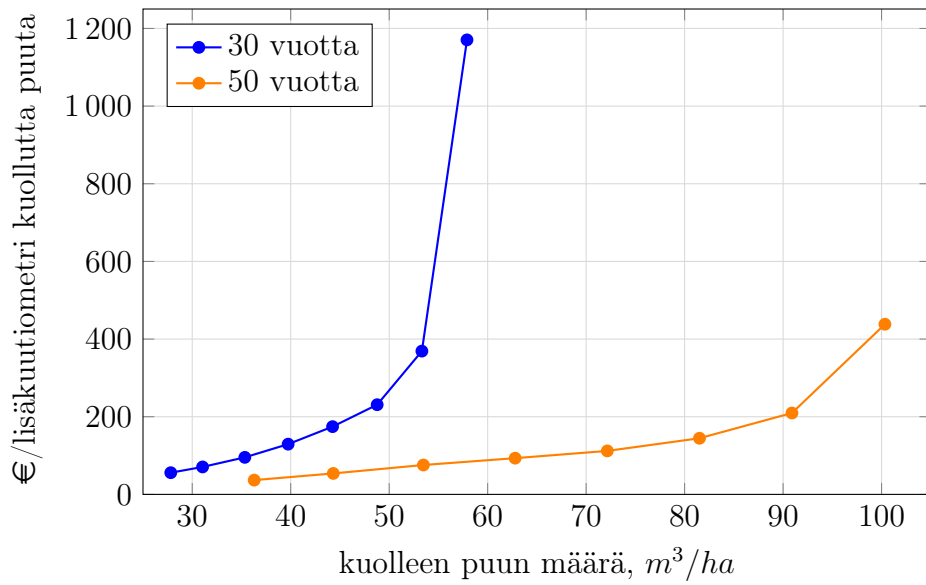


Kuva 23: Kuolleen puun lisäämisen rajakustannus Pohjois-Pohjanmaan (MK17) alueella 6.

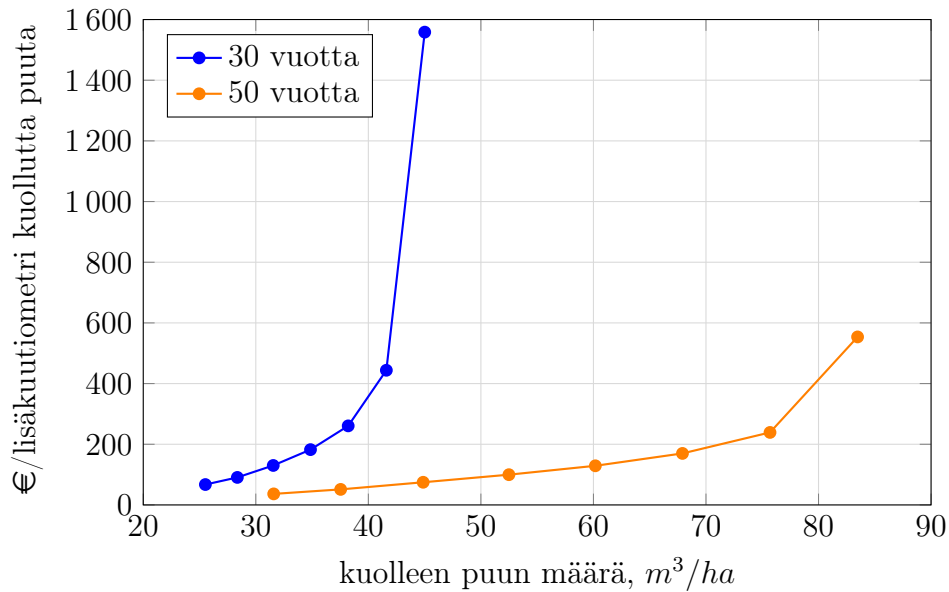
Pohjois-Pohjanmaalla käännekohta on 30 vuoden tarkastelujaksolla noin 15 – 24  $m^3/ha$  kohdalla ja 50 vuoden tarkastelujaksolla noin 32 – 50  $m^3/ha$  kohdalla.



