



**TURUN
YLIOPISTO**

ALGEBRAN SANALLISET TEHTÄVÄT YLÄKOULUN MATEMATIIKASSA

LuK Marja Kaleva

Pro gradu -tutkielma
Maaliskuu 2025

Tarkastajat:
Prof. V. H.
Dos. I.T.

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Turun yliopiston laatu­järjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck-järjestelmällä

TURUN YLIOPISTO
Matematiikan ja tilastotieteen laitos

MARJA KALEVA: Algebran sanalliset tehtävät yläkoulun matematiikassa
Pro gradu -tutkielma, 30 s.
Matematiikka
Maaliskuu 2025

Tämä pro gradu -tutkielma on kirjallisuuskatsaus ja sen aiheena on yläkoulun matematiikan sanalliset tehtävät. Tutkielmassa käsitellään algebran sanallisten tehtäviä, mutta suurin osa asioista ilmenee myös yleisesti sanallisissa tehtävissä matematiikassa. Tutkielmassa on koottu yhteen tutkimustietoa erilaisista vaikeuksista, joita ilmenee sanallisten tehtävien ratkaisuprosessissa. Lisäksi esitellään keinoja, joilla voi kehittää sanallisten tehtävien opetusta sekä helpottaa tehtävien lähestymistä.

Keskeisimmät ongelmat ilmenevät sanallisten tehtävien ymmärtämisen, vastauksen luomisen sekä siinä kuinka oppilaat suhtautuvat sanallisiin tehtäviin. Ratkaisuja näihin ongelmiin tarjotaan monipuolisesti erilaisia pedagogisia lähestymistapoja hyödyntäen. Ratkaisuideoita annetaan kielentämisen opetukseen, monipuolisten opetus-
tapojen käyttöön, opettajan suhtautumiseen sekä ongelmanratkaisutaitojen lisäämiseen.

Tutkielmaa tarjoaa hyvän pohjan jatkotutkimuksille ja opettajat voivat hyödyntää tutkielmaa opetuksensa suunnittelun tukena.

Asiasanat: Algebra, sanallinen tehtävä, opettaminen, yläkoulumatematiikka.

Sisälllys

1	Johdanto	1
2	Sanalliset tehtävät	3
2.1	Matematiikan sanallisen tehtävän määrittely	3
2.2	Sanallisen tehtävän ratkaiseminen	4
3	Algebra yläkoulumatematiikassa	6
4	Tutkimus	7
4.1	Tutkimuskysymykset	7
4.2	Tutkimusmenetelmät	7
4.2.1	Tutkimusaineisto	7
4.2.2	Aineiston käsittely	8
4.3	Tutkielman eteneminen	8
5	Ongelmat	9
5.1	Sanallisten tehtävien ymmärtäminen	9
5.1.1	Kielentäminen	10
5.1.2	Tarinan merkitys	11
5.1.3	Tehtävänannon hahmottaminen	12
5.2	Vastauksen luominen	13
5.2.1	Ongelmanratkaisutaidot	13
5.2.2	Erilaisten taitojen hallitseminen	14
5.3	Suhtautuminen sanallisiin tehtäviin	14
6	Ratkaisuja	16
6.1	Matematiikan kielen opettaminen	16
6.2	Erilaiset opetustavat	19
6.2.1	Hyökkäysstrategia	20
6.2.2	Erilaiset lähestymistavat	21
6.2.3	Visualisointi	22
6.3	Opettajan suhtautuminen	23
6.4	Ongelmanratkaisutaitojen lisääminen	24
7	Yhteenveto	27
7.1	Pohdinta	27
7.2	Tulosten hyödynnettävyys	29
7.3	Jatkotutkimus mahdollisuudet	29
	Viitteet	31

1 Johdanto

Yleiset ongelmanratkaisutaidot ovat keskeisessä asemassa koulumatematiikan oppimisessa. Sanalliset tehtävät eivät ole tärkeitä ainoastaan matematiikan opetuksessa, vaan myös yleisessä oppimisessa. Merkityksellinen oppiminen ja ymmärtäminen ovat kaiken oppimisen perusasioita, ja matematiikan opiskelussa niiden merkitys korostuu entisestään. (Ciobannu 2015)

Tämän tutkielman tarkoituksena on pohtia, kuinka erilaisia sanallisiin tehtäviin liittyviä haasteita voidaan tunnistaa ja miten tarjota niihin apua opetuksella, jotta oppilaat voivat ratkaista sanallisia tehtäviä tehokkaammin.

Sanalliset tehtävät koetaan usein haastaviksi, vaikka niiden sisältämä matematiikka ei olisikaan vaikeaa. Syitä on monia ja algebran sanalliset tehtävät vaativat opiskelijalta paljon matemaattista sekä kielellistä ymmärtämistä sekä taitoa soveltaa osaamiaan asioita. Lisäksi sanalliset tehtävät ovat vähemmän edustettuina harjoitustehtävissä kuin mekaaniset laskutehtävät, joissa on annettu valmiina laskulauseke tai kerrotaan mitä halutaan laskea. Tämä johtuu siitä, että perusasiat on hallittava, ennen kuin oppilas kykenee itse muodostamaan laskulausekkeitä ja laskemaan soveltavia tehtäviä.

Valitsin tämän tutkielman aiheen oman kiinnostukseni pohjalta. Omaan yläkoulu-aiikana huomasin, että vaikka matematiikka ja laskeminen sujui hyvin, niin sanallisten tehtävien ratkaisemisessa tulikin paljon haasteita vastaan, vaikka ne olivat matemaattisesti yksinkertaisia tehtäviä. Koin itse laskulausekkeiden muodostamisen sekä muuttujien avulla tuntemattomien tietojen ilmaisemisen hyvin vaikeana. Sen vuoksi haluaisin itse opettajana opettaa sanallisten tehtävien ratkaisemisen ja niihin tarvittavat tiedot mahdollisimman selkeästi ja johdonmukaisesti. Tästä sainkin motivaation tutkielman aiheen valitsemiseen ja toteutukseen.

Tämän tutkielman tavoitteena on ymmärtää millaisia haasteita oppilaat kokevat sanallisia tehtäviä ratkaistessaan ja koota keinoja, joilla opettajat voivat helpottaa sanallisten tehtävien lähestymistä ja ratkomista. Jokainen oppilas on yksilöllinen ja kaikki keinot eivät sovi kaikille. Tarkoituksena on esitellä erilaisia hyväksi todettuja keinoja, joista opettajat voivat valita itselleen luontevimmat käyttäen. Valittaessa opetusmetodeja tulee myös pohtia, millaisia oppilaat ovat ja tarjota erilaisia ratkaisumetodeja. Tällöin tarjotaan myös oppilaille mahdollisuus kokeilla ja valita erilaisia lähestymistapoja.

Tämä Pro gradu -tutkielma koostuu 7 luvusta. Toisessa luvussa käydään läpi sanallisten tehtävien määrittely. Lisäksi esitellään millaisia sanalliset tehtävät usein algebrassa ovat ja niiden tunnusomaisia piirteitä. Kolmannessa luvussa perehdytään Suomen opetussuunnitelman avulla siihen, mitä kaikkea algebran opetus kattaa ja pitää sisällään. Neljäs luku sisältää pohjustuksen tämän työn tekoprosessille. Siinä käydään läpi tutkimuskysymykset, jotka ovat olleet tutkielman runkona. Tässä kappaleessa kerrotaan myös aineiston keruu ja läpikäynti prosessista sekä tutkimuksen etenemisestä. Viidennessä luvussa käsitellään sanallisiin tehtäviin liittyviä ongelmia ja haasteita. Vaikeuksia tarkastellaan ymmärryksen, vastauksen luomisen sekä sanallisiin tehtäviin suhtautumisen kannalta. Kuudennessa luvussa esitellään ratkaisuja ongelmiin ja erilaisia keinoja, joita opettajat voivat hyödyntää opetuksessaan. Erilaisia opetuskeinoja esitellään kielentämisen, opetustapojen, opettajan suhtau-

tumisen ja ongelmaratkaisu taitojen näkökulmista. Seitsemännessä eli viimeisessä luvussa on esitetty vastaukset tutkimuskysymyksiin ja omaa pohdintaa tutkielman aiheeseen liittyen. Lisäksi esitellään mahdollisia jatkotutkimus ideoita ja pohditaan tämän Pro gradu -tutkielman hyödynnettävyyttä.

2 Sanalliset tehtävät

Matematiikan sanalliset tehtävät tarkoittavat tekstimuotoisia ongelmia, joissa matemaattiset käsitteet ja operaatiot on esitetty tarinamuodossa. Ne ovat keskeinen osa matematiikan opetusta ja oppimista. Näitä tehtäviä kutsutaan myös tarinatehtäviksi, koska ne usein kuvaavat tarinan tai tilanteen. Sanalliset tehtävät tarjoavat monipuolisen välineen opiskelijoille soveltaa matemaattista tietoa ja taitojaan reaaliaikaisen tilanteisiin. Tämä auttaa kehittämään sekä matemaattista ajattelua että ongelmanratkaisukykyä.

Sanalliset tehtävät ovat luonteeltaan soveltavia, sillä oppilaan on itse ymmärrettävä, mitä ratkaisumekanismeja tehtävässä tulee hyödyntää. Tämä tarkoittaa, että oppilaiden on ensin tulkittava tehtävä ja tunnistettava, mitkä matemaattiset käsitteet ja menetelmät ovat relevantteja ongelman ratkaisemiseksi. Esimerkiksi tehtävä, jossa lasketaan kaupassa ostettujen tuotteiden kokonaishinta ja alennus, vaatii oppilasta soveltamaan peruslaskutoimituksia ja prosenttilaskua. Sanalliset tehtävät auttavat oppilaita ymmärtämään matematiikan käsitteiden ja menetelmien käyttökelpoisuuden ja sovellettavuuden eri tilanteissa.

2.1 Matematiikan sanallisen tehtävän määrittely

Sanalliset tehtävät määritellään yleensä ongelmatilanteiden sanallisiksi kuvauksiksi, jotka esitetään kouluympäristössä. Tehtävissä on yksi tai useampi kysymys, joka nostetaan esiin ja johon vastaus voidaan saada soveltamalla matemaattisia toimintoja. Tehtävän annosta eli tarinasta pitäisi saada johdettua ratkaisuun tarvittavat numeeriset tiedot. (Selter et al. 2000) Perinteisesti sanalliset tehtävät tulkitaan tekstuaalisiksi ongelmiksi, joita voidaan ratkaista soveltamalla aiemmin opittuja matemaattisia käsitteitä, sääntöjä tai tekniikoita. Tämän tulkinnan mukaan sanallisten tehtävien ratkaiseminen edellyttää kykyä tunnistaa ja soveltaa matemaattista sisältöä, mikä voi tehdä niiden ratkaisemisesta vaativampaa kuin vastaavien symbolisten tehtävien. (Verschaffel et al. 2020)

Tehtävissä ratkaisun etenemistä kerrotaan vaihe vaiheelta, joko sanallisilla selityksillä tai havainnollistavien kuvien avulla. Tärkeää on esittää selvästi, mitä seuraavaksi tehdään ja miksi se on tarpeellista, sekä esitellä käytetyt merkinnät ja käsitteet niiden tarpeellisuuden valossa. Käyttämällä luonnollista kieltä tukemaan ratkaisuprosessia, tekstiä voidaan jäsentää siten, että se on sekä selkeää että helppolukuista. Tällainen lähestymistapa ei ainoastaan varmista, että lukija ymmärtää kaikki ratkaisun vaiheet, vaan myös auttaa lukijaa tunnistamaan mahdolliset puutteet tai epäselvyydet ratkaisussa. Tämä vuorovaikutteinen ja selkeä malli tekee lukijalle helpoksi seurata ja arvioida ratkaisun kulkua, samalla takaamalla, että ratkaisija on ymmärtänyt ja hahmottanut ongelman kokonaisvaltaisesti. (Joutsenlahti 2009)

Sanalliset tehtävät eroavat myös todellisista ongelmista, joita kohtaamme päivittäin. Todellisissa ongelmista voi olla mahdollista käyttää matematiikkaa ratkaisemiseen, mutta yleensä kysymyksen luonne, numeerinen informaatio ja käytettävät operaatiot sekä mahdolliset ratkaisuvälineet eivät ole yhtä selkeitä kuin sanallisissa tehtävissä. Todelliset ongelmat saattavat sisältää epämääräisiä tai monitulkintaisia ehtoja, jotka vaativat siirtymistä todellisuuden ja matematiikan välillä. Tällöin

niitä ei voi suoraan ratkaista soveltamalla matemaattisia operaatioita annettuihin numeerisiin tietoihin kuten sanallisissa tehtävissä. (Selter et al. 2000)

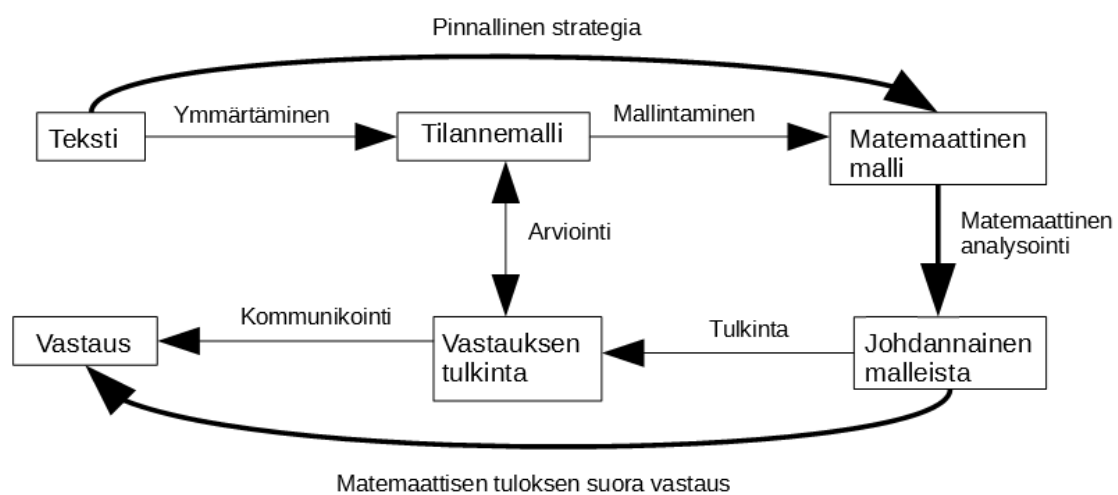
Sanalliset tehtävät ovat olleet mukana matematiikassa läpi historian eri tavoitteiden saavuttamiseksi. Tärkein tavoite on tarjota harjoitusta arkipäivän tilanteisiin sovellettavaan ongelmanratkaisuun ja matemaattiseen mallintamiseen, joissa oppilaat tarvitsevat koulussa oppimaansa. Ne myös motivoivat oppilaita opiskelemaan matematiikkaa, kehittävät heidän luovaa ajatteluaan ja ongelmanratkaisutaitojaan sekä auttavat uusien matemaattisten käsitteiden ja taitojen kehittämisessä. (Selter et al. 2000)

2.2 Sanallisen tehtävän ratkaiseminen

Algebran sanallisia tehtäviä on paljon erilaisia. Yhteinen piirre, joka kaikissa eri tehtävä tyypeissä ilmenee, on tunnetun muuttujan, esimerkiksi x , ratkaiseminen. Sanalliset tehtävät muodostuvat tehtävänannosta, jossa matematiikka on ilmaistu luonnollisella kielellä. Ratkaistaessa tehtävää, tulee aluksi ymmärtää tehtävänanto ja lähteä sen pohjalta mallintamaan tilannetta visuaalisesti ja tämän jälkeen matemaattisesti.

