TURUN YLIOPISTO

Spontaani huomionkiinnittäminen lukumääriin lukiolaisilla

Matematiikan pro gradu -tutkielma

Laatija:
Pauliina Salonen

4.6.2024
Turku

Pro gradu -tutkielma

Oppiaine: Matematiikka
Tekijä: Pauliina Salonen
Otsikko: Spontaani huomionkiinnittäminen lukumääriin lukiolaisilla
Ohjaajat: Peter Häestö ja Vesa Halava
Sivumäärä: 30 sivua + kaksi liitesivua
Päivämäärä: 4.6.2024

Tämä tutkimus on jatkotutkimus liittyen lukiolaisten spontaaneihin huomionkiinnittämistaipumuksiin ja joustavaan rationaalilukukäsitteeseen. Lukiolaisten spontaania huomionkiinnittämistä määrällisiin suhteisiin (SFOR) ja sen suhdetta joustavaan rationaalilukukäsitteeseen (ARNK) on tutkittu aiemmin, joten tässä tutkimuksessa tutkittiin lukiolaisten spontaania huomionkiinnittämistä lukumääriin (SFON) ja sen yhteyttä spontaaniin huomionkiinnittämiseen määrällisiin suhteisiin sekä joustavaan rationaalilukukäsitteeseen.

Tutkimuksen aineisto kerättiin lukiolaisilta (N=106), jotka olivat kolmesta eri koulusta ja neljästä eri opetusryhmästä. Aineisto kerättiin opettajan johdolla suomen kielen tunnilla, jotta yhteyttä matematiikkaan ei testaustilanteessa ollut. Aineisto analysoitiin tilasto-ohjelma SPSS:llä käyttäen epäparametristä U-testiä, Spermannin ja Pearsonin korrelaatiokertoimia sekä kuvailevia statistiikkoja.

Tulokset vaihtelivat paljon yksilöllisesti, mutta kaikkien tehtävien yhteispisteiden mukaan opiskelijat kiinnittävät keskimäärin huomiota 2,53 lukumääriin per tehtävä. SFON-pistemäärät olivat tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä vastaavista tehtävistä saatuihin SFOR-pistemääriin. Joustava rationaalilukukäsite oli tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä SFON-tehtävistä saatuihin pisteisiin vain toisessa tehtävätyypissä. Pitkän ja lyhyen matematiikan opiskelijoiden SFON-pistemäärät eivät eronneet toisistaan tilastollisesti merkitsevästi.

Avainsanat: spontaani huomionkiinnittäminen lukumääriin, SFON, spontaani huomionkiinnittäminen määrällisiin suhteisiin, SFOR, joustava rationaalilukukäsite, ARNK, matemaattinen osaaminen, matematiikka.

Sisällysluettelo

1 Johdanto

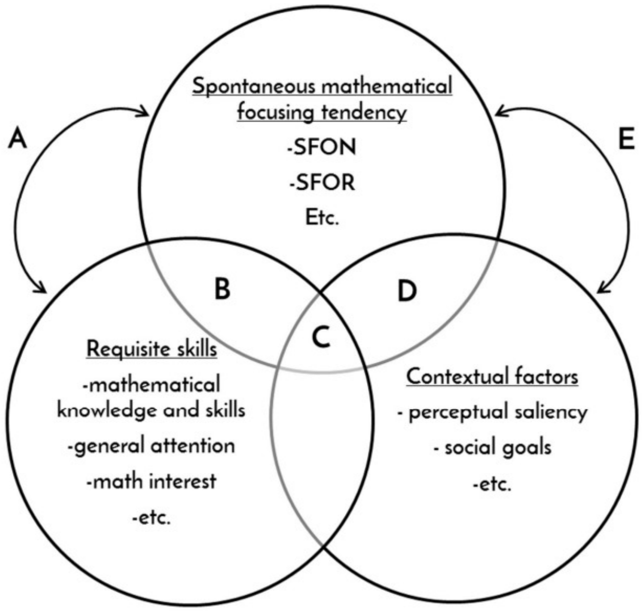
Uusin hallitusohjelma 2023 korostaa LUMA-strategian käyttöä eli oppilaiden luonnontieteellistä osaamista sekä matemaattisia taitoja pyritään vahvistamaan (Valtioneuvosto, 2023). Matematiikan PISA-tulosten laskeminen uudistetun opetussuunnitelman jälkeenkin on aiheuttanut huolta siitä, että uudistukset eivät tuottaneet haluttuja tuloksia (Kupari & Hiltunen, 2018). Matematiikka on yksi keskeisimpiä ylioppilaskirjoituksissa kirjoitettavista aineista, jos katsoo siitä saatavia pisteitä sisäänpääsyn suhteen mihin tahansa yliopistossa opiskeltavaan alaan (Opetushallitus, 2021). Matematiikan opiskelu koetaan siis monilla tasoilla tärkeäksi ja sen tärkeyttä on pyritty edellä mainituilla keinoilla korostamaan, mutta miten luokkahuoneessa ja myös sen ulkopuolella saadaan oppilaat innostumaan matematiikasta, on opettajan näkökulmasta keskeistä. Matemaattinen käyttäytyminen ja matematiikan käyttö ei rajoitu pelkästään formaaleihin luokkahuonetilanteisiin, joissa oppilaat tietoisesti harjoittelevat erilaisia matematiikan strategioita. Matematiikka on läsnä jokapäiväisessä arjessa eri muodoissa ja sitä saattaa huomaamattaan käyttää osana ajatteluaan esimerkiksi ongelmanratkaisussa. Resnickin (1991) mukaan koulumatematiikan ja ”katumatematiikan” erossa saattaa olla kyse kahdesta asiasta: 1) koulun formaali matematiikka ei rohkaise oppilaita kehittämään intuitiivisia ongelmanratkaisukeinoja, sillä siinä keskitytään symboleilla manipuloimiseen 2) koulumatematiikan ja arkimatematiikan välillä on epäjatkuvuus, sillä formaalissa matematiikassa keskitytään pitkälti abstrakteihin asioihin arjen konkretian sijaan (Resnick, 1991). Tutkimukset ovatkin tuoneet esille tarpeen tutkia ja ottaa huomioon lasten ja opiskelijoiden omaa itseohjautuvaa spontaania matemaattisen päättelyn ja tiedon käyttöä (McMullen ym., 2019). Itseohjautuvalla eli spontaanilla huomionkiinnittämisellä matemaattisiin piirteisiin on keskeinen rooli matematiikan taitojen kehityksessä, sillä sen on tutkittu ennustavan matemaattista osaamista myöhemmällä iällä ja luovan toisiaan kehittävän kehän matemaattisten taitojen kanssa (mm. McMullen, Hannula-Sormunen, ym., 2016; McMullen ym., 2014, 2019).

Pro gradu -tutkimuksessa Joustava rationaalilukukäsite ja spontaani huomionkiinnittäminen määrällisiin suhteisiin lukiolaisilla (2022) huomattiin, että spontaania huomionkiinnittämistä määrällisiin suhteisiin esiintyi lukiolaisilla melko vähän (Salonen, 2022). Jatkotutkimusehdotuksena tulosten perusteella oli lukio-opiskelijoiden spontaanin lukumääriin huomionkiinnittämisen tutkiminen, sillä McMullenin (2014) mukaan jo lapsiakin tutkittaessa esille tuli herkemmin lukumääriin kuin määrällisiin suhteisiin huomionkiinnittäminen (McMullen, 2014). Tässä tutkimuksessa tarkastellaan, esiintyykö aiemmin kerätyssä aineistossa spontaania huomionkiinnittämistä lukumääriin, onko sillä yhteyttä spontaaniin huomionkiinnittämiseen määrällisiin suhteisiin sekä joustavaan rationaalilukukäsitteeseen ja onko spontaanilla huomionkiinnittämisellä lukumääriin eroa pitkän ja lyhyen matematiikan opiskelijoilla.

1.1 Matemaattinen osaaminen ja käyttäytyminen

Matematiikan osaaminen voidaan jakaa eri osataitoihin: luvut ja lukujonotaidot, aritmetiikka, algebra ja geometria (Korhonen ym., 2018). Jokaisessa osataidossa keskeistä on käsitteenmuodostus eli ymmärrys, suoritusstrategioiden eli laskutoimitusten toteuttaminen ja ongelmanratkaisun eli soveltavan matematiikan hallinta (Korhonen ym., 2018). Jotta osaa soveltaa matematiikkaa, pitää ymmärtää matematiikan rakenteita (Yrjönsuuri, 2004). Nunes ja Bryant (1989) toteavat, että pelkkä laskutaito ei riitä, vaan tulee osata käyttää eri matematiikan työkaluja tarkoituksen mukaisesti ja osattava ajatella eri tavalla kussakin matemaattisessa ongelmassa (Korhonen ym., 2018). Soveltavan ajattelun taustalla on kyky siirtyä reaalimaailmasta abstraktiin, symboliseen maailmaan ja päinvastoin (Yrjönsuuri, 2004). Hannula ja Holm (2018) kuvaavat, että matematiikan osaamisessa ei ole kyse vain tiedosta eikä matematiikan oppimistuloksia voi tarpeeksi laajasti kuvata yhdellä numerolla. Heidän mukaansa suhtautuminen matematiikkaan eli matematiikkakuva vaikuttaa keskeisesti osaamiseen (Hannula & Holm, 2018).