Kuva 24: Kuolleen puun lisäämisen rajakustannus Kymenlaakso-Etelä-Karjalan (MK89) alueella 0.



Kuva 25: Kuolleen puun lisäämisen rajakustannus Kymenlaakso-Etelä-Karjalan (MK89) alueella 2.



Kuva 26: Kuolleen puun lisäämisen rajakustannus Kymenlaakso-Etelä-Karjalan (MK89) alueella 5.

Kymenlaakso-Etelä-Karjalassa käännekohta tapahtuu 30 vuoden tarkastelujaksolla noin  $42\text{--}57\ m^3/ha$  kohdalla ja 50 vuoden tarkastelujaksolla noin  $76\text{--}99\ m^3/ha$  kohdalla.

Rajakustannuskäyrät osoittavat myös, että pienillä kuolleen puun määrillä rajakustannus on kohtuullinen (alle  $200\ \text{€}/\text{lisäkuutiometri kuollutta puuta}$ .) Kun kuollutta puuta lisätään, rajakustannus nousee ensin maltillisesti, mutta kasvu muuttuu käyrän loppupäässä eksponentiaaliseksi. Tarkastelujaksojen välillä myös käännekohdan sijainnissa on suuria eroja. Lyhyemmällä 30 vuoden tarkastelujaksolla rajakustannus nousee jyrkästi jo pienillä kuolleen puun määrillä, kun taas pidemmällä tarkastelujaksolla käännekohta on loivempi ja tapahtuu paljon suuremmilla kuolleen puun arvoilla.

Taulukossa 2 on listattu alueittain kuolleen puun määrän minimi- ja maksimiarvot molemmille tarkastelujaksoille, sekä nettotulojen nykyarvon maksimiarvot.

Alue	NPV max (€/ha)	DW (30 vuotta)		DW (50 vuotta)	
		min ( $m^3/ha$ )	max ( $m^3/ha$ )	min ( $m^3/ha$ )	max ( $m^3/ha$ )
MK6: alue 0	11 990	31,7	63,9	39,2	105,8
MK6: alue 1	10 457	22,3	42,4	28,6	81,4
MK6: alue 6	14 438	29,1	58,8	36,7	102,8
MK17: alue 1	4 413	13,3	22,0	18,0	46,0
MK17: alue 5	4 903	15,0	27,0	20,0	54,0
MK17: alue 6	4 002	10,0	17,0	14,0	35,0
MK89: alue 0	11 274	27,6	61,5	34,9	108,9
MK89: alue 2	10 744	27,7	57,9	34,3	100,3
MK89: alue 5	10 585	24,5	45,0	31,0	83,5

Taulukko 2: Yhteenveto optimointitulosten minimi- ja maksimiarvoista.

## 7 Päätelmät

Tämän tutkielman tulokset osoittavat, että nettotulojen nykyarvon ja kuolleen puun määrän kompromissit vaihtelevat merkittävästi eri alueiden välillä sekä eri tarkastelujaksojen pituuksilla. Tarkastellaan seuraavaksi tulosten merkitystä tutkimuskysymysten sekä olemassa olevan kirjallisuuden valossa.

Tulokset osoittavat, että maantieteellinen sijainti vaikuttaa merkittävästi alueiden kykyyn saavuttaa taloudelliset ja ekologiset tavoitteet. Tarkastelluista maakunnista eteläiset alueet (Pirkanmaa ja Kymenlaakso-Etelä-Karjala) tarjoavat paremman potentiaalin sekä taloudelliseen tuottoon että kuolleen puun määrän lisäämiseen verrattuna pohjoiseen alueeseen (Pohjois-Pohjanmaa).