Sanallisten tehtävien ymmärtämiskaavio on esitetty kuvassa 1. Sanalliset tehtävät voidaan ymmärtää joko syvällisellä tai pinnallisella tavalla. Syvällisessä ymmärtämisessä tehtävänannosta eli tekstistä poimitaan tärkeät ja tehtävän kannalta olennaiset asiat ja luodaan niiden avulla tilannemalli. Tämän prosessin välillä tapahtuu tehtävänannon ymmärtäminen. Tilannemallin jälkeen saadaan muodostettua tilannetta kuvaava matemaattinen malli. Tämä prosessi puolestaan on mallintamista. Analysoimalla matemaattista mallia saadaan johdannainen mallista eli matemaattisesta mallista saatu tulos. Tulkitsemalla ratkaisua saadaan tulkittu vastaus, jota voidaan verrata tilannemallin kanssa. Tällöin voidaan arvioida, onko saatu tulos järkevä. Tuloksen oltaessa järkevät tapahtuu kommonikointi eli tarkastelu mitä tehtävänannossa on kysytty ja muovataan sanallinen vastaus tehtävään. (De Corte et al. 2000)

Sanalliset tehtävät ratkaistaan usein myös pinnallisella ymmärtämisen tasolla. Tällöin tekstin luettuaan oppilas muodostaa suoraan matemaattisen mallin, josta ratkaisee tuloksen ja ilmoittaa saadun ratkaisun vastauksena. (De Corte et al. 2000) Tässä ongelmaksi muodostuu se, että oppilaan ymmärrys ja sanallisten tehtävien ratkaisutaitojen kehittäminen jää hyvin heikolle tasolle. Pinnallinen lähestymistapa voi toimia yksinkertaisissa tehtävissä, mutta tehtävien mennessä kielellisesti vaikeammiksi ja matemaattisesti haastavammiksi, oppilaat tulevat kokemaan paljon vaikeuksia.



Kuva 1: Sanallisten tehtävien ymmärrystä kuvaava kaavio. (De Corte et al. 2000)

3 Algebra yläkoulumatematiikassa

Suomen opetussuunnitelman mukaan yläkoulun matematiikassa tulee opettaa polynomien ja muuttujien käsittelyä sekä erilaisia laskusääntöjä. Aluksi oppilaat tutustutetaan muuttujakäsitteeseen, joka esitetään 7.luokalla uutena asiana. Sen jälkeen opetetaan, miten muuttujia käytetään osana matemaattisia lausekkeita sekä kuinka lausekkeiden arvo lasketaan eri tilanteissa. Se kehittää oppilaiden valmiuksia ratkaista monimutkaisempiakin algebrallisia ongelmia Tämän lisäksi opetetaan potenssilausekkeiden sieventämistä. (Opetushallitus 2015)

Opetussuunnitelman mukaan oppilaille tulee opettaa polynomien käsitteellinen merkitys ja sekä miten polynomeja voidaan yhdistää yhteen-, vähennys- ja kertolaskun avulla. Polynomien ymmärtämisen myötä siirrytään muodostamaan erilaisia matemaattisia lausekkeita ja sieventämään niitä. Tämä kehittää oppilaiden valmiuksia ratkaista monimutkaisempia algebrallisia ongelmia Tämän lisäksi opetetaan muodostamaan ja ratkaisemaan ensimmäisen asteen yhtälöitä sekä vaillinaisia toisen asteen yhtälöitä, jotka saadaan ratkaistua ilman toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaa. (Opetushallitus 2015)

Algebraalisia taitoja syventäessä siirrytään yhtälöparien ratkaisemiseen sekä graafisilla että algebrallisilla menetelmillä. Oppilaille opetetaan ensimmäisen asteen epäyhtälöt sekä niiden ominaisuuksiin ja eroihin verrattuna tavallisiin yhtälöihin. Lisäksi pyritään vahvistamaan oppilaiden taitoa tutkia ja muodostaa erilaisia lukujonoja. (Opetushallitus 2015)

Algebranopetuksessa kehitetään myös oppilaiden työskentelytaitoja. Tavoitteena on saada oppilaat ymmärtämään ja löytämään yhteyksiä erilaisten oppimiensa asioiden välillä. Lisäksi kehitetään oppilaiden loogista ajattelukykyä ja syvennetään ongelmanratkaisutaitoja. Varsinkin sanallisten tehtävien osalta on tärkeää tukea matemaattisen ajattelun kehittymistä sekä ilmaaisemista. Vastauksien kriittinen tarkastelu sekä oikeellisuuden pohtiminen kuuluvat myös taitoihin, joita algebran sanallisten tehtävien myötä kehitetään. (Opetushallitus 2015)

4 Tutkimus

4.1 Tutkimuskysymykset

Tässä gradussa tutkitaan yläkoulun matematiikan sanallisia tehtäviä, niissä esiintyviä ongelmia ja ratkaisukeinoja. Tutkielman tarkoituksena on antaa vastaus seuraaviin kysymyksiin.

1. Millaisia ongelmia algebran sanallisiin tehtäviin liittyy?
2. Millä eri keinoilla näitä ongelmia voisii pyrkiä ratkaisemaan ja lähestymään?

Periaatteessa ongelmia ja ratkaisuja on yhtä paljon kuin oppijoita, sillä kaikilla on omat haasteensa. Tarkoituksena on kuitenkin käsitellä kirjallisuudessa eniten esiintulevia asioita. Ongelmat ja ratkaisut ovat myös yleispäteviä kaikille sanallisille tehtäville, mutta tarkoitus on painottaa ongelmia ja ratkaisuja algebran sanallisten tehtävien kannalta.

4.2 Tutkimusmenetelmät

Tutkimusaineistoa on kerätty pääasiassa vuoden 2024 kevään ja syksyn aikana. Tässä luvussa esitellään aineiston keruu ja valinta prosessia sekä kerrotaan aineiston käsittelymenetelmistä.

4.2.1 Tutkimusaineisto

Aineistoa on haettu Turun Yliopiston Volter -palvelua ja Eric -tietokantaa hyödyntäen. Molemmat palvelut tarjosivat laajan valikoiman akateemisia artikkeleita sekä tutkimuksia. Erityisesti vertaisarvioituiden lähteet olivat ensisijainen kohde, koska ne takaavat tiedon luotettavuuden ja tieteellisen pätevyyden.

Hakuprosessin aikana käytettiin seuraavia keskeisiä hakusanoja: "word problem", "verbal problem", "story problems", "math", "mathematic", "middle school", "junior high school", "problem", "solutions", "algebra", "teaching" sekä "teaching strategies". Nämä hakusanat valittiin huolella, jotta aineisto kattaisi mahdollisimman laajasti sanallisten ongelmien opettamiseen liittyviä teemoja. Hakusanojen avulla voitiin kartoittaa olennaiset näkökulmat, kuten opetusstrategiat, oppilaiden ratkaisuprosessit ja opetuksen haasteet. Hakusanojen välissä käytin operaatioita "AND" ja "OR", joiden avulla sain rajattua vielä tarkemmin, mitä artikkeleiden on ehdottomasti sisällettävä ja mikä on vaihtoehtoisia. Aluksi haku suoritettiin vain muutamalla hakusanalla, mutta hakutuloksia tuli niin paljon, että rajausta oli tiukennettava. Lopulta hakutuloksia oli sopivasti ongelmiin ja ratkaisuihin liittyen, joista valikoin vielä tämän kirjallisuuskatsauksen kannalta keskeisimmät ja antoisimmat.

Lähteiden valinnassa aikarajaus asetettiin vuosille 2010–2024, koska tämä aikaväli mahdollistaa keskittymisen tuoreeseen tutkimukseen ja heijastaa viime vuosikymmenen aikana tapahtuneita pedagogisia innovaatioita ja muutoksia. Näin saatiin mahdollisimman ajankohtainen ja kattava kuvaus sanallisten matematiikkaongelmien opetuksesta. Mukana on kuitenkin myös muutama vanhempi lähde, koska niiden sisältö oli tähän tutkimukseen sopivaa ja hyödyllistä. Tutkimusaineisto koostuu 31 tieteellisestä artikkelista.

4.2.2 Aineiston käsittely

Tämä menetelmä mahdollisti laajan ja kattavan analyysin kaikista kerätyistä lähteistä, jotta voitiin muodostaa kokonaiskuva tutkimusaiheesta. Ensimmäisessä vaiheessa kaikki kerätyt julkaisut käytiin läpi ja suodatettiin ne tiukasti vertaisarvioinnin perusteella. Tällä tavalla varmistettiin, että analysoitavaksi jäänyt aineisto oli tieteellisesti korkeatasoista ja luotettavaa.

Seuraavaksi aineisto jaettiin teemoittain. Tutkimukset luokiteltiin niiden sisältämien avainaiheiden ja tutkimusmenetelmien mukaan. Tämä vaihe oli tärkeä, jotta voitiin tunnistaa tutkimusten välisiä yhteisiä piirteitä ja teemoja. Esimerkiksi tutkimuksia ryhmiteltiin niiden keskittyessä tiettyihin ongelmiin, oppilaiden ratkaisustrategioihin tai opettajien pedagogisiin lähestymistapoihin.

Aineistoon kuului sekä empiirisiä tutkimuksia että kirjallisuuskatsauksia. Tähän tutkielmaan valikoiduissa tutkimuksissa olleiden oppilaiden ikä oli välillä 12-16 vuotta. Empiiriset tutkimukset, joissa oli käytetty esimerkiksi kvantitatiivisia tai kvalitatiivisia menetelmiä, tarjosivat syvällistä tietoa oppilaiden oppimisprosesseista ja opetuksen tehokkuudesta. Tutkimuksista saatiin käytännönläheistä tietoa sekä mielenkiintoisia havaintoja ja tuloksia. Nämä tulokset olivat hyviä konkreettisten opetuskäytäntöjen arvioinnissa. Kirjallisuuskatsaukset puolestaan antoivat laajan ja monipuolisen kattauksen teoriaa sanallisiin tehtäviin liittyvistä ongelmista sekä opetuskeinoista. Yhdessä nämä materiaalit muodostavat hyvän ja kattavan pohjan tälle tutkielmalle.

Valikoitua aineistoa vertailtiin keskenään, jotta saatiin tunnistettua paitsi yhteneväisyyksiä myös erilaisia havaintoja. Tämä lähestymistapa varmisti, että katsaus tarjoaa kattavan ja tarkkaan harkitun kuvan tutkimusaiheesta.

4.3 Tutkielman eteneminen

Valitsin tutkielmani aiheen helmikuussa 2024. Aiheen valinta tuntui aluksi haastavalta, mutta ajan myötä se selkeytyi ja oli itselleni mieluisa. Toteutin aineistonkeruun kahdessa vaiheessa vuoden 2024 aikana. Ensimmäinen aineistonkeruujakso sijoittui keväälle, maalisi- ja huhtikuun välille. Tällöin keskityin erityisesti ensisijaisten lähteiden hankkimiseen. Toinen aineiston keruujakso tapahtui syksyllä 2024, jolloin täydensin aineistoa tarpeen mukaan.

Kesän 2024 aikana perehdyin kerättyyn aineistoon lukemalla sitä huolellisesti läpi sekä jäsentämällä keskeisiä teemoja ja havaintoja. Tämän ohella aloin hahmottelemaan tutkielman rakennetta ja luonnostelin ensimmäisiä osioita, jotka muodostivat pohjan varsinaiselle kirjoitusprosessille.

Varsinainen kirjoitusvaihe ajoittui loppusyksystä 2024 kevääseen 2025. Helmikuussa 2025 viimeistelin tutkielman eri osiot, tarkensin argumentaatiota ja tein johdopäätökset tutkielmalle. Kirjoitusprosessin aikana keskityin myös tekstin sujuvuuteen ja rakenteelliseen selkeyteen.

5 Ongelmat

Tässä luvussa esitellään muutamia tekijöitä, jotka liittyvät sanallisten tehtävien ongelmallisuuteen sekä ratkaisemisvaikeuksiin. Ongelmia ja vaikeuksia on paljon erilaisia. Yleinen ongelma on se, että oppilaat kamppailevat matemaattisten käsitteiden soveltamisessa konkreettisiin tilanteisiin. Oppilaat voivat tällöin epäröidä tai tehdä virheitä soveltaessaan näitä taitojaan sanallisessa tehtävässä, vaikka he osaisivat suorittaa peruslaskutoimitukset ja ymmärtävät matemaattiset säännöt. Tämä voi johtua siitä, että oppilaat eivät näe selkeää yhteyttä matemaattisten käsitteiden ja tehtävän kontekstin välillä, tai heillä voi olla vaikeuksia valita oikea laskutoimitus tai strategia ongelman ratkaisemiseksi.