Matemaattinen toiminta voidaan jakaa algoritmiseen ajatteluun eli tietotaitoon ja reflektoivaan ajatteluun eli pohdiskeluun (Yrjönsuuri, 2004). Vastaavasti Korhonen ja kumppanit (2018) totesivat, että matematiikassa ilmenevät vaikeudet voidaan huomata ilmenevän proseduraalisessa matematiikan osaamisessa eli suoritusstrategioiden hallinnassa tai konseptuaalisessa matematiikan osaamisessa eli ymmärtämiseen ja soveltamiseen liittyen (Korhonen ym., 2018). McMullen, Chan, Mazzocco ja Hannula-Sormunen (2019) luonnostelivat kuvion, jossa matematiikan tarvittavat tiedot ovat suhteessa muihin matemaattiseen käyttäytymiseen liittyviin aspekteihin. Heidän mukaansa tarvittavien taitojen lisäksi spontaanit huomionkiinnittämistaipumukset ja tilanteeseen liittyvät muuttujat luovat kokonaisuuden, joka vaikuttaa matemaattiseen käyttäytymiseen (kuvio 1) (McMullen ym., 2019).



Kuvio 1 Matemaattisen osaamisen osatekijät ja niiden suhteet toisiinsa (McMullen ym., 2019)

1.2 Spontaani huomionkiinnittäminen matemaattisiin piirteisiin

Monet tilanteet, joissa on mahdollista tai tarpeellista käyttää matematiikkaa, esiintyvät formaalien matematiikan oppimistilanteiden ulkopuolella (McMullen, 2014). On tärkeää, että oppilaat ymmärtävät, että matematiikkaa on myös matematiikan tunnin ulkopuolella kaikkialla ympärillämme (Resnick, 1991). Formaaleissa matematiikan oppimistilanteissa oppilaat saavat ohjausta juuri matematiikan teoriaan ja siinä ei voi soveltaa omaehtoista huomionkiinnittämistä matematiikkaan. Formaalien tilanteiden ulkopuolella huomionkiinnittäminen matemaattisiin piirteisiin on kuitenkin spontaania ja lähtee omaehtoisesti ilman muiden opastusta (McMullen, 2014). Oppilaita on kuitenkin hyvä kannustaa omaehtoiseen lukumäärien, lukujen suhteiden ja matemaattisten ongelmien löytämiseen, jotta oppilaiden taidot kehittyisivät (Resnick, 1991). Spontaanit huomionkiinnittämistaipumukset matemaattisiin piirteisiin tarvitsevat taustalle tietyn tason matemaattisia taitoja, jotta niihin pystyy kiinnittämään huomiota (McMullen ym., 2019). Spontaanit huomionkiinnittämistaipumukset matemaattisiin piirteisiin on pystytty erottamaan vaadituista taidoista ja kontekstuaalisista muuttujista erilliseksi muuttujaksi (McMullen ym., 2019). On todettu, että herkkyys huomata lukumääriä on yksi matemaattisia kykyjä ennustava tekijä (Tibber ym., 2013). Seuraavissa alaluvuissa tutustutaan tarkemmin spontaaniin huomionkiinnittämiseen lukumääriin ja määrällisiin suhteisiin.

1.2.1 Spontaani huomionkiinnittäminen lukumääriin (SFON)

Spontaanilla huomionkiinnittämisellä lukumääriin (Spontaneous Focusing on Numerosity eli SFON) tarkoitetaan nimensä mukaisesti huomionkiinnittämistä lukumääriin oma-aloitteisesti ja ilman ohjausta (Batchelor ym., 2015). Spontaani huomionkiinnittäminen lukumääriin voi esimerkiksi tarkoittaa sitä, että lapsi huomaa aamiaisella syövänsä kaksi leipää tai viisi palaa appelsiinia. SFON-taipumus ilmaisee lapsen luontaista kykyä huomioida laskemista omassa luonnollisessa ympäristössään (Hannula ym., 2010).

SFON-taipumusten merkitys myöhempien matemaattisten taitojen suhteen on laajasti tutkittu ja etenkin lasten SFON-taipumukset ovat keskeisiä matemaattisen kehityksen kannalta. SFON-taipumuksien on todettu ennustavan myöhempää matemaattista kehitystä (Hannula & Lehtinen, 2005). 6-vuotiaiden SFON-taipumusten on huomattu ennustavan rationaalilukujen konseptuaalista osaamista 12-vuotiaana (McMullen ym., 2015). SFON-taipumusten on myös löydetty olevan yksi keskeinen aritmeettisten taitojen kehitystä ennustava tekijä (Hannula ym., 2010).

1.2.2 Spontaani huomionkiinnittäminen määrällisiin suhteisiin (SFOR)

Spontaanit huomionkiinnittämistaipumukset määrällisiin suhteisiin (Spontaneous Focusing On Relations eli SFOR) viittaavat omaehtoiseen huomionkiinnittämiseen määrällisiin suhteisiin ja niiden käyttämiseen tilanteissa, jotka eivät ole pelkästään matematiikkaan liittyviä (McMullen, 2014). SFON:n keskittyessä pelkkiin lukumääriin SFOR keskittyy kahden tai useamman kohteen matemaattisten suhteiden tarkasteluun (McMullen ym., 2014). Jos lapsi huomaa, että banaaneita on kaksi kertaa sen verran kuin omenoita tai yksikolmasosa hedelmistä on omenoita, kyseessä on spontaani huomionkiinnittäminen määrällisiin suhteisiin (McMullen ym., 2019).

Spontaania huomionkiinnittämistä määrällisiin suhteisiin on lähivuosina tutkittu yhä enemmän, vaikkakin se on uudempi termi kuin SFON. SFOR:n on todettu olevan yhteydessä erityisesti rationaalilukuosaamiseen: sillä on todettu olevan yhteys kehittyneempään murtolukuosaamisen ja sen on todettu olevan yksi rationaalilukuosaamista ennustava tekijä (McMullen, Hannula-Sormunen, ym., 2016; McMullen ym., 2020).

1.3 Joustava rationaalilukukäsite (ARNK)

Hatano (1988) jakoi asiantuntijuuden rutiiniasiantuntijuuteen ja joustavaan asiantuntijuuteen. Joustava asiantuntija osaa ratkaista ongelmia, jotka eivät ole entuudestaan tuttuja, sillä hänellä on vahva konseptuaalinen tietopohja taustalla (Hatano, 1988). Rutiiniasiantuntijalta puuttuu Hatanon (1988) mukaan rikas konseptuaalinen ymmärtäminen, jonka myötä joustava asiantuntija osaa soveltaa osaamistaan ja keksiä uusia tapoja ratkaista ongelmia (Hatano, 1988). Baroodyn (2003) mukaan joustavalla asiantuntijalla yhdistyy sekä proseduraalinen osaaminen että konseptuaalinen tieto (Baroody, 2003). Asiantuntija on sopivissa määrin joustava, kun hän osaa löytää tasapainon tehokkuuden ja innovatiivisuuden väliltä (Mylopoulos & Woods, 2017). Rutiiniasiantuntija taas saattaa olla hyvin tarkka ja nopea osaamisessaan, mutta ei osaa yleensä ratkaista uusia ongelmia tai soveltaa osaamista uuteen tilanteeseen (Hatano, 1988).

Joustava asiantuntijuus aritmetiikassa on jaettu kahteen osaan: joustavaan menetelmäosaamiseen (procedural flexibility) ja joustavaan lukukäsitteeseen (adaptive number knowledge eli ANK) (McMullen, Brezovszky, ym., 2016). Joustava menetelmäosaaja osaa vaihtaa tarpeen mukaan eri menetelmiä ja löytää sopivat ratkaisukeinot (McMullen, Brezovszky, ym., 2016). Joustava lukukäsite tarkoittaa ymmärrystä luonnollisten lukujen järjestelmästä ja sen ominaisuuksista sekä aritmeettista ymmärrystä eri proseduureista sekä niihin vaikuttavista tekijöistä (McMullen, Brezovszky, ym., 2016). Joustava rationaalilukukäsite (Adaptive Rational Number Knowledge eli ARNK) tarkoittaa joustavaa asiantuntijuutta rationaaliluvuilla, joka on eri asia kuin rutiiniosaaminen rationaaliluvuilla (McMullen ym., 2020). Rationaalilukujen parissa erot joustavan asiantuntijan ja rutiiniasiantuntijan välillä ilmenevät selvimmin korkean tason suorituksissa (McMullen ym., 2020). Joustava rationaalilukukäsite ei vaadi erityisen korkean tason osaamista rationaaliluvuista tai muun kouluosaamisen saralta, vaikkakin niistä voi olla hyötyä yleisesti rationaalilukuihin liittyvän konseptuaalisen tiedon ymmärtämisessä (McMullen ym., 2020).

1.4 Matematiikan opiskelu ja matemaattinen kehittyminen

Lukiolaisten mielestä matematiikan tieto on systemaattista, luotettavaa, täsmällistä ja sovellettavaa, mutta myös nopeasti unohtuvaa (Yrjönsuuri, 2004). Monesti algoritmien käyttämistä on korostettu matemaattisten ajattelutaitojen kehittämistä enemmän (Yrjönsuuri, 2004), vaikka molemmat ovat matemaattisten taitojen puolesta tärkeitä taitoja. Opintiellä pysyminen sekä Vem väljer vad - tutkimushankkeissa tutkittiin toisen asteen opiskelijoiden matematiikan osaamista (Korhonen ym., 2018). Tutkimuksissa selvisi, että lukiolaisten osaaminen oli parempaa kuin ammattikoululaisten. Lisäksi huomattiin, että pojat suoriutuivat tehtävissä paremmin kuin tytöt. Tähän syynä pohdittiin olevan sen, että pojat valitsevat useammin pitkän matematiikan. (Korhonen ym., 2018). Niemi kumppaneineen (2021) totesi, että vahva osaaminen 9. luokan kansallisessa kokeessa tai 6. luokalla vahva geometrian hallinta ennustavat loistavaa osaamista toisella asteella (Niemi ym., 2021). Lyhyen ja pitkän matematiikan arvosanat tai sisällöt eivät olet toisiaan vastaavat, sillä esimerkiksi pitkän matematiikan 8 ei ole vastaava kuin lyhyen matematiikan 8 (Metsämuuronen & Tuohilampi, 2017). Seuraavissa alaluvuissa tutustutaan lyhyesti pitkän ja lyhyen matematiikan osaamiseen liittyviin piirteisiin ja opetussuunnitelmiin.