Päätöksenteon kannalta tulokset viittaavat siihen, että monimuotoisuuden parantaminen (kuolleen puun määrän lisääminen) olisi kustannustehokkaampaa eteläisillä alueilla verrattuna pohjoiseen alueeseen. Toisin sanoen, eteläisillä alueilla pystytään saavuttamaan suurempia kuolleen puun määriä pienemmillä suhteellisilla nettotulojen nykyarvon menetyksillä. Toisaalta yhtä suuri kuolleen puun määrän lisäys ( $m^3/ha$ ) ei välttämättä johda yhtä suureen parannukseen biodiversiteetissä kaikilla alueilla. Pohjoisemmilla alueilla puuston kasvu on jo valmiiksi niukempaa, joten pienemmätkin kuolleen puun määrän lisäykset voivat olla ekologisesti merkittäviä.

Toinen keskeinen havainto on se, että tarkastelujakson pituus vaikuttaa merkittävästi tuloksiin. Niiden pohjalta voidaan sanoa, että aika on halvin tapa lisätä kuollutta puuta. Tässä korostuu siis pitkäjänteisen lähestymistavan merkitys metsäsuunnittelussa, etenkin luonnonsuojelu- ja biodiversiteettitavoitteiden saavuttamisessa.

Pareto-käyrissä ilmenee myös selkeä käännekohta: kuolleen puun lisäämisen hinnat pysyvät alle  $200 \text{ €/}m^3$  jonkin aikaa mutta kasvavat sen jälkeen eksponentiaalisesti. Pohjois-Pohjanmaan monimuotoisuuskeskittymät saavuttavat käännekohdan paljon pienemmällä kuolleen puun määrällä, mutta käyrien muoto on kaikissa samankaltainen.

Tuloksista havaitaan, että käyrän oikeassa päässä kompromissit ovat pieniä: ensimmäiset kuolleen puun lisäykset voidaan saavuttaa kohtuullisen pienillä taloudellisilla menetyksillä. Käyrän vasemmassa päässä taas jokainen lisäkuutiometri kuollutta puuta vaatii suuren taloudellisen uhrauksen. Tulos on talusteorian mukainen: niukkuuden kasvaessa rajakustannuksetkin nousevat [33]. Tulokset osoittavat, että maltillisemmat biodiversiteettitavoitteet ovat saavutettavissa ilman suuria taloudellisia menetyksiä. Sen sijaan luonnonmetsien kuolleen puun määrien saavuttaminen talousmetsissä on hyvin kallista. Maltillinen kuolleen puun määrän lisääminen johtaisi kuitenkin merkittäviin parannuksiin biodiversiteetin kannalta [24], vaikka ne eivät ole lähellä luonnonmetsien ihannetta ( $60 - 90 \text{ m}^3/ha$ ). Seuraavaksi verrataan tämän tutkielman tuloksia aiempaan kirjallisuuteen.

Pohjanmies ym. [25] tutkivat samaa tavoiteparia (nettotulojen nykyarvo ja kuolleen puun määrä) Keski-Suomen talousmetsissä 100 vuoden tarkastelujaksolla. He havaitsivat, että maksimaalinen kuolleen puun määrä saavutettiin, kun nettotulojen nykyarvo oli noin 6% maksimiarvostaan. Nettotulojen nykyarvon maksimissa ( $9\,800 \text{ €/}ha$ ) kuolleen puun määrän keskiarvoksi saatiin  $2,6 \text{ m}^3/ha$ . Havainnot