Sanallisten ongelmien ratkaiseminen koostuu monien taitojen yhdistelmästä. Hallitakseen yhteenlaskua ja vähennystä edellyttäviä sanallisia ongelmarakenteita, opiskelijoiden on hallittava ydintaidot, joita tarvitaan sanallisten ongelmien ratkaisemiseen. Näitä taitoja ovat tunnistustaito eli sanallisen ongelman rakenteen tunnistaminen, jäsentämistaito eli ongelmassa esitetyn tiedon jäsentäminen rakenteen ydinpiirteisiin, suunnittelutaito eli oikean laskutoimituksen ja matemaattisen yhtälön tunnistaminen ratkaisun saamiseksi ja suoritustaito eli laskutoimituksen suorittaminen. (Peltier et al. 2022)

Sanallisten tehtävien kompleksisuus johtuukin usein siitä, että ne vaativat oppilailta kykyä ymmärtää matemaattisen ongelman konteksti ja sen ratkaisemiseen tarvittavat laskutoimitukset. Usein oppilaat kohtaavat vaikeuksia tehtävän lukemisessa ja ymmärtämisessä, mikä voi johtua epäselvästä tai monimutkaisesta kielestä. Lisäksi sanalliset tehtävät voivat sisältää epäselvyyksiä tai monimutkaisia ilmauksia, jotka vaikeuttavat oikean ratkaisun löytämistä.

Haasteita liittyy myös oppilaiden kykyyn hahmottaa ja jäsenellä tehtävää siten, että he voivat lähestyä sitä järjestelmällisesti ja tehokkaasti. Sanallisten tehtävien ratkaiseminen vaatii usein oppilailta taitoa erottaa olennaiset tiedot epäolennaisista, mikä voi olla vaikeaa erityisesti monimutkaisissa tai pitkissä tehtävissä. Oppilaiden on myös kyettävä luomaan matemaattisia malleja tai yhtälöitä, jotka vastaavat tehtävänasettelua, mikä edellyttää abstraktia ajattelua ja syvällistä ymmärrystä matemaattisista käsitteistä.

5.1 Sanallisten tehtävien ymmärtäminen

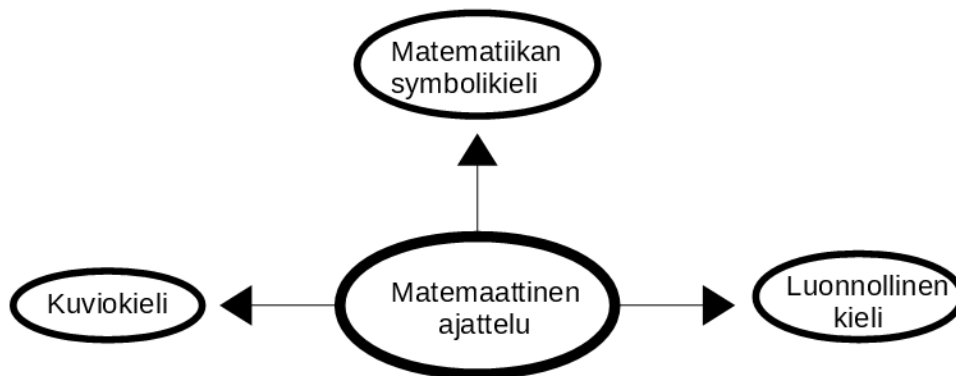
Sanalliset tehtävät ovat olennainen osa yläkoulun matematiikan opetusta, sillä ne kehittävät oppilaiden kykyä soveltaa matemaattista ajattelua reaali maailman ongelmiin. (Opetushallitus 2015) Ne yhdistävät matemaattisen osaamisen, kielitaidon ja ongelmanratkaisun strategiat yhdeksi kokonaisuudeksi, mikä tekee niistä monipuolisen, mutta usein haastavan oppimisen osa-alueen. Sanallisten tehtävien ymmärtäminen edellyttää, että oppilas osaa tulkita tehtävänannon oikein, erottaa oleelliset tiedot ja muuntaa ne matemaattiseksi malliksi tai yhtälöksi. Tällainen prosessi vaatii paitsi matemaattisia taitoja, myös vahvaa kielellistä lukutaitoa ja kykyä yhdistää abstraktia ja konkreettista ajattelua.

Monille oppilaille nämä haasteet voivat muodostua esteeksi, joka vaikeuttaa matematiikan oppimista ja heikentää itseluottamusta. Kielelliset vaikeudet, ongelman-

ratkaisustrategioiden puuttuminen sekä abstraktin ajattelun kehittymättömyys voivat kaikki vaikuttaa siihen, kuinka oppilas suoriutuu sanallisista tehtävistä. Tässä luvussa tarkastellaan sanallisten tehtävien ymmärtämiseen liittyviä yleisiä haasteita ja syitä niiden taustalla.

5.1.1 Kielentäminen

Matemaattinen ajattelu koostuu kolmesta eri kielestä; matematiikan symbolikielestä, luonnollisesta kielestä ja kuviokielestä. Symbolikielellä tarkoitetaan matemaattisia merkintöjä, luonnollisella kielellä kirjoitettua tai puhuttua kieltä ja kuviokielellä kuvia sekä piirroksia. Matematiikan kielentäminen tarkoittaa matemaattisen ajattelun ilmaisemista puhutun tai kirjoitetun kielen avulla. Matemaattisen ajattelun ilmaiseminen syventää oppilaan ymmärrystä ja kehittää ajattelun ja kielen vuorovaikutusta, mikä edistää käsitteiden omaksumista ja ajattelun kehittymistä. (Joutsenlahti ja Kulju 2015) Matemaattisen ajattelun yhteys eri kieliin on esitetty kuvassa 2.



Kuva 2: Matematiikan opiskelussa käytettyjä kieliä ovat matematiikan kieli, luonnollinen kieli, kuviokieli. Kuva on mukaelma (Joutsenlahti ja Kulju 2015) kuvasta.

Sanalliset tehtävät muodostavat monimutkaisen kokonaisuuden, jossa kielentämisen haasteet korostuvat. Opiskelijan tulee pystyä hallitsemaan samanaikaisesti luonnollinen kieli, matematiikan symbolikieli sekä visuaalinen kuviokieli, jotta hän pystyy onnistuneesti ratkaisemaan sanallisia tehtäviä. (Joutsenlahti ja Tossavainen 2018) Tämä vaatii taitoa siirtyä sujuvasti eri merkkijärjestelmien välillä sekä ymmärrystä siitä, kuinka sanat, symbolit ja kuvat yhdessä muodostavat tehtävän merkityksen. Erityisen haastavaksi tämä muodostuu silloin, kun opiskelijan on ilmaistava omaa matemaattista ajatteluaan joko kirjallisesti tai suullisesti. Opiskelija ei välttämättä kykene selittämään ajatuskulujaan, vaikka hän osaisi ratkaista tehtävän matemaattisesti. Tämä viittaa siihen, että oppilaalla on ongelmia kielentämisessä. Matemaattinen ajattelu voi olla oikeaa, vaikka sen kielentäminen ei onnistuisikaan. (Joutsenlahti ja Kulju 2015)

Sanalliset tehtävät toimivat sekä matematiikan että kielen osa-alueella, ja ne edellyttävät monien taitojen hallintaa yhtäaikaaisesti. Oppilaan on tärkeää ymmär-

tää, että sanalliset tehtävät rakentuvat eri semioottisista järjestelmistä, kuten sanastosta, kieliopista ja syntaksista. (Fatmanissa ja Kusnandi 2017) Jos oppilas ei tunnista näiden järjestelmien merkitystä, hän voi kokea vaikeuksia tehtävänannon tulkitsemisessa ja sen muuttamisessa matemaattiseksi ratkaisuksi. Nämä semioottiset elementit eivät toimi erillisinä osina, vaan ne muodostavat yhdessä kokonaisuuden, joka määrittää sanallisten tehtävien ymmärtämistä ja ratkaisemista.

Sanojen määrän tai niiden vaikeusarvon välillä ei ollut merkittävää korrelaatiota sanallisten tehtävien ongelmallisuuden kanssa. Myöskään epäolennaisen kielellisen tai matemaattisen tiedon olemassaolo ei erottanut helppoja ja vaikeita tehtäviä toisistaan. Sen sijaan implisiittinen eli piilevä informaatio näytti selittävän tehtävien vaikeutta. Oppilaiden on siis vaikea löytää implisiittistä informaatiota tehtävistä ja ottaa sitä huomioon ratkaisussa. (Pongsakdi et al. 2020) Oppilaat saattavat huomaamattaan jättää olennaista epäsuorasti annettua informaatiota käyttämättä, jos eivät löydä sitä tekstin seasta. Tällöin tehtävässä voi tapahtua isoja virheitä ja puuttuvat tiedot voivat olla ratkaisevassa asemassa, jolloin tehtävä epäonnistuu, vaikka matemaattisesti sen osaisikin ratkaista.

5.1.2 Tarinan merkitys

Oppilaiden tulisi ymmärtää, että paperilla oleva kirjoitettu tarina ei ole vain irrallinen kertomus, vaan se sisältää matemaattisen rakenteen, joka voidaan purkaa ja tulkita laskutoimitusten avulla. Tämä tarkoittaa sitä, että tekstissä kuvailtu tilanne voidaan nähdä matemaattisena ongelmana, jossa luvut, operaatiot ja suhteet muodostavat yhtenäisen kokonaisuuden. Kun oppilas oivaltaa tämän yhteyden, hän pystyy hahmottamaan, kuinka sanallinen tehtävä voidaan muuntaa matemaattiseksi yhtälöksi, joka puolestaan voidaan ratkaista loogisten askelten kautta. Oppilaat pitäisi siis saada ymmärtämään, että paperilla oleva tarina edustaa matemaattista tarinaa ja että matemaattinen tarina voidaan muuntaa yhtälöksi. (Schwartz 2023)

Oppikirjojen tarjoamat sanalliset tehtävät voivat vaikuttaa toisinaan oppilaiden mielestä keinotekoisilta ja epärealistisilta. Ne voivat usein vaikuttaa reaali maailmasta irrallisilta. Tällöin tehtävistä voi tulla vaikutus, että niitä ei kannattaisi pohtia sen syvällisemmin, koska ne eivät ole helposti yhdistettävissä tosielämän tilanteisiin. Tämä vahvistaa oppilaiden käsitystä siitä, että sanalliset tehtävät ovat enemmänkin mekaanista laskemista kuin todellisten ongelmien ratkaisemista. (Marks 1994)

Oppilaiden suurin este sanallisten tehtävien ratkaisemisessa, silloin kun konteksti liittyy tosielämään eikä vain numeroihin, on ongelmien ymmärtäminen ja matemaattisten mallien muodostaminen. Havaintoihin vaikuttavia tekijöitä voi olla esimerkiksi se, että tehtävien kontekstit ovat moninaisia ja lähempänä todellista elämää. Tehtävien rakenne on tällöin monimutkainen ja siksi tarina voi olla vaikea suoraan kääntää matemaattiseksi malliksi. Tästä syystä oppilaat kohtaavat esteitä ongelmien ymmärtämisessä ja matemaattisten mallien muodostamisessa. (Jupri ja Drijvers 2016)

Oppilaan kohdatessa vaikeuksia sanallisten tehtävien kanssa, ongelma ei useinkaan johdu itse laskutoimituksen suorittamisesta, vaan kaikista niistä vaiheista ja kognitiivisista prosesseista, joita heidän täytyy käydä läpi ennen kuin he edes pääsevät laskemaan varsinaista ratkaisua. Oppilaiden on ensin ymmärrettävä tehtävän sanallinen muotoilu, tunnistettava olennaiset tiedot ja eroteltava ne epäolennaisista yksityiskohdista. Lisäksi heidän on hahmotettava, miten eri luvut ja annetut tiedot

liittyvät toisiinsa ja mikä matemaattinen operaatio tilanteeseen sopii. Kaikki nämä vaiheet vaativat kykyä tulkita tekstiä, muodostaa mielikuva tilanteesta ja soveltaa aiempaa matemaattista tietämystään. Vasta tämän monivaiheisen ajatteluprosessin jälkeen he voivat edetä varsinaiseen laskutoimitukseen, mikä voi olla haastavaa, jos alkuvaiheen ymmärtäminen on puutteellista. (Schwartz 2023)

5.1.3 Tehtävänannon hahmottaminen

Matematiikan sanallisissa tehtävissä oppilaan on itse ymmärrettävä, mitä häneltä tehtävässä kysytään ja kuinka tehtävä kuuluu ratkaista. Perinteisissä aritmeettisissa laskutehtävissä oppilasta ohjataan hyvin voimakkaasti siihen, mitä hänen tulee tehdä ja laskulausekkeet ovatkin usein valmiiksi annettuina. Näissä tehtävissä pyritään toistamaan samoja ratkaisumekanismeja eikä välttämättä pyritä keskittymään tehtävän ymmärtämiseen vaan enemmänkin suorittamiseen. Sanalliset tehtävät puolestaan vaativat oppilaalta vastauksen selittämistä ja ymmärrästyistä siitä, onko saatu tulos oikeanlainen. Tämä lisää tehtävien haasteellisuutta ja oppilaat voivat kokea ymmärtämisprosessin hyvin haastavana. (Joutsenlahti ja Kulju 2015)

Hahmotettuaan tehtävänannon tärkeät sanat, oppilaan on yhdistettävä ne kokonaiseksi ajatukseksi ja ymmärrettävä mistä tehtävässä on kyse. Eli käytännössä oppilaan tulee ymmärtää mitä tehtävässä kysytään ja mitä on tarkoitus ratkaista. Sanallisissa tehtävissä yksittäiset lauseet sisältävät paljon käsitteitä. Kirjoitustyyli on yleensä ytimekäs, tiivis ja tarkka. Ne eivät yleensä sisällä toistoa, jota esiintyy monissa muissa oppilaiden lukemissa teksteissä. Yhdenkin sanan väärin ymmärtäminen voi tehdä ongelman ratkaisemisesta mahdotonta, koska tällöin sisältö voi muuttua ja oppilas ymmärtää väärin tehtävänannon. (Dunlap 1980)

Ongelmanratkaisussa on todettu, että sanallisten tehtävien kielelliset piirteet vaikuttavat koettuun vaikeustasoon. Erityisesti ilmaisut, joiden merkitys muuttuu tekstin sisällä aiheuttavat ongelmia. Sama ilmaus viittaa tällöin eri määriin saman tekstin sisällä. Aritmeettisessä ja algebrallisessa kielessä jokaisella symbolilla on oltava ainutlaatuinen viittauskohde. Jos esimerkiksi kirjain edustaa jonkun nykyistä ikää, sitä ei voida käyttää edustamaan samaa henkilön ikää kymmenen vuoden kuluttua; on käytettävä joko eri kirjainta tai lisättävä siihen luku kymmenen. Koska jokainen lause käsitellään erikseen, lukijat eivät välttämättä huomioi, että henkilön ikä toisessa lauseessa oli jo käsitelty, mutta eri merkityksessä ensimmäisessä lauseessa. Tämän seurauksena he saattavat käyttää samaa kirjainta edustamaan sitä, mikä johtaa virheeseen moninkertaisten viittausten vuoksi. (Soneira et al. 2023)