1.4.1 Pitkä matematiikka

Pitkän matematiikan opetussuunnitelmaan kuuluu yhdeksän pakollista kurssia ja kolme vapaaehtoista kurssia (Lukion opetussuunnitelman perusteet, myöhemmin LOPS, 2019). Ensimmäinen kursseista on yhteinen pitkän ja lyhyen matematiikan opiskelijoille, jonka jälkeen opiskelijat eriytyvät pitkän ja lyhyen matematiikan omille kursseille (LOPS, 2019). Pitkän matematiikan kurssit ovat kahden tai kolmen opintopisteen arvoisia poisluettuna talousmatematiikka, joka on yhden opintopisteen kurssi (LOPS, 2019). Jos opiskelija haluaa vaihtaa lyhyestä matematiikasta pitkään, saatetaan arvosana uudelleen harkita ja opiskelija voi joutua tekemään täydentäviä opintoja (LOPS, 2019).

Joutsenlahti (2004) kuvailee, että pitkän matematiikan opiskelijoiden taitojen heterogeenisyys on muuttunut vuosisadan vaihteessa haasteeksi. Joutsenlahden (2004) mukaan monesti pitkän matematiikan opiskelijoiden tavoitteet eroavat toisistaan paljon sen suhteen valitseeko opiskelija paljon syventäviä ja soveltavia kursseja yrittäen laajentaa osaamistaan vai onko opiskelijan tavoitteena vain selviytyä pitkän matematiikan oppimäärästä. (Joutsenlahti, 2004). Niemen ja kumppanien (2021) mukaan matematiikan parhaiden osaajien osaamistaso laski toisen asteen aikana, jos oppilas ei mennyt lukioon tai suorittanut vähintään 11 kurssia matematiikkaa (Niemi ym., 2021).

Joutsenlahti (2004) tutki pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattista ajattelua. Hän jakoi pitkän matematiikan opiskelijat nelikenttään matemaattisen ajattelun suhteen analysoimalla heidän tietojaan, taitojaan, tehtävien ratkaisuja ja uskomuksia eri tilanteissa. Nelikentän ryhmät olivat kypsyjät, menestyjät, suoriutujat (alaryhmä luovuttajat) ja pettyjät, ja ryhmät määriteltiin yo-kirjoituksien arvosanan ja päättöarvosanan perusteella. Kypsyjien päättötodistusarvosana ja kurssimenestys oli heikko, mutta yo-menestys hyvä. Menestyjät nimensä mukaisesti menestyivät sekä yo-kirjoituksissa että kurssien aikana. Suoriutujat olivat heikoilla sekä kurssien aikana että yo-kirjoituksissa ja heistä heikoiten yo-kirjoituksissa menestyneet muodostivat alaryhmän luovuttajat. Pettyjät menestyivät kursseilla, mutta yo-menestys ei ollut sitä vastaava. (Joutsenlahti, 2004). Metsämuuronen (2017) tutki osaamista yläkoulun lopusta lukion loppuun ja totesi, että pitkän matematiikan opiskelijoiden taso kehittyi selkeästi 9. luokan matematiikan osaamisen tasosta, kun taas minimimäärän kursseja suorittaneet pysyivät samalla tasolla myös toisen asteen lopulla (Metsämuuronen, 2017).

1.4.2 Lyhyt matematiikka

Lyhyen matematiikan oppimäärä sisältää kuusi pakollista kurssia, joista ensimmäinen on kaikille lukiolaisille yhteinen kurssi, ja kaksi vapaaehtoista kurssia (LOPS, 2019). Metsämuuronen ja Tuohilampi (2017) toteavat, että keskeisimmät erot matematiikan osaamisessa syntyvät käytyjen kurssien määrän kautta ja opiskelijat, jotka suorittavat vähän kursseja jäävät todennäköisemmin peruskoulun tasolle osaamisessaan (Metsämuuronen & Tuohilampi, 2017). Lyhyen matematiikan kurssit ovat yhden tai kahden opintopisteen mittaisia (LOPS, 2019). Jos opiskelija vaihtaa pitkästä matematiikasta lyhyeen, voidaan hänen halutessaan osaamistaso arvioida uudelleen lisänäyttöjen avulla (LOPS, 2019).

Joutsenlahti (1997) tarkasteli lyhyen matematiikan opiskelijoiden osaamista nelikentän avulla, missä opiskelijat oli jaettu ryhmiin ylioppilaskokeen pisteiden ja matematiikan päättöarvosanan mukaan. Joutsenlahti jakoi opiskelijat A- ja B-ryhmään sen perusteella, kirjoittiko matematiikan pakollisena (A1, A2) vai ylimääräisenä (B1, B2, B3 ja B4). Nelikentän mukaan parhaat ylioppilaskokeen pisteet ja päättöarvosana oli ryhmillä A1 ja B1, jotka molemmat tavoittelivat menestystä ja heillä oli opintojen mukaiset tulokset. B3-ryhmän opiskelijat menestyivät ylioppilaskirjoituksissa, mutta päättöarvosana ei ollut kovin hyvä, sillä motivaatiota kurssien aikana ei ollut. A2 ja B4 menestyivät huonosti sekä kurssilla että ylioppilaskokeissa, sillä molempien ryhmien asenteet matematiikan opiskelua kohtaan ovat melko kehnot eikä motivaatiota juuri ole. B2-ryhmän opiskelijat menestyivät huonosti ylioppilaskirjoituksissa, mutta hyvin kursseilla, sillä opiskellut asiat olivat tarpeeksi suppeita ja rajattuja, toisinkuin ylioppilaskokeessa. (Joutsenlahti, 1997).

Metsämuuronen ja Tuohilampi (2017) toteavat, että lyhyen matematiikan opintojen aikana matematiikan perusasioiden unohtaminen on odotettavampaa kuin pitkän matematiikan, sillä pitkän matematiikan kursseilla aiheiden osaamista vahvistetaan lyhyttä enemmän (Metsämuuronen & Tuohilampi, 2017). Heidän mukaansa matematiikan osaaminen eriytyy selkeästi pitkän ja lyhyen matematiikan opiskelijoiden välillä etenkin algebran ja lukujen & laskutoimitusten osalta (Metsämuuronen & Tuohilampi, 2017). Joutsenlammen (1997) mukaan suurin osa yleisen eli lyhyen matematiikan opiskelijoista kokee, että työelämässä ja arjessa pitää osata matematiikkaa, mutta he eivät luota omiin kykyihinsä tarpeeksi, jotta haluaisivat työn, jossa pitää käyttää matematiikkaa (Joutsenlahti, 1997).

2 Tutkimusongelmat

1. Kuinka paljon lukiolaiset kiinnittävät spontaanisti huomiota lukumääriin?

Lukiolaisten spontaania huomionkiinnittämistä määrällisiin suhteisiin on tutkittu aiemmin (Salonen, 2022) ja spontaania huomionkiinnittämistä lukumääriin on tutkittu lapsilla (mm. Batchelor ym., 2015; Hannula ym., 2010; Hannula & Lehtinen, 2005), mutta ei juurikaan aikuisilla tai nuorilla eikä lainkaan lukiolaisilla. McMullenin (2014) mukaan lapsia tutkittaessa huomattiin, että yleisempää ja mahdollisesti helpompaa oli spontaani huomionkiinnittäminen lukumääriin kuin määrällisiin suhteisiin (McMullen, 2014). Lukiolaisten spontaani huomionkiinnittäminen määrällisiin suhteisiin oli melko vähäistä, joten onkin mielenkiintoista tarkastella, esiintyykö heillä enemmän spontaania huomionkiinnittämistä lukumääriin.

2. Millainen yhteys lukiolaisten spontaanilla huomionkiinnittämisellä lukumääriin on heidän spontaaniin huomionkiinnittämiseensä matemaattisiin suhteisiin?

McMullen tutki väitöskirjassaan (2014) spontaania huomionkiinnittämistä määrällisiin suhteisiin. Tutkimuksissaan hän huomasi, että määrällisiin suhteisiin ja lukumääriin liittyen oli suurta eroa oppilaiden vastuksissa. Pääteltiin, että luonnollisen luvun harha (Natural Number Bias) olisi taustalla määrällisten suhteiden havaitsemisessa ja, että lukujen suhteet vaativat oppilailta vaikeamman tason matemaattista osaamista toisin kuin lukumääriin huomionkiinnittäminen (McMullen, 2014). Mielenkiintoista onkin tutkia, miten nämä kaksi huomionkiinnittämistaipumusta ovat toisiinsa yhteydessä, ja tulosten pohjalta tulevaisuudessa voisi tutkia tarkemmin, paljonko esimerkiksi määrällisiin suhteisiin huomionkiinnittäminen vaatii taustalla huomionkiinnittämistä lukumääriin.

3. Millainen yhteys lukiolaisten rationaalilukukäsitetaidoilla on spontaaniin huomionkiinnittämiseen lukumääriin?

McMullenin ja kumppanien (2014) tutkimuksessa todettiin, että vaikka SFON-taipumukset nuorella iällä saattavat edistää luonnollisen luvun ymmärrystä ja sen kautta vahvistaa myös rationaalilukuosaamista ei rationaalilukujen konseptuaalisella osaamisella ollut merkitsevää yhteyttä SFON-taipumuksiin (McMullen ym., 2014). Kuitenkin on todettu, että SFON-taipumuksilla 6 vuoden iässä oli yhteys rationaalilukujen konseptuaaliseen osaamiseen 12-vuotiaana (McMullen ym., 2015). Lukiolaisten taidot ovat kehittyneet yhä edelleen aiemmin tutkituista ja siksi onkin mielenkiintoista nähdä, onko vanhemmalla iällä SFON-taipumuksilla yhteyttä joustavaan rationaalilukuosaamiseen.

