



**TURUN
YLIOPISTO**

METSÄNKÄSITTELYSTRATEGISEN OPTIMOINTITEHTÄVÄN
KOKONAISLUKU- JA REAALILUKURATKAISUJEN EROAVAIUUDET

Vesa Vihervirta

Pro gradu -tutkielma
Huhtikuu 2025

Tarkastajat:
Prof. Marko Mäkelä
Dos. Anssi Ahtikoski

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Turun yliopiston laatu­järjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck-järjestelmällä

TURUN YLIOPISTO
Matematiikan ja tilastotieteen laitos

VESA VIHERVIRTA: Metsänkäsittelystrategisen optimointitehtävän kokonaisluku- ja reaalilukuratkaisujen eroavaisuudet
Pro gradu -tutkielma, 22 s., 3 liites.
Sovellettu matematiikka
Huhtikuu 2025

Tässä työssä tutkitaan, miten optimaalinen metsänkäsittely muuttuu, jos yksittäistä metsikkökuviota käsitellään yhdellä tai useammalla eri tavalla. Metsänkäsittelystrategian valinta voidaan esittää optimointitehtävänä. Yksittäisen metsikkökuvion käsittely vain yhdellä tavalla voidaan kuvata kokonaislukuoptimointina. Metsikkökuvion jakoa erilaisiin osakäsittelyihin voidaan puolestaan kuvata reaalilukuoptimointitehtävänä. Optimointitehtävässä maksimoidaan puustosta saatava tuotto, kun puustoon sitoutuneen hiilen määrää kuvaavaa vaativuusrajoitetta kasvatetaan. Tässä työssä optimoinnin kokonaisluku- ja reaalilukuratkaisuja vertaillaan keskenään. Lisäksi tutkitaan, onko maantieteellisellä sijainnilla vaikutusta tuloksiin.

Tutkielman aineisto perustuu Luonnonvarakeskuksen kehittämällä MOTTI-ohjelmalla tehtyihin simulointeihin. Tutkielman optimoinnit on tehty Microsoft Excel taulukkolaskentaohjelmalla.

Asiasanat: optimointi, kokonaislukuoptimointi, reaalilukuoptimointi, lineaarinen optimointi, simplex, metsänhoito, MOTTI-simulaattori, mikrokuviointi.

Sisällys

1 Johdanto	1
2 Yleistä optimoinnista	2
2.1 Yleinen optimointitehtävä	2
2.2 Lineaarinen optimointi ja Simplex-menetelmä	6
2.3 Kokonaislukurajoitteinen diskreetti optimointitehtävä	7
2.4 Relaksointi	7
3 Metsikkökuvioiden simuloinnit	8
3.1 Kuntien valinta	8
3.2 MOTTI-metsikkösimulaattori	8
3.3 Puustonkehitysennusteiden simuloinnit	8
4 Laskelmat	10
4.1 Talouslaskelmat	10
4.2 Hiililaskelmat	10
5 Optimoinnit	13
6 Tulokset	15
7 Loppupäätelmät	20
Lähteet	21
Liitteet	23
A Hakkuukertymät, kiertoajat ja harvennusten ajoitukset kaikille simuloinnille	23
B Kantohinnat ja metsänhoidon kustannukset	25

1 Johdanto

Metsikkökuvio on kasvupaikaltaan ja puustoltaan yhtenäinen metsän osa. Perinteisesti metsätaloudessa yksittäistä metsikkökuviota on käsitelty samalla tavalla. Mitent optimaalinen metsänkäsitely muuttuu, jos yksittäistä kuviota voitaisiin käsitellä useammalla eri tavalla. Tätä menetelmää kutsutaan mikrokuvioksi [20].

Metsävarainventoinnit perustuvat entistä enemmän laserkeilaukseen. Tämä vaikuttaa metsäsuunnitteluun muun muassa siten, että laserkeilauksen ruuduille (esimerkiksi $16 \text{ m} \times 16 \text{ m}$) joudutaan yhdistämään metsänkäsitely, jotta samalle käsittelylle tulee käytännön toteutuksen näkökulmasta riittävän yhtenäinen alue [20]. Toisaalta ruutukohtainen metsävaratieto mahdollistaa mikrokuviointin eli entistä pienipiirteisemmän metsänkäsitelyn.

Metsänkäsitelystrategian valinta voidaan esittää optimointitehtävänä. Yksittäisen metsikkökuvion käsittely vain yhdellä tavalla voidaan kuvata kokonaislukuoptimointina. Metsikkökuvion jakoa erilaisiin osakäsittelyihin voidaan puolestaan kuvata reaalilukuoptimointitehtävänä. Optimointitehtävässä kahdelle eri paikkakunnalle muodostetaan keskenään samanlaiset metsätilat, joka koostuvat erilaisista kasvupaikoista ja pääpuulajeista. Tehtävässä maksimoidaan puustosta saatava tuotto, kun puustoon sitoutuneen hiilen määrää kuvaavaa vaativuusrajoitetta kasvatetaan. Tässä työssä optimoinnin kokonaisluku- ja reaalilukuratkaisuja vertaillaan keskenään. Lisäksi tutkitaan, onko maantieteellisellä sijainnilla vaikutusta tuloksiin.

Myös laskentakorkokantaa vaihdellaan välillä 2 % – 4 %. Laskentakorkokannan avulla huomioidaan rahan arvo suhteessa tiettyyn ajanhetkeen. Rahan arvo suhteessa aikaan tarkoittaa sitä, että tänään saatava euro on suurempi verrattuna tulevaisuudessa saatavaan euroon. Eri vuosina kertyvät tuotot ja kustannukset muutetaan laskentakorkokannan avulla vertailukelpoisiksi nykyhetkeen.

Aiemmin tutkimuksessa on tarkasteltu metsänhoidon tai -hoitamattomuuden, puulajivalinnan, sekä kasvatusketjujen tai yksittäisten metsänhoidon toimenpiteiden vaikutuksia puuston kehitykseen, hakkuukertymiin, metsänkasvatuksen kannattavuuteen ja puustoon sitoutuneeseen hiilen määrään [21, 12]. Vastaavanlaisia tutkimuksia on siis tehty, mutta niissä ei ole vertailtu optimointimenetelmien välisiä eroja, vaan on etsitty kullekin kuviolle yhtä parasta käsittelytapaa kokonaislukuoptimoinnilla.

Tutkielman aineisto perustuu Luonnonvarakeskuksen kehittämällä MOTTI-ohjelmalla tehtyihin simulointeihin [21, 12, 13].

2 Yleistä optimoinnista

Optimoinnin perusajatus on päästä parhaaseen mahdolliseen ratkaisuun annetuissa olosuhteissa. Joskus parasta ratkaisua ei ole saavutettavissa ja aina ei ole varmuutta siitä mikä on paras, tai miten se määritellään. Yleensä parhaalla ratkaisulla tarkoitetaan mahdollisimman pientä tai mahdollisimman suurta optimoitavan funktion arvoa.

Optimoitavaa funktiota kutsutaan kohdefunktioksi. Joskus optimoinnissa voi olla useampia erilaisia tavoitteita, jotka ovat keskenään ristiriidassa ja tällöin ratkaisun paremmuus ei ole selvää. Tällöin kyseessä on monitavoitteinen optimointitehtävä.

Rajoitteilla kuvataan, millainen sallittu ratkaisu saa olla. Rajoitteet voidaan formuloida yhtälörajoitteina tai epäyhtälörajoitteina. Niillä voidaan myös määrittää, millaisia lukuja sallitaan, esimerkiksi kokonaisluvut tai reaalityluvut.

Optimointiongelmia esiintyy kaikkialla. Optimointia tarvitaan monilla eri aloilla, kuten esimerkiksi talouselämässä, tekniikassa ja metsänhoidossa. [14]

2.1 Yleinen optimointitehtävä

Määritelmä 1. Oletetaan, että $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Yleinen optimointitehtävä on muotoa

$$\begin{aligned} \text{maksimoi} \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{rajoittein} \quad & \mathbf{x} \in S. \end{aligned} \tag{1}$$

Sanalla "maksimoi" tarkoitetaan, että etsitään suurinta mahdollista ratkaisua kohdefunktiolle. Maksimoinnille käänteinen toimenpide on minimointi. [14]

Optimointitehtävien ratkaisemiseen on kehitetty erilaisia menetelmiä. Yleensä optimointitehtävän ratkaisua ei saada suljetussa muodossa, vaan jollain optimointialgoritmeilla etsitään nykyistä ratkaisuehdokasta parempi piste. Tästä pisteestä jatketaan samalla tavalla, kunnes saadaan paras tai tarpeeksi hyvä ratkaisu. Tätä menetelytapaa kutsutaan parantavaksi hauksi. Ratkaisu on vektori, jossa kukin päätösmuuttuja on saanut kiinnitetyn arvon. Merkitään lähtöratkaisuksi \mathbf{x}^0 , seuraava ratkaisu on \mathbf{x}^1 jne. Parantava haku pisteestä \mathbf{x}^t seuraavaan pisteeseen \mathbf{x}^{t+1} voidaan esittää muodossa

$$\mathbf{x}^{t+1} = \mathbf{x}^t + \lambda \Delta \mathbf{x},$$

missä vektori $\Delta \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ määrää haun suunnan ja reaalityluku $\lambda > 0$ askelpituuden. Yleensä suuntavektori normeerataan siten, että $\|\Delta \mathbf{x}\| = 1$. [16]