Oppilaiden on osattava yhdistää tekstissä kerrotut tiedot matemaattisiin käsitteisiin ja kaavoihin, mikä vaatii sekä kielellistä että matemaattista ymmärrystä. Usein ongelmana on myös se, että opiskelijat keskittyvät liikaa yksittäisiin numeroihin ja suorittavat virheellisiä laskutoimituksia, koska he eivät ymmärrä koko tarinan taustalla olevaa matemaattista mallia. Opiskelijat joutuvat ensin selvittämään, mitkä osat tekstistä ovat olennaisia laskutoimituksen kannalta ja mitkä eivät. Lisäksi matemaattisten termien, kuten "yhteensä" tai "jäljellä", merkitykset voivat vaihdella kontekstin mukaan, mikä lisää tulkinnan haastavuutta. (Soneira et al. 2023)

Tekstiperustan ja tilannemallin välinen yhteys on osa oppilaiden yleistä kykyä ymmärtää lukemaansa. Tämä tarkoittaa, että oppilaat voivat hahmottaa ja rakentaa käsityksen tekstistä, jonka he lukevat, ja liittää sen kontekstiin tai tilanteeseen,

jota teksti kuvaa. Tilannemallin ja ongelmamallin välinen yhteys on kuitenkin eriytyinen algebran sanallisille tehtäville. Toisin sanoen, algebran sanallisten tehtävien ratkaisemisessa oppilaiden täytyy pystyä muuntamaan tekstissä kuvattu tilanne matemaattiseksi ongelmaksi. Tämä vaatii erilaista ajattelutapaa ja taitoa kuin pelkkä tekstin ymmärtäminen, koska heidän täytyy tulkita sanallinen ongelma, poimia siitä oleelliset tiedot, ja muodostaa näiden tietojen pohjalta matemaattinen malli, jota voidaan käsitellä algebran avulla. (VanLehn et al. 2020)

Soneiran ja muut (2023) havaitsivat tutkimuksessaan, että opiskelijat tekevät enemmän virheitä, kun tehtävän tekstissä on muuttuvia merkityksiä omaavia ilmauksia. Tällöin useimmiten ei osata poimia tehtävän kannalta olennaisia tietoja, tai osa tarvittavista tiedoista jää uupumaan ja jäävät muun tekstin sekaan. (Soneira et al. 2023)

5.2 Vastauksen luominen

Tässä luvussa esitellään vastauksen muodostamiseen liittyviä haasteita, joita ilmenee ongelmanratkaisutaitojen sekä muiden matemaattisten taitojen osalta. Ongelmanratkaisu on yksi tärkeimmistä taidoista, jotka opiskelijoiden tulisi oppia, sillä sitä sovelletaan heidän urakehityksessään ja tulevaisuudessaan. Monet oppilat kuitenkin kohtaavat vaikeuksia tehtävissä, joihin liittyy ongelmanratkaisukysymykset.

Usein sanallisten tehtävien matemaattinen laskutoimitus ei ole vaikea, vaan ongelmallisuus piilee siinä, että osataan suorittaa halutut vaiheet. (Schwartz 2023) Jotta oppilas saa luotua vastauksen, tulee hänen ongelman ymmärtämisen lisäksi osata ratkaista se ja ymmärtää, miten ratkaisu vastaa tehtävänannossa annettuun kysymykseen.

5.2.1 Ongelmanratkaisutaidot

Havaitut pääasialliset vaikeudet liittyvät ratkaisuprosesseihin ja vähäisemmässä määrin ratkaisujen tarkistamiseen. Nämä havainnot viittaavat siihen, että suurin este liittyy vertikaaliseen matematisointiin ja erityisesti matemaattisen ongelmanratkaisun ja reflektion alakategorioihin. (Jupri ja Drijvers 2016)

Algebran sanallisten tehtävien kohdalla oppilaille ei anneta selkeää käsitystä ongelman ratkaisemiseen vaaditusta matemaattisesta rakenteesta. Aritmeettisissä tehtävissä on yleensä selvää, vaatiiko tehtävä yhteen-, vähennys-, kerto- tai jakolaskua tai jonkinlaista niiden yhdistelmää. Tämä auttaa oppilaita rajaamaan mahdolliset ratkaisuvaihtoehdot. Algebralliset sanalliset tehtävät puolestaan edellyttävät, että oppilaat muuntavat tekstin algebrallisiksi symboleiksi. Oppilaan täytyy tekstin pohjalta osata päätellä, mitä lasku menetelmiä sekä millaisia muuttujia hänen tulee käyttää ratkaisussaan. Tämä lisää merkittävästi tehtävien haastavuutta ja vaikeuttaa oppilaiden etenemistä niiden ratkaisemisessa. (Darozzy et al. 2015)

Jos oppilas ei itse yritä saada ratkaisua tai pyri kehittämään ratkaisustrategiaa sanallisiin tehtäviin, hänen lukutaitonsa on heikko ja se ei kehity. Tällöin oppilas suhtautuu ongelmiin passiivisesti. Sen sijaan opiskelijat, jotka ottavat aktiivisen roolin ongelmanratkaisussa, osaavat todennäköisesti paremmin käyttää matemaattisia taitojaan ja ratkaista ongelmia tehokkaammin (Tai ja Lin 2015)

Jotta oppilaiden ongelmanratkaisutaitoja voidaan kehittää tehokkaasti, heille tulisi antaa sanallisia tehtäviä, jotka ovat heille uusia ja joiden ratkaisuvaiheet ja algoritmit heidän on itse löydettävä. (Ciobannu 2015)

5.2.2 Erilaisten taitojen hallitseminen

Tutkimus osoitti, että relaatiotehtävien harjoittelu tuo hyötyä verrattuna pelkän algebran harjoitteluun. Aritmetiikalla sekä relaatiotehtävillä on selkeä yhteys algebran osaamiseen. Tämä viittaa siihen, että algebran ja aritmeettisten sanallisten tehtävien yhteiset elementit, kuten laskutoimitukset eri lukujärjestelmillä, eivät yksin riitä takaamaan menestystä algebrassa. Kyky ymmärtää ja ratkaista matemaattisia relaatiotehtäviä on yhtä tärkeä menestyksen kannalta. (Lee et al. 2018)

Sekä tekstin ymmärtäminen että aritmeettiset taidot vaikuttavat siihen, miten hyvin opiskelijat ratkaisevat sanallisia tehtäviä. Opiskelijat, joilla oli paremmat tekstinymmärtämistäidot, suoriutuivat yleensä paremmin myös sanallisista tehtävistä. Yhteys oli hieman vahvempi vaikeissa tehtävissä, mikä viittaa siihen, että tekstinymmärtämistäidot ovat tärkeitä varsinkin monimutkaisemmissa tehtävissä. Myös opiskelijat, joilla oli paremmat aritmeettiset taidot, suoriutuivat paremmin myös sanallisista tehtävistä. Molemmissa korrelaatioissa yhteys oli hieman vahvempi vaikeissa tehtävissä, mikä tarkoittaa, että vahvat matemaattiset perustaidot sekä luetun ymmärtämisen taidot auttavat erityisesti haastavammissa sanallisissa tehtävissä. Aritmeettiset taidot ovat tutkimuksen mukaan hieman tärkeämpiä kuin tekstin ymmärtäminen, koska niiden korrelaatiokertoimet olivat korkeampia. Vaikeammissa tehtävissä molempien taitojen merkitys kasvaa, eli menestyminen vaikeissa sanallisissa tehtävissä vaatii sekä hyvää lukutaitoa että vahvoja laskutaitoja. (Pongsakdi et al. 2020)

Powell ja Fuchs (2014) havaitsivat tutkimuksessaan, että sanallisten ongelmien ratkaisemistäidot vaikuttavat algebralliseen päättelyyn huomattavasti enemmän kuin pelkkä laskutaito. Tulokset osoittivat, että laskutoimituksissa vaikeuksia kokevat oppilaat sekä oppilaat, joilla ei ollut vaikeuksia, suoriutuivat merkitsevästi paremmin kuin oppilaat, joilla oli vaikeuksia sanallisissa ongelmissa joko yksinään tai yhdessä laskutoimitusten vaikeuksien kanssa. Oppilaat, joilla oli vaikeuksia, ratkaisivat vähemmän algebrallisen päättelyn tehtäviä oikein kuin oppilaat, joilla ei ollut vaikeuksia sanallisissa ongelmissa. Sen sijaan algebrallisen päättelyn yhteyttä laskutoimitusten vaikeuksiin ei havaittu. Tämä havainto oli johdonmukainen sekä yhtälö- että funktiotehtävissä. Tulokset siis viittaavat siihen, että sanalliset ongelmat ja algebrallinen päättelykyky ovat yhteydessä toisiinsa. (Powell ja Funchs 2014)

5.3 Suhtautuminen sanallisiin tehtäviin

Opiskelijoiden menestys sanallisissa tehtävissä voi riippua heidän sinnikkyydestään ja asenteistaan tehtävää kohtaan. Korkeamman taitotason opiskelijat suhtautuvat yleensä sanallisiin tehtäviin myönteisemmin ja heillä on parempi suhtautuminen ongelmanratkaisuun. Heikomman taitotason opiskelijat kokevat usein sanalliset tehtävät negatiivisina ja saattavat kokea ne vaikeammiksi. Myös opettajan ja vanhempien asenteet voivat vaikuttaa opiskelijoiden käsityksiin matematiikasta ja sanallisista tehtävistä. Esimerkiksi monet vanhemmat saattavat kokea matematiikan pelottavaksi ja siirtävät tämän käsityksen omille lapsilleen. (Schwanebeck 2008)

On tärkeää, että oppilailla on tarvittavat taidot menestyä sanallisten tehtävien ratkaisemisessa, mutta vielä tärkeämpää on, että he itse uskovat pystyvänsä ratkaisemaan tehtävän. Heidän on luotettava omiin kykyihinsä ja koettava sanalliset tehtävät positiivisina. (Schwanebeck 2008) Tällöin oppilailla on myös motivaatiota ja minäpystyvyyden tunnetta ratkaista sanallisia tehtäviä, vaikka ne tuntuisivat vaikeilta.

Oppilailla voi olla myös pelkoa ja traumoja sanallisiin tehtäviin liittyen. Mikäli he ovat sanallisia tehtäviä tehdessään joutuneet epämukaviin tilanteisiin, niiden tekemistä saatetaan alkaa välttelemään. Myös luokan yleinen ilmapiiri voi vaikuttaa yksittäisten oppilaiden asenteisiin, joko myönteisesti tai kielteisesti. (Vaughn 2023)

6 Ratkaisuja

Sanalliset tehtävät ovat olennainen osa matematiikan opetusta ja ne saattavat aiheuttaa haasteita monille opiskelijoille. Näiden tehtävien onnistunut ratkaiseminen edellyttää paitsi matemaattisten taitojen myös lukemisen ymmärtämisen ja ongelmanratkaisustrategioiden hallintaa. Opettajien on tärkeää tunnistaa oppilaiden kokemat vaikeudet ja kehittää tehokkaita keinoja, joilla he pystyvät tukemaan opiskelijoiden kykyä käsitellä sanallisia tehtäviä. Tässä luvussa esitellään erilaisia strategioita ja lähestymistapoja, joiden avulla opettajat voivat auttaa opiskelijoita kohtaamaan sanallisten tehtävien tuomia haasteita ja parantamaan heidän itseluottamustaan sekä suorituskyykyään matematiikan oppimisessa. Tarkoitus on esitellä sanallisten tehtävien kannalta olennaisia asioita, joihin opettajan on tärkeää kiinnittää huomiota opetuksessa.

6.1 Matematiikan kielen opettaminen

Matematiikan sanallisia tehtäviä käsitellessä opettajien tulisi ymmärtää sanalliset tehtävät paitsi osana matemaattista operointia, myös kielellisenä objektina, jota tulisi käsitellä muista näkökulmista kuin pelkästään matemaattisten operaatioiden kannalta. Tätä ajatusta taustalla käyttämällä, opettajat voivat kehittää omia tapoja auttaa opiskelijoitaan kohtaamaan kielellisiä vaikeuksia esimerkiksi varaamalla enemmän aikaa auttaakseen opiskelijoita harjoittamaan lukemis- ja merkityksenmuodostustaitojaan. Tämä käytäntö on osoittautunut erittäin hyödylliseksi.

(Fatmanissa ja Kusnandi 2017)

Matematiikan sanaston opettaminen on opetusmenetelmä, jonka tarkoituksena on vahvistaa oppilaiden ymmärrystä matematiikassa käytettävistä termeistä ja niiden merkityksestä. Matematiikan tehtävissä käytettävä kieli voi usein olla monimutkaista tai täynnä erityisiä käsitteitä, joita oppilaiden voi olla vaikea ymmärtää ilman riittävää sanaston hallintaa. Opettamalla oppilaille näitä termejä ja niiden käyttöä voidaan vähentää kielellisiä esteitä, jotka voivat vaikeuttaa tehtävien ratkaisemista. (Schwartz 2023)

Matematiikan sanaston opetus auttaa oppilaita parantamaan sanallisten ongelmien ratkaisua. Näissä sanasto-opetuksissa voidaan käyttää upotettua sanastoa, mikä tarkoittaa, että uudet tai tärkeät sanat opetetaan osana muuta opetusta, ei erillisinä sanalistoina. Tässä tapauksessa sanasto-opetukset on integroitu kaavio-opetukseen, ja ne voivat keskittyä sanoihin, joilla on erityinen merkitys matematiikan kontekstissa. Esimerkiksi oppilaille voidaan opettaa eroa fraasien "enemmän kuin" ja "sitten oli enemmän" välillä, mikä auttaa heitä ymmärtämään ja ratkaisemaan sanallisia tehtäviä tarkemmin ja tehokkaammin. (Schwartz 2023)

On myös hyödyllistä, että opettaja opettaisi oppilaita tunnistamaan yleisimmin käytetyt etuliitteet, joita käytetään matematiikassa. Tällaisia ovat esimerkiksi suurempi kuin, enemmän ja yhtä paljon. Teknisiä sanoja ovat esimerkiksi summa ja erotus sekä tulo. Altistuminen erilaisille liitteille ja sanoille auttaa oppilasta tunnistamaan niiden merkityksen eri tilanteissa ja erilaisissa tehtävänannoissa. Mikäli oppilailla ilmenee vaikeuksia sanallisen tehtävän tarinan ymmärtämisessä tai purkamisessa pienempiin osiin, opettajan olisi hyvä tarjota tukiopetusta ja säännöllistä

harjoittelua niiden opetteluun. (Dunlap 1980) Tämä vaatii kuitenkin aikaa ja resursseja, joita ei ole ylimäärin käytettävissä kouluissa.