4. Onko pitkän ja lyhyen matematiikan opiskelijoiden välillä eroa spontaanissa huomionkiinnittämisessä lukumääriin?

Useissa tutkimuksissa on yhdistetty pitkä matematiikka parempaan matematiikan osaamiseen (mm. Korhonen ym., 2018; Metsämuuronen, 2017). Spontaanit huomionkiinnittämistaipumukset eivät kuitenkaan esiinny pelkästään formaaleissa tilanteissa ja ne on erotettu tarvittavista matematiikan perustaidoista (McMullen ym., 2019). Spontaani huomionkiinnittäminen matemaattisiin piirteisiin on todettu olevan yhteydessä matematiikan monien osataitojen kehitykseen positiivisesti (Hannula ym., 2010; McMullen, Hannula-Sormunen, ym., 2016). Matematiikan taitojen kehittymisellä ja spontaanilla huomionkiinnittämisellä matemaattisiin piirteisiin on löydetty olevan toisiaan tehostava vaikutus, jossa matematiikan taitojen kehittyminen lisää huomionkiinnittämistä matemaattisiin piirteisiin ja huomionkiinnittäminen matemaattisiin piirteisiin kehittää matemaattista osaamista (McMullen & Siegler, 2020).

3 Menetelmät

Tämä tutkimus toteutettiin empiirisenä tutkimuksena, sillä tässä mitataan ympäröivää maailmaa saatujen havaintojen avulla (Nummenmaa ym., 2019). Tämä tutkimus on luonteeltaan kvantitatiivinen: sen tuloksia voidaan tulkita numeroarvoina ja käyttää erilaisia määrällisen tutkimuksen analysointimenetelmiä (Nummenmaa ym., 2019).

Tässä tutkimuksessa käytettävä aineisto on alun perin kerätty pro gradu -tutkimukseen Salonen (2022) *Joustava rationaalilukukäsite ja spontaani huomionkiinnittäminen määrällisiin suhteisiin lukiolaisilla*. Kyseisessä tutkimuksessa spontaani huomionkiinnittäminen määrällisiin suhteisiin jäi kohtuu matalalle tasolle, jonka vuoksi koettiin, että aineistosta olisi järkevää tutkia myös spontaania huomionkiinnittämistä lukumääriin.

3.1 Osallistujat

Tutkimuksen aineistona käytettiin keväällä ja syksyllä 2021 kerättyä aineistoa, jonka kohderyhmänä olivat ensimmäisen vuosikurssin lukiolaiset. Aineisto on kerätty kolmesta eri lukiosta Satakunnan ja Hämeen alueelta. Osallistujia oli kokonaisuudessaan 114, mutta kahdeksan osallistujan vastaukset piti jättää aineiston ulkopuolelle liian puutteellisen datan vuoksi. Kokonaisuudessaan analysoitava aineiston N=106, joista 49 oli naisia, 51 miehiä, neljä muunsukupuolista ja kaksi vastaajaa ei halunnut kertoa sukupuoltaan. Vastaajista 57 opiskeli pitkää matematiikkaa, 40 lyhyttä matematiikkaa ja yhdeksän ei halunnut vastata kumpaa opiskeli. Pitkän ja lyhyen matematiikan opiskelijoiden välisissä vertailuissa yhdeksän vastaajaa, jotka eivät vastanneet kumpaa opiskelivat, jätettiin vertailuiden ulkopuolelle ja analyysit tehtiin 97 vastanneen kesken.

3.2 Tiedonkeruumenetelmä

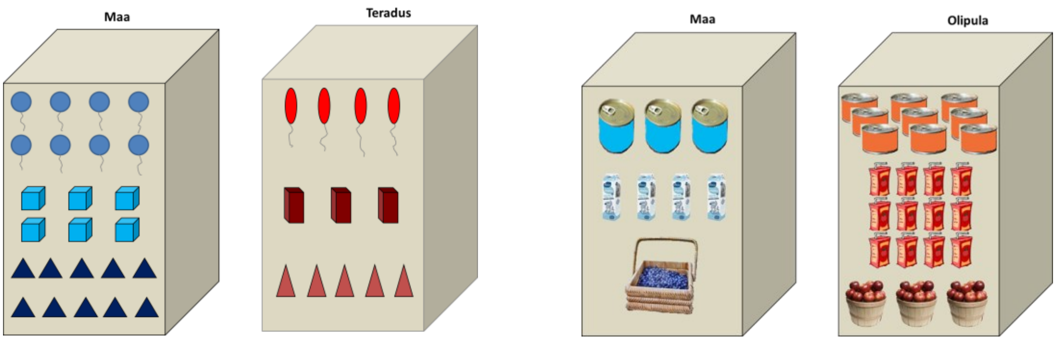
Aineisto kerättiin aiempien tutkimusten (McMullen, Hannula-Sormunen, ym., 2016; Määttä ym., 2022) mukaisilla SFOR- ja SFON-taipumuksia mittaavilla testeillä. Testaus suoritettiin koronaviruspandemian aikana, joten se tehtiin täysin etänä. Opettajille jaettiin ohjeet, sivustolle kirjautumisen yksilölliset koodit opiskelijoita varten ja linkki testaussivustolle, jonka hän jakoi osallistujille testauksen alkaessa. Ohjeissa selostettiin yksityiskohtaisesti testaustilanteeseen liittyvät asiat, jotka opettajan tuli ottaa luokkatilassa huomioon ja ongelmien varalta opettajalla oli tutkijan yhteystiedot. Testaus suoritettiin suomen kielen tunnilla, jotta tilanne on valvottu eikä oppiaineen puolesta yhteydessä matematiikkaan. Tutkimusaiheen vuoksi oli tärkeää, etteivät opiskelijat tienneet matemaattisesta luonteesta ennen testausta tai sen aikana, joten matemaattinen yhteys paljastettiin vasta testauksen jälkeen.

3.3 Tehtävät

SFON-tehtäviä oli kahta tyyppiä: valokuvatehtävät (SFON1-6) (Määttä ym., 2022) ja teleportaatiotehtävät (SFON7-8) (esim. McMullen, Hannula-Sormunen, ym., 2016). Valokuvatehtävissä kuvat olivat oikeita kuvia, joissa tehtävänantona oli kuvailla kuvia mahdollisimman tarkasti, sillä opettaja haluaa säilyttää ne valokuva-albumiinsa.

Kuva 1 Valokuvatehtävät SFON 1-6

Teleportaatiotehtävässä tarinana oli, että teleportaatiolaite siirtää tarvikkeita maasta uusille planeetoille, mutta teleportaation aikana tarvikkeet muuttuvat hieman. Tehtävänantona oli kuvata, miten tarvikkeet muuttuivat.



Kuva 2 Teleportaatiotehtävät SFON 7-8

ARNK:ta mitattiin aritmeettisella lauseenrakennustehtävällä (McMullen ym., 2020), jossa opiskelijan piti muodostaa matemaattisesti päteviä lausekkeita annetuilla lukuarvoilla ja operaatioilla (+, -, · ja ÷) päätyen määrättyyn tuloslukuarvoon. Esimerkiksi ensimmäisessä osatehtävässä annetut lukuarvot olivat ½; ¼; 0,5; 0,25 & 4 ja tuloslukuarvo 1. Osatehtäviä oli neljä ja jokaisessa aikaa oli 90 sekuntia. Pisteen sai, jos lause oli matemaattisesti pätevä eikä vääristä vastauksista tullut miinuspisteitä.

3.4 Aineistonkäsittely

Aineisto koodattiin aiempien SFON-tutkimusten ohjeiden mukaisesti Excel-taulukkoon, joista ne siirrettiin SPSS-tilastonkäsittelyohjelmaan analyyseja varten. Aineistosta on aiemmin koodattu SFOR-ominaisuudet (Salonen, 2022) samoista tehtävistä ja nyt koodattiin SFON. Koodauksen luotettavuus tarkistettiin arvioitsijareliabiliteetin (intercoder reliability) kautta tarkastamalla 20 % vastauksien koodauksesta toisen koodaajan toimesta. Koodaajat olivat samaa mieleltä 93 %:sta SFON-koodauksia, eri tavalla koodatut kohdat keskusteltiin läpi ja tarkennettiin koodauksen kriteerejä, joilla loput koodaukset tehtiin.

3.4.1 Summamuuttujien luominen

Ennen summamuuttujien rakentamista puuttuvat arvot korvattiin muuttujan keskiarvolla, sillä kyseisiä vastaajia ei haluttu tiputtaa kokonaan pois (Nummenmaa, 2023). SFON-taipumuksia mittaavia tehtäviä oli tässä tutkimuksessa yhteensä kahdeksan, joista kuusi ensimmäistä olivat keskenään samanlaisia (valokuvatehtävät) ja kaksi viimeistä vastaavasti tehtävänannoiltaan samanlaiset (teleportaatiotehtävä). Summamuuttujat muodostettiin eri tehtävätyypeistä, jotta SFON-pisteytyksien vertailu SFOR-pisteytyksiin kahden toisiaan tehtäviltään vastaavan summamuuttujan kanssa onnistuu. Valokuvatehtävien summamuuttujan Cronbachin alfa oli 0,763, joka on melko hyvä (Tähtinen ym., 2020). Teleportaatiotehtävien summamuuttujan Cronbachin alfa 0,626, joka ei yllä aivan yhtä hyvään tasoon valokuvatehtävien kanssa, mutta on silti riittävän hyvä.