Määritelmä 2. Suunta $\Delta \mathbf{x}$ on nykyistä ratkaisua \mathbf{x}^t parantava, jos kohdefunktion arvo pisteessä $\mathbf{x}^t + \lambda \Delta \mathbf{x}$ paranee kaikilla riittävän pienillä $\lambda > 0$. Suunta $\Delta \mathbf{x}$ on nykyisessä ratkaisupisteessä \mathbf{x}^t sallittu, jos piste $\mathbf{x}^t + \lambda \Delta \mathbf{x} \in S$ kaikilla riittävän pienillä $\lambda > 0$. [16]

Ensin kiinnitetään suunta $\Delta \mathbf{x}$ ja sitten määrätään λ tavallisesti mahdollisimman suureksi. Piste \mathbf{x}^{t+1} on kuitenkin pysyttävä sallittuna ja parannettava kohdefunktiota koko ajan. Käytännössä askelpituus määritetään suorittamalla yksiulotteinen rajoitettu maksimointi suuntaan $\Delta \mathbf{x}$. Oletetaan, että $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ja tarkastellaan nyt yleistä maksimointitehtävää (1)

Silloin $\Delta \mathbf{x}$ on parantava suunta pisteessä \mathbf{x}^t , jos on olemassa $\epsilon_1 > 0$ siten, että

$$f(\mathbf{x}^t + \lambda \Delta \mathbf{x}) > f(\mathbf{x}^t), \text{ kaikilla } \lambda \in (0, \epsilon_1].$$

Suunta $\Delta \mathbf{x}$ on sallittu, jos on olemassa $\epsilon_2 > 0$ siten, että

$$\mathbf{x}^t + \lambda \Delta \mathbf{x} \in S, \text{ kaikilla } \lambda \in (0, \epsilon_2].$$

Kun valitaan $\epsilon = \min\{\epsilon_1, \epsilon_2\}$, niin suunta $\Delta \mathbf{x}$ on sekä sallittu että parantava kaikilla $\lambda \in (0, \epsilon]$. Optimaalinen askelpituus λ^* saadaan nyt ratkaisemalla yksiulotteinen optimointitehtävä

$$\begin{aligned} \text{maksimoi} \quad & f(\mathbf{x}^t + \lambda \Delta \mathbf{x}) \\ \text{rajoittein} \quad & \lambda \in (0, \epsilon]. \end{aligned}$$

Määritelmä 3. Tarkastellaan nyt yleistä maksimointitehtävää (1). Sallittujen pisteiden joukko on S ja jokainen piste $\mathbf{x} \in S$ on sallittu piste. Lisäksi, jos on olemassa $\mathbf{x}^* \in S$ siten, että

$$f(\mathbf{x}^*) \geq f(\mathbf{x}), \text{ kaikilla } \mathbf{x} \in S,$$

niin sanotaan, että \mathbf{x}^* on tehtävän *optimi*, *globaali optimi*, maksimointitehtävässä *globaali maksimi* tai tästä voidaan myös käyttää pelkästään nimitystä *ratkaisu*. Jos on olemassa piste $\mathbf{x}^* \in S$ ja luku $\epsilon > 0$ siten, että

$$f(\mathbf{x}^*) \geq f(\mathbf{x}), \text{ kaikilla } \mathbf{x} \in S, \text{ joilla } \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\| \leq \epsilon,$$

niin \mathbf{x}^* on tehtävän *lokaali optimi*.

Lokaali optimiratkaisu on sallittu piste, jonka riittävän pienessä ympäristössä ei ole pistettä, joka olisi sekä sallittu että tuottaisi kohdefunktiolle parempaa arvoa. Parantava haku pysähtyy aina lokaaliin optimiin, koska optimaalisuustestit ovat lokaaleja.

Millään muulla sallitulla ratkaisulla ei saada parempaa kohdefunktion arvoa kuin globaalilla optimilla. Tästä seuraa, että globaalit optimit ovat aina lokaaleja optimeja. Kuitenkaan lokaali optimi ei välttämättä ole globaali optimi. [16]

Määritelmä 4. Differentioituvan funktion $f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ *gradientti* pisteessä \mathbf{x} on vektori, joka koostuu funktion osittaisderivaatoista. Gradientille käytetään merkintää

$$\nabla f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^T.$$

Gradientin suuntaan kohdefunktio f kasvaa voimakkaimmin ja vähenee voimakkaimmin negatiivisen gradientin suuntaan. Gradientti on aina kohtisuorassa saman pisteen kautta piirretyn tasa-arvokäyrän tangentin kanssa. [16]

Lause 1. [15] Olkoon funktio $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ differentioituva pisteessä \mathbf{x}^t . Jos jollekin $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ pätee

$$\nabla f(\mathbf{x}^t)^T \mathbf{d} > 0;$$

niin silloin \mathbf{d} on funktion f parantava suunta pisteessä \mathbf{x}^t .

Todistus. Differentioituvuuden perusteella

$$f(\mathbf{x}^t + \lambda \mathbf{d}) = f(\mathbf{x}^t) + \lambda \nabla f(\mathbf{x}^t)^T \mathbf{d} + \lambda \|\mathbf{d}\| \alpha(\mathbf{x}^t; \lambda \mathbf{d}),$$

missä $\alpha(\mathbf{x}^t; \lambda \mathbf{d}) \rightarrow 0$, kun $\lambda \rightarrow 0$. Tästä saadaan

$$\frac{f(\mathbf{x}^t + \lambda \mathbf{d}) - f(\mathbf{x}^t)}{\lambda} = \nabla f(\mathbf{x}^t)^T \mathbf{d} + \|\mathbf{d}\| \alpha(\mathbf{x}^t; \lambda \mathbf{d}).$$

Koska $\nabla f(\mathbf{x}^t)^T \mathbf{d} > 0$ ja $\|\mathbf{d}\| \alpha(\mathbf{x}^t; \lambda \mathbf{d}) \rightarrow 0$, kun $\lambda \rightarrow 0$, niin on olemassa luku $\delta > 0$ siten, että

$$\nabla f(\mathbf{x}^t)^T \mathbf{d} + \|\mathbf{d}\| \alpha(\mathbf{x}^t; \lambda \mathbf{d}) > 0, \text{ kun } \lambda \in (0, \delta).$$

Tästä seuraa, että $f(\mathbf{x}^t + \lambda \mathbf{d}) > f(\mathbf{x}^t)$, kun $\lambda \in (0, \delta)$. \square

Parantavan haun menetelmästä voidaan myös muotoilla algoritmi. Algoritmi etenee vaiheittain ja sitä seuraamalla voidaan toteuttaa parantavaa hakua vaihe kerrallaan.

Algoritmi. [16] Jatkuvan parantavan haun algoritmi

0. askel (Alustus) Valitaan ensin jokin sallittu aloituspiste \mathbf{x}^0 ja merkitään $t \leftarrow 0$.

1. askel (Lokaali optimi) Jos nykyisessä pisteessä \mathbf{x}^t ei ole parantavaa sallittua suuntaa $\Delta \mathbf{x}^t$, niin lopetetaan. Mikäli malli täyttää tietyt oletukset, kyseessä on lokaali optimi.

2. askel (Liikkeen suunta) Muodostetaan parantava sallittu suunta $\Delta \mathbf{x}^t$ pisteessä \mathbf{x}^t .

3. askel (Askelpituus) Valitaan suurin askelpituus λ_t , jolla suuntaan $\Delta \mathbf{x}^t$ edettäessä kohdefunktion arvo paranee koko ajan ja ratkaisu pysyy sallittuna. Jos tällaista askelta ei ole olemassa, tehtävällä ei ole äärellistä ratkaisua.

4. askel (Eteneminen) Uudeksi ratkaisuehdokkaaksi päivitetään

$$\mathbf{x}^{t+1} \leftarrow \mathbf{x}^t + \lambda_t \Delta \mathbf{x}^t,$$

merkitään $t \leftarrow t + 1$ ja palataan 1. askeleeseen.

Määritelmä 5. Funktio $f(\mathbf{x})$ on *unimodaalinen maksimoinnin suhteen*, jos ehdosta $f(\mathbf{x}^2) > f(\mathbf{x}^1)$ seuraa, että $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1$ on parantava suunta pisteessä \mathbf{x}^1 kaikille pistepareille \mathbf{x}^1 ja \mathbf{x}^2 .

Lineaarinen kohdefunktio on unimodaalinen sekä maksimoinnin että minimoinnin suhteen. Tällöin maksimointitapauksessa saadaan

$$0 < f(\mathbf{x}^2) - f(\mathbf{x}^1) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}^2 - \mathbf{c}^T \mathbf{x}^1 = \mathbf{c}^T (\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1) = \nabla f(\mathbf{x}^1)^T (\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1) = \nabla f(\mathbf{x}^1)^T \Delta \mathbf{x}.$$

Lauseen 1 perusteella $\Delta \mathbf{x}$ on parantava suunta pisteessä \mathbf{x}^1 .

Määritelmä 6. Jos joukon S kahden mielivaltaisen pisteen yhdysjana kuuluu kokonaisuudessaan joukkoon, se on *konvekssi* joukko S , eli

$$\lambda \mathbf{x}^1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}^2 \in S, \text{ kaikilla } \mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2 \in S, \quad \lambda \in (0, 1).$$

Konvekseja joukkoja ovat esimerkiksi lineaariset aliavaruudet, avoimet ja suljetut pallot. Diskreetit joukot eivät koskaan ole konvekseja lukuun ottamatta yhden alkion joukkoa ja tyhjää joukkoa.