Opettajat voivat kehittää omia menetelmiä auttaakseen oppilaitaan kohtaamaan kielellisiä haasteita, joita sanalliset tehtävät sisältävät. Opettajat voivat esimerkiksi varata enemmän aikaa ja resursseja tehtävien purkamiseen sekä keskittyä tukemaan oppilaiden lukemiseen ja tekstin merkityksen muodostamiseen liittyviä taitoja. Tämä tarkoittaa sitä, että opettajat esimerkiksi tarjoavaisivat ohjattuja harjoituksia tekstin analysointiin, auttavat oppilaita pilkkomaan tehtävät osiin tai korostavat avainsanoja ja -lauseita, jotka antavat vihjeitä siitä, mitä tietoja tarvitaan ongelman ratkaisemiseksi. (Fatmanissa ja Kusnandi 2017)

Oppilaat saattavat tarvita konkreettista käännošharjoitusta, jossa he kirjoittavat matemaattiset symbolit sanallisten symbolien alle. Näin oppilaalla on tarvittavat taidot muodostaa matemaattista materiaalia hyödyntäen yksinkertaisia yhtälöitä, joiden avulla hän voi ratkaista tehtävän. Jotta tämä käännoš sanallisista symboleista matemaattisiksi symboleiksi tapahtuisi sujuvasti, opettajan on tarjottava harjoitus-tehtäviä ja aloitettava oppilaita, jotta he pääsevät etenemään ratkaisuprosessissa. (Dunlap 1980)

Tällainen lähestymistapa ei ole pelkästään hyödyllinen oppilaille, jotka kamppailevat kielellisten vaikeuksien kanssa, vaan myös laajemmin kaikille oppilaille. Kun aikaa ja vaivaa käytetään oppilaiden lukemis- ja merkityksenmuodostustaitojen kehittämiseen, heidän kykynsä ymmärtää monimutkaisempia tehtäviä paranee. Tämä puolestaan vahvistaa heidän ongelmanratkaisutaitojaan sekä matemaattisella että muillakin osa-alueilla. Opettajan tietoisuus sanallisten tehtävien kielellisistä haasteista ja siihen liittyvistä tukitoimista voi merkittävästi parantaa oppilaiden oppimiskokemusta ja auttaa heitä saavuttamaan parempia tuloksia. (Fatmanissa ja Kusnandi 2017) Opetus on tehokkaampaa, kun ollaan tietoisia olemassa olevista ongelmiasta ja niihin puututaan ajoissa. Myös ennakoiminen omassa opetuksessa on hyödyllistä.

Suullinen kielentäminen eli keskustelu luokkahuoneessa on keskeinen osa matemaattista työskentelyä, sillä se tukee oppilaan ajattelun jäsentämistä ja matemaattisten käsitteiden syvällisempää ymmärtämistä. Se tarkoittaa tehtävien ratkaisujen selittämistä ja käsitteiden merkitysten avaamista, jossa opiskelijat yhdistävät matemaattista symbolikieltä ja luonnollista kieltä keskustellessaan. Opiskelija, joka valmistelelee ja esittää ratkaisunsa muille, joutuu miettimään omaa ajatteluaan, muotoilemaan sen ymmärrettävästi ja liittämään abstrakteja käsitteitä konkreettisiin ilmiöihin. Tämä prosessi kehittää opiskelijan matemaattista ajattelua ja auttaa häntä omaksumaan käsitteet paremmin. (Joutsenlahti ja Tossavainen 2018)

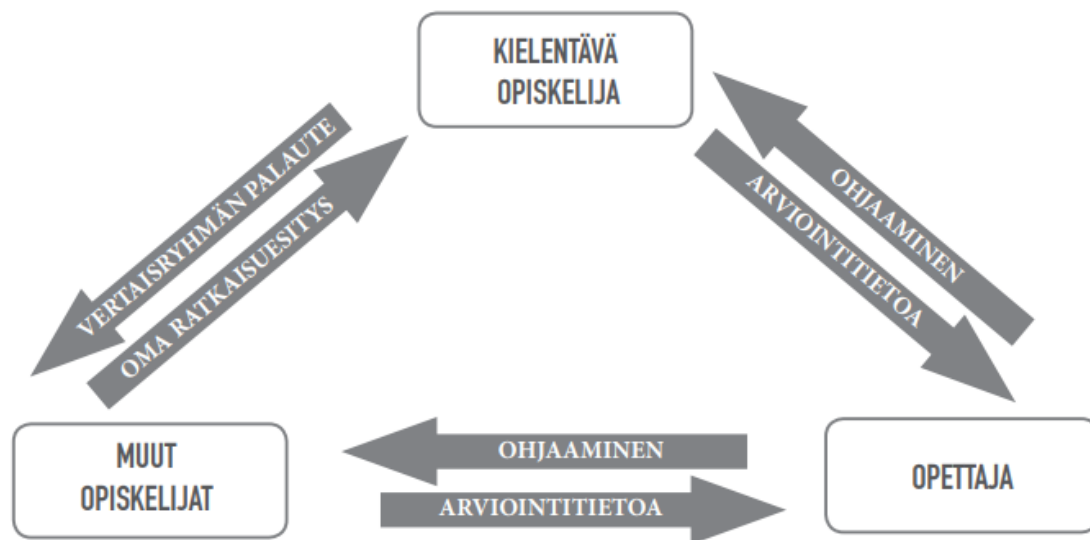
Ryhmässä toisen opiskelijan suullinen esitys voi avata uusia näkökulmia muille oppilaille. Jos oppilaat ovat ratkaisseet ongelman eri tavalla, he voivat nähdä toistensa lähestymistavat ja laajentaa omaa ymmärrystään matematiikan ongelmanratkaisusta. Tämä ei ainoastaan syvennä ymmärrystä, vaan myös edistää keskustelua ja argumentointia, jolloin esittäjä voi perustella ratkaisunsa tarkemmin ja oikeellisesti. Tällainen keskustelu kehittää opiskelijoiden argumentointitaitoja, mikä on erityisen tärkeää matematiikassa, jossa tarkkuus ja looginen päättely ovat keskeisessä roolissa. Yhteinen reflektointi ja keskustelu tehtävistä vahvistavat matematiikan oppimisprosessia ja auttavat oppilaita kehittymään itsenäisemmiksi ajattelijoiksi. (Joutsenlahti ja Tossavainen 2018)

Sanallisten tehtävien ratkaiseminen pareittain tai ryhmissä luo oppimisympäristön, jossa oppilaat ovat syventyneitä tehtäviinsä ja aktiivisesti mukana. Tämä vähentää oppilaiden opettajalle esittämiä kysymyksiä ja mahdollistaa opettajalle enemmän aikaa antaa yksilöllistä vuorovaikutusta oppilaiden kanssa. Tällöin opettajalle jää siis enemmän aikaa haasteiden tunnistamiseen ja avun antamiseen, sitä tarvitseville. (Schwanebeck 2008)

Sanallisen kerronnan taito muistuttaa tiivistämistä, jossa tarinan pääkohdat esitetään ja epäolennaiset yksityiskohdat jätetään pois. Kertomisessa kuitenkin pyritään esittämään koko tarina mahdollisimman yksityiskohtaisesti. Koska matematiikan sanalliset tehtävät ovat lyhyitä ja yksityiskohtien huomioiminen on tärkeää, suositellaan, että oppilaat ohjataan kertomaan tehtävän konteksti omin sanoin toiselle oppilaalle, sen sijaan että heitä pyydetäisiin esittämään tiivistelmä tehtävästä. Lisäksi ehdotetaan, että sanallinen tehtävä esiteltäisiin aluksi ilman numeroita ja ilman varsinaista kysymystä. Tällä tavoin voidaan keskittyä tilanteen ymmärtämiseen, ja oppilaita voidaan ohjata kertomaan tilanne toiselle ennen numeroiden ja kysymyksen lisäämistä. Kun oppilaat oppivat ymmärtämään sanallisia tehtäviä, kertomisen ohjaamisesta voidaan luopua ja palata siihen tarvittaessa. (Gallagher et al. 2021)

Opettajalle opiskelijan oma kerronta tarjoaa arvokasta tietoa hänen käsitteellisestä ymmärryksestään. Opettaja pystyy arvioimaan nopeasti, onko opiskelija sisäistänyt peruskäsitteet oikein ja osaako hän soveltaa niitä käytännössä. Pelkkä symbolikielen käyttö ei anna yhtä luotettavaa tietoa opiskelijan ymmärryksestä kuin se, että opiskelija pystyy yhdistämään luonnollista kieltä ja matematiikan käsitteitä omilla sanoillaan. Tällainen jatkuva arviointi tukee opettajan opetuksen suunnittelua sekä lyhyellä että pitkällä aikavälillä, mukaan lukien tuntisuunnittelu ja opetusjaksojen rakenne. Myös tukitoimet, kuten tukiopetus, voivat perustua näihin havaintoihin. (Joutsenlahti ja Tossavainen 2018)

Oppilaan kykyä muotoilla tehtävään liittyvät kysymykset voidaan arvioida ja vahvistaa siten, että opettaja tai oppilas lukee useita sanallisia tehtäviä ääneen. Kuuntelijoilta ei pyydetä ratkaisemaan tehtäviä, vaan ainoastaan määrittelemään selkeästi, mitä kysymyksiä niissä esitetään. (Dunlap 1980) Tällä tavoin saadaan oppilaita myös pohtimaan ryhmässä eri tulkintoja ja näkemyksiä tehtävänannosta. Oppilaat pääsevät samalla myös harjoittelemaan matematiikan kielentämistä suullisesti, mikä on tärkeä osa kielentämisprosessia. Luokassa tapahtuvaa suullista kielentämistä havainnollistetaan kuvassa 3.



Kuva 3: Luokkahuonekeskustelua havainnollistava kuva (Joutsenlahti ja Tossavainen 2018)

6.2 Erilaiset opetustavat

Seuraavaksi tarkastellaan erilaisia strategioita sanallisten tehtävien ratkaisemiseksi ja näiden strategioiden vaikutusta oppilaiden suoriutumiseen. Strategioita on monia ja jokainen opettaja käyttää itse parhaaksi kokemiansa tapoja. Erilaisia lähestymistapoja voi myös yhdistellä ja onkin hyvä olla erilaisia keinoja, sillä oppilaat oppivat eri tavalla.

Opiskelijoille opetetaan yleensä strategioita yksitellen, mikä voi auttaa heitä valitsemaan oikean strategian, sillä strategioiden sekoittaminen voi aiheuttaa sekaannusta, erityisesti jos tehtävän tai strategian ymmärrys on puutteellista. Korkeammalla taitotasolla olevat opiskelijat käyttävät enemmän ja monimutkaisempia strategioita ja ovat sitkeämpiä vaikeiden tehtävien ratkaisemisessa kuin heikommalla tasolla olevat. Lisäksi monitulkintaiset tehtävät, joissa tarkkoja laskelmia on sovellettava tehtävän kontekstiin, ovat erityisen haastavia ja voivat turhauttaa opiskelijoita. Menestykseen sanallisissa tehtävissä vaikuttavat monet tekijät, kuten tehtävän vaikeus, käytetyt strategiat, tehtävän sanamuoto ja opiskelijan kyky tulkita tehtävää oikein. Opettajien on huomioitava nämä muuttujat opettaessaan sanallisia tehtäviä, jotta oppilaat voivat menestyä niiden ratkaisemisessa. (Schwanebeck 2008)

Rakenteen ja haasteen tasapainottaminen on keskeinen tekijä oppimisessa ja ongelmanratkaisussa. Opettajan on tärkeää tarjota oppilaille mahdollisuus kohdata erilaisia ja monipuolisia tehtävärakenteita, sillä tämä auttaa heitä laajentamaan ajatteluaan ja ymmärrystään. Samalla heille tulisi opettaa taitoja, joiden avulla he voivat soveltaa oppimaansa joustavasti uusiin ja ennestään tuntemattomiin tilanteisiin. Tämä siirtovaikutuksen oppiminen vahvistaa heidän valmiuksiaan käsitellä monimutkaisia ongelmia. Kun oppilaat tottuvat työskentelemään vaihtelevien tehtävätyyppien parissa ja kehittävät kykyään löytää yhteyksiä eri asiayhteyksis-

sä, heidän itseluottamuksensa ja kykynsä ratkaista haastavia ongelmia paranevat merkittävästi. (Schwartz 2023)

6.2.1 Hyökkäysstrategia

Sanallisten tehtävien ratkaisun tueksi opettaja voi antaa oppilaille selkeän hyökkäyssuunnitelman, joka sisältää tietyt vaiheet ongelman ratkaisemiseksi. Hyökkäyssuunnitelma esitetään tyypillisesti muistitekniikan avulla, joka tukee muistamista ja auttaa oppilaita seuraamaan olennaisia askeleita sanallisten tehtävien ratkaisemisessa. Tekniikat perustuvat neljään keskeiseen asiaan, joita opiskelijat harjoittavat sanallisia tehtäviä ratkaistessaan. Nämä ovat ongelman lukeminen ja ymmärtäminen, suunnitelman laatiminen, suunnitelman käyttäminen sekä vastauksen järkevyyden tarkistaminen. (Peltier et al. 2022)

Hyökkäysstrategiat tarjoavat oppilaille yleisiä ohjeita ja toimintamalleja matemaattisten tehtävien ratkaisemiseen. Näiden strategioiden avulla oppilaat voivat lähestyä ongelmia järjestelmällisesti, vaikka tehtävä vaikuttaisi aluksi monimutkaiselta. Hyökkäysstrategiat eivät tarjoa suoraa ratkaisua, mutta ne opettavat oppilaita pilkkomaan ongelman pienempiin osiin, tunnistamaan olennaiset tiedot ja miettimään, millä tavoin ongelma voidaan ratkaista loogisesti. (Schwartz 2023)

PIES-muistisääntö koostuu neljästä eri vaiheesta, jotka on esitelty kuvassa 4. Oppilaat vaikuttivat saavan lisää itsevarmuutta muistisäännön käytön myötä, mikä näkyi heidän pyrkimyksissään ratkaista kaikki annetut kotitehtävät. Aiemmin oppilaat olivat usein jättäneet sanalliset tehtävät tekemättä tai vastasivat niihin ilman, että he esittivät ratkaisuprosessiaan. Tutkimuksessa havaittiin, että muistisäännön käyttö teki siis sanallisten tehtävien lähestymisestä helpompaa oppilaille. (Heather et al. 2012)

Englanninkielinen termi	Suomennos	Sisältö
P - Picture	Kuva	Piirrä yksinkertainen luonnos tehtävän tilanteesta.
I - Information	Informaatio	Ympyröi tehtävän avainsanat ja kirjoita ne kuvan viereen.
E - Equation	Yhtälö	Tee yhtälö, joka vastaa kuvan tietoja.
S - Solve	Ratkaisu	Ratkaise yhtälö ja löydä vastaus ongelmaan.