Normaalijakautuneisuus testattiin Kolmogorov-Smirnovin testillä ja SFON-valokuvatehtävien muuttujan jakauma erosi normaalijakaumasta tilastollisesti merkitsevästi (p=0,015). Vinous (-0,044) ja huipukkuus (-0,871) kuitenkin tukivat normaalijakautuneisuutta, sillä ne olivat alle │1│(Nummenmaa, 2023). Moodi (2,33), mediaani (2,33) ja keskiarvo (2,07) ovat myös hyvin lähellä toisiaan, mikä viittaisi siihen, että aineisto olisi kyseisen tehtävän suhteen melko lähellä normaalijakautunutta (Tähtinen ym., 2020). Kuvailevien statistiikkojen valossa testaukset voidaan siis tehdä oletuksella, että aineisto noudattaa normaalijakaumaa. Vinouden ollessa alle 0 on jakauma vino vasemmalle eli aineistossa on enemmän arvoja, jotka ovat keskiarvon yläpuolella (Tähtinen ym., 2020). SFON-teleportaatiotehtävä erosi tilastollisesti merkitsevästi normaalijakaumasta ($p<0,001$) Kolmogorov-Smirnovin testin mukaan. Kuvailevat statistiikat tukevat tätä, sillä vaikka mediaani (4.50) ja keskiarvo (3.93) ovat melko lähellä toisiaan, eroaa moodi (5.50) niistä huomattavasti. Täysin normaalisti jakautuneessa aineistossa mediaani, keskiarvo ja moodi ovat sama luku (Tähtinen ym., 2020). SFOR- ja ARNK-tehtävien summamuuttujien osalta tarkastelut oli tehty osana pro gradu -tutkielmaa Joustava rationaalilukukäsite ja spontaani huomionkiinnittämine määrällisiin suhteisiin lukiolaisilla ja siinä huomattiin, että SFOR-tehtävien kumpikaan summamuuttuja (valokuvatehtävät ja teleportaatiotehtävät) eivät olleet normaalisti jakautuneet, mutta ARNK-tehtävät olivat (Salonen, 2022).

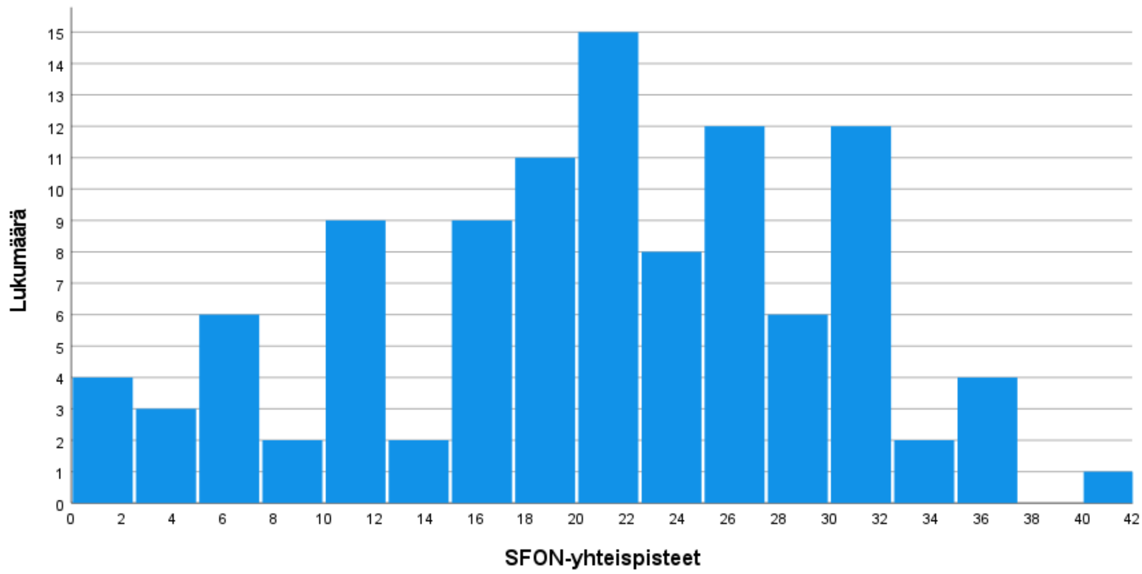
3.5 Tutkimusetiikka

Tutkimuksessa käytettiin Tutkimuseettisen neuvottelukunnan ohjeita eettisiä ohjeita (Tutkimuseettinen neuvottelukunta, myöhemmin TENK, 2019). Tutkimuksessa on yleisten eettisten periaatteiden mukaisesti kunnioitettu tutkittavien itsemääräämisoikeutta ja noudatettu tutkittavan oikeuksia, sillä tutkittavilta kysyttiin lupa käyttää heidän vastauksiaan tutkimuksessa (liite 1), tutkimukseen osallistuminen oli vapaaehtoista ja sen pystyi keskeyttämään missä vaiheessa vain (TENK, 2019). Eettisten ohjeiden mukaan on keskeistä, että etenkin, jos osallistujalla on jonkinlainen riippuvuussuhde, kuten opiskelusuhde, tutkivaan organisaatioon, on tuotu esille osallistujan oikeudet (TENK, 2019). Vaikka suhdetta tutkivaan organisaatioon ei ollut, tutkimus suoritettiin opiskelijalle pakollisen oppitunnin aikana. Tutkimusluvassa korostettiin, että vaikka testaus toteutettiin oppitunnin aikana, se ei vaikuta opintoihin millään tavalla eikä opiskelijoiden tarvinnut antaa omia vastauksiaan tutkimuksen käyttöön. Opettajan ohjeissa opastettiin kertomaan, että tutkimukseen osallistuminen on täysin vapaaehtoista ja sen tekemisen voi lopettaa milloin tahansa. Opiskelijat olivat yli 15-vuotiaita, joten he pystyivät itse antamaan suostumuksensa tutkimukseen osallistumiseen (TENK, 2019). Opiskelijoille kerrottiin ennen tutkimusta tutkimuksen tarkoituksesta ja tavoitteista ilman matemaattista kontekstia, sillä spontaanin huomionkiinnittämisen tutkiminen luotettavasti edellyttää, ettei opiskelija tiedä, että kohteena on erityisesti matemaattiset piirteet. Tutkimuksen lopun saatesanoissa (liite 1) opiskelijoille kerrottiin tutkimuksen kiinnostuksesta matemaattisiin piirteisiin.

4 Tulokset

4.1 Lukiolaisten spontaani huomionkiinnittäminen lukumääriin

Lähes kaikki opiskelijat (99 %) kiinnittivät huomiota lukumääriin jossain tehtävässä (kaavio 1). Keskiarvo kaikkien tehtävien suhteen oli 2,53 per tehtävä eli yhteispisteillä 20,25 ja suurin kaikkien tehtävien yhteenlaskettu tehtäväkohtainen pistemäärä oli 5 eli yhteispisteiden suhteen 40, Tehtävissä 1–6 ei ollut maksimipistemäärää, mutta tehtävissä 7 ja 8 maksimipistemäärä oli 6. Yhteispisteet olivat jakautuneet normaalijakaumaa mukaillen eikä lattia- tai kattoefektiä ollut havaittavissa.



Kuvio 2 Lukiolaisten SFON-yhteispisteet

Keskiarvoltaan tehtävien pistemäärät erosivat melko paljon (taulukko 1). Tehtävät 6–8 saivat selkeästi parhaat pisteet keskiarvoisesti (3,40; 3,71 ja 4,14) ja niiden ollessa vinoutuneet vasemmalle, pisteet sijoittuivat enemmän keskiarvoa suurempiin pistemääriin. Tehtävät 1–5 taas olivat vinoutuneet oikealle, joten niissä saatiin enemmän keskiarvoa matalampia arvoja. Tehtävissä 7 ja 8 maksimipisteraja oli kuusi, mutta muissa tehtävissä maksimirajaa ei ollut. Tehtävissä 1, 2, 3 ja 5 yli neljännes (n≥27) sai 0 pistettä. Tehtävissä 4 ja 6 saadut pistemäärät jakautuivat tasaisesti keskiarvon ympärille. Tehtävissä 7 ja 8 suurin osa (n>50) sai 5 tai 6 pistettä ja huomattavasti pienempi osa 0 pistettä (T7 n=17, T8 n=24).

Taulukko 1 Tehtäväkohtaisia tunnuslukuja

	Keskiarvo	Keskihajonta	Vinous	Huipukkuus	Pienin arvo	Suurin arvo
SFON 1	1,92	1,83	1,08	1,18	0	8
SFON 2	2,61	2,45	0,95	0,60	0	10
SFON 3	1,67	1,40	0,36	-0,88	0	5
SFON 4	1,71	1,29	0,56	-0,41	0	5
SFON 5	1,08	1,22	1,89	4,69	0	6
SFON 6	3,41	2,14	-0,16	-1,01	0	8
SFON 7	3,71	2,17	-0,63	-1,06	0	6
SFON 8	4,14	2,53	-0,84	-1,10	0	6

4.2 SFON- ja SFOR-pisteiden välinen yhteys

SFON:n ja SFOR:n yhteyksien tarkasteluun käytetään Spearmanin korrelaatiokerrointa, koska SFOR-summamuuttuja ei ollut normaalisti jakautunut. SFON-valokuvatehtävien pisteillä oli kohtalainen positiivinen yhteys SFOR-valokuvatehtäviin ($r_s = 0{,}590$, $p<0{,}001$), joka oli tilastollisesti merkitsevä ja negatiivinen heikko yhteys SFOR-teleportaatiotehtävien pisteisiin ($r_s = -0{,}136$, $p=0{,}166$), joka ei ollut tilastollisesti merkittävä ($p>0{,}01$). SFON-teleportaatiotehtävien pisteillä oli tilastollisesti merkitsevä kohtalainen positiivinen yhteys SFOR-teleportaatiotehtävien pisteisiin ($r_s = 0{,}474$, $p<0{,}001$) ja tilastollisesti merkitsevä heikko positiivinen yhteys SFOR-valokuvatehtäviin ($r_s = 0{,}291$, $p=0{,}002$).