Määritelmä 7. Olkoon funktio $f : S \rightarrow \mathbb{R}$, missä S on epätyhjä konvekssi avaruuden \mathbb{R}^n osajoukko. Funktio f on *konkaavi* funktio joukossa S , jos

$$f(\lambda \mathbf{x}^1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}^2) \geq \lambda f(\mathbf{x}^1) + (1 - \lambda) f(\mathbf{x}^2) \quad (2)$$

kaikilla $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2 \in S, \lambda \in (0, 1)$.

Lause 2. *Lineaarinen funktio on aina konkaavi funktio.*

Todistus. Lineaarinen funktio on muotoa $f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + b$, missä \mathbf{c}^T ja b ovat vakioita. Sijoitetaan lineaarisen funktion määritelmä konkaavin funktion määritelmään (2). Epäyhtälön (2) vasen puoli saadaan muotoon

$$\begin{aligned} & \mathbf{c}^T (\lambda \mathbf{x}^1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}^2) + b \\ &= \mathbf{c}^T \lambda \mathbf{x}^1 + \mathbf{c}^T (1 - \lambda) \mathbf{x}^2 + b \end{aligned}$$

ja oikea puoli muotoon

$$\begin{aligned} & \lambda (\mathbf{c}^T \mathbf{x}^1 + b) + (1 - \lambda) (\mathbf{c}^T \mathbf{x}^2 + b) \\ &= \lambda \mathbf{c}^T \mathbf{x}^1 + \lambda b + (1 - \lambda) \mathbf{c}^T \mathbf{x}^2 + (1 - \lambda) b \\ &= \mathbf{c}^T \lambda \mathbf{x}^1 + \mathbf{c}^T (1 - \lambda) \mathbf{x}^2 + (\lambda + 1 - \lambda) b \\ &= \mathbf{c}^T \lambda \mathbf{x}^1 + \mathbf{c}^T (1 - \lambda) \mathbf{x}^2 + b. \end{aligned}$$

Näin epäyhtälön (2) molemmat puolet ovat yhtä suuret ja se on siten aina tosi, joten lineaarinen funktio on aina konkaavi. \square

Lause 3. [15] *Olkoon S epätyhjä konvekssi joukko. Tarkastellaan yleistä maksimointitehtävää (1). Olkoon $\mathbf{x}^* \in S$ tehtävän lokaali optimi. Silloin, jos f on konkaavi funktio, niin piste \mathbf{x}^* on globaali optimi.*

Lineaarinen kohdefunktio on siis aina konkaavi. Lisäksi lineaariset rajoitukset määräävät konveksin joukon, joten tässä tilanteessa lokaali optimi on aina globaali optimi.

2.2 Lineaarinen optimointi ja Simplex-menetelmä

Optimointitehtäviä on erilaisia ja niitä voidaan luokitella ominaisuuksiensa mukaan. Luokittelua voi tehdä esimerkiksi tavoitteiden määrän, kohdefunktion tai rajoitteiden mukaan. Lineaarinen optimointi tarkoittaa tehtävää, jossa kohdefunktio ja kaikki rajoitteet ovat lineaarisia. [14, 16]

Määritelmä 8. *Lineaarinen ja yksitavoitteinen optimointitehtävä* on yleisesti muotoa

$$\begin{aligned} &\text{maksimoi } \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ &\text{rajoittein } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = 1, \dots, m \\ &x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (3)$$

Simplex-menetelmä soveltuu yksitavoitteisten lineaaristen optimointitehtävien ratkaisemiseen. Menetelmän on kehittänyt George Dantzigin vuonna 1947. Simplex-menetelmä on parantava hakumenettely, jossa käytetään hyväksi lineaarisuutta. [16]

Määritelmä 9. *Reunapiste* on lineaarisen optimointitehtävän sallittu piste, jos ainakin yksi epäyhtälörajoituksista toteutuu siinä yhtäsuuruutena. Kyseessä on *sisäpiste*, jos kaikki epäyhtälörajoitukset toteutuvat aidosti.

Määritelmä 10. Olkoon joukko $S \subset \mathbb{R}^n$ epätyhjä konvekssi joukko. Alkio \mathbf{x} on *kärkipiste*, mikäli ehdosta

$$\mathbf{x} = \lambda \mathbf{x}^1 + (1 - \lambda) \mathbf{x}^2, \quad \mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2 \in S, \quad \lambda \in (0, 1)$$

seuraa, että $\mathbf{x} = \mathbf{x}^1 = \mathbf{x}^2$. Pistettä \mathbf{x} ei siis voida esittää pisteiden \mathbf{x}^1 ja \mathbf{x}^2 ($\mathbf{x}^1 \neq \mathbf{x}^2$) aitona konveksina yhdistelmänä.

Lineaarisen optimointitehtävän ratkaisu sijaitsee aina reunapisteessä, sillä sisäpisteestä päästään tapauksessa $\nabla(\mathbf{c}^T \mathbf{x}) = \mathbf{c} \neq 0$ parempaan kohdefunktion arvoon menemällä maksimointitapauksessa gradientin suuntaan $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{c}$, jos rajoituksina on pelkkiä epäyhtälöitä. Kun liikutaan funktion (nollasta eroavan) gradientin suuntaan, on gradientin ja suunnan välinen sisätulo $\mathbf{c}^T \mathbf{c} > 0$. Tällöin lauseen 1 nojalla kyseessä on parantava suunta.

Mikäli lineaarisella optimointitehtävällä on yksikäsitteinen ratkaisu, se saavutetaan kärkipisteessä. Muut pisteet voidaan nimittäin aina esittää pisteiden \mathbf{x}^1 ja \mathbf{x}^2 konveksina yhdistelmänä ja ne eivät siten ole mahdollisia. Tällöin kohdefunktion arvo on lineaarinen yhdistelmä kohdefunktioiden arvoista pisteissä \mathbf{x}^1 ja \mathbf{x}^2 . Kohdefunktion arvo on sama välijanan kaikissa pisteissä tai jokin päätepisteistä \mathbf{x}^1 tai \mathbf{x}^2 tuottaa parhaan arvon yksikäsitteisesti.

Simplex-menetelmässä haetaan lineaarisen optimointitehtävän ratkaisua käymälä läpi kärkipisteitä. Ratkaisua etsitään siirtymällä sallitun alueen kärkipisteestä vierekkäiseen kärkipisteeseen siten, että kohdefunktion arvo paranee. Vierekkäinen kärkipiste on sellainen, missä pisteet eroavat vain yhden komponentin suhteen. [16]

2.3 Kokonaislukurajoitteinen diskreetti optimointitehtävä

Kokonaislukurajoitteisessa optimointitehtävässä sallittuja pisteet muodostuvat vain kokonaisluvuihin ja siten nämä tehtävät ovat diskreettejä optimointitehtäviä. Niiden ratkaisemisessa ilmenee ongelmia, joita ei ole tavallisessa jatkuvassa lineaarisessa optimointitehtävässä. Kokonaislukuoptimointitehtävässä sallittuja pisteitä on siis äärellinen määrä, jos sallittujen pisteiden joukko on rajoitettu. Mikäli sallittuja pisteitä on vähän, on mahdollista ratkaista tehtävä luettelomalla kaikki ratkaisut. Tämä ei kuitenkaan ole mahdollista, mikäli sallittuja pisteitä on paljon.

Kokonaislukuoptimointitehtävissä ei ole mitään helppoa tapaa määrittää, onko annettu vastaukseksi saatu sallittu piste optimiratkaisu. Esimerkiksi sallittu piste voi olla lokaali optimi olematta kuitenkaan globaali optimi. Kokonaislukuoptimoinnissa herkkyyksianalyysi ei onnistu kuten jatkuvassa lineaarisessa optimoinnissa, koska kokonaislukuoptimoinnissa on kyse diskreeteistä askeleista sallitusta pisteestä toiseen. Jatkuvassa lineaarisessa optimoinnissa riittää lokaali optimaalisuus takaamaan globaalin optimin.[17]

2.4 Relaksointi

Relaksointi on menetelmä, jolla voidaan ratkaista kokonaislukurajoitteinen diskreetti optimointitehtävä. Relaksoinnissa pyritään ratkaisemaan helpompi ongelma. Tällöin on kasvatettu sallittujen pisteiden joukkoa poistamalla osa rajoituksista kokonaan tai lieventämällä niitä. Tehtävä T voidaan relaksoida tehtäväksi \tilde{T} siten, että kohdefunktiot ovat identtiset ja jokainen tehtävän T sallittu piste on myös relaksoidun tehtävän \tilde{T} sallittu piste. Relaksoidun tehtävän ratkaisu on maksimointitapauksessa yläraja alkuperäisen tehtävän kohdefunktion optimiarvolle. Jos relaksoidun tehtävän optimiratkaisu on sallittu alkuperäisessä tehtävässä, niin se on myös alkuperäisen tehtävän optimi. Jos relaksoidun tehtävän ratkaisu ei ole sallittu alkuperäisessä tehtävässä, voidaan relaksoitu ratkaisu usein pyöristää alkuperäisen tehtävän hyväksi sallituksi ratkaisuksi.

Esimerkiksi yksi tapa relaksoida tehtävä on pudottaa pois kokonaislukurajoitukset. Tätä käytetään monissa kokonaislukuoptimointialgoritmeissa. Tällöin lineaariset kokonaislukuoptimointitehtävät muuntuvat helpommin ratkaistaviksi jatkuviksi lineaarisiksi optimointitehtäviksi. [17]

3 Metsikkökuvioiden simuloinnit

Tutkimuksen aineistona käytettiin erilaisia simuloituja metsiä ja niille simuloituja erilaisia metsänhoitotapoja. Metsät muodostettiin kahdelle eri paikkakunnalle.