eroavat merkittävästi tämän tutkielman tuloksista: nettotulojen nykyarvon maksimipisteessä kuolleen puun määrä oli noin  $10\text{--}32\text{ m}^3/\text{ha}$ . Ero johtuu luultavasti siitä, että Pohjanmies ym. tarkastelivat tavallisia talousmetsiä, kun taas tässä tutkimuksessa tarkasteltiin monimuotoisuuskeskittymiä, joissa kuolleen puun määrä on lähtökohtaisesti suurempi kuin tavallisissa talousmetsissä. Pohjanmies ym. havaitsivat myös, että kaksi tavoitetta pystyivät samanaikaisesti saavuttamaan noin 62 – 64% niiden maksimiarvoistaan. Tässä tutkielmassa vastaavat luvut olivat 30 vuoden tarkastelujaksolla noin 73 – 78% ja 50 vuoden tarkastelujaksolla noin 66 – 73%. Tämä tukee päätelmää, että monimuotoisuuskeskittymissä nettotulojen nykyarvon ja kuolleen puun määrän kompromissit ovat lievemmät kuin tavallisissa talousmetsissä. Pidemmällä tarkastelujaksolla samanaikaisesti saavutettava osuus on pienempi, vaikka tavoitteiden maksimiarvot ovat huomattavasti suuremmat kuin lyhyemmällä tarkastelujaksolla.

Nabhani ym. [23] sovelsivat rajoiteyhtälömenetelmää kolmen tavoitteen optimointitehtävään Norjalaisissa havumetsissä. Lähteessä havaittiin myös kompromisseja puutavaran, hiilen ja biodiversiteetin välillä. Tulokset viittaavat siihen, että ristiriita taloudellisten ja ekologisten tavoitteiden välillä on yleinen ilmiö pohjoisissa havumetsissä.

Tulokset antavat päätöksentekijöille tärkeitä tietoja kompromissien arviointiin. Pareto-käyristä voidaan tunnistaa saavutettavissa olevat nettotulojen nykyarvon ja kuolleen puun määrän yhdistelmät. Lisäksi rajakustannuskäyrät osoittavat, paljonko kuolleen puun lisääminen maksaa eri kuolleen puun määrän tasoilla.

Päätöksentekijä voi hyödyntää tuloksia usealla eri tavalla. Yksi tapa on asettaa minimivaatimus kuolleen puun määrälle ja valita sitten ratkaisu, joka maksimoi nettotulojen nykyarvon asetetun rajoitteen puitteissa. Tämä voi olla luonnollinen vaihtoehto etenkin silloin, kun esimerkiksi luonnonsuojelulait tai -säädökset määrittävät kuolleen puun määrän minimirajan, jota talousmetsissä tulee noudattaa. Tällöin on järkevää aloittaa määrittelemällä tavoite, jolla on absoluuttinen minimiraja, ja maksimoida vasta sitten toista tavoitetta.

Toinen tapa tehdä päätöksiä tulosten pohjalta on määrittää maksimihinta, jonka on valmis maksamaan lisäkuutiometristä kuollutta puuta, ja valita sitten rajakustannuskäyrältä sitä vastaava kuolleen puun määrä. Kolmanneksi päätöksentekijä voi vertailla eri alueita ja kohdistaa toimenpiteitä sinne, missä ne ovat kustannustehokkaimpia toteuttaa.

On myös syytä huomioida tutkielman tuloksia rajoittavat seikat. Ensinnäkin, optimoinnissa on otettu huomioon vain kaksi tavoitetta (nettotulojen nykyarvo ja kuolleen puun määrä), vaikka todellisuudessa päätöksentekijällä on usein enemmän tavoitteita, joita tulisi ottaa huomioon. Tutkielmaan on valittu ainoastaan yksi tavoite kuvaamaan taloudellisia tavoitteita ja yksi tavoite kuvaamaan monimuotoisuuden tavoitteita. Vaikka kuolleen puun määrä on biodiversiteetti-indikaattoreista tärkein, se on kuitenkin vain yksi useista indikaattoreista, eikä ota huomioon läheskään kaikkia lajien elinympäristöihin vaikuttavia asioita. Toiseksi, optimointi on suoritettu simulointiaineistolle todellisen pitkäaikaisen datan sijasta, jolloin todellisuuden ja simulaation väliset erot voivat vääristää tuloksia. Kolmanneksi tutkielmassa tarkasteltiin vain yhdeksää monimuotoisuuskeskittymää kolmesta eri tutkimusalueesta, joten tuloksia ei voida yleistää kaikkiin metsäalueisiin. Tämän lisäksi tutkielmassa on

oletettu yksittäinen päätöksentekijä, mikä ei ota huomioon todellisissa metsäsuunnittelutilanteissa vaikuttavia sidosryhmiä, joiden tavoitteet ovat usein ristiriidassa keskenään.