Taulukko 2 SFOR-pisteiden korrelaatiot SFON-pisteisiin

	SFON-valokuva	SFON-teleportaatio
SFOR-valokuva	0,590 (p<0,001)	0,291 (p=0,002)
SFOR-teleportaatio	-0,136 (p=0,166)	0,474 (p<0,001)

4.3 Lukiolaisten ARNK-pisteiden ja SFON-pisteiden yhteys

Koska SFON-valokuvatehtävien summamuuttuja ja ARNK-summamuuttujat eivät tilastollisesti merkitsevästi eronneet normaalijakaumasta, tehtiin korrelaatiotarkastelut niiden välillä Pearsonin korrelaatiokertoimella ja SFON-teleportaatiotehtävien summamuuttujan ja ARNK-summamuuttujan tarkastelut Spearmannin korrelaatiokertoimella (Tähtinen ym., 2020). SFON-valokuvatehtävien pisteillä ja ARNK-tehtävien pisteillä oli heikko positiivinen korrelaatio 0,159, joka ei ollut tilastollisesti merkitsevä ($p=0{,}104$). SFON-teleportaatiotehtävien ja ARNK-tehtävien pisteillä oli kohtalainen positiivinen yhteys 0,356, joka oli tilastollisesti merkitsevä ($p<0,001$).

4.4 Pitkän ja lyhyen matematiikan opiskelijoiden erot SFON-pisteissä

Ennen tulosten tarkastelua tarkistettiin, ovatko SFON-tehtävien pisteet normaalisti jakautuneet pitkän ja lyhyen matematiikan opiskelijoiden ryhmien suhteen. Koska lyhyen matematiikan opiskelijoita oli alle 50 (n=40) tarkastellaan sen suhteen Shapiro-Wilkin-testin osiota ja pitkän matematiikan (n=57) suhteen Kolmogorov-Smirnovin-testin osiota (Nummenmaa, 2023). SFON-valokuvatehtävien suhteen kummankaan lyhyen eikä pitkän matematiikan opiskelijoiden vastaukset eivät eronneet normaalijakaumasta (lyhyt: p=0,318 ja pitkä: p=0,200). SFON-teleportaatiotehtävien suhteen sekä pitkän matematiikan opiskelijoiden vastaukset että lyhyen matematiikan opiskelijoiden vastaukset erosivat tilastollisesti merkitsevästi normaalijakaumasta ($p<0,001$).

Testaukset suoritettiin valokuvatehtävien suhteen parametrisellä T-testillä ja teleportaatiotehtävien epäparametrisellä U-testillä. Pitkän matematiikan opiskelijoiden keskiarvoissa ei ollut tilastollisesti merkitseviä eroja SFON-valokuvatehtävissä t (95) = -0,505; p=0,615. SFON-teleportaatiotehtävissä pitkän matematiikan tai lyhyen matematiikan opiskelijoiden vastausten erot eivät olleet tilastollisesti merkitseviä (Z=-2,236, p=0,025).

5 Pohdinta

Tutkimuksessa tutkittiin lukiolaisten spontaania huomionkiinnittämistä lukumääriin ja sitä, miten se on yhteydessä spontaaniin huomionkiinnittämiseen määrällisiin suhteisiin ja joustavaan rationaalilukukäsitteeseen. Lisäksi tarkasteltiin, oliko siinä eroja lyhyen ja pitkän matematiikan opiskelijoiden suhteen. Spontaania huomionkiinnittämistä lukumääriin ei ole aiemmin tutkittu juurikaan lukiolaisilla tai nuorilla aikuisilla, sillä aiemmat tutkimukset ovat pääasiassa tehty lapsilla. Seuraavissa alaluvuissa tarkastellaan tuloksia ja verrataan niitä aiempien tutkimusten havaintoihin. Lisäksi tarkastellaan tutkimuksen luotettavuutta ja tutkimuksen tuomia jatkomahdollisuuksia.

5.1 Lukiolaisten spontaani huomionkiinnittäminen lukumääriin

Lukiolaiset kiinnittivät keskimäärin huomiota 2,66 lukumääriin per tehtävä. Suurin osa lukiolaisista kiinnitti jossain tehtävässä huomiota lukumääriin, sillä vain muutama opiskelija ei kiinnittänyt missään tehtävässä huomiota lukumääriin. Tämä on huomattavasti enemmän kuin opiskelijat kiinnittivät huomiota spontaanisti määrällisiin suhteisiin, mikä oli keskimäärin 0,17 kertaa per tehtävä. Tulokset mukailivat aiempia havaintoja, joiden mukaan huomion kiinnittämistä lukumääriin ilmenee yleisemmin kuin määrällisiin suhteisiin (McMullen, 2014). McMullenin (2014) mukaan ne, jotka käyttivät kuvailuissaan määrällisiä suhteita, saattoivat pyrkiä täsmällisempään ilmaisuun, mikä oli pelkkää lukumäärää hieman vaikeampi tuoda esille ja siksi lukumääriin huomionkiinnittämistä esiintyy enemmän. Vaikka lukiolaiset ovat opiskelleet matematiikkaa jo huomattavan pitkälle, ei silti huomionkiinnittämistä määrällisiin suhteisiin ole huomattavan suuria määriä. Jos kuitenkin tarkastellaan lukiolaisten Teleportaatiotehtävästä saamia SFON-pisteitä ja verrataan niitä nuorempien tuloksiin, ovat lukiolaisten saamat pistemäärät lähes kaksinkertaisia (McMullen, Hannula-Sormunen, ym., 2016). Tähän saattaa olla useampia tekijöitä, kuten työmuistin kapasiteetti, havaintojen nopeampi verbalisointi ja nopeampi kyky havaita lukumääriä, joten siitä ei voida suoraan vetää johtopäätöksiä. SFON-pisteissä oli yksilöiden välillä paljon eroja, enimmillään jopa 10 pistettä, ja keskihajonta vaihteli 1,2:sta hieman yli 2,5 pisteeseen. Monissa aiemmissa tutkimuksissa on löydetty nuorilta lapsilta aina aikuisiin saakka paljon yksilöllisiä eroja SFON-taipumuksissa (Edens & Potter 2013; Hannula ym., 2009; Hannula & Lehtinen, 2001; 2005; Hannula, Lepola & Lehtinen, 2010; Hannula, Mattinen & Lehtinen, 2005; Hannula, Räsänen, & Lehtinen, 2007; Kucian ym., 2012; Poltz ym., 2013 teoksessa McMullen, 2014).

5.2 Lukiolaisten SFON-pisteiden yhteys SFOR-pisteisiin

Lukiolaisten Valokuvatehtävistä saaduilla SFON- ja SFOR-pisteillä oli tilastollisesti merkitsevä kohtalainen positiivinen yhteys toisiinsa ja samoin Teleportaatiotehtävistä saaduilla SFON- ja SFOR-pisteillä. SFON-taipumukset liittyvät luonnostaan SFOR-taipumuksiin näissä tehtävissä, joten erillisten SFON- ja SFOR-mittareiden puuttuminen rajoittaa ymmärrystä siitä, miten nämä kaksi aspektia liittyvät tarkemmin toisiinsa (McMullen, 2014). SFOR tarvitsee taustalle myös osin lukumäärien huomioimista, mutta kaikki tehtävät eivät liittyneet pelkkiin lukumääräisiin muuttujiin. Esimerkiksi leipää leikatessa ei taustalla ole lukumääriä vain arvioidaan vaan kahden asian suhdetta. Jos taas pohditaan tehtävää, jossa lukumäärä muuttuu kolmesta kuuteen, on suhteiden lisäksi huomattu ensin taustalla myös lukumäärät. Kun verrattiin Teleportaatiotehtävästä ja Valokuvatehtävistä saatuja SFON- ja SFOR-pisteitä ristiin, oli Valokuvatehtävien SFOR-pisteet heikossa positiivisessa yhteydessä Teleportaatiotehtävän SFON-pisteisiin. Tämä on mielenkiintoista, sillä toisinpäin tehtäviä tarkastellessa yhteyttä Valokuvatehtävien SFON-pisteiden ja Teleportaatiotehtävän SFOR-pisteiden välillä ei ollut.

5.3 Lukiolaisten SFON-pisteiden yhteys ARNK-pisteisiin

Lukiolaisten SFON-taipumuksilla ei ollut yhteyttä heidän joustavaan rationaalilukukäsitteeseensä. Lukiolaisten SFOR-taipumuksilla taas on huomattu olevan yhteys heidän joustavaan rationaalilukukäsitteeseensä (Salonen, 2022). Luonnollisen luvun harha (Natural Number Bias) voi vaikuttaa siihen, että luonnolliset luvut ja siten lukumäärät on helpompi hahmottaa kuin lukujen suhteet (McMullen, 2014), joita rationaaliluvuillakin esitetään. Lukumäärät eivät ole välttämättä samalla tavalla suoraan yhteydessä rationaalilukuihin kuin määrälliset suhteet (murtolukusuhde, multiplikatiivinen suhde tai osakokonaisuus), joihin SFOR keskittyy.