3.1 Kuntien valinta

Tutkimukseen arvottiin kaksi Suomen paikkakuntaa kasvukausien lämpösummien perusteella. Lämpösummalla tarkoitetaan kasvukauden vuorokausien keskilämpötilojen summaa, johon lasketaan lämpötilan $+5^{\circ}\text{C}$ ylittävä osuus. Kaikki Suomen kunnat jaettiin lämpösummien mukaan kolmeen luokkaan, jotka olivat 900 d.d. – 1050 d.d., 1050 d.d. – 1300 d.d. ja yli 1300 d.d. Näistä luokista arvottiin jokaisesta yksi kunta. Aineiston koon rajaamiseksi jätettiin keskimmäisen lämpösoma-alueen kunta pois tutkimuksesta. Näin päädyttiin Yli-Iihin 900 d.d. - 1050 d.d. lämpösoma-alueesta ja Sauvoon yli 1300 d.d. lämpösoman kunnista.

3.2 MOTTI-metsikkösimulaattori

Kehityssennusteet laadittiin Luonnonvarakeskuksessa kehitetyllä MOTTI-metsikkösimulaattorilla [21, 12, 13]. Simulaattorilla voidaan tarkastella metsänhoidon tai -hoitamattomuuden, puulaajovalinnan, sekä kasvatusketjujen tai yksittäisten metsänhoidon toimenpiteiden vaikutuksia puuston kehitykseen, hakkuukertymiin, lahoppuun määrään, metsänkasvatuksen kannattavuuteen ja puustoon sitoutuneeseen hiilen määrään [21, 12]. Motissa on simulointiydin, joka sisältää kahdenlaisia malleja: metsikkötason ja puutason malleja, jotka molemmat puolestaan pohjautuvat laajoihin, koko Suomen kattaviin empiirisiin aineistoihin [9, 11, 12]. Teknisesti metsikön puuston kehitys perustuu kuvauspuille kasvumalleilla tuotettuihin ennusteisiin, joihin lisäksi vaikuttavat metsien käsittely ja kasvuolosuhteet, eli maantieteellinen sijainti ja kasvupaikka. Mottia on Suomessa käytetty varsin laajasti sekä yksittäisten metsien tarkasteluissa [10, 1, 6, 13, 2] että maisematason tarkasteluissa [18, 8, 7, 3].

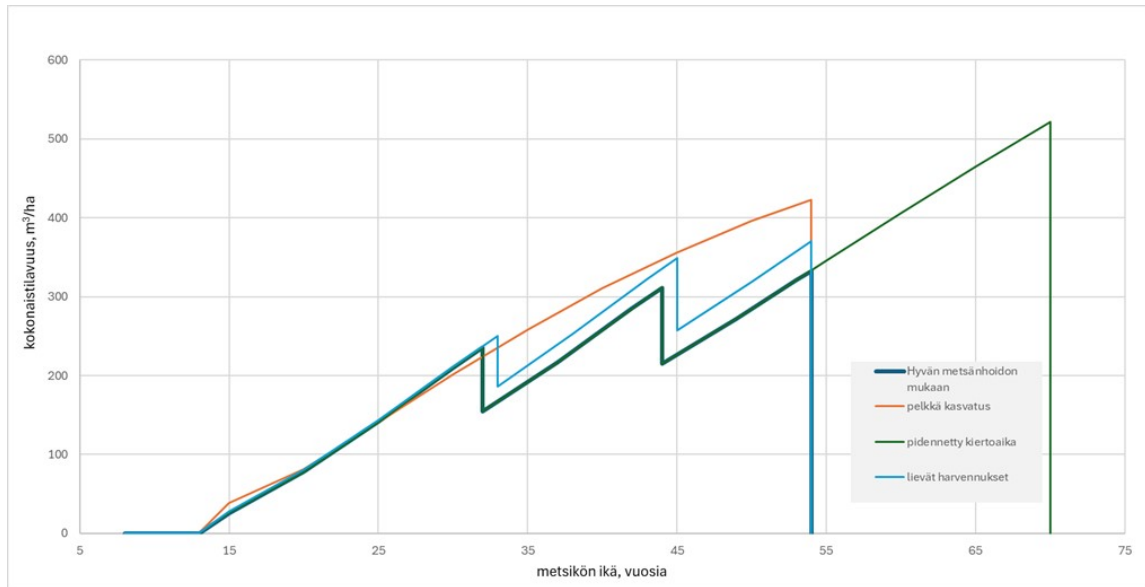
3.3 Puustonkehityssennusteiden simuloinnit

MOTTI-ohjelmistolla simuloitiin molemmille paikkakunnille (Sauvo, Yli-Ii) puuston kehityssennusteita neljän vaihtoehdoisen metsänkäsittelytavan mukaan. Kehityssennusteet laadittiin kolmen kasvupaikan ja kahden pääpuulajin (kuusi, mänty) kombinaatioille. Kasvupaikat olivat tuore kangas (MT), lehtomainen kangas (OMT) ja kuivahko kangas (VT). Neljällä eri tavalla simuloitiin vaihtoehdoiset metsänkäsittelytavat, joista käytetään myös nimitystä kasvatusketju. Nämä ovat: 1) Hyvän metsänhoidon mukainen metsänkasvatus, 2) pelkkä kasvatus (ei lainkaan harvennuksia), 3) pidennetty kiertoaika ja 4) lievät harvennukset. Kaiken kaikkiaan simulointeja tehtiin

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 48.$$

kunnat · pääpuulajit · kasvupaikat · metsänkäsittelytavat

Kuvassa 1 on esitetty Sauvossa lehtomaisen kuusikon eri kasvatusvaihtoehdot. Liitteessä A on esitetty kaikkien simulaatioiden hakkuukertymät ja kiertoajat.



Kuva 1: Lehtomaisen kankaan kuusikon vaihtoehtoiset metsänkäsittelytavat, Sauvo.

4 Laskelmat

Jokaiselle MOTTI-ohjelmalla simuloidulle kasvatusketjulle laskettiin paljaan maan arvot (BLV) ja keskimääräiset puustoon sitoutuneet hiilivarastot. Tulokset ovat taulukoissa 1 ja 2.

4.1 Talouslaskelmat

Jokaiselle MOTTI-ohjelmistolla simuloidulle metsänkasvatusketjulle laskettiin erikseen paljaan maan arvo (BLV, *bare land value*). Nämä ovat taulukoissa 1 ja 2. Paljaan maan arvoa käytetään eripituisten kasvatusketjujen kannattavuuden vertailussa. Paljaan maan arvo on arvio puunkasvatuksesta saatavien tulojen ja menojen nettohyötyarvosta, kun metsikön kasvatusta tarkastellaan sen perustamishetkestä ikuisuuteen samaa kasvatusohjelmaa toistaen. [4] Paljaan maan arvo lasketaan ns. Faustmannin kaavalla, joka voidaan esittää muodossa [5]:

$$\text{BLV} = \frac{\sum_{y=0}^t (R_y - C_y)(1+r)^{-y}}{1 - (1+r)^{-t}},$$

missä r = korko

t = kiertoaika

R_y = tulo ajanhetkellä y

C_y = kustannus ajanhetkellä y .

Talouslaskentaa varten poimittiin kantohinnat puutavaralajeittain ja metsänhoidon kustannukset koko maan aikasarjoista, jotka kattoivat kalenterivuodet 2017-2021. Aikasarjojen nimellishinnat (kantohinnat) ja kustannukset (metsänhoidon kustannukset) muutettiin reaalisiksi kuluttajahintaindeksillä (Stat.fi, 1951:10=100), minkä jälkeen määritettiin aritmeettiset keskiarvot. Kantohinnat ja metsänhoidonkustannukset esitetään liitteessä B.

Talouslaskelmat toteutettiin 2 %, 3 % ja 4 % laskentakorkokannoilla. Korkokantojen vaihteluväli (2 % - 4 %) on perusteltavissa viimeaikaisen metsätalouden tutkimuksen valossa. Eri tutkimuksissa on käytetty erilaisia korkokantoja 2 % - 4 % välistä, kun tutkimuksen aikajakso on alle 200 vuotta [2].

4.2 Hiililaskelmat

Jokaiselle MOTTI-ohjelmistolla simuloidulle metsänkäsittelyvaihtoehdolle määritettiin myös puustoon sitoutuneen hiilen määrä. Nämä tulokset ovat taulukoissa 1 ja 2. Puuston sitoutuneen hiilen määrä laskettiin teknisesti erillisten biomassakomponenttien yhteenlasketusta summasta. Nämä komponentit olivat: runkopuu, hukkapuu, elävät oksat, kuolleet oksat, lehdet (neulaset), kannot, juuret ja hienoitujuuret [12]. Seuraavaksi yhteenlaskettu biomassa (tonnia/ha) muunnettiin edelleen hiili-diidiksi kertomalla biomassa luvuilla 0,5 ja 3,67. Nämä tiedot ovat taulukossa

1. Kerroin 0,5 kuvaa hiilien määrää biomassassa (50 %) ja kerroin 3,67 puolestaan hiilen sekä hiilidioksidin atomipainosuhteita (44/12) [19].