Kuva 4: PIES-strategian selitys, mukaelma (Heather et al. 2012) kuvasta

Vastaava muistisääntö, josta Popham, Adams ja Hodge (2020) kertoivat artikkelissaan, oli Solve-strategia. Sen tarkoitus on helpottaa oppilaita järjestelemään ja ratkaisemaan matemaattiset ongelmat viidessä eri vaiheessa. Tänä prosessi tarjoaa opettajille hyvän ja tehokkaan tavan opettaa sanallisten tehtävien ratkomista. Myös oppilaille on hyötyä selkeästä strategiasta, tällöin ei tarvitse pohtia, mistä pitäisi aloittaa tai kuinka tehtävän ratkaisussa kuuluisi edetä. (Popham et al. 2020) SOLVE-strategia on esitelty kuvassa 5.

Englanninkielinen termi	Suomennos	Sisältö
S - Solve the problem	Selvitä ongelma	Alleviivaa kysymys ja kirjoita se omin sanoin.
O – Organize the facts	Järjestä faktat	Piirrä pystyviiva jokaisen annetun faktan jälkeen ja poista turhat tiedot. Kirjoita annetut tiedot omin sanoin.
L – Line up a plan	Tee suunnitelma	Kirjoita suunnitelma ilman numeroita.
V – Verify my plan with action	Vahvista suunnitelma toiminnalle	Luo annetuilla numeroilla laskulauseke ja ratkaise se.
E – Examine my results	Tarkastele tuloksia	Vertaa ratkaisua kysymykseen ja pohdi sen järkevyyttä. Tarkista laskut ja kirjoita vastaus kokonaisuina lauseena.

Kuva 5: SOLVE-strategian selitys, mukaelma (Popham et al. 2020) kuvasta

Abidin ja muut (2024) havaitsivat tutkimuksensa perusteella, että oppilaat valitsivat mieluiten strategian, jossa he muistivat ratkaisumekanismien ja ratkaisun etenemisvaiheet. Oppilaat siis haluavat käyttää tuttuja metodeja ja palauttaa mieleensä aikaisemmin käytetyt ratkaisumenetelmät. (Abidin et al. 2024)

On olemassa myös paljon muita erilaisia muistisääntöjä ja suomenkieliset säännöt voivat olla oppilaille helpommin muistettavia. Opettajat voivat itse keksiä vastavia sääntöjä tai solveltaa yllä mainituista helposti suomeksi muistettavia. Tämän vuoksi on hyvä opetella muistisääntöjä sanallisten tehtävien ratkaisu mekanismien opettelemiseen.

6.2.2 Erilaiset lähestymistavat

Erilaisten strategioiden avulla oppilaat voivat kehittää ongelmanratkaisutaitojaan monipuolisemmin ja perusteellisemmin kuin pelkästään avainsanoihin tai pintapuoliseen tehtävän analysointiin perustuen. Oppilaiden valmius kohdata ja ratkaista monimutkaisempia matemaattisia ongelmia vahvistuu merkittävästi, kun he oppivat lähestymään tehtäviä eri näkökulmista ja hyödyntämään erilaisia menetelmiä. (Schwartz 2023)

Sanallisia tehtäviä harjoitellessa ja erilaisia ratkaisunvalmiuksia luodessa on hyvä hyödyntää numerottomia tehtäviä. Numerottomissa tehtävissä keskitytään tehtävän käsitteelliseen ymmärtämiseen ilman, että oppilaiden tarvitsee suorittaa laskutoimituksia. Tällaiset tehtävät auttavat oppilaita keskittymään ongelman rakenteeseen ja siihen, mitä tehtävä heiltä vaatii. Tavoitteena on opettaa oppilaille, miten ongelmaa voidaan lähestyä loogisesti ja käsitteellisesti ennen kuin numerot tai laskut tulevat kuvaan. (Schwartz 2023)

Skeemapohjainen opetus parantaa oppilaiden suoriutumista sanallisissa tehtävissä tehokkaammin kuin perinteiset opetusmenetelmät. Kun oppilailla on vahvoja ja hyvin organisoituja skeemoja, heidän on helpompi hahmottaa uusia ongelmia, soveltaa aiemmin opittuja tietoja ja ratkaista sanallisia tehtäviä systemaattisesti. Opettajien on tärkeää ymmärtää skeemapohjaisen opetuksen merkitys ja sen toimintaperiaatteet, jotta he voivat hyödyntää sitä tehokkaasti opetuksessaan. Tämä tarkoittaa esimerkiksi sitä, että opetuksessa painotetaan oppilaiden aiemman tiedon

aktivointia, uusien käsitteiden liittämistä jo olemassa oleviin tietorakenteisiin sekä erilaisten esimerkkien ja mallien käyttöä oppimisen tukena. Kun oppilaat oppivat rakentamaan ja vahvistamaan omia skeemojaan, heidän ongelmanratkaisukykynsä kehittyy ja he pystyvät soveltamaan oppimaansa monimutkaisemmissa tilanteissa. (Peltier et al. 2022)

Yksi keskeinen skeemaopetuksen painopistealue on mallintaminen, joka tarkoittaa sitä, että opettajat näyttävät ja selittävät ajatteluprosessiaan ongelmanratkaisun aikana. Opettajien tulee käyttää ytimekästä kieltä, jotta oppilaat ymmärtävät varmasti kaiken. Ohjatussa harjoittelussa on olennaista, että opettajat antavat suoraa palautetta oppilaille ja vähentävät suunnitellusti antamaansa tukea, jotta oppilaat voivat onnistuneesti harjoitella tehtävien ratkaisemista myös itsenäisesti. (Peltier et al. 2022)

6.2.3 Visualisointi

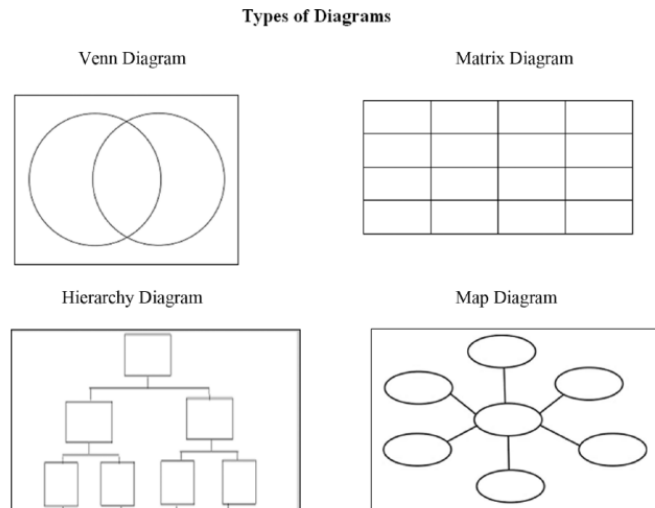
Kuvallisella esityksellä tarkoitetaan piirrosta, joka sisältää sanallisen tehtävän tehtävänannon yksityiskohtia, kuten hahmoja, esineitä tai tapahtumia, jotka kuvaavat tehtävän taustatarinaa. Tämän tyyppinen esitys keskittyy enemmän tarinan kontekstin kuvailuun kuin matemaattisten suhteiden havainnollistamiseen. Vaikka kuvallinen esitys voi auttaa oppilaita ymmärtämään tehtävän kokonaiskuvaa ja tekemään siitä konkreettisemmän, se ei välttämättä painota niitä matemaattisia elementtejä, jotka ovat ratkaisevia tehtävän ratkaisun kannalta. Kaaviollinen esitys puolestaan keskittyy tehtävän matemaattisten suhteiden ja rakenteiden esittämiseen. Se voi sisältää esimerkiksi kaavioita, taulukoita tai muita abstraktimpia visuaalisia esityksiä. Niiden tarkoitus on auttaa oppilaita hahmottamaan, miten eri luvut ja suhteet liittyvät toisiinsa tehtävän ratkaisemiseksi. Tämän tyyppinen esitys on erityisen hyödyllinen, kun halutaan korostaa tehtävän matemaattista ydintä ja ohjata oppilaita ratkaisuprosessissa. (Gallagher et al. 2021)

Monet matematiikan didaktiikan tutkimukset, kokeet ja tieteelliset artikkelit osoittavat, että visuaalisilla esitystavoilla on keskeinen rooli sanallisten tehtävien ratkaisemisessa. Visuaalinen esitys auttaa usein ymmärtämään ongelmaa paremmin. Sen käyttö johtaa parempaan ymmärrykseen ja kehittää erityisesti matemaattista päättelykykyä. (Ciobannu 2015)

Kun oppilaille opetetaan visualisointitaitoa matematiikassa, opettajien tulisi rohkaista heitä ensin kuvittelemaan sanallisen tehtävän tilanne mielessään. Tämä auttaa oppilaita ymmärtämään tarinan taustan ja tehtävänasettelun. Tämän jälkeen oppilaita tulisi kannustaa piirtämään joko kuvallisia tai kaaviollisia esityksiä tilanteesta. Aluksi on hyödyllistä aloittaa kuvallisista esityksistä, sillä ne auttavat oppilaita käsittelemään tehtävän sisältöä visuaalisesti. Kun oppilaat ovat saavuttaneet varmuutta ja ymmärtävät tehtävän kokonaisuutta paremmin, heidän tulisi siirtyä kohti kaaviollisia esityksiä, jotka auttavat heitä keskittymään tehtävän matemaattisiin suhteisiin ja ratkaisemaan sen tehokkaammin. (Gallagher et al. 2021)

Tehokkaat matemaattisen opetuksen osatekijät ovat avainasemassa oppilaiden kehityksen ja suoritusten tukemisessa. Diagrammit voivat auttavat oppilaita ymmärtämään sanallisten tehtävien määrällisten osatekijöiden algebrallisia suhteita tarjoamalla rakenteen tehtävän keskeisille osille. Ne koettiin tutkimuksessa myös avuksi oppimisvaikeuksia omaaville oppilaille. Diagrammien hyödyntämisen tulok-

set algebrallisten sanallisten tehtävien ratkaisemisessa ovat merkittäviä, vaikka oppilailla saattaa aluksi mennä kauan ja he joutuvat tekemään useita yrityksiä tuottaa ja käyttää diagrammeja oikein. Ne auttavat oppimisvaikeuksia omaaviakin oppilaita täyttämään algebran osaamisvaatimukset, jotka ovat tärkeitä koko opiskelu-uran aikana. (Carcoba 2019) Erilaisia diagrammeja on esitelty kuvassa 6.



Kuva 6: Erilaisia diagrammeja, joita voi hyödyntää sanallisten tehtävien ratkaisemisessa. (Carcoba 2019)

6.3 Opettajan suhtautuminen

Luetunymmärtämisen ja ongelmanratkaisun välinen yhteys on todella tärkeä ottaa huomioon sanallisten tehtävien opetuksessa. Matematiikan opetuksessa ei riitä keskittyä pelkästään laskemiseen tai matemaattisten menetelmien soveltamiseen, vaan opettajien tulisi tietoisesti sisällyttää opetukseen elementtejä, jotka kehittävät oppilaiden luetunymmärtämistä. Tämä korostuu erityisesti sanallisten tehtävien yhteydessä, joissa oppilaan tulee ensin tulkita ongelma tekstimuodossa ja ymmärtää sen eri osatekijät ennen varsinaiseen laskemiseen siirtymistä. (Garcia ja Chuang 2024)

Opetuksessa tulisi siis kiinnittää huomiota sekä ongelmanratkaisun matemaattiseen että kielelliseen puoleen tasavertaisesti, sillä molemmat osatekijät vaikuttavat oppilaan kykyyn ratkaista sanallisia tehtäviä kokonaisvaltaisesti. Oppilaita tulisi opettaa käyttämään oikeita matemaattisia laskutoimituksia sekä analysoimaan tekstimuotoisia ongelmia ja ymmärtämään niiden sisältöä. Jotta oppilaat voivat kehittää ongelmanratkaisutaitojaan täysin, heidän tulee pystyä ymmärtämään matemaattisia sanallisia tehtäviä riittävän hyvin. Tämä ymmärrys mahdollistaa sen, että he kykenevät tunnistamaan annetuista tiedoista keskeiset osat, tekemään yhteyksiä niiden välillä ja siten vastaamaan kysymykseen oikein. (Garcia ja Chuang 2024)

Ongelmanratkaisutyöliien tunnistaminen opetuksen räätälöimiseksi on nyt tärkeämpää kuin koskaan, sillä opettajilta odotetaan yhä enemmän oppilaiden matemaattisen suoriutumisen parantamista. Jos opetus voi auttaa opiskelijoita omak-

sumaan tehokkaan ongelmanratkaisusuuntautuneisuuden, he voivat saavuttaa korkeampia suoritustasoja ja kehittää myönteisemmän asenteen oppimiseen myös vaikeiden aiheiden kohdalla. (Tai ja Lin 2015)

Tämän vuoksi tutkimus suosittelee, että opettajat rohkaisevat resurssiriippuvaisia oppijoita osallistumaan aktiivisemmin ongelmanratkaisutoimintoihin ja hyödyntämään käytettävissä olevia resursseja, mutta ennen kaikkea heidän tulisi kannustaa näitä opiskelijoita yrittämään ratkaista ongelmia itsenäisesti. (Tai ja Lin 2015)

Matematiikan opettajien tulisi puuttua mies- ja naisoppilaiden minäpystyvyyden väliseen eroon. Heidän tulee opettaa paitsi sisältöä myös kehittää oppilaiden minäpystyvyyttä. Matematiikka on sekä miehille että naisille tarkoitettu aine, ja siksi opettajien tulisi tukea oppilaiden minäpystyvyyttä, erityisesti tyttöjen kohdalla, koska tutkimukset ovat osoittaneet, että heillä on heikompi matemaattinen minäpystyvyys kuin poikaoppilailla. (Garcia ja Chuang 2024)

Kannustamisen ja motivoinnin lisäksi opettaja voi myös aiheuttaa negatiivisen ilmapiirin luokkahuoneessa. Opettaja voi aiheuttaa omalla asenteellaan ja käytöksellään oppilaalle matematiikka trauman. Trauma voi aiheuta esimerkiksi tilanteissa, joissa opettaja nöyryyttää oppilasta tämän vastatessa väärin tai vähätellee oppilasta ja tämän matemaattisia taitoja. Matematiikka trauma aktivoituu aina tilanteissa, joissa kohdataan matematiikan ongelman ja voi vaikuttaa oppilaan loppuelämään. (Vaughn 2023)

Tämän vuoksi on tärkeää, että opettaja ymmärtää oman asemansa ja sanojensa sekä käytöksenä merkitykset ja seuraukset. Huolimaton lipsahdus tai selkeä turhautuminen voi aiheuttaa suurta vahinkoa oppilaalle. Mikäli oppilas kokee nöyryytystä opetellessaan ratkaisemaan sanallisia tehtäviä, niistä voi tulla jo ajatuksen tasolla hyvin pelottavia ja mahdottomia tehdä.