5.4 Erot pitkän matematiikan ja lyhyen matematiikan opiskelijoiden välillä SFON-pisteissä

Pitkän ja lyhyen matematiikan opiskelijoiden välillä ei ollut eroja spontaanissa huomionkiinnittämisessä lukumääriin. Vaikkakin SFON-taipumuksilla on todettu olevan yhteyksiä matemaattisten taitojen kehittymiseen nuorella iällä, yksilölliset erot oma-aloitteisessa laskemisharjoittelussa voivat vähentää SFON-taipumusten luomia kehityseroja matemaattisten aiheiden monimutkaistuessa (McMullen, 2014). Lukiolaiset ovat opiskelleet matematiikkaa jo pitkään, joten aiheet ovat melko monimutkaisia. Saattaa olla, että erot SFON-taipumuksissa eivät enää siinä vaiheessa luo yhtä suuria kehityseroja matemaattisiin taitoihin niiden välille, jotka kiinnittävät paljon huomiota lukumääriin ja niiden, jotka eivät. Opiskelijat olivat vasta ensimmäisen vuoden opiskelijoita, joten vaikka Metsämuurosen (2017) mukaan erot pitkän ja lyhyen matematiikan opiskelijoiden välillä näkyvät jo 9. luokan lopulla, tapahtuu lopullinen erojen kulminoituminen toisen asteen lopulla (Metsämuuronen, 2017).

5.5 Tutkimuksen rajoitteita

Tutkimukseen osallistuneet opetusryhmät osallistuivat tutkimukseen joko kevään lopulla (ensimmäisen vuotensa lopussa) tai syksyn alussa (ensimmäisen vuotensa alussa). Vaikka ero ei ole suuri, eikä tilastollisesti merkitseviä eroja syksyllä testattujen ja keväällä testattujen välillä ollut, on silti osa opiskelijoista opiskellut lähes vuoden pidempään kuin toiset ja sillä on saattanut olla jotain vaikutusta yksittäisten opiskelijoiden tuloksiin. Tutkimus suoritettiin etänä eli tutkija ei itse ollut tilanteessa paikalla. Vaikka opettajalle oli annettu tarkat ohjeet (liite 2), on tilanteessa voinut olla jotain muuttujia, jotka ovat vaikuttaneet testaukseen.

Tutkimuksessa tarkasteltiin yhteyksiä SFON- ja SFOR-pisteiden suhteen. Haasteena siinä on voinut olla se, että piirteitä tarkasteltiin samojen tehtävien kautta ja senkin vuoksi jonkin tason yhteys voi olla todennäköinen. Kuten alaluvussa 5.3 pohdittiin, olisi vielä mielekkäämpää päästä tarkastelemaan kyseisiä piirteitä ja niiden yhteyksiä keskenään erilaisten ja juuri kyseiseen aspektiin keskittyvään tehtävän kautta. Tämä ei kuitenkaan vielä ole ollut mahdollista, sillä niitä on mitattu samojen tehtävien kautta, kun molemmat tarkasteltavat aspektit kuuluvat saman kategorian alle eli spontaaniin huomionkiinnittämiseen matemaattisiin piirteisiin.

Valokuvatehtävien pisteissä oli kuvakohtaisesti jonkin verran eroja SFON- ja SFOR-pisteiden suhteen, joten eri kuvat ovat voineet korostaa tahattomasti eri tapoja kuvailla kuvassa olevia aspekteja. Koska haluttiin testata spontaania huomionkiinnittämistä, on tämä välttämätöntä, jotta huomionkiinnittäminen ei ole tarkoituksellisesti kuvien kautta ohjattua. Tämä on kuitenkin hyvä huomioida, sillä jossain kuvissa voi olla tehokkaampaa tai tarkoituksen mukaisempaa kuvailla esimerkiksi lukumäärillä kuin määrällisillä suhteilla eikä se suoraan tarkoita, ettei opiskelijalla ole lainkaan taipumuksia huomata määrällisiä suhteita.

5.6 Tulevaisuuden näkymiä

Tutkimuksessa löydettiin yhteys SFON- ja SFOR-pisteiden välille. Sitä olisi mielekästä tutkia enemmän ja tarkastella, miltä osin SFOR vaatii taustalla SFON:a. SFOR:lla ja ARNK:lla on todettu olevan yhteys sekä Valokuvatehtävän että Teleportaatiotehtävän pisteiden ja ARNK-tehtävän välillä, mutta SFON:lla ja ARNK:lla ei vastaavaa yhteyttä kaikissa tehtävätyypeissä ollut. SFON:n ja SFOR:n yhteyksiä etenkin aikuisilla ja vanhemmilla lapsilla olisi mielenkiintoista tutkia enemmän, sillä niitä on pitkälti tutkittu nuorilla lapsilla ja lapsilla. McMullenin (2014) mukaan aiemmin on huomattu, että tietyt SFON:n tuomat kehityserot ovat kaventuneet aiheiden vaikeuduttua ja omaehtoisen laskemisharjoittelun lisääntymisen myötä. Olisi kiinnostavaa saada tietää, mitä kaikkia SFON:n ja SFOR:n mahdollistamia matemaattisen osaamisen etuja vaikuttaa vahvimmin minkäkin ikäisillä, jotta opetusta voidaan kehittää sitä tukemaan.

Matematiikan opetus on ollut jo pitkään muutoksessa uusien opetussuunnitelmien ja innovatiivisten uusien oppimisympäristöjen ja -tapojen myötä vuosituhannen alusta asti. Vuosina 1999-2015 suomalaisten nuorten matematiikan osaaminen on heikentynyt huomattavasti ja etenkin matematiikka-asenteiden negatiivisuus on huolestuttavaa, sillä Suomi kuului maihin, joissa oppilaat pitivät matematiikasta hyvin vähän ja heidän sitoutumisensa matematiikan opiskeluun on hyvin heikkoa (Kupari & Hiltunen, 2018). Jotta matematiikan osaamiseen saadaan muutosta, tulee myös matematiikka-asenteita parantaa. Keskeinen keino on tuoda matematiikkaa osaksi oppilaiden arkea ja pois luokkahuoneesta, sillä oppilaat tarvitsevat paljon harjoitusta matematiikan soveltamisesta eikä luokkahuone ole siihen yksin riittävä (Resnick, 1991). Korostamalla spontaania huomionkiinnittämistä matemaattisiin piirteisiin on yksi näkökulma, jonka kautta matematiikkaa voidaan tuoda konkreettisemmin osaksi epäformaaleja matematiikkaankin liittyviä tilanteita.

Lähdeluettelo

Baroody, A. (2003). Development of Adaptive Expertise and Flexibility: The Integration of Conseptual and Prosedural Knowledge. Teoksessa *The Development of Artihmetic Consepts and Skills: Constructing Adaptive Expertise* (ss. 1–34). Lawrence Erlbaum Associates.

Batchelor, S., Inglis, M., & Gilmore, C. (2015). Spontaneous focusing on numerosity and the arithmetic advantage. *Learning and Instruction*, *40*, 79–88. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.09.005

Hannula, M. M., & Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction*, *15*(3), 237–256. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2005.04.005

Hannula, M. M., Lepola, J., & Lehtinen, E. (2010). Spontaneous focusing on numerosity as a domain-specific predictor of arithmetical skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, *107*(4), 394–406. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2010.06.004

Hannula, M. S., & Holm, M. E. (2018). Oppilaan matematiikkakuva oppimistuloksena ja oppimisen taustatekijänä. Teoksessa *Matematiikan opetus ja oppiminen* (1. painos, ss. 132–154). Bookwell Oy.

Hatano, G. (1988). Social and motivational bases for mathematical understanding. *New Directions for Child and Adolescent Development*, *1988*(41), 55–70. https://doi.org/10.1002/cd.23219884105

Joutsenlahti. (1997). Matemaattisen ajattelun kehittyminen lukiossa. Teoksessa *Matematiikka—Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (ss. 336–352). Niilo Mäki Instituutti.

Joutsenlahti. (2004). Matemaattinen ajattelu lukiossa. Teoksessa *Matematiikka—Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (2., ss. 363–380). Jyväskylän yliopisto.

Korhonen, Hakkarainen, Holopainen, Linnanmäki, Savolainen, & Taipale. (2018). Matematiikan vaikeudet ja nuorten koulutuspolut. Teoksessa *Matematiikan opetus ja oppiminen* (ss. 258–275). Niilo Mäki Instituutti.

Kupari, P., & Hiltunen, J. (2018). Matemaattiset taidot kansainvälisten arviointitutkimusten valossa. Teoksessa *Matematiikan opetus ja oppiminen* (1. painos, Vsk. 2018, ss. 16–52). Bookwell Oy.

McMullen, J. (2014). Spontaneous Focusing on Quantitative Relations and the Development of Rational Number Conceptual Knowledge. *Turun Yliopisto*, *2014*. https://urn.fi/URN:ISBN: 978-951-29-5674-6

McMullen, J., Brezovszky, B., Rodríguez-Aflecht, G., Pongsakdi, N., Hannula-Sormunen, M. M., & Lehtinen, E. (2016). Adaptive number knowledge: Exploring the foundations of adaptivity with whole-number arithmetic. *Learning and Individual Differences*, *47*, 172–181. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.02.007

McMullen, J., Chan, J. Y.-C., Mazzocco, M. M. M., & Hannula-Sormunen, M. M. (2019). Spontaneous Mathematical Focusing Tendencies in Mathematical Development and Education. Teoksessa A. Norton & M. W. Alibali (Toim.), *Constructing Number* (ss. 69–86). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-00491-0_4

McMullen, J., Hannula-Sormunen, M. M., Laakkonen, E., & Lehtinen, E. (2016). Spontaneous focusing on quantitative relations as a predictor of the development of rational number conceptual knowledge. *Journal of Educational Psychology*, *108*(6), 857–868. https://doi.org/10.1037/edu0000094

McMullen, J., Hannula-Sormunen, M. M., & Lehtinen, E. (2014). Spontaneous Focusing on Quantitative Relations in the Development of Children’s Fraction Knowledge.