## 8 Yhteenveto

Tässä pro gradu -tutkielmassa hyödynnettiin monitavoiteoptimointia, tarkemmin sanoen kahden tavoitteen rajoiteyhtälömenetelmää nettotulojen nykyarvon ja kuolleen puun välisten kompromissien analysointiin metsäsuunnittelussa. Lisäksi tutkimusongelmana oli tutkia, kuinka paljon eri maantieteelliset alueet eroavat niiden potentiaalisissa tuottaa taloudellisia voittoja ja kuollutta puuta.

Tutkielmassa muotoiltiin kaksitavoitteinen binäärinen kokonaislukuoptimointitehtävä, jossa jokaiselle metsikölle valitaan yksi hoitovaihtoehto. Tehtävä ratkaistiin rajoiteyhtälömenetelmällä, tarkemmin sanottuna kaksivaiheisella leksikaalisella lähestymistavalla hyödyntäen Pythonia.

Tutkimuksessa tarkasteltiin yhdeksää monimuotoisuuskeskittymää kolmella alueella: Pirkanmaa, Pohjois-Pohjanmaa ja Kymenlaakso-Etelä-Karjala. Aineisto koostui MOTTI-metsikkösimulaattorilla tuotetusta simulaatiodatasta, jossa metsiä tarkasteltiin sekä 30 että 50 vuoden tarkastelujaksoilla. Tuloksista esitettiin Pareto-käyrät sekä rajakustannuskäyrät kullekin alueelle ja tarkastelujaksolle.

Tuloksista voidaan esittää lukuisia havaintoja. Ensimmäinen tutkimuksessa havaittiin, että alueellinen vaihtelu oli merkittävää. Eteläiset alueet (Pirkanmaa ja Kymenlaakso-Etelä-Karjala) tarjosivat pohjoiseen alueeseen (Pohjois-Pohjanmaa) verrattuna korkeamman potentiaalisen taloudelliseen tuottoon sekä kuolleen puun määrään. Eteläisten alueiden nettotulojen nykyarvon maksimit olivat yli kaksinkertaiset verrattuna Pohjois-Pohjanmaahan (eteläiset 10 000 – 14 500 €/ha, pohjoinen 4 000 – 4 900 €/ha). Toiseksi, tarkastelujakson pituudella oli suuri vaikutus tuloksiin: pidemmällä tarkastelujaksolla saatiin jokaisella alueella tuotettua enemmän kuollutta puuta ilman nettotulojen nykyarvon menetyksiä. Kolmanneksi, ensimmäiset kuolleen puun määrän lisäykset ovat kaikilla alueilla kustannustehokkaita, mutta luonnonmetsien kaltaisten tasojen saavuttaminen vaatisi eksponentiaalisesti kasvavia uhrauksia nettotulojen nykyarvossa.

Tutkielman tulokset voivat tarjota tärkeitä työkaluja alueellisen metsäsuunnittelun päätöksenteossa. Metsäsuunnittelussa päätöksentekijöiden tulee tehdä kompromisseja useiden eri tavoitteiden välillä, jolloin korostuu dataan perustuvan päätöksenteon merkitys. Tutkielman Pareto-käyristä ja rajakustannuskäyristä saatava tieto mahdollistaa luonnonsuojelutoimenpiteiden kohdistamisen niille alueille, joilla ne ovat tämän tutkimuksen mukaan kustannustehokkaimpia.