Taulukko 1: Sauvon metsikkökuvioiden paljaan maan arvot BLV (€/ha) ja keskimääräiset puustoon sitoutuneet hiilivarastot hiilidioksiditonneina hehtaaria kohti.

pääpuulaji, kasvupaikka, kasvatusketju	BLV (€/ha)			hiilivarasto (tCO ₂ /ha)
	2 %	3 %	4 %	
kuusi, MT, 1	6346,663	2245,813	452,6043	171,5429
kuusi, MT, 2	5786,351	2137,920	572,2653	202,8707
kuusi, MT, 3	6796,221	2047,191	146,1602	218,9635
kuusi, MT, 4	6594,336	2346,939	493,9538	186,9641
kuusi, OMT, 1	10337,86	4369,424	1699,461	193,9526
kuusi, OMT, 2	7728,426	3175,295	1182,930	214,8443
kuusi, OMT, 3	11002,93	4218,270	1369,659	238,6010
kuusi, OMT, 4	10869,07	4570,383	1769,976	201,6549
kuusi, VT, 1	4175,908	1130,021	-123,3906	146,7303
kuusi, VT, 2	4127,987	1146,299	-52,63425	201,3457
kuusi, VT, 3	4080,465	978,9258	-248,3444	183,1507
kuusi, VT, 4	4213,205	942,1610	-383,8399	156,1797
mänty, MT, 1	6490,378	2448,685	651,5808	149,3087
mänty, MT, 2	4096,926	1338,872	155,3056	190,5308
mänty, MT, 3	6198,203	2112,781	373,6093	188,9030
mänty, MT, 4	7183,008	2662,145	692,8177	171,6790
mänty, OMT, 1	8597,025	3542,171	1292,066	170,4083
mänty, OMT, 2	5550,144	2115,832	613,0414	201,6544
mänty, OMT, 3	7358,822	2795,909	822,0622	193,9762
mänty, OMT, 4	9266,248	3857,391	1445,928	178,8527
mänty, VT, 1	4361,031	1289,686	40,04072	156,0913
mänty, VT, 2	3825,746	1211,220	172,1937	193,1850
mänty, VT, 3	3898,655	985,1908	-150,0441	173,6255
mänty, VT, 4	4512,021	1324,673	32,85958	169,1285

Taulukko 2: Yli-Iin metsikkökuvioiden paljaan maan arvot BLV (€/ha) ja keskimääräiset puustoon sitoutuneet hiilivarastot hiilidioksiditonneina hehtaaria kohti.

pääpuulaji, kasvupaikka, kasvatusketju	BLV (€/ha)			hiilivarasto (tCO ₂ /ha)
	laskentakorkokanta			
	2 %	3 %	4 %	
kuusi, MT, 1	3571,039	699,0284	-481,7970	158,6428
kuusi, MT, 2	3963,712	1091,522	-70,07559	194,9563
kuusi, MT, 3	3625,988	513,3723	-667,9617	167,8045
kuusi, MT, 4	3964,707	820,4661	-455,7717	163,7124
kuusi, OMT, 1	6289,876	2059,383	271,4460	154,0600
kuusi, OMT, 2	5936,973	2068,691	459,9161	171,6074
kuusi, OMT, 3	6184,917	1716,431	-43,48691	165,8471
kuusi, OMT, 4	6764,301	2220,997	316,9515	158,2714
kuusi, VT, 1	2144,323	84,16015	-695,403	139,9059
kuusi, VT, 2	2089,969	130,7894	-596,086	169,2380
kuusi, VT, 3	2145,020	-42,77143	-801,714	171,2586
kuusi, VT, 4	2053,182	-177,7282	-1002,31	146,8419
mänty, MT, 1	3906,899	958,9570	-291,1874	138,3625
mänty, MT, 2	2471,774	498,5700	-322,0633	149,3114
mänty, MT, 3	3548,059	593,8630	-571,0221	158,3734
mänty, MT, 4	4232,595	1063,345	-265,7852	146,1952
mänty, OMT, 1	5003,865	1676,662	199,5345	128,1385
mänty, OMT, 2	5215,467	1610,342	49,79661	158,2024
mänty, OMT, 3	4838,964	1452,433	2,554022	131,2890
mänty, OMT, 4	5595,432	1889,876	265,8190	142,6883
mänty, VT, 1	2174,171	233,5750	-533,2588	119,7682
mänty, VT, 2	1893,637	360,7466	-237,5287	143,3582
mänty, VT, 3	2064,900	61,88638	-667,1820	138,9535
mänty, VT, 4	2094,542	155,1456	-597,2374	131,4503

5 Optimoinnit

Luvun 4 laskelmien perusteella muodostetaan molemmille paikkakunnille 30 hehtaarin metsätila, jossa on kolmella eri kasvupaikalla kasvamassa kahta eri pääpuulajia: tuore kangas (kuusi ja mänty), lehtomainen kangas (kuusi ja mänty) sekä kuivahko kangas (kuusi ja mänty). Kutakin kasvupaikkaa on kymmenen hehtaaria jakautuen edelleen aritmeettisesti tasan kahdelle pääpuulajille: kuusi ja mänty. Näin saadaan 5 hehtaarin kuvioita 6 kappaletta. Kuvioita voidaan käsitellä neljällä eri tavalla. Nämä ovat 1) hyvän metsänhoidon mukainen metsänkasvatus, 2) pelkkä kasvatus (ei lainkaan harvennuksia), 3) pidennetty kiertoaika ja 4) lievät harvennukset. Kun yksittäistä metsikkökuvioita käsitellään kokonaisuutena, kyseessä on kokonaislukuoptimointi. Mikäli kuvio voidaan jakaa käsittelyosiin, tehtävässä sallitaan kertoimiksi reaalityypisiä reaalilukuja. Optimointitehtävässä maksimoidaan puustosta saatava tuotto, kun puustoon sitoutuneen hiilen määrän minimirajoitetta kasvatetaan.

Vuoden 2016 lopussa Suomessa oli noin 344 000 vähintään kahden hehtaarin yksityisomisteista metsätilakokonaisuutta. Näiden tilojen keskikoko oli 30,3 ha. [22] Optimoitavan tilan koko vastaa siis kooltaan lähes keskikokoista yksityisomisteista tilaa. Metsätilan koolla ei ole tulosten kannalta ratkaisevaa merkitystä, kun se otetaan huomioon tulosten tarkastelussa. Lähtökohtaisesti kyse on selvittää, poikkeavatko optimiratkaisut toisistaan, kun optimointitehtävä ratkaistaan joko kokonaislukuoptimointeina tai jatkuvana. Käytännön metsätaloudessa reaalityypistä optimointia edustaa mikrokuviointia, kun taas kokonaislukuoptimointi perinteistä kuviokohtaista käsittelytapaa, jossa koko metsikkökuvio käsitellään samalla tavalla.

Muodostetaan tilanteen kuvauksen perusteella kaavan (3) kaltainen optimointitehtävä

$$\begin{aligned} & \text{maksimoi } \sum_{k=1}^6 5 \cdot \sum_{j=1}^4 c_{kj} x_{kj} \\ & \text{rajoittein } \frac{\sum_{k=1}^6 5 \cdot \sum_{j=1}^4 a_{kj} x_{kj}}{30} \geq b, \\ & x_{kj} \geq 0 \\ & x_{k1} + x_{k2} + x_{k3} + x_{k4} = 1, \\ & \text{vain kokonaislukuoptimointeihin:} \\ & x_{kj} = 0 \text{ tai } x_{kj} = 1, \end{aligned}$$

missä $j = 1, \dots, 4$ metsänkäsittelytavat
 $k = 1, \dots, 6$ pääpuulaaji ja kasvupaikka
kuusi, tuore kangas (MT)
mänty, tuore kangas (MT)
kuusi, lehtomainen kangas (OMT)
mänty, lehtomainen kangas (OMT)
kuusi, kuivahko kangas (VT)
mänty, kuivahko kangas (VT)
 c_{kj} : BLV-arvo yhdelle hehtaarille metsää,
joka on käsitelty tietyllä tavalla (€)
 x_{kj} : muuttuja, joka kuvaa, miten kyseinen
kuvio ja strategia käytössä
 b : hiilivarastorajoite (tCO₂/ha)
 a_{kj} : hiilivarasto (tCO₂) tietylle yhdelle
hehtaarille metsää, joka on käsitelty
tietyllä tavalla.

Optimointitehtävän kohdefunktio kuvaa koko 30 hehtaarin metsän puustosta saatavaa tuottoa. Ensimmäisessä rajoitteessa lasketaan koko 30 hehtaarin metsätilaan sitoutunut hiili ja jaetaan se luvulla 30. Näin saadaan laskettua hehtaarille sitoutuneen hiilen määrä, jonka pitää vähintään olla hiilivarastorajoitteen b suuruinen. Toinen rajoite estää metsänkäsittelytavan negatiiviset lukuarvot, sillä kutakin tapaa käytetään vähän, kokonaan tai ei ollenkaan. Näin siis negatiiviset lukuarvot eivät ole realistisia. Kolmas rajoite kuvaa sitä mikä tai mitkä metsänkäsittelytavat ovat kullekin metsikkökuviolle käytössä. Näin samaa metsikkökuviota koskevien kertoimien summaksi tulee aina yksi. Tämä yhtälörajoite voidaan esittää kahden epäyhtälön avulla siten, että vain tämä yhtäsuuruus tilanne on sallittu. Viimeinen rajoite on vain kokonaislukuoptimointeihin ja se kuvaa kuinka yhtä kuviota voidaan käsitellä vain yhdellä tavalla. Silloin kun metsänkäsittelytapa ei ole käytössä, kerroin $x_{kj} = 0$ ja silloin kun metsänkäsittelytapa on käytössä $x_{kj} = 1$.