Opettajien tulee myös itse uskoa sanallisten tehtävien merkitykseen ja sitoutua käyttämään niihin riittävästi aikaa ja resursseja. Opettajien tulee myös olla tietoisia sellaisista pedagogisista lähestymistavoista, jotka edistävät yleisesti oppimista. Sanallisten tehtävien käyttö edistää yleisesti matematiikan oppimista. Siksi opettajien on tärkeä sitoutua niiden käyttöön ja ymmärtää niiden merkitys myös matematiikan soveltamisen näkökulmasta. (Khoshaim 2020)

Tulosten perusteella opettajien tulisi ennen sanallisten tehtävien käyttöönottoa varmistaa, että opiskelijoilla on tarvittavat taidot niiden ratkaisemiseen. Lisäksi tutkimus suosittelee, että tehtävät olisivat merkityksellisiä, käytännönläheisiä ja helpposti ymmärrettäviä sekä liittyisivät opiskelijoiden elämään ja mielenkiinnon kohteisiin. Tämä puolestaan voi edistää myönteistä suhtautumista sanallisiin tehtäviin. (Khoshaim 2020)

6.4 Ongelmanratkaisutaitojen lisääminen

Opettajien on tärkeää pohtia, kuinka he valitsevat erilaisia tehtävätyyppejä opetuksensa. Usein ajatellaan, että matematiikan oppimisen kannalta korkeaa kognitiivista vaatimustasoa edellyttävät tehtävät ovat hyödyllisimpiä kuin matalamman kognitiivisen vaatimustason tehtävät. Kognitiivinen vaatimustaso tarkoittaa sitä, kuinka paljon henkistä ponnistelua, kuten muistamista, päättelyä ja ongelmanratkaisua, jokin tehtävä vaatii. Pahimmissa tapauksissa matalamman vaatimustason tehtäviä

saatetaan jopa välttää opetuksessa. Tutkimus osoitti, että menettelylliset tehtävät, voivat auttaa oppilaita uskomaan, että heidän onnistumisensa on heidän omissa käsissään. Menetellyllisillä tehtävillä tarkoitetaan tehtäviä, jotka ovat ennalta määrättyihin vaiheisiin, sääntöihin tai ohjeisiin perustuvia ja ne suoritetaan tietyssä järjestyksessä. Tämä voi edistää parempia oppimiskäyttäytymisiä ja korkeampaa matemaattista lukutaitoa, kun niitä käytetään tukemaan muiden matematiikan tehtävyyppien ja tasojen oppimista. Näin oppilaat voivat osallistua erilaisiin matemaattisiin ajatteluprosesseihin ja kokea, että he voivat menestyä matematiikan oppimisessa omalla työllään. (Hwang ja Ham 2021)

Sanallisten tehtävien opettaminen vaatii opettajalta ymmärrystä erilaisista tehtävärakenteista ja niiden vaikutuksesta oppilaiden oppimiseen. Opettajan tulisi opetuksessaan käyttää monipuolisia sanallisia tehtäviä. Olisi myös suotavaa käyttää tutkimateriaaleja oman opetuksen suunnittelun ja toteutuksen ohella. Lisäksi on tärkeää, että opetusta muokataan oppilaiden edistymisen mukaan. Tällöin oppilaat pääsevät kehittymään, koska tehtävät eivät käy liian helpoiksi tai ole alusta alkaen liian vaikeita. (Peltier et al. 2022)

Kun opiskelijat ovat saaneet ratkaistua sanallisen tehtävän, heidän on tärkeää tarkastella ja pohtia vastauksensa oikeellisuutta. Käsitteiden ymmärtämistä voidaan alkaa syventämään, kun oppilas on saanut onnistuneesti ratkaistua sanallisen tehtävän. Tämä voidaan tehdä tulkitsemalla vastausta sanallisen tehtävän pohjalta. Tällöin oppilaat eivät ainoastaan opi laskemaan oikein vaan ymmärtävät myös, miten ratkaisu liittyy alkuperäiseen ongelmaan. Tämä vaihe auttaa oppilaita luomaan vahvempaa käsitteellistä ymmärrystä sekä kehittää heidän kykyään soveltaa oppimaansa muihin vastaaviin tilanteisiin. Tällöin matematiikan oppiminen ei jää vain irrallisten laskutaitojen tasolle vaan oppilas oppii sitomaan kokonaisuuden yhteen. (Garcia ja Chuang 2024)

Tulosten perusteella jokaisella oppilaalla oli oma menetelmänsä, ja he mukauttivat lähestymistapaansa tilanteen ja omien mieltymystensä mukaan. Opettajien tulisi kuitenkin opettaa oppilaille yhtenäisiä menetelmiä matematiikan ongelmien ratkaisemiseksi. Osa oppilaista koki vaikeuksia vastatessaan kysymyksiin, jotka edellyttivät matemaattisten ongelmien ratkaisemista. Tällöin vaikeus voi johtua siitä, ettei ole ymmärretty kysymystä tai ei osata muodostaa kysymyksen pohjalta matemaattista ratkaisua. Opettajien tulisi tällöin auttaa oppilaita kehittämään parempia ratkaisustrategioita ja vahvistaa heidän ongelmanratkaisutaitojaan. (Abidin et al. 2024)

Puolestaan Soneiran ja muiden (2023) tekemässä tutkimuksessa tulokset osoittivat, että sanalliset tehtävät, jotka sisältävät ilmauksia joilla on useita merkityksiä sekä yhdistyvät algebralliseen ongelmanratkaisuun, johtavat useammin virheisiin ongelman mallinnuksessa ja lisäävät moninkertaisten viittausten esiintymistä. Koulualgebrassa sanallisten tehtävien ratkaiseminen algebran avulla on kuitenkin tärkeä oppimistavoite. Tehtävissä esiintyvä luonnollinen kieli sisältää väistämättä monimerkityksisiä ilmauksia, mikä voi aiheuttaa opiskelijoille lisähaasteita. Näistä haasteista huolimatta näitä ilmauksia ei pitäisi poistaa opetussuunnitelmasta, koska niiden ymmärtäminen ja käsittely ovat olennainen osa matemaattista oppimisprosessia. Sen sijaan niitä pitäisi harjoitella yhteisesti opettajan johdolla ja tuoda niitä vahvemmin oppilaiden tietoon. (Soneira et al. 2023)

Powell ja Fuchs (2014) havaitsivat tutkimuksessaan, että sanallisten ongelmien

ratkaisemistaidot vaikuttavat algebralliseen päättelyyn huomattavasti enemmän kuin pelkkä laskutaito. Tulokset osoittivat, että laskutoimituksissa vaikeuksia kokevat oppilaat sekä oppilaat, joilla ei ollut vaikeuksia, suoriutuivat merkitsevästi paremmin kuin oppilaat, joilla oli vaikeuksia sanallisissa ongelmissa joko yksinään tai yhdessä laskutoimitusten vaikeuksien kanssa. Oppilaat, joilla oli vaikeuksia, ratkaisivat vähemmän algebrallisen päättelyn tehtäviä oikein kuin oppilaat, joilla ei ollut vaikeuksia sanallisissa ongelmissa. Sen sijaan algebrallisen päättelyn yhteyttä laskutoimitusten vaikeuksiin ei havaittu. Tämä havainto oli johdonmukainen sekä yhtälö- että funktiotehtävissä. Tulokset siis viittaavat siihen, että sanalliset ongelmat ja algebrallinen päättelykyky ovat yhteydessä toisiinsa. (Powell ja Funchs 2014)

Monilla sanallisilla tehtävillä on vain yksi oikea vastaus, mutta on myös tehtäviä, joilla voi olla useita oikeita vastauksia tai jotka eivät ole lainkaan ratkaistavissa. Erilaisten tehtävätyyppien käsitteleminen voi edistää luovempaa matemaattista ajattelua. (Schwartz 2023)

7 Yhteenveto

Tämän tutkielman tarkoituksena oli käsitellä matematiikan sanallisiin tehtäviin liittyviä ongelmia ja haasteita, sekä keinoja joilla opettajat voivat tukea oppilaita näissä vaikeuksissa. Tässä luvussa esitän omia pohdintojani aiheeseen ja materiaaliin liittyen. Lisäksi pohdin tämän työn hyödynnettävyyttä sekä jatkotutkimus mahdollisuuksia.

7.1 Pohdinta

Tutkielman tavoitteena oli vastata kahteen kysymykseen, millaisia ongelmia sanallisten tehtävien ratkaisemiseen liittyy ja millä eri keinoilla niihin voidaan vaikuttaa.

Ensimmäinen tutkimuskysymys oli, että millaisia ongelmia algebran sanallisiin tehtäviin liittyy. Vaikeuksia liittyy tehtävän ymmärtämiseen, vastauksen huomiseen sekä oppilaiden asenteisiin sanallisia tehtäviä kohtaan. Merkittävimmät haasteet esiintyvät matemaattisen ajattelun kielentämisessä. Oppilaat eivät välttämättä osaa selittää omaa ratkaisuideaansa muille tai mahdollista ongelmakohtaa opettajalle. Matemaattinen ajattelu heijastuu myös tehtävänannon ymmärtämisessä sekä ratkaisun ja tarvittavien laskulausekkeiden muodostamisessa. Oppilaat eivät aina näe yhteyttä tehtävän tarinan ja matemaattisen laskulausekkeen välillä. Oppilaiden mielenkiinto tehtävien ratkaisemiseen myös heikkenee, jos ei ymmärretä niiden yhteyttä reaalia maailmaan tai sanalliset tehtävät koetaan liian vaikeina. Sanallisia tehtäviä ratkaistaessa on ymmärrettävä tehtävänanto, jotta pystyy etenemään ratkaisun luomisessa. Sen takia kielentämiseen ja tehtävien sisällön ymmärtämiseen kannattaa käyttää aikaa.

Toinen tutkimuskysymys oli, että millä eri keinoilla ongelmia voisii pyrkiä ratkaisemaan ja lähestymään. Tässä tutkielmassa esiteltiin monia eri asioita, joita tulee ottaa huomioon sanallisten tehtävien opetuksessa. Matematiikan kielen opettaminen ja matemaattisen ajattelun harjoittaminen on keskeisessä roolissa sanallisten tehtävien ratkaisemisessa. Tämän lisäksi tulee opettaa oppilaita poimimaan tehtävän tarinasta tai tehtävänannosta olennaiset asiat ja löytämään avainsanoja, joiden avulla tehtävä on helpompi ymmärtää. Lisäksi hahmottamisen tueksi kannattaa kannustaa oppilaita piirtämään kuvia ja käyttämään kaavioita visualisoimaan tehtävän ongelmaa. Opettajien tulee myös kiinnittää huomiota omaan suhtautumiseensa sekä tiedostaa millaisia eri kompastuskiviä sanallisten tehtävien ratkaisemisprosessiin liittyy. Tällöin on helpompi löytää mikä tekijä aiheuttaa ongelmaa ja tarjota siihen oppilaalle apukeinoja.

Ohjaamalla oppilaat yhdistetyn lukemisen, ajattelun ja laskemisen prosessin läpi opettaja voi kehittää oppilaista sanallisten tehtävien ratkaisijoita, jotka ymmärtävät ongelman perusteellisesti sen sijaan, että yrittäisivät ratkaista sen mekaanisesti ulkoa opitulla menetelmällä. (Dunlap 1980) Sanallisten tehtävien avulla opettajat voivat myös arvioida oppilaiden syvällistä ymmärrystä matemaattisista käsitteistä. (Joutsenlahti ja Tossavainen 2018) Koska tehtävien ratkaiseminen vaatii usein useiden eri taitojen ja tietojen yhdistämistä, ne tarjoavat oppilaalle mahdollisuuden kokonaisvaltaiseen matemaattiseen ajatteluun. (Joutsenlahti ja Kulju 2015) Tämä auttaa opettajia tunnistamaan oppilaiden vahvuudet ja heikkoudet, mikä puolestaan

mahdollistaa yksilöllisemmän ja tehokkaamman opetuksen suunnittelun. (Schwanebeck 2008)

Tämä on erittäin tehokas tapa saada oppilaita huomaamaan kehittämään tehokkaasti matemaattista ilmaisutaitoaan ja kehittää argumentaatiotaitoja. Oppilaat usein kysyvät helpommin kanssa opiskelijoilta, mikäli eivät ymmärrä mitä toinen selittää. Riskinä tietenkin on se, että oppilas, joka on ymmärtänyt asian väärin, selittää sitä muille, ja muut olettaen tiedon olevan oikeaa. Tällöin syntyy virheksityksiä. Opettajan olisi tärkeä pystyä seuraamaan keskusteluja, jotta voi huomata virheet ja toisaalta myös oikeat ja ymmärretyt asiat. Kaikkia keskusteluja ei pysty kuuntelemaan samanaikaisesti, joten oppilaita voi esimerkiksi sijoittaa sellaisiin keskusteluryhmiin, jossa on sekä heikompia oppilaita, että hyviä oppilaita, jotka voivat tukea heikompiaan. Kielentämisen puutteellinen osaaminen myös aiheuttaa kommunikaatio-ongelmia oppilaan ja opettajan välillä. Jos oppilas ei osaa selittää tai ei ymmärrä mikä hänellä on ongelma tai mitä hän ei ymmärrä. Tällöin opettajan voi olla vaikeaa löytää ongelma kohtaa.