Mahdollisessa jatkotutkimuksessa tarkastelua voitaisiin laajentaa muillekin alueille ja sisällyttää kuolleen puun määrän lisäksi muita biodiversiteetti-indikaattoreita. Optimointiin voisi myös käyttää muita monitavoiteoptimointimenetelmiä ja verrata niiden antamia tuloksia.

## Lähteet

- [1] Ahtikoski, A., Hökkä, H. *Intensive forest management – does it financially pay off on drained peatlands?* Canadian Journal of Forest Research, 49(9), 1101–1111, 2019.
- [2] Ahtikoski, A., Siipilehto, J., Repola, J., Hökkä, H., Lehtonen, M., Kärkkäinen, K., Hynynen, J. *Financial comparison between rotation forestry (RF) and continuous cover forestry (CCF) on spruce-dominated peatlands.* Scandinavian Journal of Forest Research, 40(2), 116–127, 2025.
- [3] Amiri, N., Mohammadi Limaiei, S. *Optimal forest management using multi-objective and game theory techniques: considering environmental and economic factors.* Preprints.org, 2024090017, 2024.
- [4] Back, P., Suominen, A., Malo, P., Tahvonen, O., Blank, J., Deb, K. *Towards Sustainable Forest Management Strategies with MOEAs.* COIN Report Number 2020014, Aalto University School of Business, 2020.
- [5] *COIN-OR Branch-and-Cut solver*, <https://github.com/coin-or/cbc>. Luettu 22.4.2026.
- [6] Deb, K. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms: An Introduction.* KanGAL Report Number 2011003, Indian Institute of Technology Kanpur, 2011.
- [7] Ehrgott M. *Multicriteria Optimization*, 2nd edition, The University of Auckland, Department of Engineering Science, 2005.
- [8] Geoffrion, A.M. *Proper efficiency and the theory of vector maximization.* Journal of Mathematical Analysis and Applications, 22(3), 618–630, 1968.
- [9] González-González, J.M., Vázquez-Méndez, M.E., Diéguez-Aranda, U. *Multi-objective models for the forest harvest scheduling problem in a continuous-time framework.* Forest Policy and Economics, 136, 102687, 2022.
- [10] Hotanen, J.-P., Nousiainen, H., Mäkipää, R., Reinikainen, A., Tonteri, T. *Metsätyypit - opas kasvupaikkojen luokitteluun.* Metsäkustannus Oy, 2008.
- [11] Hynynen, J., Ojansuu, R., Hökkä, H., Siipilehto, J., Salminen, H., Haapala, P. *Models for predicting stand development in MELA System.* The Finnish Forest Research Institute, Research Papers, 835, 2002.
- [12] Hynynen, J., Salminen, H., Ahtikoski, A., Huuskonen, S., Ojansuu, R., Siipilehto, J., Lehtonen, M., Eerikäinen, K. *Long-term impacts of forest management on biomass supply and forest resource development: a scenario analysis for Finland.* European Journal of Forest Research, 134(3), 415–431, 2015.
- [13] Hynynen, J., Salminen, H., Huuskonen, S., Ahtikoski, A., Ojansuu, R., Siipilehto, J., Lehtonen, M., Rummukainen, A., Kojola, S., Eerikäinen, K. *Scenario*

*analysis for the biomass supply potential and the future development of Finnish forest resources.* The Finnish Forest Research Institute, Working Papers of the Finnish Forest Research Institute 302, 2014.