Optimointitehtävä toistetaan molempien tiloille samanlaisena 2 %, 3 % ja 4 % laskentakorkokannoille sekä kokonaisluku, että reaalityyppisiksi. Hiilivarastorajoitteelle b muodostettiin paikkakuntakohtainen perustaso kunkin kuvion hyvän metsänhoidon suositusten hiilivarastojen keskiarvosta pyöristäen kokonaislukuun, joka on ylittynyt. Tästä aloitetaan optimoinnit. Lisäksi hiilivarastorajoitetta b kasvatetaan perustasosta 5 %, 10 %, 15 %, 20 %, 25 % ja 30 %.

Optimoinnit tehtiin Microsoft Excel -taulukkolaskentaohjelman Solver -lisäosaa hyödyntäen Simplex-menetelmällä. Luvussa 2.2 on kuvattu Simplex-menetelmän toimintaperiaate. Lisäksi tulokset varmistettiin GRG Nonlinear-menetelmällä ja sillä saatiin kymmenellä merkitsevällä numerolla mitattuna samat tulokset.

6 Tulokset

Kuvassa 2 on esitetty Sauvon ja kuvassa 3 Yli-Iin tulokset graafisessa muodossa. Kuvaajissa janat, joiden päässä on pallukat, esittävät ainoastaan eron, joka on kokonaislukuoptimoinnin ja reaalilukuoptimoinnin välillä. Hiilivaraston kasvatus on esitetty prosentteina. Se esitetään kuvissa 2 ja 3 ainoastaan niillä prosenteilla, joilla ylipäänsä on saatu optimoinnit toteutettua. Toisin sanoen, Sauvossa vaihteluvälillä 5 % - 25 % ja Yli-Iissä välillä 5 % - 15 %. Näitä suuremmilla hiilivaraston kasvuprosenteilla kumpikaan optimointimenetelmä ei löytänyt rajoitteet täyttävää ratkaisua. Eroja on syntynyt siis ainoastaan silloin, kun kuvissa on esitetty janat ja pallukka. Jos janaa ei ole, tuottivat kokonaisluku- ja reaalilukuoptimointi identtiset tulokset. Pystyakselilla esitetyt erotukset ovat janan osoittamassa kohdassa (hiilivaraston kasvu, %). Pystyakselilla oleva optimointien erotus tarkoittaa lisähintaa, joka olisi maksettava jokaisesta metsään sitoutuneesta lisähiilidioksiditonista, jos valittaisiin kokonaislukuoptimoinnin mukainen ratkaisu eikä reaalilukuoptimoinnin mukaista ratkaisua.

Maantieteellisen sijainnin vaikutusta on vaikea analysoida. Tässä tutkimuksessa kahden eri paikkakunnan tuloksista saatiin keskenään kovin erilaiset. Toki periaate on molempien paikkakuntien tuloksissa sama. Kuten taulukoiden 3 ja 4 tuloksista nähdään, alussa tulokset eivät eroa toisistaan. Tällöin löydetään taloudellisesti paras ratkaisu, jolla kuitenkin päästään annettuun hiilensidontarajoitteeseen. Kun metsän puustoon sitoutuneen hiilen määrää kasvatetaan, saavutetaan jossakin kohtaa piste, missä on tarpeen käyttää kahta eri strategiaa tulonmenetysten minimoinniksi. Tällöin kokonaisluku- ja reaalilukuratkaisut alkavat erota toisistaan. Kun jossakin kohtaa hiilirajoitetta kasvatetaan tarpeeksi suureksi, sallittuja ratkaisuja ei edes löydy.

Taulukko 3: Sauvon optimointien tulokset.

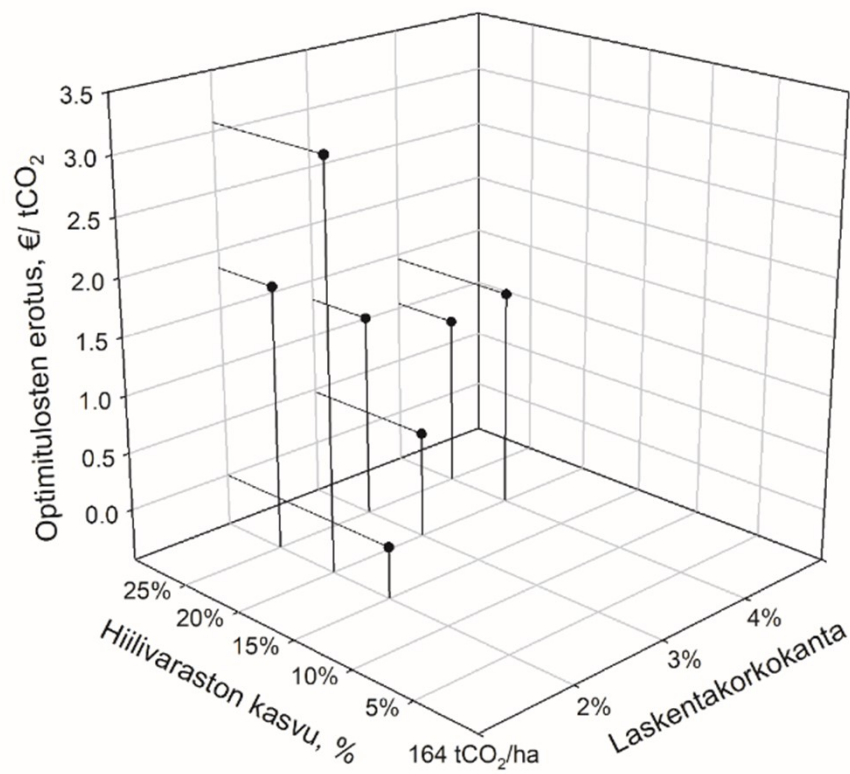
Korkokanta	Optimointitehtävä	MaxBLV (€)	Hiilivarasto (tCO ₂ /ha)	Hiilivarastorajoite <i>b</i> (tCO ₂ /ha)	Jaetut kuviot
2 %	kokonaisluku	214 868,18	183,57	164	
2 %	reaaliluku	214 868,18	183,57	164	
3 %	kokonaisluku	79 539,15	190,27	164	
3 %	reaaliluku	79 539,15	190,27	164	
4 %	kokonaisluku	23 002,73	191,60	164	
4 %	reaaliluku	23 002,73	191,60	164	
2 %	kokonaisluku	214 868,18	183,57	172	
2 %	reaaliluku	214 868,18	183,57	172	
3 %	kokonaisluku	79 539,15	190,27	172	
3 %	reaaliluku	79 539,15	190,27	172	
4 %	kokonaisluku	23 002,73	191,60	172	
4 %	reaaliluku	23 002,73	191,60	172	
2 %	kokonaisluku	214 868,18	183,57	181	

2 %	reaaliluku	214 868,18	183,57	181	
3 %	kokonaisluku	79 539,15	190,27	181	
3 %	reaaliluku	79 539,15	190,27	181	
4 %	kokonaisluku	23 002,73	191,60	181	
4 %	reaaliluku	23 002,73	191,60	181	
2 %	kokonaisluku	214 442,09	191,10	188	
2 %	reaaliluku	214 617,29	188,00	188	1 kuvio kahteen osaan
3 %	kokonaisluku	79 539,15	190,27	188	
3 %	reaaliluku	79 539,15	190,27	188	
4 %	kokonaisluku	23 002,73	191,60	188	
4 %	reaaliluku	23 002,73	191,60	188	
2 %	kokonaisluku	210 365,83	197,18	197	
2 %	reaaliluku	212 943,48	197,00	197	1 kuvio kahteen osaan
3 %	kokonaisluku	77 211,32	200,44	197	
3 %	reaaliluku	78 194,24	197,00	197	1 kuvio kahteen osaan
4 %	kokonaisluku	21 001,14	197,76	197	
4 %	reaaliluku	21 727,07	197,00	197	1 kuvio kahteen osaan
2 %	kokonaisluku	195 540,13	205,83	205	
2 %	reaaliluku	198 677,08	205,00	205	1 kuvio kahteen osaan
3 %	kokonaisluku	69 157,09	205,83	205	
3 %	reaaliluku	70 902,80	205,00	205	1 kuvio kahteen osaan
4 %	kokonaisluku	15 894,22	205,83	205	
4 %	reaaliluku	17 159,95	205,00	205	1 kuvio kahteen osaan
2 %	kokonaisluku	Ei ratkaisua		214	
2 %	reaaliluku	Ei ratkaisua		214	
3 %	kokonaisluku	Ei ratkaisua		214	
3 %	reaaliluku	Ei ratkaisua		214	
4 %	kokonaisluku	Ei ratkaisua		214	
4 %	reaaliluku	Ei ratkaisua		214	