Sanalliset tehtävät edistävät oppilaiden kriittistä ajattelua ja luovuutta, koska ne vaativat oppilaita rakentamaan omia strategioitaan ongelman ratkaisemiseksi. Sanallisissa tehtävissä oppilaat joutuvat tekemään päätöksiä ja valintoja siitä, miten he lähestyvät ongelmaa. Tämä eroaa puhtaasti laskennallisista tehtävistä, joissa yleensä annetaan suorat ohjeet mitä tulee tehdä. Tämä tekee sanallisista tehtävistä tärkeän osan matematiikan opetusta, koska ne auttavat oppilaita kehittämään itsenäistä ajattelua ja itseluottamusta matemaattisten ongelmien ratkaisemisessa. Varsinkin algebran sanallisissa tehtävissä, oppilaan on muovattava laskulauseke alusta alkaen itse. Mielestäni tehtäviä harjoitellessa opettajan tulisi keskittyä oppilaiden ymmärryksen tasoon. Matematiikassa ei tarvitse muistaa asioita ulkoa vaan nimenomaisesti ymmärtää mitä tehdään ja minkä takia.

Jopa vaikea sanallinen ongelma voidaan ratkaista, jos se esitetään helposti ymmärrettävällä tavalla. (Ciobannu 2015) On olemassa paljon erilaisia visualisia ja strategiapohjaisia keinoja sanallisten tehtävien ratkaisuun ja tässä tutkielmassa nostettiin esille vain muutamia. Opettajien tulisi valita opetukseensa monipuolisesti erilaisia lähestymistapoja, jotta mahdollisimman monet ja erilaiset oppijat saisivat tehokkaasti apua oppimiseen. Luokkakoot ovat isoja, minkä vaikeuttaa kaikkien eri oppimistarpeiden huomioon ottamista. Yleisesti mahdollisimman yksinkertaisten ja helppojen esimerkkien avulla voitaisiin saada perusidea selväksi kaikille. Erilaisten strategioiden avulla oppilaat voivat kehittää ongelmanratkaisutaitojaan monipuolisemmin ja perusteellisemmin kuin pelkästään avainsanoihin tai pintapuoliseen tehtävän analysointiin luottaen. Kun oppilaat oppivat lähestymään tehtäviä eri näkökulmista ja hyödyntämään erilaisia menetelmiä, heidän valmiutensa kohdata ja ratkaista monimutkaisempia matemaattisia ongelmia vahvistuvat merkittävästi. (Schwartz 2023)

Kokonaisuudessaan sanalliset tehtävät ovat korvaamaton osa matematiikan opetusta. Ne auttavat oppilaita kehittämään laajaa taito- ja tietopohjaa, joka on välttämätön sekä akateemisessa menestyksessä että jokapäiväisessä elämässä. Niiden avulla saadaan myös sovellettua matematiikan osaamista ja syvennettyä. Erilaisia lähestymistapoja on monia ja tarjoamalla vaihtoehtoja, oppilaat löytävät itselleen parhaimmat tavat. Lisäksi sanalliset tehtävät integroivat matematiikan oppimisen muihin oppiaineisiin ja elämänalueisiin. Ne voivat sisältää elementtejä fysiikasta, ke-

miasta tai arkipäivän asioista. Tällainen monialainen lähestymistapa tekee matematiikan oppimisesta merkityksellistä ja konkreettista, sillä se näyttää, miten matemaatiikkaa käytetään erilaisissa todellisen elämän tilanteissa. Tällä tavoin oppilaita sai myös innostumaan ja motivoitua sanallisten tehtävien pariin, kun tehtävistä tekee oppilaille mielenkiintoisia.

7.2 Tulosten hyödynnettävyys

Tässä kirjallisuuskatsauksessa on koottu laajasti keskeisiä algebran sanallisiin tehtäviin liittyviä haasteita ja tarjottu ratkaisuja näihin ongelmiin. Tutkimus tarjoaa opettajille konkreettista tietoa yleisimmistä vaikeuksista, joita oppilaat kohtaavat sanallisten tehtävien ymmärtämisessä ja ratkaisussa. Tämä auttaa opettajia tunnistamaan potentiaalisia ongelmakohtia jo ennen niiden ilmenemistä ja valmistautumaan tehokkaammin niiden käsittelyyn. Lisäksi, kun vaikeat asiat tiedostetaan, niihin voidaan puuttua jo ennalta ehkäisevästi.

Lisäksi tutkimus tarjoaa hyödyllisiä pedagogisia strategioita ja lähestymistapoja, jotka voivat tehostaa sanallisten tehtävien opetusta. Opettajat voivat soveltaa näitä ratkaisuja luokkatilanteissa, jolloin oppilaat saavat enemmän tukea ja selkeyttä vaikeiden käsitteiden omaksumiseen. Erityisesti niille oppilaille, joilla on algebran sanallisten tehtävien kanssa vaikeuksia, tutkimuksessa esitetyt ratkaisut voivat tarjota yksilöllisiä ja räätälöityjä tukimuotoja, mikä voi parantaa heidän oppimistuloksiaan merkittävästi.

Tutkimuksen tuloksia voidaan hyödyntää myös opetussuunnitelmien kehittämisessä, jolloin sanallisten tehtävien opettamiseen kiinnitetään erityistä huomiota ja tarjotaan aiempaa tehokkaampia menetelmiä oppilaiden tarpeiden huomioon ottamiseen. Ymmärrys siitä, miten oppilaat eri tavoin hahmottavat ja käsittelevät sanallisia tehtäviä, voi johtaa myös oppimateriaalien uudistamiseen, mikä hyödyttää laajemmin koko kouluyhteisöä.

Tutkimus voisi toimia pohjana tuleville tutkimuksille ja innovaatioille, jotka syventävät ymmärrystä algebran opetuksesta ja oppimisesta. Yhdessä nämä tekijät edistävät matematiikan opetuksen laadun parantamista ja oppilaiden matemaattisen ajattelun kehittymistä.

7.3 Jatkotutkimus mahdollisuudet

Tämä kirjallisuuskatsaus tarjoaa monia jatkotutkimusmahdollisuuksia, jotka voivat syventää ymmärrystä algebran sanallisten tehtävien opetuksesta ja oppimisesta. Tulevat tutkimukset voivat keskittyä erilaisten opetustrategioiden tehokkuuden arviointiin erityyppisissä oppimisympäristöissä. Esimerkiksi voidaan tutkia, miten digitaaliset oppimisvälineet ja pelillistäminen vaikuttavat oppilaiden kykyyn ymmärtää ja ratkaista algebran sanallisia tehtäviä verrattuna perinteisiin opetusmenetelmiin.

Jatkotutkimus voisi syventyä oppilaiden yksilöllisiin eroihin ja siihen, miten erilaiset oppimisprofiilit vaikuttavat heidän suoriutumiseensa algebran sanallisissa tehtävissä. Tämä voisi sisältää esimerkiksi oppimisvaikeuksista kärsivien oppilaiden tai kielellisesti heikommassa asemassa olevien oppilaiden erityistarpeiden tutkimis-

ta. Tällaiset tutkimukset voisivat tuottaa tietoa, joka auttaisi kehittämään entistä inklusiivisempia ja tasa-arvoisempia opetuskäytäntöjä.

Olisi myös hyödyllistä tutkia opettajien pedagogisen tietämyksen ja asenteiden vaikutusta sanallisten tehtävien opetukseen. Tämä voisi sisältää esimerkiksi tutkimusta siitä, miten opettajien käsitykset algebran sanallisten tehtävien vaikeudesta ja niiden merkityksestä vaikuttavat heidän käyttämiinsä opetusmenetelmiin.

Tutkimuksissa voisi olla mielenkiintoista tarkastella algebran sanallisten tehtävien opetuksen vaikutuksia oppilaiden matemaattiseen ajatteluun ja ongelmanratkaisutaitoihin pitkällä aikavälillä. Tämä voisi auttaa selvittämään, millaiset opetusmenetelmät tuottavat hyviä tuloksia ja tukevat oppilaiden matematiikan oppimista.

Viitteet

- [Abidin et al. 2024] Abidin, S. N. Z., Hamid, N. H. A., Othman, Z. S. (2024). Students' Perceptions on Mathematics Problem-solving in Secondary School. *EDUCATUM Journal of Science, Mathematics and Technology*, 11(2), 91-99.
- [Carcoba 2019] Carcoba Falomir, G. A. (2019). Diagramming and algebraic word problem solving for secondary students with learning disabilities. *Intervention in School and Clinic* Vol. 54(4), 212-218.
- [Ciobannu 2015] Ciobanu, M. (2015). In the middle - Using efficient visual representations to solve mathematical word problems. *Ontario Mathematics Gazette* Vol. 53(3), 16-16.
- [Darozy et al. 2015] Daroczy, G., Wolska, M., Meurers, W. D., Nuerk, H. C. (2015). Word problems: A review of linguistic and numerical factors contributing to their difficulty. *Frontiers in psychology* Vol. 6, 348.
- [De Corte et al. 2000] de Corte, E., Greer, B., Verschaffel, L. (Eds.). (2000). Making sense of word problems. *CRC Press*.
- [Dunlap 1980] Dunlap, W. P., McKnight, M. (1980). Teaching strategies for solving word problems in math. *Academic Therapy*, Vol. 15(4), 431-441.
- [Fatmanissa ja Kusnandi 2017] Fatmanissa, N., Kusnandi, K. (2017). The linguistic challenges of Mathematics word problems: A research and literature review. *Malaysian Journal of Learning and Instruction*, 73-92.
- [Gallagher et al. 2021] Gallagher, M. A., Ellis, L., Weiland, T. (2021). Making word problems meaningful. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*. Vol. 114(8), 580-590
- [Garcia ja Chuang 2024] Garcia, S. K. C., Chuang, M. D. (2024). The Problem in Math Word Problems: Factors Affecting Students' Perceptions toward Math Word Problems. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, Vol. 46, 97-114.
- [Heather et al. 2012] Heater, M. J., Howard, L. A., Linz, E. (2012). Solving Word Problems: As Easy As PIES!. 16(1), 15-22. *Journal of Science Education for Students with Disabilities*, Vol. 16(1), 15-22.
- [Hwang ja Ham 2021] Hwang, J., Ham, Y. (2021). Relationship between mathematical literacy and opportunity to learn with different types of mathematical tasks. *Journal on Mathematics Education* 12(2), 199-222.
- [Joutsenlahti 2009] Joutsenlahti, J. (2009). Matematiikan kielentäminen kirjallisesa työssä. *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Rovaniemellä 7.-8.11.2008* (pp. 71-86).

- [Joutsenlahti ja Kulju 2015] Joutsenlahti, J., Kulju, P. (2015). Kielentäminen matematiikan ja äidinkielen opetuksen kehittämässä. Tampereen Yliopiston Normaalikoulu: Tampere, Finland, 57-76.
- [Joutsenlahti ja Tossavainen 2018] Joutsenlahti, J., Tossavainen, T. (2018). *Matemaattisen ajattelun kielentäminen ja siihen ohjaaminen koulussa*.
- [Jupri ja Drijvers 2016] Jupri, A., Drijvers, P. (2016). Student difficulties in mathematizing word problems in algebra. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*. Vol. 12(9), 2481-2502.
- [Khoshaim 2020] Khoshaim, H. B. (2020). Mathematics Teaching Using Word-Problems: Is It a Phobia!. *International Journal of Instruction*,. Vol. 13(1), 855-868.
- [Lee et al. 2018] Lee, K., Ng, S. F., Bull, R. (2018). Learning and solving algebra word problems: The roles of relational skills, arithmetic, and executive functioning *Developmental psychology*, *Developmental psychology*, Vol. 54(9), 1758.
- [Marks 1994] Marks, D. (1994). Sharing Teaching Ideas: A Guide to More Sensible Word Problems. *Mathematics Teacher* Vol. 87(8), 610-611.
- [Opetushallitus 2015] Opetushallitus (2015). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. fn. Määräykset ja ohjeet / Opetushallitus, 2014:96. Helsinki: Opetushallitus.
- [Peltier et al. 2022] Peltier, C., VanDerHeyden, A. M., Hott, B. L. (2022). Strategies to Help Students Solve Addition and Subtraction Word Problems. *Beyond Behavior* Vol. 31(1), 29–41.
- [Pongsakdi et al. 2020] Pongsakdi, N., Kajamies, A., Veermans, K., Lertola, K., Vauras, M., Lehtinen, E. (2020). What makes mathematical word problem solving challenging? Exploring the roles of word problem characteristics, text comprehension, and arithmetic skills. *Zdm* Vol. 52, 33-44.
- [Popham et al. 2020] Popham, M., Adams, S., Hodge, J. (2020). Self-regulated strategy development to teach mathematics problem solving. *Intervention in School and Clinic*, Vol. 55(3), 154-161.
- [Powell ja Funchs 2014] Powell, S. R., Fuchs, L. S. (2014). Does early algebraic reasoning differ as a function of students' difficulty with calculations versus word problems?. *Learning Disabilities Research and Practice* Vol. 29(3), 106-116.
- [Schwanebeck 2008] Schwanebeck, T. (2008). A study of the summarization of word problems.
- [Schwartz 2023] Schwartz, S. (2023). Why Word Problems Are Such a Struggle for Students—And What Teachers Can Do. *Education Week* Vol. 42(32).

- [Selter et al. 2000] Selter, C. Verschaffel, L., Greer, B., and de Corte, E., (2000). Making Sense of Word Problems. *Educational Studies in Mathematics* Vol. 42, 211–213.
- [Soneira et al. 2023] Soneira, C., González-Calero, J. A., Arnau, D. (2023). Effect of algebraic language and problem text wording on problem model accuracy when solving age word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 114(1), 109-127.
- [Tai ja Lin 2015] Tai, W. C., Lin, S. W. (2015) Relationship between problem-solving style and mathematical literacy. *Educational Research and Reviews*, Vol. 10(11), 1480–1486
- [VanLehn et al. 2020] VanLehn, K., Banerjee, C., Milner, F., Wetzal, J. (2020). Teaching Algebraic model construction: a tutoring system, lessons learned and an evaluation. 30(3), *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, Vol. 30(3), 459-480.
- [Vaughn 2023] Vaughn, V., (2023). Math trauma is real. Here is how you can prevent it. *Education Week* Vol. 42(32).
- [Verschaffel et al. 2020] Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: A survey. *Zdm*, 52, 1-16.