- [14] Juutinen, A., Ahtikoski, A., Lehtonen, M., Mäkipää, R., Ollikainen, M. *The impact of a short-term carbon payment scheme on forest management.* Forest Policy and Economics, 90, 115–127, 2018.
- [15] Kuhn, H. W., Tucker, A. W. *Nonlinear Programming.* Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 1951.
- [16] Lee, D., Ahtikoski, A., Siipilehto, J., Repola, J., Kärkkäinen, K., Lehtonen, M., Hynynen, J. *Economic analysis comparing continuous cover forestry and rotation forestry with genetic gain in Norway spruce stands.* Forestry: An International Journal of Forest Research, 99, 1–14, 2026.
- [17] Matala, J., Hynynen, J., Miina, J., Ojansuu, R., Peltola, H., Sievänen, R., Väisänen, H., Kellomäki, S. *Comparison of a physiological model and a statistical model for prediction of growth and yield in boreal forests.* Ecological Modelling, 161(1–2), 95–116, 2003.
- [18] Mavrotas, G. *Effective implementation of the  $\varepsilon$ -constraint method in Multi-Objective Mathematical Programming problems.* Applied Mathematics and Computation, 213(2), 455–465, 2009.
- [19] Mazziotta, A., Mykkänen, R., Forsman, J.T., Kangas, A., Lindén, A., Melin, M., Eyvindson, K. *Integrating spatial aspects in forest planning: optimizing boreal forest landscapes reveals trade-offs between timber and grouse habitats at multiple scales.* Journal of Environmental Management, 390, 126409, 2025.
- [20] Miettinen K. *Epälineaarinen optimointi.* Jyväskylän yliopisto, tietotekniikan laitos, luentomoniste, 2003.
- [21] Miettinen K. *Nonlinear Multiobjective Optimization.* Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [22] Mitchell, S., O’Sullivan, M., Dunning, I. *PuLP: A Linear Programming Toolkit for Python.* The University of Auckland, Department of Engineering Science, 2011.
- [23] Nabhani, A., Mardaneh, E., Sjölie, H.K. *Multi-objective optimization of forest ecosystem services under uncertainty.* Ecological Modelling, 494, 110777, 2024.
- [24] Parajuli, R., Markwith, S.H. *Quantity is foremost but quality matters: a global meta-analysis of correlations of dead wood volume and biodiversity in forest ecosystems.* Biological Conservation, 283, 110100, 2023.
- [25] Pohjanmies, T., Eyvindson, K., Mönkkönen, M. *Forest management optimization across spatial scales to reconcile economic and conservation objectives.* PLoS ONE, 14(6), e0218213, 2019.

- [26] *Priodiversity LIFE - luontokadon pysäyttämiseksi*, Metsähallitus, <https://www.metsa.fi/projekti/priodiversity/>. Luettu 27.2.2026.
- [27] Richards, F.J. *A flexible growth function for empirical use*. *Journal of Experimental Botany*, 10(2), 290–301, 1959.
- [28] Salminen, H., Lehtonen, M., Hynynen, J. *Reusing legacy FORTRAN in the MOTTI growth and yield simulator*. *Computers and Electronics in Agriculture*, 49(1), 103–113, 2005.
- [29] Siitonen, J. *Forest management, coarse woody debris and saproxylic organisms: Fennoscandian boreal forests as an example*. *Ecological Bulletins*, 49, 11–41, 2001.
- [30] Tahvonen, O., Rämö, J. *Optimality of continuous cover vs. clear-cut regimes in managing forest resources*. *Canadian Journal of Forest Research*, 46, 891–901, 2016.
- [31] Tikkanen, O.-P., Martikainen, P., Hyvärinen, E., Junninen, K., Kouki, J. *Red-listed boreal forest species of Finland: associations with forest structure, tree species, and decaying wood*. *Annales Zoologici Fennici*, 43, 373–383, 2006.
- [32] Triviño, M., Pohjanmies, T., Mazziotta, A., Juutinen, A., Podkopaev, D., Le Tortorec, E., Mönkkönen, M. *Optimizing management to enhance multifunctionality in a boreal forest landscape*. *Journal of Applied Ecology*, 54(1), 61–70, 2017.
- [33] Varian, H.R. *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*. W. W. Norton Company, Eighth Edition, 2010.