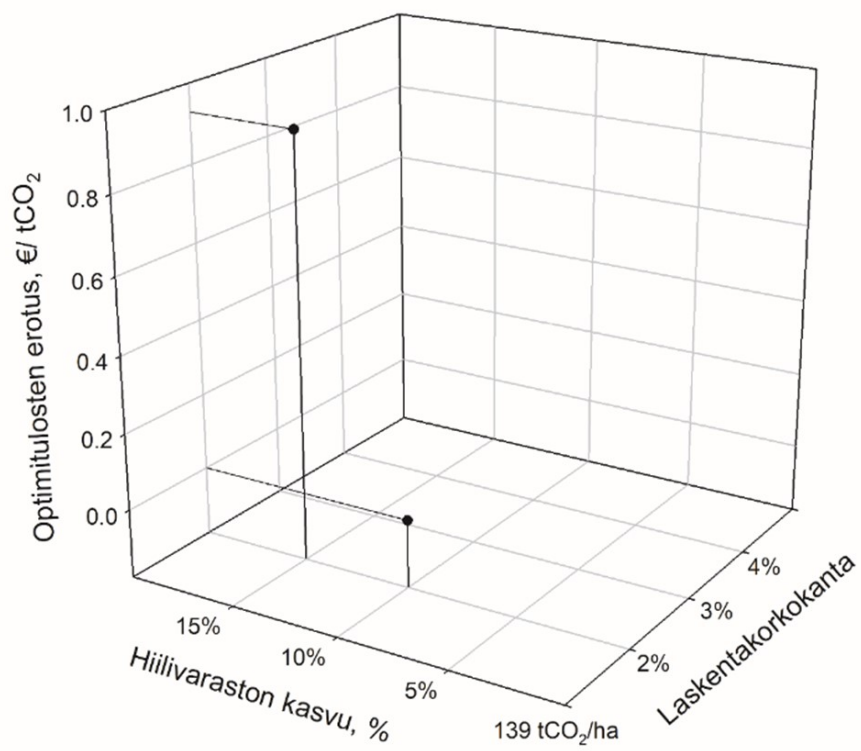
Taulukko 4: Yli-Iin optimointien tulokset.

Korko- kanta	Optimointi- tehtävä	MaxBLV (€)	Hiili- varasto (tCO ₂ /ha)	Hiilivarasto- rajoite <i>b</i> (tCO ₂ /ha)	Jaetut kuviot
2 %	kokonaisluku	124 381,12	150,32	139	
2 %	reaaliluku	124 381,12	150,32	139	
3 %	kokonaisluku	33 786,38	159,12	139	
3 %	reaaliluku	33 786,38	159,12	139	
4 %	kokonaisluku	-2 218,70	161,34	139	
4 %	reaaliluku	-2 218,70	161,34	139	
2 %	kokonaisluku	124 381,12	150,32	146	
2 %	reaaliluku	124 381,12	150,32	146	
3 %	kokonaisluku	33 786,38	159,12	146	
3 %	reaaliluku	33 786,38	159,12	146	
4 %	kokonaisluku	-2 218,70	161,34	146	
4 %	reaaliluku	-2 218,70	161,34	146	
2 %	kokonaisluku	124 376,15	155,52	153	
2 %	reaaliluku	124 378,56	153,00	153	1 kuvio kahteen osaan
3 %	kokonaisluku	33 786,38	159,12	153	
3 %	reaaliluku	33 786,38	159,12	153	
4 %	kokonaisluku	-2 218,70	161,34	153	
4 %	reaaliluku	-2 218,70	161,34	153	
2 %	kokonaisluku	122 973,49	159,45	159	
2 %	reaaliluku	123 624,48	159,00	159	1 kuvio kahteen osaan
3 %	kokonaisluku	33 786,38	159,12	159	
3 %	reaaliluku	33 786,38	159,12	159	
4 %	kokonaisluku	-2 218,70	161,34	159	
4 %	reaaliluku	-2 218,70	161,34	159	
2 %	kokonaisluku	Ei ratkaisua		167	
2 %	reaaliluku	Ei ratkaisua		167	
3 %	kokonaisluku	Ei ratkaisua		167	
3 %	reaaliluku	Ei ratkaisua		167	
4 %	kokonaisluku	Ei ratkaisua		167	
4 %	reaaliluku	Ei ratkaisua		167	
2 %	kokonaisluku	Ei ratkaisua		174	
2 %	reaaliluku	Ei ratkaisua		174	
3 %	kokonaisluku	Ei ratkaisua		174	
3 %	reaaliluku	Ei ratkaisua		174	
4 %	kokonaisluku	Ei ratkaisua		174	
4 %	reaaliluku	Ei ratkaisua		174	

2 %	kokonaisluku	Ei ratkaisua		181	
2 %	reaaliluku	Ei ratkaisua		181	
3 %	kokonaisluku	Ei ratkaisua		181	
3 %	reaaliluku	Ei ratkaisua		181	
4 %	kokonaisluku	Ei ratkaisua		181	
4 %	reaaliluku	Ei ratkaisua		181	



Kuva 2: Sauvon optimointien tulosten väliset eroavaisuudet.



Kuva 3: Yli-Iin optimointien tulosten väliset eroavaisuudet.

7 Loppupäätelmät

Tutkielman tuloksena saatiin esimerkki siitä, miten tehtävän ja sen rajoitteiden muotoilu vaikuttaa lopputulokseen. Tietyissä tilanteissa on merkitystä, sallitaanko reaalityökalut vai tyydytäänkö vain kokonaislukuratkaisuihin. Näihin eroihin ei metsätaloudessa ole aiemmin keskitytty. Optimoinnissa tehtävillä valinnoilla on siis vaikutusta lopputuloksiin. Vastaavan tyylinen tarkastelu on mahdollista tehdä myös esimerkiksi eri paikkakuntien metsätiloille. Mikäli myös siinä yhtä rajoitetta kiristetään riittävästi, päästään aina tilanteeseen, jossa metsikkökuvion osittaisilla käsittelyillä saadaan parempia tuloksia, kunnes ei saada tuloksia ollenkaan.

Tuloksen hyödyntämiseen käytännössä vaikuttaa metsäkuvion koko. Pientä kuviota on pakko käsitellä yhtenä kokonaisuutena. Suurempi kuvio voidaan puolestaan jakaa, jotta päästäisiin vielä parempiin tuloksiin. Lisäksi suurempien metsikkökuvioiden osittaisilla käsittelyillä taloudellisista hyödyistä tulee merkityksellisempiä.

Tämän työn perusteella maantieteellisen vaikutuksen tuloksista ei voi sanoa kovin paljoa, kun kyseessä oli vain yksi pidemmän ja yksi lyhyemmän kasvukauden metsä. Kasvukaudeltaan erilaisia paikkakuntia voisi ottaa mukaan tutkimukseen enemmänkin. Tässä työmäärä kasvaisi kuitenkin valtavasti, mikäli käytettäisiin samaa toimintatapaa, jossa metsikön simuloinnin jälkeen jokainen yksittäinen lukuarvo pitäisi laskea erikseen.

Erilaisin tavoittein ja rajoittein vastaavia tuloksia voidaan laskea lisää. Eräs jatkotutkimuskohde on tarkastella MOTTI-simulaattorin kullekin metsikölle laskemia biodiversiteetti-lukuja, jotka kuvaavat metsän lajien monimuotoisuutta. Näitä voisi tutkia erikseen metsän puustosta saatavan tuoton kanssa tai näistä voisi muodostaa monitavoiteoptimointiongelman yhdessä hiilen sidonnan kanssa.

Lähteet

- [1] A. Ahtikoski, H. Hökkä, S. Kojola, T. Penttinen ja H. Salminen: *Optimising stand management on peatlands: the case of northern Finland*, Canadian Journal Forest Research 42, s. 247-259, doi: 10.1139/x11-174, 2012.
- [2] A. Ahtikoski ja H. Hökkä: *Intensive forest management – does it financially pay off on drained peatlands?*, Canadian Journal Forest Research 49, s. 1101–1111, dx.doi.org/10.1139/cjfr-2019-0007, 2019.
- [3] A. Ahtikoski, S. Haikarainen, A. Juutinen, A. Nikula ja V. Nivala: *Cost-efficient forest management for safeguarding Siberian flying squirrel (Pteromys volans) habitats in Central Finland*, Scandinavian Journal of Forest Research 38, s. 197–207, 2023.
- [4] G. S. Amacher, E. Koskela ja M. Ollikainen: *Economics of Forest Resources*, The MIT Press, Cambridge, 2009.
- [5] M. Faustmann: *Berechnung des Werthes, welchen Waldboden, sowie noch nicht haubare Holzbestände für die Waldwirthschaft besitzen.*[*Calculation of the value which forest land and immature stands possess for forestry*], Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung 25: s. 441-455, 1849.
- [6] M. Haapanen, J. Hynynen, M.-L. Kilpeläinen, S. Ruotsalainen ja J. Siipilehto: *Realised and projected gains in growth, quality and simulated yield of genetically improved Scots pine in southern Finland*, European Journal of Forest Research 135, s. 997-1009, 2016.
- [7] S. Haikarainen, S. Huuskonen, A. Ahtikoski, M. Lehtonen, H. Salminen, J. Siipilehto, K. Korhonen, J. Hynynen ja J. Routa, : *Does Juvenile Stand Management Matter? Regional Scenarios of the Long-Term Effects on Wood Production*, Forests 12, 2021.
- [8] S. Huuskonen, S. Haikarainen, T. Sauvula-Seppälä, H. Salminen, M. Lehtonen, J. Siipilehto, A. Ahtikoski, K. Korhonen ja J. Hynynen: *Benefits of juvenile stand management in Finland – impacts on wood production based on scenario analysis*, Forestry: An International Journal of Forest Research, <https://doi.org/10.1093/forestry/cpz075>, 2020.
- [9] J. Hynynen, R. Ojansuu, H. Hökkä, J. Siipilehto, H. Salminen ja P. Haapala: *Models for predicting stand development in MELA System*, Metsäntutkimuslaitoksen tiedonantoja - The Finnish Forest Research Institute, Research Papers 835, 2002.
- [10] J. Hynynen, A. Ahtikoski, J. Siitonen, R. Sievänen ja J. Liski : *Applying the MOTTI simulator to analyse the effects of alternative management schedules on timber and non-timber production*, Forest Ecology and Management 207, s. 5–18, 2005.