Cognition and Instruction, *32*(2), 198–218. https://doi.org/10.1080/07370008.2014.887085

McMullen, J., Hannula-Sormunen, M. M., & Lehtinen, E. (2015). Preschool spontaneous focusing on numerosity predicts rational number conceptual knowledge 6 years later. *ZDM*, *47*(5), 813–824. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0669-4

McMullen, J., Hannula-Sormunen, M. M., Lehtinen, E., & Siegler, R. S. (2020). Distinguishing adaptive from routine expertise with rational number arithmetic. *Learning and Instruction*, *68*, 101347. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101347

McMullen, J., & Siegler, R. S. (2020). Spontaneous focusing on multiplicative relations and fraction magnitude knowledge. *Mathematical Thinking and Learning*, *22*(4), 351–359. https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1816284

Metsämuuronen. (2017). *Oppia ikä kaikki—Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015*. Kansallinen koulutuksen arviontikeskus.

Metsämuuronen, J., & Tuohilampi, L. (2017). *MATEMAATTISEN OSAAMISEN PIIRTEITÄ LUKIOKOULUTUKSEN LOPUSSA 2015*.

Mylopoulos, M., & Woods, N. N. (2017). When I say … adaptive expertise. *Medical Education*, *51*(7), 685–686. https://doi.org/10.1111/medu.13247

Määttä, S., Hannula-Sormunen, M., Halme, H., & McMullen, J. (2022). Guiding Students' Attention Towards Multiplicative Relations Around Them: A Classroom Intervention. *Journal of Numerical Cognition*, *8*(1), 36–52. https://doi.org/10.5964/jnc.6363

Niemi, L., Metsämuuronen, J., Hannula, M., & Laine, A. (2021). Matematiikan parhaiden osaajien siirtyminen toiselle asteelle: Koulutusvalinnat ja matematiikan osaamisen kehittyminen: Transition of high-achieving students to upper secondary level: educational choices and development of mathematical competence. *LUMAT:*

International Journal on Math, Science and Technology Education, *9*(1), Article 1. https://doi.org/10.31129/LUMAT.9.1.1511

Nummenmaa. (2023). *Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät | Ellibs Lukuohjelma*. https://www.ellibslibrary.com/reader/9789520459246

Nummenmaa, Holopainen, & Pulkkinen. (2019). *Tilastollisten menetelmien perusteet*. https://www.ellibslibrary.com/book/978-952-63-2979-6/tilastollisten-menetelmien-perusteet

Opetushallitus. (2019). *Lukion opetussuunnitelman perusteet 2019*.

Opetushallitus. (2021). *Mikä korkeakoulujen opiskelijavalinnoissa muuttuu vuoteen 2020 mennessä?* https://opintopolku.fi/wp/opo/korkeakoulujen-haku/mika-korkeakoulujen-opiskelijavalinnoissa-muuttuu-vuoteen-2020-menessa/yliopistojen-todistusvalinnat-2020/

Resnick, L. B. (1991). *From Protoquantities to Operators: Building Mathematical Competence on a Foundation of Everyday Knowledge*. https://eric.ed.gov/?id=ED342648

Salonen, P. (2022). *Joustava rationaalilukukäsite ja spontaani huomionkiinnittäminen määrällisiin suhteisiin lukiolaisilla* [Pro gradu -tutkielma]. Turun yliopisto.

Tibber, M. S., Manasseh, G. S. L., Clarke, R. C., Gagin, G., Swanbeck, S. N., Butterworth, B., Lotto, R. B., & Dakin, S. C. (2013). Sensitivity to numerosity is not a unique visuospatial psychophysical predictor of mathematical ability. *Vision Research*, *89*, 1–9. https://doi.org/10.1016/j.visres.2013.06.006

Tutkimuseettinen neuvottelukunta. (2019). *Ihmiseen kohdistuvan tutkimuksen eettiset periaatteet ja ihmistieteiden eettinen ennakkoarviointi Suomessa: Tutkimuseettisen neuvottelukunnan ohje 2019.* (Kohonen, Kuula-Luumi, & Spoof, Toim.). Tutkimuseettinen neuvottelukunta.

Tähtinen, Laakkonen, & Broberg. (2020). *Tilastollisen aineistonkäsittelyn ja tulkinnan perusteita*. https://www.utupub.fi/bitstream/handle/10024/149687/Tilastollisen_aineiston_k%C3%A4sittelyn_ja_tulkinnan_perusteita_2020.pdf?sequence=5&isAllowed=y

Valtioneuvosto. (2023). Vahva ja välittävä Suomi—Pääministeri Petteri Orpon hallituksen ohjelma 20.6.2023. *Valtioneuvoston julkaisuja*, *2023*(58). https://urn.fi/URN:ISBN:978-952-383-763-8

Yrjönsuuri (Toim.). (1993). Algoritminen ja reflektoiva ajattelu matematiikan oppimisessa. Teoksessa *Matematiikan opetus ja konstruktivismi: Teoriaa ja käytäntöa* (ss. 45–56). Yliopistopaino.

Yrjönsuuri. (2004). Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Teoksessa *Matematiikka—Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (2., ss. 111–122). Jyväskylän yliopisto.

Liitteet

Liite 1. Tutkimuslupa ja lopun saatesanat

Tässä tutkimuksessa tutkitaan havainnointitaitoja. Tarkoituksena on kuvailla erilaisia kuvaärsykkeitä kirjallisesti ja noudattaa testin mukaisia ohjeita. Tutkimukseen osallistuminen on vapaaehtoista eikä osallistuminen vaikuta opiskeluihisi mitenkään.
Tutkimuksessa noudatetaan tieteellisen tutkimuksen eettisiä periaatteita. Tutkimustuloksia käsitellään luottamuksellisesti eikä niistä voi tunnistaa yksittäisiä opiskelijoita tai koulua.

☐ Vastauksiani saa käyttää tutkimuksessa.

☐ Vastauksiani ei saa käyttää tutkimuksessa.

Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin ajattelu- ja havainnointitaitoja, jotka rajattiin tarkemmin matematiikan aihepiiriin. Tarkoituksena oli tutkia spontaania huomionkiinnittämistä matemaattisiin piirteisiin ja joustavaa osaamista rationaaliluvuilla. Koska kyseessä oli spontaani eli omaehtoinen huomionkiinnittäminen matemaattisiin piirteisiin, testin matemaattista luonnetta ei voitu kertoa etukäteen. Näin saamme selville, mihin oppilaat vapaasti, ilman ennakko-oletuksia kiinnittävät huomiota kuvissa. **Koska sama testaus saatetaan suorittaa useammalle luokalle koulussanne, onkin äärimmäisen tärkeää, ettei testauksen yhteyttä matematiikkaan paljasteta millään tavoin muille testiin osallistuville! Pyydän Sinua olemaan kertomatta tekemistäsi tehtävistä yhtään mitään muille oppilaille lähimmän kuukauden aikana, jolloin keräämme aineistoja.**
Kiitos paljon osallistumisestasi!

Liite 2. Opettajan ohjeet testaustilanteeseen

Ohjeet mittauksen pitämiseen

Tässä viestin alussa käydään mittauksen yleiset ohjeet läpi. Noudata ohjeita tarkasti. Käytä tässä ohjeessa annettuja sanamuotoja mittausohjeina, älä keksi omia. Pidäthän mittauksen äidinkielen tunnilla. **Mittausta ei saa tehdä matematiikan tunnilla. Missään vaiheessa ei saa mainita, että mittaus liittyy matematiikkaan.** Jos satut mainitsemaan matematiikan ennen testiä, niin kertoisithan siitä minulle. Voimme sen ottaa sitten huomioon dataa analysoidessa.

Mittauksen kaikki tehtävät ovat ajastettuja, lukuun ottamatta ensimmäisen sivun ohjeita. Näin ollen jokaisella oppilaalla on automaattisesti rajattu aika vastata kuhunkin tehtävään. Mittauksessa oppilaita ei saa auttaa ratkaisemaan tehtäviä, mutta saa ohjeistaa käytännönasioissa.

Ennen mittausta:

1. Leikkaa käyttäjätunnukset niin että jokainen saa oman tunnuksen. Käyttäjätunnukset löytyvät liitteenä.
2. Kirjoita taululle: *testaussivun osoite*, joka on sivusto, jolla mittaus sijaitsee. Selain saattaa väittää, että sivusto ei ole turvallinen. Tästä ei kuitenkaan ole kyse, sillä sivut ovat Tampereen yliopiston suojatut sivut.
3. Siirtäkää oppilaiden pulpetit / pöydät koemuodostelmaan.
4. Varmista että kaikilla oppilailla on tietokoneessa akkua.
5. Kerro oppilaille, että tällä tunnilla tehdään tutkimusta:

   ”Tällä tunnilla osallistumme tutkimukseen. Pauliina Salonen tekee pro gradu -tutkimusta Turun yliopistolla ja tarkastelee opiskelijoiden havainnointitaitoja. Osallistuminen on vapaaehtoista ja voit lopettaa milloin tahansa, mutta toivottavasti olet mukana loppuun asti. Tehtävät eivät vaikuta arvosanaasi, mutta tee silti parhaasi. Se on tutkimuksen kannalta erittäin tärkeää!”

6. Jaa oppilaille käyttäjätunnuslaput, joilla he pääsevät kirjautumaan testisivulle.
7. Kun kaikki oppilaat ovat päässeet testisivulle, he voivat syöttää käyttäjätunnuksen.
8. Jos oppilaan testi keskeytyy, hän voi aloittaa testin alusta. Jos tuntia on alle 10 minuuttia jäljellä, ei testiä kannata aloittaa alusta.
9. Kun testi on valmis, tulee Turun yliopiston logo näkyviin. Oppilas voi poistua testisivulta. Testitunnukset olisi suositeltavaa kerätä lopuksi ja hävittää.

KOKO TUTKIMUSRYHMÄLTÄ ISO KIITOS SINULLE OPETTAJA TÄMÄN MITTAUKSEN HOITAMISESTA TÄSSÄ ERIKOISESSA KORONAVIRUS-TILANTEESSA!