- [11] J. Hynynen, H. Salminen, A. Ahtikoski, S. Huuskonen, R. Ojansuu, J. Siipilehto, M. Lehtonen, A. Rummukainen, S. Kojola ja K. Eerikäinen: *Scenario analysis for the biomass supply potential and the future development of Finnish forest resources*, Working Papers of the Finnish Forest Research Institute 302, 2014.
- [12] J. Hynynen, H. Salminen, A. Ahtikoski, S. Huuskonen, R. Ojansuu, J. Siipilehto, M. Lehtonen ja K. Eerikäinen: *Long-term impacts of forest management on biomass supply and forest resource development: a scenario analysis for Finland*, European Journal of Forest Research 134: s. 415-431, doi 10.1007/s10342-014-0860-0, 2015.
- [13] A. Juutinen, A. Ahtikoski, M. Lehtonen, R. Mäkipää ja M. Ollikainen: *The impact of a short-term carbon payment scheme on forest management*, Forest Policy and Economics 90, s. 115-127, <https://doi.org/10.1016/j.forpol.2018.02.005>, 2018.
- [14] K. Miettinen: *Epälineaarinen optimointi*, Jyväskylän yliopisto, Jyväskylä, 2003.
- [15] M. Mäkelä: *Konvekssi analyysi ja optimointi*, Turun yliopisto, Turku, 2024.
- [16] M. Mäkelä: *Matemaattinen optimointi I*, Turun yliopisto, Turku, 2019.
- [17] M. Mäkelä: *Matemaattinen optimointi II*, Turun yliopisto, Turku, 2019.
- [18] M. Mönkkönen, A. Juutinen, A. Mazziotta, K. Miettinen, D. Podkopaev, P. Reunanen, H. Salminen ja O.-P. Tikkanen: *Spatially dynamic forest management to sustain biodiversity and economic returns*, Journal of Environmental management 134, s. 80-89, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jenvman.2013.12.021>, 2014.
- [19] S. Pihlainen, O. Tahvonen ja S. Niinimäki: *The economics of timber and bio-energy production and carbon storage in Scots pine stands*, Canadian Journal of Forest Research 44, s. 1093, <https://doi.org/10.1139/cjfr-2013-0475>, 2014.
- [20] T. Pukkala: *Delineating forest stands from grid data*, Forest Ecosystems, Springer Open, 2020.
- [21] H. Salminen, M. Lehtonen ja J. Hynynen: *Reusing legacy FORTRAN in the MOTTI growth and yield simulator*, Computers and Electronics in Agriculture 49, s. 103–113, doi: 10.1016/j.compag.2005.02.005, 2005.
- [22] E. Vaahtera, T. Niinistö, A. Peltola, M. Rätty, T. Sauvula-Seppälä, J. Torvelainen ja E. Uotila: *Metsätilastollinen vuosikirja 2022*, s. 17, Luonnonvarakeskus, Helsinki, 2023.
- [23] Tilastokeskus: *Kuluttajahintaindeksi*, <https://stat.fi/tilasto/khi/#tables>, Luetu 4.1.2025.

A Hakkuukertymät, kiertoajat ja harvennusten ajoitukset kaikille simuloinnille

*=Ensimmäisellä rivillä on ensiharvennuksen ajankohta (31 vuotta), tukkipuukertymä (4,62 m³) /kuitupuukertymä (41,71 m³), seuraavalla rivillä on toisen harvennuksen ja alimmalla rivillä päätehakkuun vastaavat lukuarvot. Taulukossa on merkki ” - ”, mikäli simuloinnissa jotakin harvennusta ei ole tehty.

kunta, pääpuulaji, kasvupaikka	kasvatusketju			
	(1) hyvän metsänhoidon suositukset	(2) pelkkä kasvatus	(3) pidennetty kiertoaika	(4) lievät harvennukset
Sauvo, kuusi, MT	31: 4,62/41,71* 43: 27,31/44,98 58: 219,80/59,99	- - 58: 200,93/183,06	31: 4,62/41,71 43: 27,31/44,98 77: 405,66/43,50	33: 6,96/44,39 45: 27,31/42,85 58: 225,32/67,13
Sauvo, kuusi, OMT	32: 22,36/54,99 44: 53,73/41,09 54: 265,23/65,37	- - 54: 237,57/181,39	32: 22,36/54,99 44: 53,73/41,09 70: 469,80/49,29	33: 20,18/41,25 45: 47,95/41,76 54: 290,29/77,08
Sauvo, kuusi, VT	38: 2,29/40,18 51: 20,59/37,22 - 70: 218,35/45,19	- - - 70: 225,99/156,36	38: 2,29/40,18 51: 20,59/37,22 68: 63,32/20,14 84: 233,94/23,61	39: 5,40/29,64 52: 14,9/26,99 - 70: 247,16/61,54
Sauvo, mänty, MT	24: 1,61/44,50 36: 14,65/58,16 51: 57,19/39,87 58: 169,71/68,98	- - - 58: 133,40/251,42	24: 1,61/44,50 36: 14,65/58,16 51: 57,19/39,87 73: 254,88/76,70	27: 3,06/39,62 39: 12,11/56,37 - 58: 250,21/128,36
Sauvo, mänty, OMT	20: 0,00/43,30 30: 12,48/53,70 - 54: 263,62/110,28	- - - 54: 169,93/226,47	20: 0,00/43,30 30: 12,48/53,70 43: 45,39/47,37 68: 278,72/85,32	22: 0,00/33,20 32: 7,79/39,45 42: 26,30/43,75 54: 257,40/115,54
Sauvo, mänty, VT	29: 0,61/34,99 44: 10,62/57,79 - 72: 234,57/84,07	- - - 72: 185,64/202,35	29: 0,61/34,99 44: 10,62/57,79 - 88: 249,77/59,12	30: 0,00/25,58 43: 1,62/48,44 58: 15,45/42,87 72: 221,24/118,83
Yli-Ii, kuusi, MT	34: 0,00/38,71 46: 11,98/40,64 69: 213,50/47,64	- - 69: 207,36/135,08	34: 0,00/38,71 46: 11,98/40,64 84: 318,04/38,26	35: 0,00/28,79 48: 8,06/28,42 69: 239,01/71,26

Yli-Ii, kuusi, OMT	31: 1,50/42,28 44: 21,02/35,54 64: 278,33/53,47	- - 64: 261,78/128,93	31: 1,50/42,28 44: 21,02/35,54 78: 399,07/51,40	33: 3,97/27,36 46: 15,10/29,37 64: 305,14/71,80
Yli-Ii, kuusi, VT	45: 0,57/35,94 59: 11,21/40,68 83: 196,24/49,09	- - 83: 182,36/146,50	45: 0,57/35,94 59: 11,21/40,68 98: 284,11/41,19	47: 2,55/22,73 62: 11,44/28,24 83: 222,53/64,21
Yli-Ii, mänty, MT	30: 0,79/41,32 42: 8,66/52,26 64: 194,14/80,21	- - 64: 107,76/206,39	30: 0,79/41,32 42: 8,66/52,26 79: 269,00/84,26	32: 1,45/29,89 44: 8,02/38,10 64: 211,80/104,70
Yli-Ii, mänty, OMT	25: 0,69/37,91 34: 6,04/47,87 - 54: 175,89/87,39	- - - 54: 208,06/138,92	25: 0,69/37,91 34: 6,04/47,87 49: 40,13/33,03 69: 211,18/62,22	27: 1,41/26,33 37: 3,26/21,39 - 54: 200,30/126,23
Yli-Ii, mänty, VT	37: 0,60/34,94 51: 7,08/42,13 75: 157,29/74,95	- - 75: 91,65/204,50	37: 0,60/34,94 51: 7,08/42,13 90: 225,87/68,29	38: 0,00/22,94 53: 1,29/40,40 75: 146,49/142,82

B Kantohinnat ja metsänhoidon kustannukset

Laskuissa käytetyt kantohinnat (€/m³) sekä metsänhoito- ja metsänparannustöiden hinnat (€/ha).

kantohinnat (€/m ³)						
hakkuuajankohta	mänty- tukki	kuusi- tukki	koivu- tukki	mänty- kuitu- puu	kuusi- kuitu- puu	koivu- kuitu- puu
uudistushakkuu	61,28	64,02	47,16	20,17	21,70	19,12
harvennushakkuu	52,01	53,93	39,97	16,92	17,36	16,19
ensiharvennus	42,02	44,50	35,10	13,13	13,07	12,81
metsänhoidon kustannukset työlajeittain (€/ha)						
mätästys			423,27			
istutus käsityönä			713,01			
kylvö käsityönä			315,29			
taimikon varhaishoito, käsityönä			395,35			
taimikonhoito, käsityönä			482,60			

Yllä olevassa taulukossa on esitetty kullekin puutavaralajille (mäntytukki, ..., koivukuitupuu) vain yksi kantohinta uudistushakkuulle, harvennushakkuulle ja ensiharvennukselle. Tämä kantohinta on laskettu vuosien 2017 - 2021 reaalisten kantohintojen (nimelliset muutettu reaalisiksi deflatoimalla) mukaan. Vastaavalla tavalla on määritetty keskiarvot metsänhoidon kustannuksissa työlajeittain.